

# Correlation Function with CUTE

## Correlation Utilities and Two-point Estimates



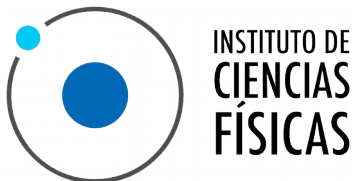
ICF-UNAM  
31/07/18



Instituto de Física UNAM

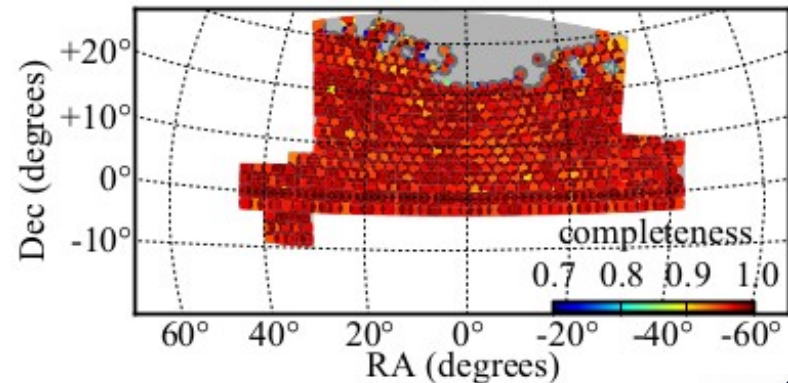
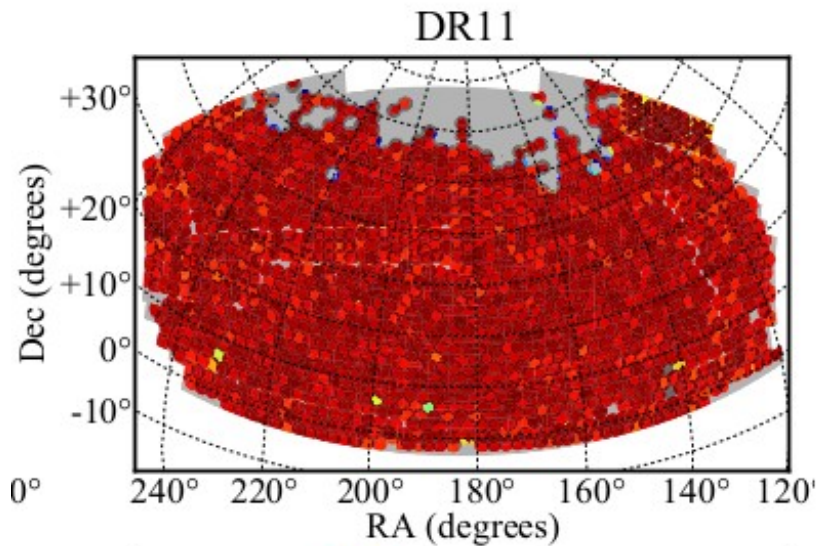
Brenda Izamar Tapia Benavides

