IMÁGENES DIGITALES

EJERCICIO 1: (HISTOGRAMA)
Considere el siguiente fragmento de una imagen y represente su histograma. El rango de niveles de gris es: 0 – 8.

4	5	5	7
7	5	7	8
4	5	6	5
8	6	5	7

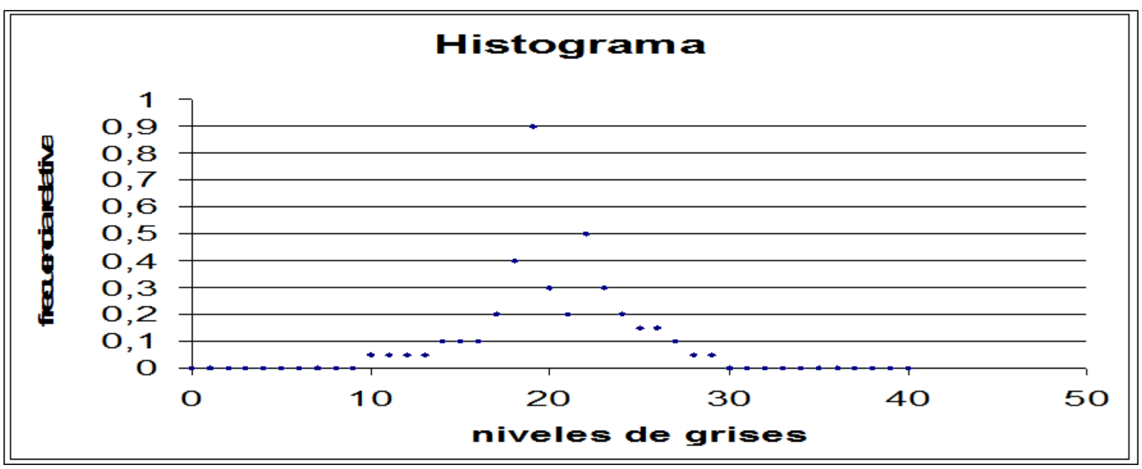
EJERCICIO 2:
Considere el siguiente fragmento de una imagen y represente su histograma. El rango de niveles de gris es: 0 – 9.

2	2	3	3	1	8
3	1	4	8	7	4
9	7	5	5	5	6
1	2	3	1	3	2
6	6	7	6	3	3
7	7	8	6	9	6

EJERCICIO 3: (EQUALIZACIÓN)
A partir del Histograma del Ejercicio 1, aplique el proceso de Equalización a la imagen.

EJERCICIO 4:
A partir del Histograma del Ejercicio 2, aplique el proceso de Equalización a la imagen.

EJERCICIO 5:
Haga la lectura del siguiente Histograma y obtenga los datos necesarios para aplicar la operación de Equalización. Los niveles de gris están cuantizados de 0 a 40.



EJERCICIO 6:
Utilice el Software didáctico Mat Lab y realice:

a) Seleccionar una imagen
b) Representar su Histograma
c) Aplicar la operación Equalización al histograma del punto b.
d) Comparar las imágenes antes y después de equalizar y registre sus conclusiones.

EJERCICIO 7:
Utilice el Software didáctico Mat Lab, realice los pasos anteriores para varias imágenes y responda si la operación de equalización modifica a las imágenes siempre de la misma forma.

EJERCICIO 8: (FILTROS VALOR MEDIO – MEDIANA)
A partir de los siguientes vectores representativos de intensidades de los pixeles de una fila en una imagen, aplique las operaciones indicadas.

Vectores	Filtro del Valor Medio	Filtro de la Mediana
60 130 90 80 120		
180 80 60 80 170		
20 20 10 25 30 50 25		

EJERCICIO 9:
Considere el siguiente fragmento de una imagen y realice:
a) Aplicar Filtro de la Mediana de vecindad 3x3
b) Aplicar Filtro de Valor Medio de vecindad 3x3

2	9	4	50	2	4	3	10	2	1
4	3	1	3	30	1	4	2	40	3
10	20	1	4	9	1	3	50	3	3
10	3	3	20	50	60	11	3	3	2
50	1	1	10	4	3	9	1	1	2
3	3	10	1	1	1	2	4	5	6

EJERCICIO 10:
Considere el siguiente fragmento de una imagen y realice:
a) Obtener su Histograma
b) Graficar el Histograma
c) Aplicar la operación de Equalización
d) Graficar el Histograma equalizado

La imagen está cuantizada en 16 niveles de gris representados según un número binario de 4 bits (0000a 1111).

3	3	4	6	7	7	7	7	8	8
4	4	6	6	7	7	7	7	8	8
6	6	6	6	7	7	7	7	8	8
7	7	7	6	6	6	8	8	8	8
7	7	7	6	6	6	6	6	6	6
9	8	7	7	7	7	6	6	6	6
9	9	8	7	7	7	6	6	6	6
9	9	8	8	8	8	6	6	6	6
6	6	6	6	8	8	6	5	5	5
6	6	6	6	8	8	6	6	3	3

EJERCICIO 11:
Considere el siguiente fragmento de una imagen y realice:
a) Obtener su Histograma
b) Graficar el Histograma
c) Aplicar la operación de Equalización
d) Graficar el Histograma equalizado

La imagen está cuantizada en 16 niveles de gris representados según un número binario de 4 bits (0000a 1111).

