

# **Aplicação da Transformada de Fourier no Reconhecimento de Notas Musicais Produzidas pela Flauta Doce**

**Marianna de Pinho Severo, Paulo Armando Cavalcante Aguilar**

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Campus Quixadá

Av. José de Freitas Queiroz, 5003 – Cedro Novo, Quixadá – CE, 63902-580 – Brasil)

`mariannapinho@alu.ufc.br`

## **1. Introdução**

A forma como as pessoas se comunicam, a análise de fenômenos da natureza, as previsões da bolsa de valores e os métodos empregados em tratamentos médicos, entre tantas outras áreas de atividades, estão fortemente relacionadas com aplicações do conceito de sinais. Um sinal pode ser definido como uma função matemática que contém valores que podem ser analisados ou modificados, de forma a obter informações e alterar características do meio. O ramo de atividades que lida com o tratamento de sinais, e o aperfeiçoamento das técnicas e ferramentas empregadas para esse fim, é chamado de Processamento de Sinais, e, dependendo da natureza do sinal, pode ser Analógico ou Digital.

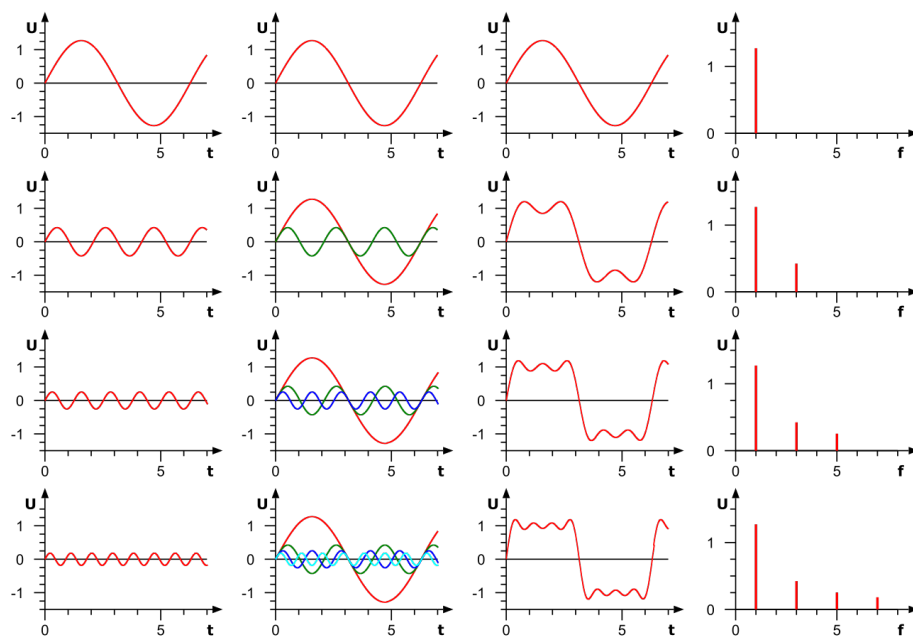
Com desenvolvimento da Eletrônica Digital e da Computação, o Processamento Digital de Sinais tornou-se um dos principais campos de estudos nos últimos anos. Diversos dispositivos que utilizamos em nosso dia a dia - como o computador, o *smartphone*, a câmera digital, entre tantos outros -, baseiam-se na utilização de sinais digitais, e muitos daqueles que se baseavam fortemente em sinais analógicos vem tendo várias de suas características alteradas, como por exemplo, os sistemas de telecomunicações.

Para o tratamento de sinais, diversas técnicas matemáticas podem ser aplicadas, dependendo da natureza daqueles e da finalidade de seu processamento. Neste trabalho, apresentamos uma aplicação da Transformada de Fourier para o reconhecimento de notas musicais soadas por uma flauta doce em um determinado trecho de áudio, com o objetivo de aperfeiçoar os conhecimentos obtidos na disciplina de Sinais e Sistemas.

Nesta seção, apresentamos uma visão geral sobre processamento de sinais e o trabalho realizado. Na Seção 2, apresentamos as séries e transformadas de Fourier. Na Seção 3, descrevemos os passos adotados no desenvolvimento do projeto. E, por fim, na Seção 4, apresentamos os resultados e trabalhos futuros.

## **2. Séries e Transformadas de Fourier**

No início do século XIX, durante seus estudos sobre o fluxo de calor em barras de metal, Fourier percebeu que a distribuição da temperatura de um corpo poderia ser representada por uma série de senóides harmonicamente relacionadas. Em outras palavras, ele enunciou que sinais periódicos podem ser compostos pela soma de outros sinais periódicos, cujas frequências são múltiplas da frequência fundamental, conforme observamos na Figura 1. Esses sinais podem ser senóides ou exponenciais complexas. Posteriormente, um enunciado semelhante foi realizado para sinais não periódicos.