IV-Taller de Métodos Numéricos y Estadísticos  
en Cosmología

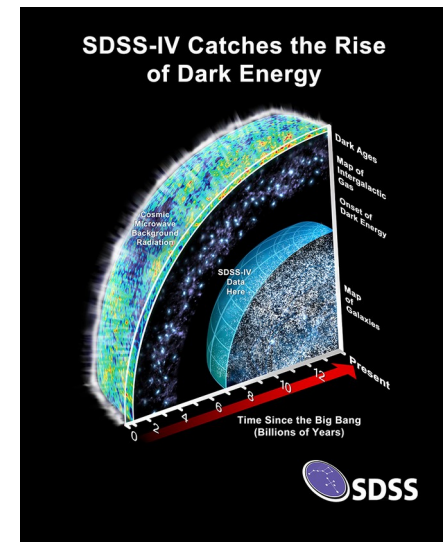
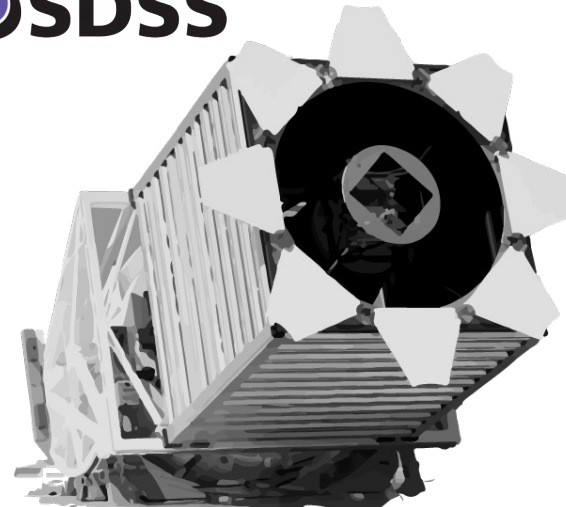


# Funciones de Correlación

## Grandes Sondeos de Galaxias



- Se produce una gran cantidad de conjuntos de datos con millones de objetos con los actuales sondeos de galaxias.
- Las grandes encuestas de galaxias son un medio para estudiar la evolución de Universo.



# Funciones de Correlación. Métodos Estadísticos.

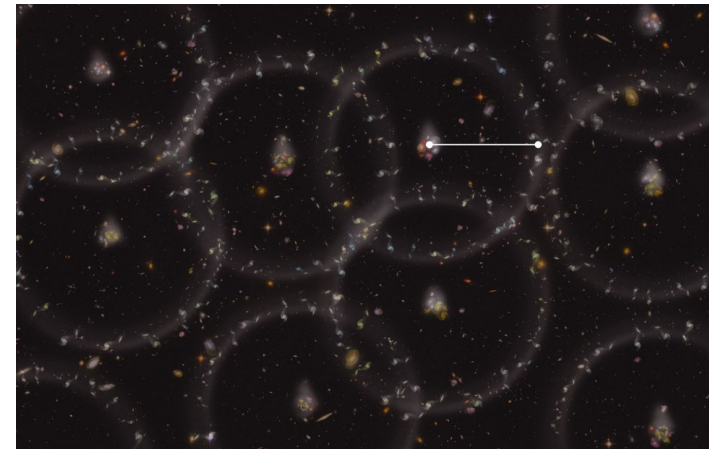
## *Función de correlación a dos puntos.*

- La función de correlación de dos puntos,  $\xi(r)$ , es uno de los observables más simples para cuantificar la agrupación de materia en diferentes escalas.
- Se basa en contar pares de objetos separados por una distancia media determinada.
- **Función de dos puntos tridimensional,  $\xi(r)$  3-D.**

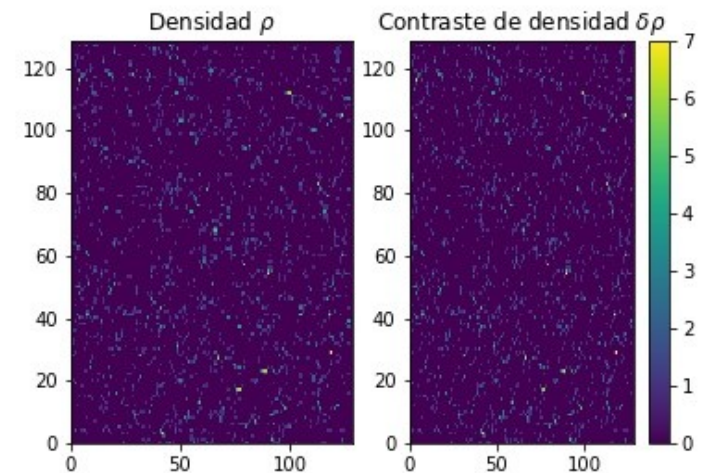
$$\langle dP \rangle = \bar{n}[1 + \xi(\mathbf{r})] dV_1 dV_2.$$