8	5	5	5	8	8	5	5	5	8
5	2	2	5	5	5	2	2	5	8
5	4	4	2	5	2	5	2	5	8
5	4	4	4	2	5	5	5	5	8
5	5	4	4	4	5	5	5	5	8
8	5	5	4	4	5	5	5	5	8
8	8	5	5	5	5	5	8	8	8
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8

EJERCICIO 12:
Utilice el Software didáctico Mat Lab y realice:
a) Seleccionar una imagen
b) Aplicar Filtro de Valor Medio con vecindad a elección
c) Almacenar la imagen filtrada
d) Seleccionar nuevamente la misma imagen
e) Aplicar Filtro de Mediana con vecindad a elección
f) Almacenar la imagen filtrada
g) Comparar las tres imágenes y registrar sus conclusiones

EJERCICIO 13:
Considere los datos consignados en la siguiente tabla y aplique:
a) Filtro de la Mediana con ventana 1x3
b) Filtro de Valor Medio con ventana 1x3
c) Filtro de la Mediana con ventana 1x5
d) Filtro de Valor Medio con ventana 1x5
e) Graficar la imagen original y cada una de las imágenes resultantes de las operaciones de filtrado

N	Y(n)
1	25
2	25
3	25
4	70
5	70
6	100
7	100
8	70
9	100
10	25
11	25

EJERCICIO 14:
Utilice el Software didáctico Mat Lab y realice:
a) Seleccionar una imagen
b) Aplicar Filtro de Valor Medio con vecindad 1x3
c) Almacenar la imagen filtrada
d) Seleccionar nuevamente la misma imagen
e) Aplicar Filtro de Mediana con vecindad 1x3
f) Almacenar la imagen filtrada
g) Repetir los pasos b), c), d), e), f), con vecindad 1x5
h) Comparar las cinco imágenes y registre sus conclusiones

EJERCICIO 15:
Considere el siguiente fragmento de una imagen y responda:

a) ¿Cuál es la imagen que se obtiene de aplicar un Filtro de Mediana de 3x3
b) ¿Cuál es la imagen que se obtiene de aplicar un Filtro de Valor Medio de 3x3

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	15	2	2	12	2	2	2	10	2
2	15	2	12	15	12	2	9	2	2
2	2	12	15	15	15	12	2	2	2
2	12	15	15	15	15	15	12	2	2
2	12	15	15	15	15	15	12	2	2
2	12	15	15	15	15	15	12	2	2
2	12	12	12	12	12	12	12	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	10	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

EJERCICIO 16: (CONVOLUCIÓN GAUSSIANA)

A partir del siguiente vector representativo de intensidades de los pixeles de una fila en una imagen, realice:

a) Representar su Histograma
b) Aplicar Filtro de Convolución Gaussiana con máscara: 3 2 7 18 8 1 2
c) Representar su Histograma

2	4	7	6	2	3	1	2	5	7	6	2	5	8	1	3	6	9	1	3	4

EJERCICIO 17:
Utilice el Software didáctico Mat Lab y realice:

a) Seleccionar una imagen
b) Aplicar Filtro de Convolución Gaussiana con vecindad 3x3 y máscara a elección
c) Comparar la imagen original y la obtenida luego de aplicar Convolución Gaussiana, registrar las conclusiones

EJERCICIO 18:
Utilice el Software didáctico Mat Lab y realice:

a) Seleccionar una imagen
b) Aplicar los distintos Filtros de Convolución que ofrece el software
c) Almacenar cada imagen obtenida
d) Comparar para la misma imagen, todas las opciones obtenidas y registrar conclusiones
e) Repetir desde el punto a) hasta el punto d) para distintas imágenes y sacar conclusiones, respecto de la utilidad de los distintos filtros y si se comportan de igual forma para distintas imágenes

EJERCICIO 19: (CONVOLUCIÓN)
A partir de los siguientes datos aplicar la operación de Convolución y registrar las conclusiones a las que se arriba.

Porción de imagen 1:

10	10	8	2	2
1	10	2	10	2
3	10	2	10	3
3	10	1	2	0
5	10	8	3	7

Máscara:

1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

Porción de imagen 2: Máscara:

7	6	7	2	0
7	7	5	6	6
7	6	5	7	7
5	6	5	2	0
5	7	3	6	2

1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

Porción de imagen 3: Máscara:

1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

Porción de imagen 4: Máscara:

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

1	1	1
0	0	0
-1	-1	-1

Porción de imagen 5: Máscara:

1	1	1	1	1
1	1	1	1	0
1	1	1	0	0
1	1	0	0	0
1	0	0	0	0

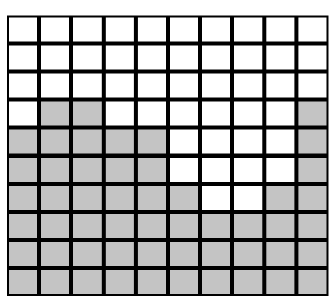
1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

EJERCICIO 20: (DETECCIÓN DE CONTORNO BINARIO)

A partir de la siguiente imagen binaria, se pide:

a) Dibujar la imagen resultante al considerar el borde contenido en el objeto blanco
b) Dibujar la imagen resultante al considerar el borde contenido en el objeto negro

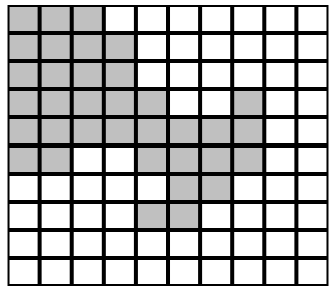
Para ello tenga en cuenta que g=1 fondo blanco y g=0 fondo negro. Se realiza un giro a izquierda (-90º) si g(x,y)=0 y giro a derecha (+90º) si g(x,y)=1.



EJERCICIO 21:
A partir de la siguiente imagen binaria, se pide:

a) Dibujar la imagen resultante al considerar el borde contenido en el objeto blanco
b) Dibujar la imagen resultante al considerar el borde contenido en el objeto negro

Para ello tenga en cuenta que g=1 fondo blanco y g=0 fondo negro. Se realiza un giro a izquierda (-90º) si g(x,y)=0 y giro a derecha (+90º) si g(x,y)=1.