**Figura 1. Composição de Sinais e Transformação para o Domínio da Frequência**

Desses enunciados surgiram dois métodos matemáticos muito importantes para o campo de processamento de sinais, que foram a Série de Fourier e a Transformada de Fourier. Embora levem apenas o nome de Fourier, muitos outros estudiosos contribuíram para a teoria atualmente conhecida. A Série de Fourier é aplicada para sinais periódicos, enquanto a Transformada é utilizada para a análise de sinais não periódicos. Entretanto, ambas podem ser classificadas em discretas e contínuas.

Para cada modelo, contínuo ou discreto, existem dois métodos que podem ser aplicados seguindo os enunciados de Fourier. O primeiro deles, que chamamos de Equação de Análise - na Série - ou Transformada de Fourier - na Transformada -, consiste na decomposição de um sinal, que está no domínio do tempo, em suas componentes harmônicas, representado-nas no domínio da frequência, conforme a Figura 1, através do cálculo de coeficientes complexos que contêm informações de fase e amplitude do sinal. O segundo método, chamado de Equação de Síntese - na Série - ou Transformada Inversa de Fourier - na Transformada -, consiste na aplicação da transformada ou da série para a composição de um sinal, a partir de suas harmônicas. Ou seja, da soma de todos os sinais ponderados por seus coeficientes complexos. Essas fórmulas podem ser observadas abaixo, para sinais contínuos e discretos.

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} \quad (1)$$

Equação de Síntese para um Sinal Contínuo - Série de Fourier

$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (2)$$

Equação de Análise para um Sinal Contínuo - Série de Fourier

$$x[n] = \sum_{k=-N}^N a_k e^{jk\omega_0 n} \quad (3)$$

Equação de Síntese para um Sinal Discreto - Série de Fourier

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-jk\omega_0 n} \quad (4)$$

Equação de Análise para um Sinal Discreto - Série de Fourier

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5)$$

Transformada Inversa de Fourier para um Sinal Contínuo

$$X(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (6)$$

Transformada de Fourier para um Sinal Contínuo

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (7)$$

Equação de Análise para um Sinal Discreto - Transformada de Fourier

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} \quad (8)$$

Transformada de Fourier de Tempo Discreto

Os computadores e muitos outros dispositivos digitais trabalham com sinais discretos. Visando criar uma ferramenta computacional capaz de realizar a Transformada de Fourier nesse contexto, surgiu a Transformada Rápida de Fourier, que se baseia na versão de tempo discreto desse método e busca uma otimização em relação aos algoritmos já existentes.

### 3. Trabalho Realizado

#### 3.1. Visão Geral

Todo instrumento musical possui uma série de características que determinam como seu som é produzido, o que chamamos de timbre ou "assinatura sonora". O timbre é a característica do som que nos permite diferenciar entre várias instrumentos diferentes que soam a mesma nota, como mostrado em [1]. Dentre as diversas variáveis que o determinam, como o formato e o material de que é feito instrumento, os quais contribuem para a construção de um envelope sonoro característico, estão a quantidade de frequências harmônicas que eles produzem.

Segundo [2], os três primeiros harmônicos produzidos por uma flauta são os de maior intensidade, sendo possível utilizá-los para realizar diversos tipos de análise sobre esse instrumento. Pela simplicidade que esta característica apresenta para a análise proposta neste trabalho, a flauta foi o instrumento escolhido para sua realização, especificamente, a flauta doce, como mostrada na Figura 2, que é um instrumento acessível e de mais baixo custo.



**Figura 2. Flauta Doce**

Como podemos perceber, a música possui uma estreita relação com a matemática, e, também, com a análise de sinais. Um dos conceitos musicais em que podemos observar essa relação são as escalas, que consistem em conjuntos de notas musicais agrupadas segundo algum padrão de intervalo entre frequências. Esses padrões são normalmente divididos em dois tipos principais: um intervalo de SEMITOM, que pode ser definido como a menor distância entre duas notas; e um intervalo de TOM, que consiste na soma de dois SEMITONS. O tipo mais básico de escalas que existem são as escalas naturais, que seguem o padrão TOM-TOM-SEMITOM-TOM-TOM-TOM-SEMITOM. Neste trabalho, as notas escolhidas para serem reconhecidas foram as que compõem a escala natural de DÓ Maior, conforme representado na Figura 3.



