

Enunciado:

Resuelva los siguientes ejercicios sobre análisis de algoritmos, mejor y peor caso, caso promedio y reglar para el cálculo de tiempos de ejecución.

1. Suponga que $T_1(N) = O(f(N))$ y $T_2(N) = O(f(N))$. Demuestre que no siempre es cierto que

$$\frac{T_1(N)}{T_2(N)} = O(f(N)).$$

Recuerde que de la definición de $O(f(N))$ tenemos que

$$\exists c_i, n_i > 0 \text{ t.q. } T_i(N) \leq c_i f(N) \forall N \geq n_i, i = 1, 2$$

PISTA: Suponga el caso $f(N) = N$, $T_1(N) = 1$ y $T_2(N) = N^{-2}$.

2. Demuestre que si $T_1(N) = O(f(N))$ y $T_2(N) = O(f(N))$ entonces

$$T_1(N) - T_2(N) = O(f(N)).$$

Recuerde que de la definición de $O(f(N))$ tenemos que

$$\exists c_i, n_i > 0 \text{ t.q. } T_i(N) \leq c_i f(N) \forall N \geq n_i, i = 1, 2$$

- a) Suponga inicialmente que $c_1 > c_2$. Demuestre que existen n y c t.q si $N \geq n$, $T_1(N) - T_2(N) \leq cf(N)$
 - b) Suponga ahora que $c_1 \leq c_2$. Muestre primero que existe $n > 0$ t.q si $N \geq n$, $T_1(N) \leq (c_2 + 1)f(N)$.
Demuestre entonces que $T_1(N) - T_2(N) \leq cf(N)$
 - c) Concluya
3. Un algoritmo ejecuta en 0,5 ms para un conjunto de datos de entrada de tamaño 100. ¿Cuál es el tamaño del conjunto de datos de entrada si el algoritmo ejecuta durante 1 minuto, si su tiempo de ejecución $T(N)$ es alguno de las siguientes opciones?
 - a) Logarítmico
 - b) Cuadrático
 - c) Cúbico
 4. Para cada uno de los siguientes fragmentos de código haga un análisis del tiempo de ejecución en términos de notación $O(f(n))$, $\Omega(g(n))$ y $\Theta(h(n))$.

```
a) for (i = 0; i < n; ++i)
    for (j = 0; j < n * n; ++j)
        ++sum;
```

```
b) | for (i = 0; i < n; ++i)
    |     for (j = 0; j < i; ++j)
    |         ++sum;

c) | for (i = 0; i < n; ++i)
    |     for (j = 0; j < i * i; ++j)
    |         for (k = 0; k < j; ++k)
    |             ++sum;

d) | for (i = 1; i < n; ++i)
    |     for (j = 1; j < i * i; ++j)
    |         if (j % i == 0)
    |             for (k = 0; k < j; ++k)
    |                 ++sum;
```