EJERCICIO 22: (TRANSF. DE HOUGH) (CASO PRÁCTICO BÁSICO PARA RECTAS)

Dados los siguientes puntos (x_i,y_i) representados en el plano xy: (1,3), (2,1), (2,3), (1,4), (2,5), (2,4), (3,5), (1,1), (2,2), (2,5), establezca la unión de puntos de frontera, determinando si se encuentran o no en una curva de zona arbitraria. Para ello:

a) Considerar la ecuación general de una recta en forma explícita: $y_i = ax_i + b$
b) Sabiendo que existen un número infinito de líneas que pasan por (x_i,y_i) satisfaciendo todos la ecuación para valores variables de a y b; expresar la ecuación de una recta en función de b: $b = -x_i\, a + y_i$
c) Confeccionar una tabla para cada punto (x_i,y_i) donde variará los valores de “a” para obtener los valores de “b”.
d) Considerar el plano ab (también llamado “Espacio de Parámetros”) y graficar la recta obtenida para cada par (x_i,y_i).
e) Subdividir el Espacio de Parámetros en “Células de Acumulación”.
f) Identificar a aquellos puntos por los cuales pasan más rectas.
g) Identificar a qué puntos del plano xy corresponden.
h) Determinar la frontera.

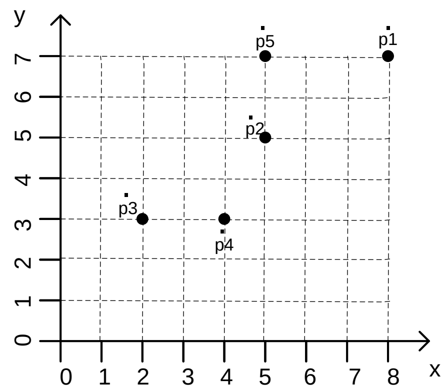
EJERCICIO 23:

A partir de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior y sabiendo que el método de la Transformada de Hough utiliza, en realidad, la representación normal de una recta: $x\cos\theta + y\,\mathrm{sen}\theta = \rho$, responda:

a) ¿Cómo son representados los puntos con la ecuación general de una recta y cómo con la representación normal?
b) ¿Qué tan bueno es este método en la detección de bordes?

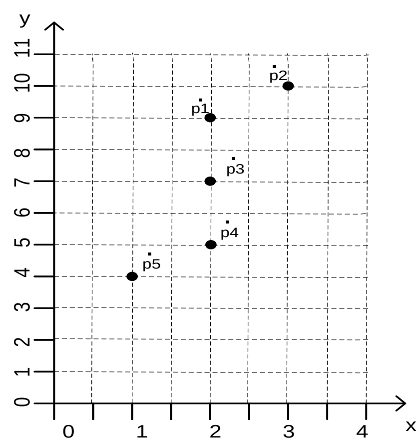
EJERCICIO 24:

A partir de los puntos representados en el plano xy en la figura que sigue, encontrar las infinitas rectas que pasan por ellos, expresados por una recta en el plano de los parámetros ab. Observando el espacio de parámetros, ¿Cuál es la recta que contiene a los puntos *p1, p2, p3?* Justificar.



EJERCICIO 25:

Utilizar el método de la Transformada de Hough en coordenadas rectangulares y encontrar todas las posibles rectas que pueden formarse con los puntos ubicados en el plano xy, que se muestran en la siguiente figura.



EJERCICIO 26:

Utilice el Software didáctico Mat Lab y realice:

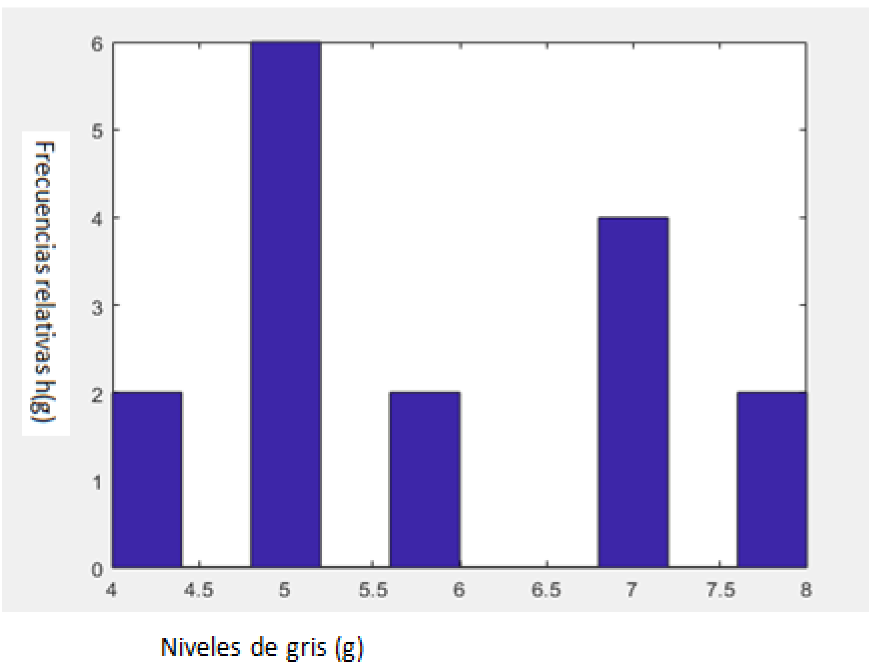
a) Cargar todos los puntos del plano xy del ejercicio anterior
b) Resolver el ejercicio con coordenadas polares
c) Sacar conclusiones y registrar

EJERCICIOS DE REPASO DE VISION ARTIFICIAL

EJERCICIO 1: (HISTOGRAMA)
Considere el siguiente fragmento de una imagen y represente su histograma. El rango de niveles de gris es: 0 – 8.