**Figura 3. Escala Natural de Dó Maior**

Outro importante conceito que relaciona música e processamento de sinais é o de Oitavas. Na música, uma oitava corresponde a um intervalo entre duas notas iguais, mas de frequências múltiplas, ou seja, a um intervalo de uma harmônica, no estudo de sinais. Com esses dois atributos, podemos estabelecer a relação entre sons mais graves ou mais agudos, com frequências menores e maiores, respectivamente. Para o desenvolvimento deste trabalho, foram escolhidas as notas que vão do Dó na 5 oitava - ou quinta harmônica - até o Dó na 6 oitava, por serem as frequências produzidas pela flauta escolhida. Na Figura 4, podemos observar uma tabela com as notas musicais, suas frequências e como são classificadas em oitavas.

### 3.2. Implementação

Para a implementação do projeto, utilizamos três plataformas de software diferentes, de acordo com as necessidades de gravação do áudio, tratamento do sinal aplicando a Transformada Rápida de Fourier, e reconhecimento das notas a partir dos valores de frequência obtidos.

NOTAS	1	2	3	4	5	6	7
1 C	32,703196	65,406391	130,81278	261,62557	523,25113	1046,5023	2093,0045
2 C#	34,647829	69,295658	138,59132	277,18263	554,36526	1108,7305	2217,461
3 D	36,708096	73,416192	146,83238	293,66477	587,32954	1174,6591	2349,3181
4 D#	38,890873	77,781746	155,56349	311,12698	622,25397	1244,5079	2489,0159
5 E	41,203445	82,406889	164,81378	329,62756	659,25511	1318,5102	2637,0205
6 F	43,653529	87,307058	174,61412	349,22823	698,45646	1396,9129	2793,8259
7 F#	46,249303	92,498606	184,99721	369,99442	739,98885	1479,9777	2959,9554
8 G	48,999429	97,998859	195,99772	391,99544	783,99087	1567,9817	3135,9635
9 G#	51,913087	103,82617	207,65235	415,3047	830,6094	1661,2188	3322,4376
10 A	55	110	220	440	880	1760	3520
11 A#	58,27047	116,54094	233,08188	466,16376	932,32752	1864,655	3729,3101
12 B	61,735413	123,47083	246,94165	493,8833	987,7666	1975,5332	3951,0664

Figura 4. Notas musicais e suas frequências

Para a gravação do áudio, foi utilizada a plataforma Audacity, que nos permite exportar áudios no formato .wav. Podemos observar um exemplo na Figura 5.

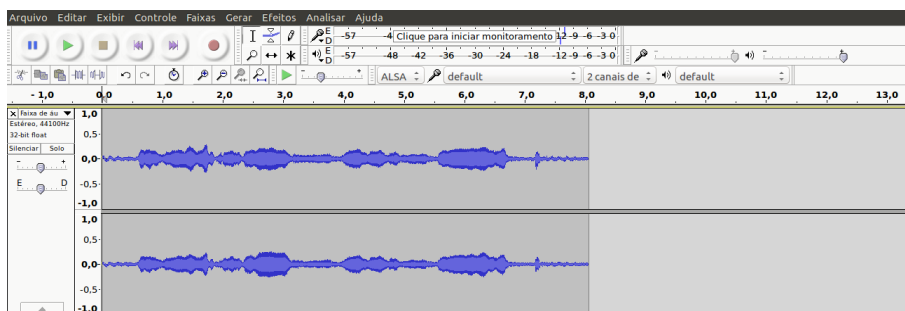


Figura 5. Exemplo de áudio gravado no software Audacity

A segunda etapa de implementação diz respeito ao tratamento do sinal de áudio gravado, realizado por meio do software GNU Octave. O código desenvolvido baseia-se no fornecido em [3]. Ela consiste em três etapas principais:

1. **Leitura do arquivo de áudio:** Nesta etapa, realizamos a leitura de todos os valores do sinal, os quais são armazenados em uma matriz  $N \times 1$ , a qual chamamos de **sf**, e de sua taxa de amostragem, que foi armazenada na variável **Fs**. Podemos observar o comando utilizado na Figura 6.

```
[sf, Fs] = audioread('notas.wav');
```

Figura 6. Comando para leitura do arquivo de áudio

A taxa de amostragem de um sinal é um importante atributo, pois corresponde à quantidade de amostras que obtivemos em um determinado intervalo de tempo, podendo ser vista como uma frequência [4].

2. **Tamanho da amostra e duração do áudio:** O segundo passo a ser realizado foi a obtenção da quantidade de amostras a serem tratadas, sendo esse valor determinado pela duração do arquivo de áudio. Foi escolhida a duração máxima

e foram estabelecidos instantes de tempo para cada amostra, armazenando-os em um vetor chamado **dt**, conforme mostra a Figura 7. **Ts** é o período do sinal, dado pela relação  $T_s = \frac{1}{F_s}$ .

```
dt = [0:Ts: (length(sf)/Fs)-Ts];
```

**Figura 7. Tamanho da amostra e instantes medidos**

O vetor **dt** é muito importante, pois, analisaremos todo o sinal conforme percorremos suas colunas.