*Donde  $dV_1$ ,  $dV_2$  son los diferencial de volumen*

$$\xi_\delta(\mathbf{r}) \equiv \langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$$



*Ejemplo de distribución de objetos.*



*Densidad y contraste de densidad de un catálogo de eBOSS*

# Funciones de Correlación. Estimador Landy-Szalay.

$\xi(r)$  se puede calcular como:

$$1 + \xi = \frac{N_p^d(r) dr}{N_p^r(r) dr}$$

donde  $N_d$  es el número de pares separados por  $r \pm dr/2$  en los datos, y  $N_r$  es el número de pares que uno esperaría encontrar en una distribución aleatoria.

- Considerando un catálogo con límites complicados.

En este caso se puede usar :

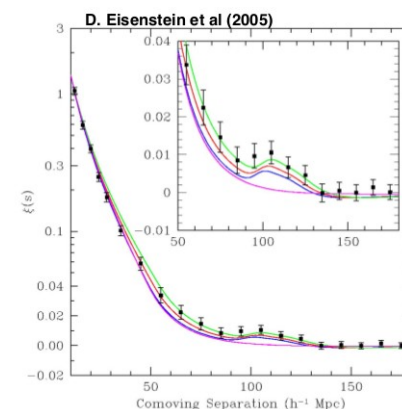
$$\xi_N = \frac{N_r(N_r - 1) DD}{N_d(N_d - 1) RR} - 1$$

donde  $N_d$  y  $N_r$  son el número de puntos en los datos y en el catálogo random.  $DD$  y  $RR$  son histogramas que contienen los recuentos de pares de objetos separados por una distancia dada en cada catálogo.

- Haciendo que la varianza del estimador sea mínima se usa la correlación cruzada de objetos aleatorios y de datos,  $DR$ .
- Estimador propuesto por Landy & Szalay

$$\xi_{LS} = \frac{\frac{N_r(N_r-1)}{N_d(N_d-1)} DD - \frac{N_r-1}{N_d} DR + RR}{RR},$$

donde  $DD$  para datos,  $RR$  para random,  $DR$  datos-random.



- Es un código libre y de código abierto para estimaciones cosmológicas de funciones de correlación de dos puntos.

<https://github.com/damonge/CUTE/tree/master/CUTE>

- Escrito en C
- Implementación OpenMP y arquitectura CUDA de Nvidia.
- Calcula siete diferentes 2PCF.
- Puede utilizar 5 diferentes estimadores.

- Obtener el catálogo aleatorio.
- DD, RR y DR se calculan por autocorrelación entre cada par de catálogos.
- Realiza tres operaciones en cada iteración; calcula la distancia entre pares de objetos, determina el conteo a esa distancia y aumenta el conteo de histogramas en ese contenedor.

```
1 int histogram[nbins];
2 for(i=0;i<np1;i++) {
3     for(j=0;j<np2;j++) {
4         //Calculate distance between two objects
5         double dist=get_dist(x1[i],y1[i],x1[j],
6                               x2[j],y2[j],x2[j]);
7         //Calculate bin number
8         int ibin=bin_dist(dist);
9         //Increase histogram count
10        histogram[ibin]++;
11    }
12 }
```



# CUTE

## Correlation Utilities and Two-point Estimates

- Paralelización con OpenMP.**

Para máquinas de memoria compartida multinúcleo.