4	5	5	7
7	5	7	8
4	5	6	5
8	6	5	7

g (nivel de gris)	h(g) frecuencias relativas de niveles de gris	h(g) frecuencias absolutas o normalizadas de niveles de gris
0	0	0
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	2	2/16= 0,125
5	6	6/16= 0,375
6	2	2/16= 0,125
7	4	4/16= 0,25
8	2	2/16= 0,125
	∑h(g)= 16	∑h(g)= 1



EJERCICIO 10:
Considere el siguiente fragmento de una imagen y realice:

a) Obtener su Histograma
b) Graficar el Histograma
c) Aplicar la operación de Equalización
d) Graficar el Histograma equalizado

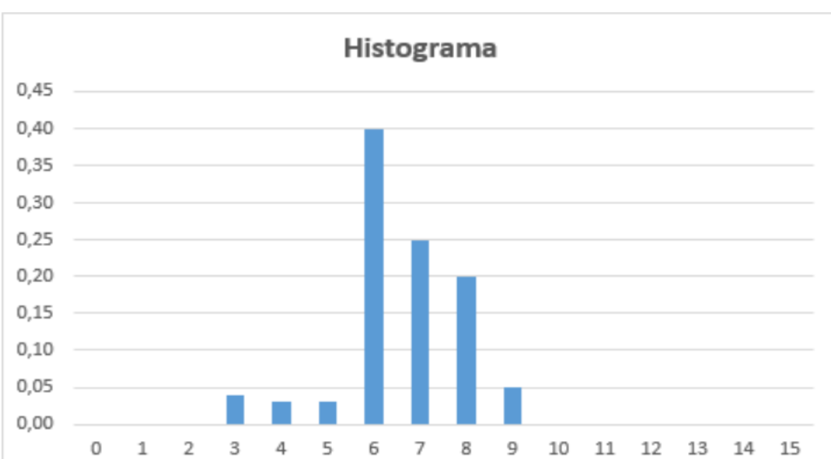
La imagen está cuantizada en 16 niveles de gris representados según un número binario de 4 bits (0000a 1111).

3	3	4	6	7	7	7	7	8	8
4	4	6	6	7	7	7	7	8	8
6	6	6	6	7	7	7	7	8	8
7	7	7	6	6	6	8	8	8	8
7	7	7	6	6	6	6	6	6	6
9	8	7	7	7	7	6	6	6	6
9	9	8	7	7	7	6	6	6	6
9	9	8	8	8	8	6	6	6	6
6	6	6	6	8	8	6	5	5	5
6	6	6	6	8	8	6	6	3	3

a) A partir de estos datos, vamos a obtener su histograma:

Nivel de gris (g)	Frecuencia	h(g)
0	0	0,00
1	0	0,00
2	0	0,00
3	4	0,04
4	3	0,03
5	3	0,03
6	40	0,40
7	25	0,25
8	20	0,20
9	5	0,05
10	0	0,00
11	0	0,00
12	0	0,00
13	0	0,00
14	0	0,00
15	0	0,00
	100	1

b)

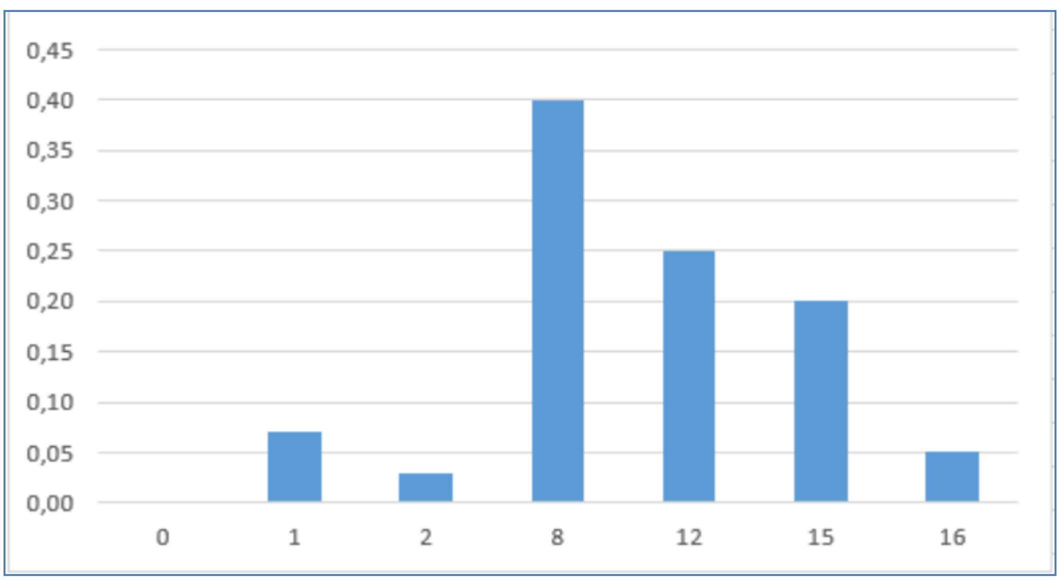


c) Tabla de Equalización:

g	h(g)	Δg = 16.h(g)	g'(g)	g'(g) Entero
0	0,00	0	0	0
1	0,00	0	0	0
2	0,00	0	0	0
3	0,04	0,64	0,64	1
4	0,03	0,48	1,12	1
5	0,03	0,48	1,6	2
6	0,40	6,4	8	8
7	0,25	4	12	12
8	0,20	3,2	15,2	15
9	0,05	0,8	16	16
10	0,00	0	16	16
11	0,00	0	16	16
12	0,00	0	16	16
13	0,00	0	16	16
14	0,00	0	16	16
15	0,00	0	16	16

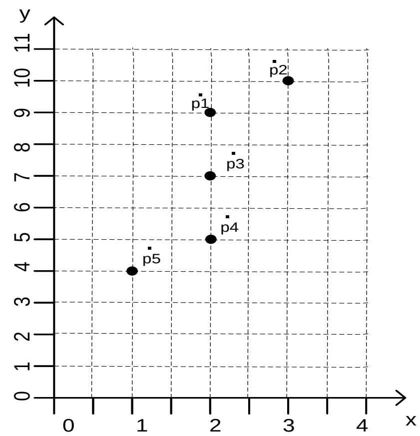
Δ_g = K x h(g)
K= niveles de gris / ∑h(g)
K= 16 / 1 = 16
g´= $g´_{previo}$ + Δ_g

HISTOGRAMA ECUALIZADO



EJERCICIO 25:

Utilizar el método de la Transformada de Hough en coordenadas rectangulares y encontrar todas las posibles rectas que pueden formarse con los puntos ubicados en el plano xy, que se muestran en la siguiente figura.