3. **Aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT):** Essa etapa pode ser dividida em quatro estágios, que são: a leitura de um trecho do sinal, o qual é determinado pelo valor de **F<sub>s</sub>**; a aplicação da FFT ao trecho do sinal escolhido, obtendo os coeficientes complexos, que possuem informações sobre amplitude e fase do sinal; a normalização dos eixos das frequências e das amplitudes; e, por último, a obtenção dos picos do sinal, que correspondem aos maiores ganhos, a partir dos coeficientes obtidos pela FFT, e das frequências correspondentes, realizando a gravação desses dois atributos em arquivos para posterior tratamento.

Obter as frequências para as quais o sinal possui os maiores ganhos foi a estratégia utilizada para identificar as fundamentais do som e, conseqüentemente, a nota emitida. Lembrando que, na flauta, as três primeiras fundamentais são as que possuem maior ganho. Sempre ao final da gravação de uma nova sequência de picos e frequências nos arquivos, também foram colocadas *flags* - que tinham um valor diferente do que poderia ser obtido a partir dos atributos de interesse -, de forma a separar os trechos.

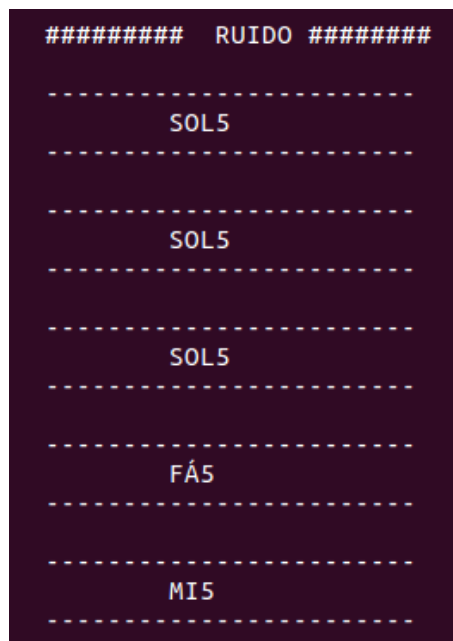
A última etapa do processo, que corresponde ao reconhecimento da nota emitida, foi implementada em um programa escrito na linguagem de programação C. No código, foi criado um vetor contendo a frequência de cada nota que pode ser identificada, de acordo com os valores da tabela apresentada na Figura 4.

O primeiro passo a ser realizado, é a leitura dos arquivos em que os valores de pico e as frequências correspondentes foram salvos. Depois, para cada trecho obtido, procura-se o maior valor de pico e então captura-se a frequência que o possui. Uma vez obtida esta frequência, percorremos o vetor que contém as notas, subtraindo-se o valor da frequência obtida e daquela armazenada na posição atual do vetor. Durante a movimentação ao longo do vetor, salva-se a posição da frequência cuja diferença foi a menor. Por fim, esta posição é usada em um *switch case* que imprime a nota correspondente à frequência, conforme pode ser observado no exemplo da Figura 8.

#### **4. Resultados e Trabalho Futuros**

Embora tenhamos conseguido identificar as notas emitidas pela flauta doce, limitamos a duração necessária da nota para que seja possível realizar o reconhecimento. Dessa forma, as notas emitidas precisam atender a um tempo mínimo fixo.

Outra questão importante é o tratamento de ruídos. Em alguns casos, devido aos sons do ambiente durante o momento de gravação, foram capturadas frequências



**Figura 8. Saída do programa para um áudio de exemplo**

com elevados ganhos, mas distantes dos valores estabelecidos para as notas que podem ser reconhecidas. Como tratamento parcial desse problema, classificamos todas as frequências menores do que a da nota mais grave (DÓ5) ou maiores do que a da nota mais aguda (DÓ6) como ruído.

Para trabalhos futuros, planeja-se aumentar o escopo de notas que podem ser identificadas; aperfeiçoar o método de reconhecimento; resolver o problema da duração mínima da nota; tratar de maneira mais eficaz os ruídos; ser capaz de identificar as notas de outros instrumentos musicais; e unificar os softwares responsáveis pelas etapas de tratamento do sinal e reconhecimento das notas.

## Referências

- [1] M. S. e Adoração, “Características do som – a transformada de fourier.”
- [2] S. Nascimento, J. Dantas, P. C. de Souza Segundo, and C. Santos, “Espectro sonoro da flauta transversal,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 37, no. 2, p. 2305, 2015.
- [3] asraf mohamed, “Simple and easy tutorial on fft fast fourier transform matlab part 2.”
- [4] D. de bordo de Oficina Multimédia B, “Áudio digital: Frequência de amostragem, bits por amostra e critério de nyquist.”