El código anterior toma la siguiente forma cuando se paraleliza con OpenMP:

```
1 int histogram[nbins];
2 int histo_thread[nbins];
3 #pragma omp parallel default(none) \
4   private(hthread) shared(...) {
5   //Initialize private histograms
6   for(i=0; i<nbins; i++)
7     histo_thread[nbins]=0;
8   #pragma omp for //Parallelize loop
9   for(i=0; i<npl; i++) {
10    for(j=0; j<np2; j++) {
11      //Calculate distance between two objects
12      double dist=get_dist(x1[i], y1[i], z1[i],
13                          x2[j], y2[j], z2[j]);
14
15      //Calculate bin number
16      int ibin=bin_dist(dist);
17      //Increase histogram count
18      histo_thread[ibin]++;
19    }
20  }
21  #pragma omp critical {
22    //Add private histograms
23    for(i=0; i<nbins; i++)
24      histogram[i] += histo_thread[i];
25  }
```

- Paralelización con CUDA.**

Realiza las correlaciones en una GPU utilizando arquitectura CUDA de Nvidia.

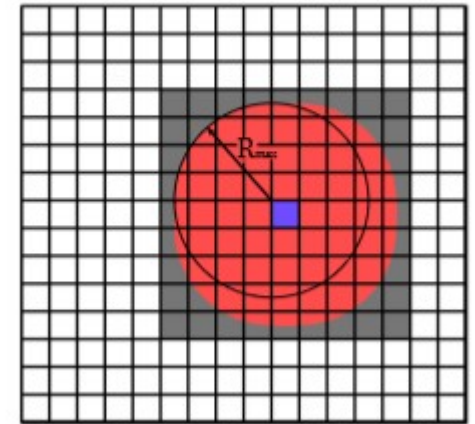
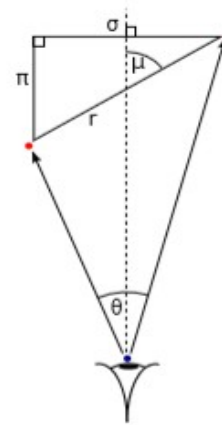
CU\_CUTE

```
1 __shared__ int histo_thread[nbins];
2 int stride=blockDim.x*gridDim.x;
3 //Initialize shared histogram
4 histo_thread[threadIdx.x]=0;
5 __syncthreads();
6 //Correlate
7 for(i=0; i<npl; i++) {
8   int j=threadIdx.x+blockIdx.x*blockDim.x;
9   while(j<np2) {
10    //Calculate distance between two objects
11    double dist=get_dist(x1[i], y1[i], z1[i],
12                        x2[j], y2[j], z2[j]);
13    //Calculate bin number
14    int ibin=bin_dist(dist);
15    //Increase histogram count
16    atomicAdd(&(histo_thread[ibin]), 1);
17    //Increase second index by stride
18    j+=stride;
19  }
20 }
21 //Add block histograms
22 __syncthreads();
23 atomicAdd(&(histogram[threadIdx.x]),
24          histo_thread[threadIdx.x]);
```

# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates

## Búsqueda de vecinos.

- La escala a la que podemos calcular las 2PDF es significativamente más pequeña que el tamaño de nuestros datos.
- Se debe de evitar calcular pares dos veces



- **Caso tridimensional:**

Se divide en células cúbicas y asociamos las posiciones de los objetos en ellas.

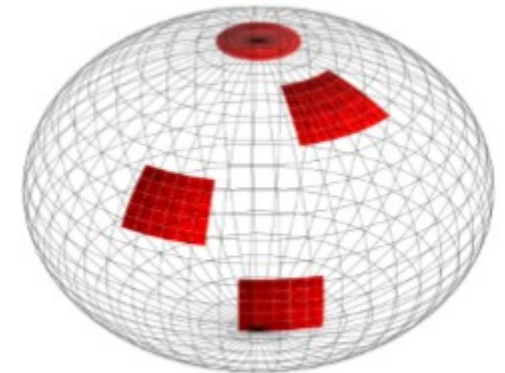
Dibujamos esferas de radio  $R_{\text{max}}$  alrededor de cualquier punto.

Podemos correlacionar todos los objetos dentro del cubo y de forma segura ignoramos todos los otros objetos.