EJERCICIO 27
Dado el siguiente fragmento de una imagen representar su histograma y luego aplicar el proceso de equalización, considerar los niveles de grises de 0 a 9.

3	1	2	7	5	7
9	8	5	8	2	4
3	2	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

EJERCICIO 28
Dados el siguiente fragmento de una imagen, obtener el resultado de aplicar a la misma el filtro de la mediana de vecindad 3 x 3 y el filtro del valor medio de vecindad 3 x 3

3	1	2	7	5	7
9	8	5	8	2	4
3	2	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

EJERCICIO 29
Dados los siguientes valores de intensidades de los pixeles de una fila en una imagen:

3	1	2	7	5	7	9	8	5	8	2	4

Obtener el resultado de aplicar un filtro de convolución gaussiana con máscara: 1 2 8 20 8 2 1

Soluciones a los ejercicios de repaso de visión artificial

EJERCICIO 25:
El objetivo es encontrar qué puntos de los ubicados en el plano xy forman frontera de algún objeto. Los pasos son:

1) Partir de la ecuación general de una recta en forma explícita $y_i = ax_i + b$, expresar la ecuación en función de b: $b = -x_i\ a + y_i$ y confeccionar una tabla para cada punto (x_i,y_i) donde variará los valores de "a" para obtener los valores de "b".
Entonces al confeccionar la tabla para el punto (x=1,y=4) y considerando la ecuación general de la recta en función de b, podemos darle valores arbitrarios a "a" y obtener valores para "b" para luego ir al plano "ab" y trazar estas rectas:

$b = -x_i\ a + y_i$
= -1(1) + 4 resolviendo b sería igual a 3
= -1(2) + 4 resolviendo b sería igual a 2

punto (x=1,y=4)

a	b
1	3
2	2

$b = -x_i\ a + y_i$
= -2(1) + 5 resolviendo b sería igual a 3
= -2(2) + 5 resolviendo b sería igual a 1

punto (x=2,y=5)

a	b
1	3
2	1

$b= -x_i\ a + y_i$
= -2(1) + 7 resolviendo b sería igual a 5
= -2(2) + 7 resolviendo b sería igual a 3

punto (x=2,y=7)

a	b
1	5
2	3

$b = -x_i\ a + y_i$
= -2(1) + 9 resolviendo b sería igual a 7
= -2(2) + 9 resolviendo b sería igual a 5

punto (x=2,y=9)

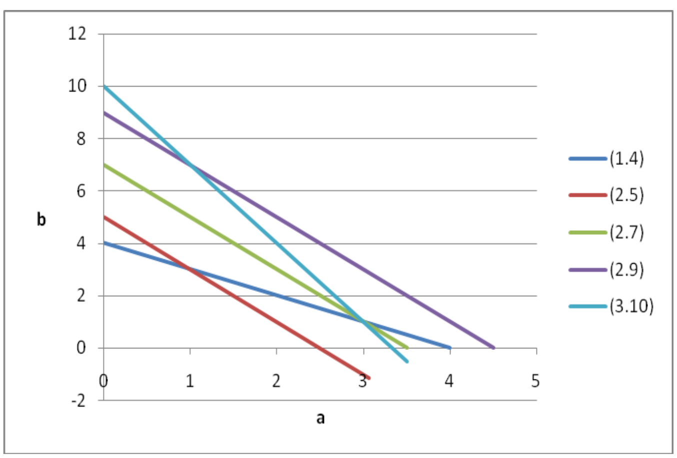
a	b
1	7
2	5

$b = -x_i\ a + y_i$
= -3(1) + 10 resolviendo b sería igual a 7
= -3(2) + 10 resolviendo b sería igual a 4

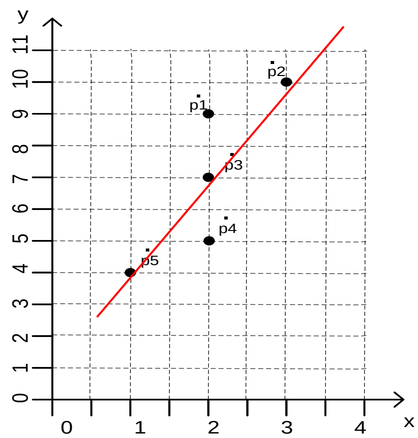
punto (x=3,y=10)

a	b
1	7
2	4

2) Vamos al plano "ab" y graficamos las rectas:



3) Buscamos en el plano "ab" aquel punto donde se cruce el mayor número de rectas. Como vemos en el plano "ab" hay dos puntos donde se cruzan dos rectas en cada uno, pero hay un punto donde se cruzan tres rectas, las mismas son las que corresponden a los puntos (x_i,y_i) : (2,7), (3,10), (1,4); si ubicamos estos puntos en el plano "xy" obtenemos la recta que sería frontera de algún objeto.



El punto (a,b) donde se cruzan es a=3 b=1
Entonces la ecuación general de la recta y= a.x + b
nos queda y= 3x + 1

EJERCICIO 27:
K = niveles de grises (g) / Σ h(g) = 9

1 4/36 = 0.11
2 4/36 = 0.11
3 5/36 = 0.14
4 5/36 = 0.14
5 4/36 = 0.11
6 3/36 = 0.085
7 4/36 = 0.11
8 3/36 = 0.085
9 4/36 = 0.11

1

g	h(g)
1	0.11
2	0.11
3	0.14
4	0.14
5	0.11
6	0.085
7	0.11
8	0.085
9	0.11

g	h(g)	Δg=k*h(g)	g ‘ = g + Δg
0	0	9*0=0	0
1	0.11	9*0.11=0.99	0+0.99= 0.99
2	0.11	9*0.11=0.99	0.99+0.99= 1.98
3	0.14	9*0.14=1.26	1.98 + 1.26=3.24
4	0.14	9*0.14=1.26	3.24+1.26=4.5
5	0.11	9*0.11=0.99	4.5+0.99= 5.49
6	0.085	9*.085=0.765	5.49+0.765=6.255
7	0.11	9*0.11=0.99	6.255+0.99=7.245
8	0.085	9*.085=0.765	7.245+0.765=8.01
9	0.11	9*0.11=0.99	8.01+0.99=9

EJERCICIO 28

Imagen original

3	1	2	7	5	7
9	8	5	8	2	4
3	2	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

Para aplicar un filtro el barrido de la imagen se hace de izquierda a derecha y se va bajando de a una fila:

FILTRO MEDIANA

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

3	1	2
9	8	5
3	2	9

Y si la ordenamos de menor a mayor nos queda

1	2	2
3	3	5
8	9	9

cuyo valor a tomar es 3

3	1	2	7	5	7
9	3	5	8	2	4
3	2	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

1	2	7
8	5	8
2	9	5

Y si la ordenamos de menor a mayor nos queda

1	2	2
5	5	7
8	8	9

cuyo valor a tomar es 5

3	1	2	7	5	7
9	3	5	8	2	4
3	2	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

2	7	5
5	8	2
9	5	4

Y si la ordenamos de menor a mayor nos queda

2	2	4
5	5	5
7	8	9

cuyo valor a tomar es 5

3	1	2	7	5	7
9	3	5	5	2	4
3	2	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

7	5	7
8	2	4
5	4	1

Y si la ordenamos de menor a mayor nos queda

1	2	4
4	5	5
7	7	8

cuyo valor a tomar es 5

3	1	2	7	5	7
9	3	5	5	5	4
3	2	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

Terminado el barrido de esta fila, bajamos una fila y comenzamos desde la izquierda hacia la derecha de nuevo……….. y así sucesivamente………………

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

9	8	5
3	2	9
1	6	7

y si la ordenamos de menor a mayor nos queda

1	2	3
5	6	7
8	9	9

cuyo valor a tomar es 6

3	1	2	7	5	7
9	3	5	5	5	4
3	6	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

Obviamente que la primera y última fila y primera y última columna no se modificarán, por lo tanto la porción de imagen resultante es:

3	1	2	7	5	7
9	3	5	5	5	4
3	6	6	5	4	1
1	6	6	5	4	9
4	6	6	5	4	3
3	1	6	4	3	7

FILTRO VALOR MEDIO

Imagen original

3	1	2	7	5	7
9	8	5	8	2	4
3	2	9	5	4	1
1	6	7	2	8	9
4	6	9	5	4	3
3	1	6	4	3	7

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

3	1	2
9	8	5
3	2	9

sumamos todos los valores y lo dividimos en la cantidad de sumandos considerados [3+1+2+9+8+5+3+2+9] / 9 = 4,66 redondeando = 5

3	1	2
9	5	5
3	2	9

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

1	2	7
8	5	8
2	9	5

sumamos todos los valores y lo dividimos en la cantidad de sumandos considerados [1+2+7+8+5+8+2+9+5] / 9 = 5,22 redondeando = 5

1	2	7
8	5	8
2	9	5

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

2	7	5
5	8	2
9	5	4

sumamos todos los valores y lo dividimos en la cantidad de sumandos considerados [2+7+5+5+8+2+9+5+4] / 9 = 5,22 redondeando = 5

2	7	5
5	5	2
9	5	4

Tomando vecindad 3x3 tenemos la matriz

7	5	7
8	2	4
5	4	1

sumamos todos los valores y lo dividimos en la cantidad de sumandos considerados [7+5+7+8+2+4+5+4+1] / 9 = 4,77 redondeando = 5

7	5	7
8	5	4
5	4	1

Como se explicó anteriormente se baja de una fila por vez y la primera y última fila y primera y última columna no se modifican quedando la imagen resultante:

3	1	2	7	5	7
9	5	5	5	5	4
3	6	6	6	5	1
1	5	6	6	5	9
4	5	5	5	5	3
3	1	6	4	3	7

EJERCICIO 29

Dados los siguientes valores de intensidades de los pixeles de una fila en una imagen:

3	1	2	7	5	7	9	8	5	8	2	4

Obtener el resultado de aplicar un filtro de convolución gaussiana con máscara: 1 2 8 20 8 2 1

Esta operación se restringe a la vecindad de un pixel. El procedimiento consiste en aplicar una máscara dada y hacer la sumatoria del producto entre cada valor de la imagen y cada elemento de la máscara y luego dividir el resultado de la sumatoria por el valor obtenido de sumar cada elemento de la máscara.

Máscara: 1 2 8 20 8 2 1, su suma será: 1+2+8+20+8+2+1 = 42

(3*1+1*2+2*8+7*20+5*8+7*2+9*1)/42= 5.33 redondeando = 5

3	1	2	5	5	7	9	8	5	8	2	4

(1*1+2*2+7*8+5*20+7*8+9*2+8*1)/42= 5,78 redondeando = 6

3	1	2	5	6	7	9	8	5	8	2	4

(2*1+7*2+5*8+7*20+9*8+8*2+5*1)/42 = 6,88 redondeando = 7

3	1	2	5	6	7	9	8	5	8	2	4

(7*1+5*2+7*8+9*20+8*8+5*2+8*1)/42 = 7,97 = 8

3	1	2	5	6	7	8	8	5	8	2	4

(5*1+7*2+9*8+8*20+5*8+8*2+2*1)/42 = 7,35 = 7

3	1	2	5	6	7	8	7	5	8	2	4

(7*1+9*2+8*8+5*20+8*8+2*2+4*1)/42 = 6,21 = 6

FILA RESULTANTE

3	1	2	5	6	7	8	7	6	8	2	4

RECONOCIMIENTO DE PATRONES

EJERCICIO 1

Dados los siguientes vectores de entrada (0 0) (0 1) (1 0) (1 1) determinar la función de decisión lineal que realiza la correcta clasificación de las mismas según el siguiente vector de salidas y = [1 1 -1 -1]