- **Caso esférico:**

Se define una celda esférica con límites constantes,  $\theta$ . Con lados e longitud

Usamos pixeles como celdas de manera que tenemos celdas esféricas centradas en pixeles que contienen todas las partículas a la distancia angular  $\theta_{\text{max}}$  de cualquier partícula.



# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates

## Funciones de Correlación.

## Métodos Estadísticos.

- **Función de correlación 3D**  
 $\xi(r, \mu), \xi(\sigma, \pi).$

$$\pi = r \mu, \quad \sigma = \sqrt{r^2 - \pi^2}.$$

$$\xi(r, \mu) = \sum_l \xi_l(r) P_l(\mu),$$

donde  $P_l$  son los polinomios de Legendre

- **El monopolo  $\xi_0(r)$**

$$\xi_0(r) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu \xi(r, \mu)$$

es el término  $l=0$  de  $\xi(r, \mu)$

- **La función de correlación radial,  $\xi(z, \Delta z)$ .**

$$\xi_r(\bar{z}, \Delta z) = \xi(\pi(\bar{z}, \Delta z), \sigma = 0),$$

$$\pi(\bar{z}, \Delta z) \simeq \frac{c \Delta z}{H(\bar{z})},$$

Depende de las diferencias de redshift  $\Delta z$

- **La función de correlación angular,  $w(\theta)$ .**

$$w(\theta) = \langle \delta_s(\hat{n}_1) \delta_s(\hat{n}_2) \rangle, \quad \cos \theta = \hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2, \quad \delta_s(\hat{n}) = \int dz \phi(z) \delta(r(z) \hat{n}),$$

$$w(\theta) = \int dz_1 \phi(z_1) \int dz_2 \phi(z_2) \xi(r(z_1, z_2, \theta), \mu(z_1, z_2, \theta))$$

$$r(z_1, z_2, \theta) = \sqrt{\chi^2(z_1) + \chi^2(z_2) - 2\chi(z_1)\chi(z_2)\cos\theta},$$

$$\mu(z_1, z_2, \theta) = \frac{|\chi^2(z_1) - \chi^2(z_2)|}{\sqrt{(\chi^2(z_1) + \chi^2(z_2))^2 - 4\chi^2(z_1)\chi^2(z_2)\cos^2(\theta)}}$$





# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates

## Funciones de correlación.

*Cada una de las 2PCF requiere un tratamiento diferente de los datos y permite enfoques diferentes.*

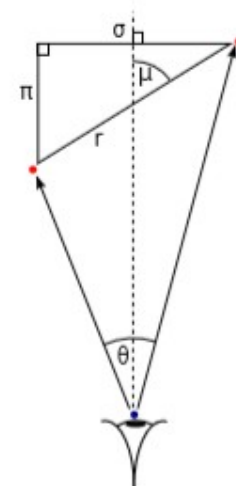
### Función de correlación radial.

- Es calculada por la correlación de pares de objetos alineados entre ellos.
- Se utilizan cajas esféricas.
- El conteo es entre pares de galaxias a ángulos pequeños.

### Función de correlación angular.

- Se correlacionan apares de objetos según su separación angular  $\theta$ , que se utiliza como una medida de distancia.
- Para ángulos pequeños se crea un mapa de pixeles.
- Para escalas angulares grandes se calcula:

$$\arccos(1 - x) \sim \sqrt{2x + \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{45}x^3}$$

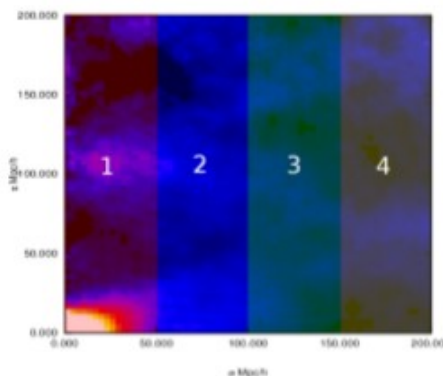


# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates

## Funciones de correlación.

### Función de correlación 2-D

- Aquí los pares se agrupan en histogramas bidimensionales según  $(r, \mu)$  o  $(\pi, \sigma)$ .
- Se pueden declarar hostogramas 2-D más pequeños en memoria compartida, incluso si los catálogos deben correlacionarse varias veces.
- Tiempos de cálculo razonables.