Determinar la función de decisión lineal consiste en calcular $A = (X^T . X)^{-1} . X^T . Y$, a través de la cual obtenemos sus coeficientes. (A es el vector de los pesos)

Resolución paso a paso:

1° paso: Expresar las entradas como vector aumentado:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2° paso: calcular la transpuesta de X^T

$$X^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3° paso: hacer el producto de $X^T . X$

$$X^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

4° paso: calcular la inversa $(X^T . X)^{-1}$

$$(X^T . X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,5 \\ 0 & 1 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 0,75 \end{bmatrix}$$

5° paso: calcular el producto $(X^T . X)^{-1} . X^T$

$$(X^T . X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,5 \\ 0 & 1 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 0,75 \end{bmatrix} \cdot X^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 & -0,5 & 0,5 & 0,5 \\ -0,5 & 0,5 & -0,5 & 0,5 \\ 0,75 & 0,25 & 0,25 & -0,25 \end{bmatrix}$$

6° paso: $(X^T . X)^{-1} . X^T . Y$

$$(X^T . X)^{-1} . X^T = \begin{bmatrix} -0,5 & -0,5 & 0,5 & 0,5 \\ -0,5 & 0,5 & -0,5 & 0,5 \\ 0,75 & 0,25 & 0,25 & -0,25 \end{bmatrix} \cdot Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

7° paso: comprobación:

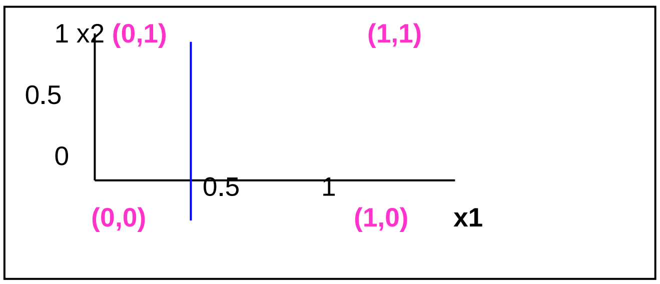
$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot A = \begin{bmatrix} -2 & (a1) \\ 0 & (a2) \\ 1 & (a3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

8° paso: planteo de la función de decisión lineal:

d(x) = a1 * x1 + a2 *x2 + a3
= -2 * x1 + 0*x2 + 1

9° paso: despejo variables para graficar:

x1= 0,5



Solución dando la inversa como dato:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 0.75 \end{bmatrix}$$

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

d(x) = a1 * x1 + a2 *x2 + a3
-2 x1 + 1 = 0
x1= ½

EJERCICIO 2
Dados los siguientes vectores de entrada (0 0) (1 0) (0 1) (1 1) determinar la función de decisión lineal que realiza la correcta clasificación de las mismas según el siguiente vector de salidas y = [1 1 -1 -1]

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

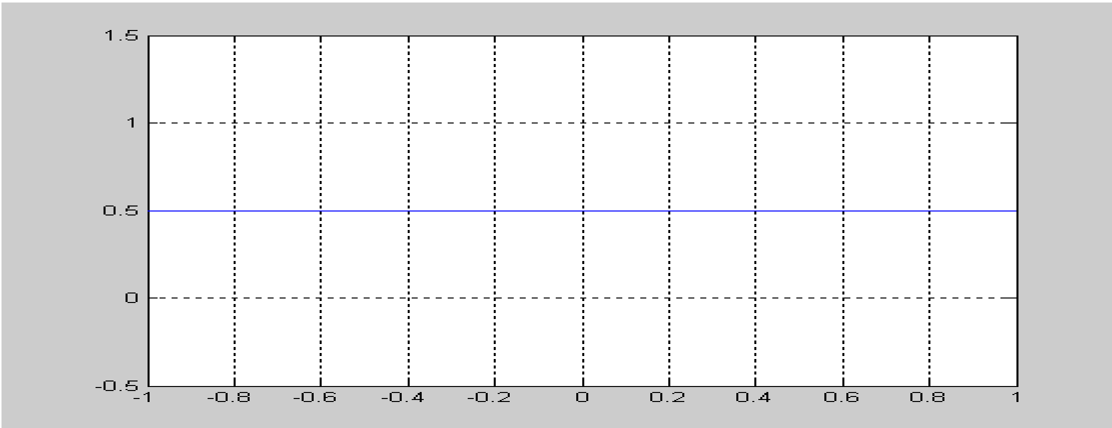
$$X^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 0.75 \end{bmatrix}$$

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

d(x) = a1 * x1 + a2 *x2 + a3
-2 x2 + 1 = 0
x2= ½



EJERCICIO 3

Dados los siguientes vectores de entrada (0 0) (0 1) (1 0) (1 1) determinar la función de decisión lineal que realiza la correcta clasificación de las mismas según el siguiente vector de salidas y = [1 -1 -1 -1]. En este caso se trata de la función lógica **OR.**

X = [0 0 1
0 1 1
1 0 1
1 1 1]