### El monopolito en una caja.

- CUTE-box calcula la función de correlación a partir de datos dentro de una caja cúbica con límites periódicos.
- Solo se calcula la 2PCF isotrópica (el monopolito)
- Calcula 2PCF a partir de recuentos de pares utilizando el estimador

$$1 + \xi(r) \equiv \frac{V}{N^2 v(r)} \sum_{i,j \neq i} \Theta(r - dr/2 < |x_i - x_j| < r + dr/2)$$

- No se necesita catálogo random, pues las condiciones de frontera son periódicas.

# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates

## Del input al output

### CUTE necesita un archivo de parámetros que contiene:

- Los archivos de entrada (data, random) y salida; data\_filename, random\_filename, output\_filename.
- El formato de los catálogos; input\_format(0,1,2)
- El estimador a utilizar; corr\_estimator (PH,DP,HAM,HEW,LS).
- Parámetros cosmológicos; omega\_M(materia), omega\_L(energía oscura), w(ecuación de estado de energía oscura).

#### Input. DATA

- Archivos ASCII con 3 o 4 columnas; x0,x1,x2,x3.
- input\_format=0,1,2  
0-x0=z,x1=cos( $\theta$ ),x2= $\phi$   
1-x0=z,x1=dec,x2=ra  
2-x0=ra,x1=dec,x2=z
- X3 indica el peso de la galaxia correspondiente

#### Input RANDOM

- Mismo formato que el archivo data.
- Se puede generar con CUTE, entonces ingresar la máscara.

#### Output.

- Para la función de correlación radial, angular y el monopolo se obtienen 6 columnas;  
x,xi(x), error(x), DD(x),DR(x),RR(x)
- Para la función de correlación 3-D se obtienen 7 columnas;  
x1,x2,xi(x1,x2),error(x1,x2),DD(x1,x2),DR(x1,x2),R  
R(x1,x2)  
Donde (x1,x2) son ( $\pi,\sigma$ )
- Para todas las funciones de correlación y la cross-correlation se tienen cuatro columnas:  
x1,x2,x3,xi(x1,x2,x3),error(x1,x2,x3),  
DD(x1,x2,x3),DR(x1,x2,x3),RR(x1,x2,x3)

# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates Del Input al Output

## *Archivo de parámetros*

```
# input-output files and parameters
data_filename= /alicefs/marvam_g/bizb_a/eBOSS_ELG/mocks_recon/qpm_mock_ELG_reconSGC_0099.rdz
random_filename= /alicefs/marvam_g/bizb_a/eBOSS_ELG/mocks_recon/QPM_ELG_randoms20x_reconSGC_0099_shuffle.rdz
input_format= 2
mask_filename= none
z_dist_filename= none
output_filename= /alicefs/marvam_g/bizb_a/eBOSS_ELG/output_mocks_recon/qpm_mock_ELG_reconSGC_0099.xi

num_lines= all

# estimation parameters
corr_type= 3D_rm
#3D_rm
corr_estimator= LS
np_rand_fact= 50

# cosmological parameters
omega_M= 0.31
omega_L= 0.69
w= -1

# binning
log_bin= 0
n_logint= 10
dim1_max= 200.
dim1_nbin= 200.
dim2_max= 1
dim2_nbin= 100
dim3_min= 0.4 #not used
dim3_max= 0.7 #not used
dim3_nbin= 1 #not used

# pixels for radial correlation
radial_aperture= 1 #not used
```



# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates

## Del input al output

### Input Data

RA	DEC	z	w
156.585098	26.991519	0.8112672	1.0000000
156.739484	26.656788	0.8164092	1.0000000
156.932208	26.503523	0.8092456	1.0000000
156.925056	26.512722	0.8152930	1.0000000
156.801428	26.720257	0.8173316	1.0000000
156.909462	26.592440	0.8173318	1.0000000
156.879683	26.544148	0.8179059	1.0000000
156.918538	26.531350	0.8155504	1.0000000
156.837452	26.522401	0.8261905	1.0000000
156.913921	26.438556	0.8268342	1.0000000
156.055871	26.990232	0.8565554	1.0000000

### Input Random

RA	DEC	z	w
335.939617	1.857266	1.0766716	0.784408
336.048899	1.802211	1.072345	0.778836
335.966717	1.578529	1.0756323	0.78299
336.59046	1.6288	1.0923797	0.806995
336.731253	1.887871	1.0838178	0.794508
336.116424	1.258205	1.0890546	0.802139
336.121735	1.560369	1.0730929	0.779714
336.09783	1.178603	1.0794444	0.788262
335.987359	1.233054	1.0677959	0.77415
335.851937	1.440275	1.0608271	0.767979
336.015014	1.502943	1.0596445	0.766911
336.403601	1.865924	1.053258	0.760266

### Output Data

r	$\mu$	$\xi(r, \mu)$	$\xi_{err}(r, \mu)$	DD	DR	RR
5.000000E-03	5.000000E-01	1.498271E+01	1.070433E+01	5.000000E+00	2.900000E+01	7.370000E+02
1.500000E-02	5.000000E-01	1.138348E+01	8.660519E+00	4.000000E+00	3.800000E+01	7.250000E+02
2.500000E-02	5.000000E-01	1.745835E+00	3.300312E+00	1.000000E+00	3.600000E+01	8.040000E+02
3.500000E-02	5.000000E-01	1.812535E+00	3.384822E+00	1.000000E+00	3.600000E+01	7.380000E+02
4.500000E-02	5.000000E-01	2.091079E+00	3.752151E+00	1.000000E+00	3.200000E+01	7.270000E+02
5.500000E-02	5.000000E-01	2.387872E+00	4.155175E+00	1.000000E+00	2.800000E+01	7.110000E+02
6.500000E-02	5.000000E-01	1.192819E+01	9.474128E+00	4.000000E+00	2.600000E+01	7.420000E+02
7.500000E-02	5.000000E-01	8.528715E+00	7.714428E+00	3.000000E+00	2.600000E+01	7.660000E+02
8.500000E-02	5.000000E-01	7.933187E+00	6.970057E+00	3.000000E+00	3.600000E+01	7.620000E+02
9.500000E-02	5.000000E-01	9.127255E+00	7.954195E+00	3.000000E+00	3.500000E+01	6.560000E+02
1.050000E-01	5.000000E-01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	3.500000E+01	7.800000E+02
1.150000E-01	5.000000E-01	8.466273E+00	7.513535E+00	3.000000E+00	3.100000E+01	7.400000E+02



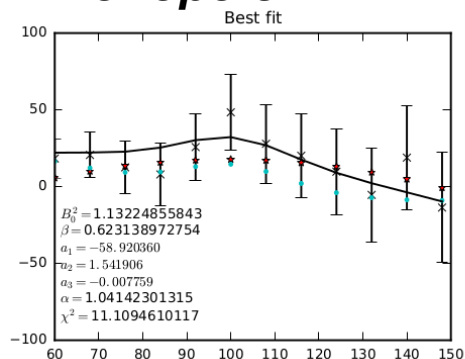


# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates

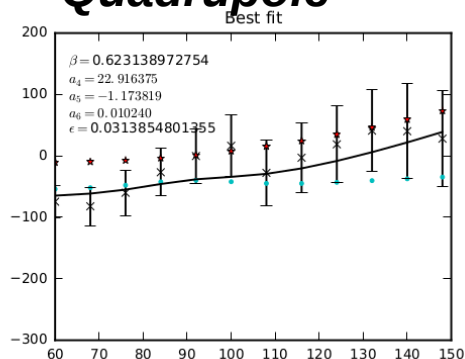
## Análisis posteriores.

*qpm\_mock\_ELGchunk21\_SGC\_0070*

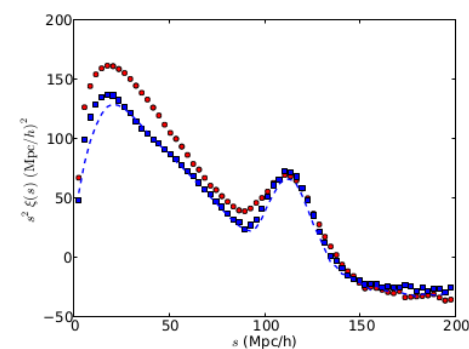
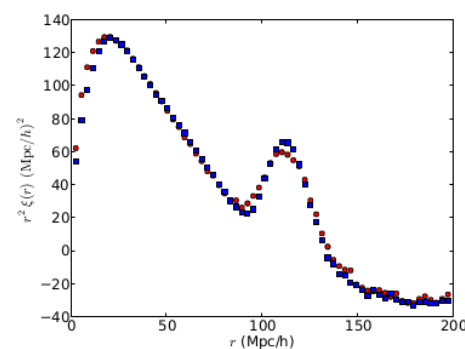
**Monopole**



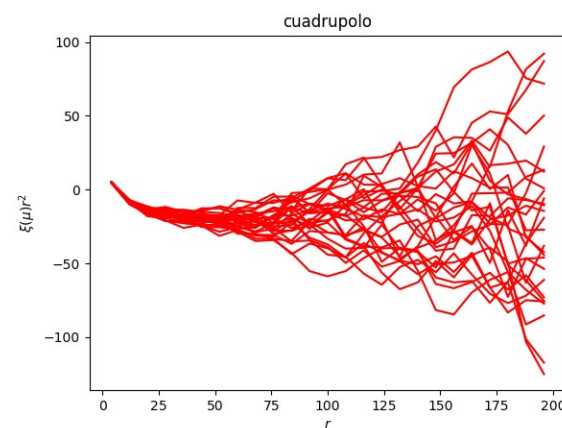
**Quadrupole**



- Utilizando DD,DR,RR se calcula  $\xi(r,\mu)$  con el estimador Landy-Szalay



- Calculamos el monopolo y cuadrupolo correspondientes.
- Oscilaciones Acústicas de Bariones.
- Fitting analisis



# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates Instalación

- De dónde descargas CUTE:

**<https://github.com/damonge/CUTE>**

En linux:

- **git clone <https://github.com/damonge/CUTE.git>**

## **Dependencias para compilar y ejecutar CUTE:**

- **Compilador C gcc**
- **Bibliotecas GSL**
- **Bibliotecas OpenMP**

## **Para ejecutar CUTE:**

- **Generar el ejecutable de CUTE:**  
**make CUTE**
- **Correr el programa:**  
**./CUTE <param\_file>**



# CUTE-Correlation Utilities and Two-point Estimates En Resumen

- Calcula funciones de correlación de dos puntos
- Utiliza estimadores

## Para Utilizar CUTE:

- Descargar
- Instalar dependencias, modificar el makefile
- Archivo de parámetros
- Crear ejecutable
- Correr el programa
- Realizar análisis de los datos

## Referencias:

- **arXiv:1210.1833v2 [astro-ph.IM] 20 Jun 2013.**  
CUTE solutions for two-point correlations from large cosmological datasets. David Alonso.
- **README** <https://github.com/damonge/CUTE/tree/master/CUTE>