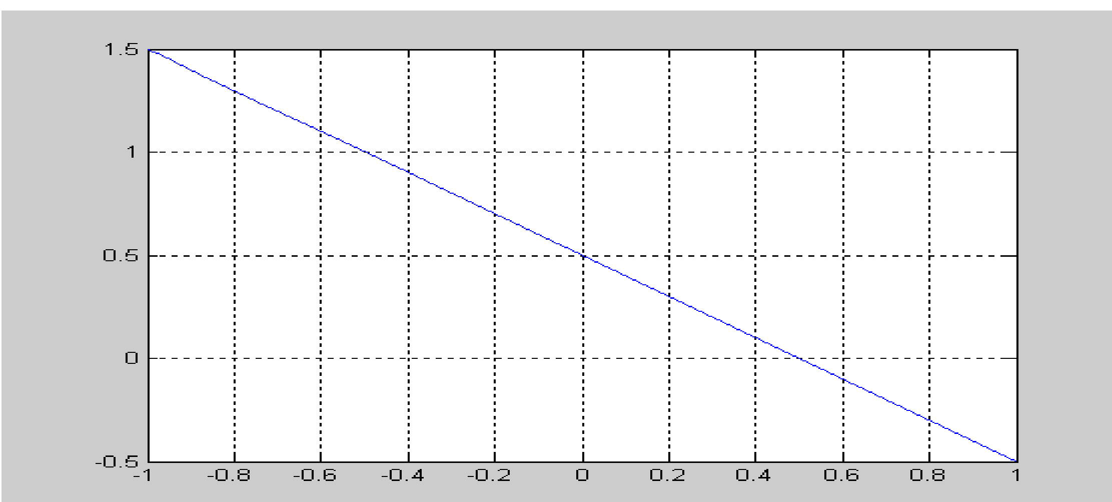
X^T = [0 0 1 1
0 1 0 1
1 1 1 1]

Y= [1
-1
-1
-1]

$(X^T X)^{-1}$ = [1 0 -0.5
0 1 -0.5
-0.5 -0.5 0.75]

A = $(X^T X)^{-1} X^T Y$ = [-1
-1
0.5]

d(x) = a1 * x1 + a2 *x2 + a3
-x1 -x2+0.5 = 0
x2= 0.5-x1



EJERCICIO 4

Dados los siguientes vectores de entrada (0 0) (0 1) (1 0) (1 1) determinar la función de decisión lineal que realiza la correcta clasificación de las mismas según el siguiente vector de salidas y = [1 1 1 -1]
En este caso se trata de la función lógica **AND**.

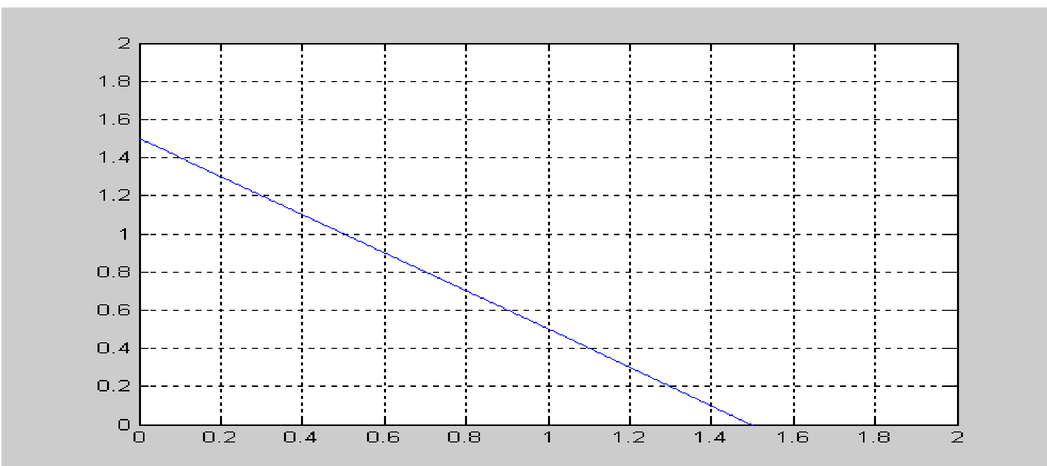
$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad X^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 0.75 \end{bmatrix}$$

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

$$d(x) = a1 * x1 + a2 * x2 + a3$$
$$-x1 \; -x2 + 1.5 = 0$$
$$x2 = 1.5 - x1$$



EJERCICIO 5

Dados los siguientes vectores de entrada (0 0) (0 1) (1 0) (2 2) determinar la función de decisión lineal que realiza la correcta clasificación de las mismas según el siguiente vector de salidas y = [1 1 1 -1]

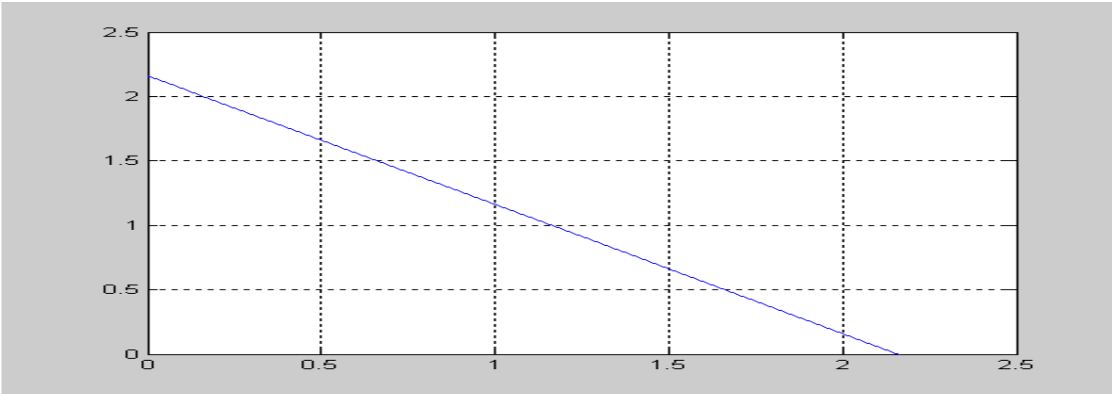
$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad X^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.38 & -0.16 \\ -0.38 & 0.61 & -0.16 \\ -0.16 & -0.16 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{bmatrix} -0.6 \\ -0.6 \\ 1.3 \end{bmatrix}$$

$$d(x) = a1 * x1 + a2 * x2 + a3$$
$$-0.6\, x1 \; - 0.6\, x2 + 1.3 = 0$$
$$x2 = 2.16 - x1$$



EJERCICIO 6

Dados los siguientes vectores de entrada (0 0) (1 0) (2 0) (0 1) (1 1) (2 1) determinar la función de decisión lineal que realiza la correcta clasificación de las mismas según el siguiente vector de salidas y = [1 1 1 -1 -1 -1]

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

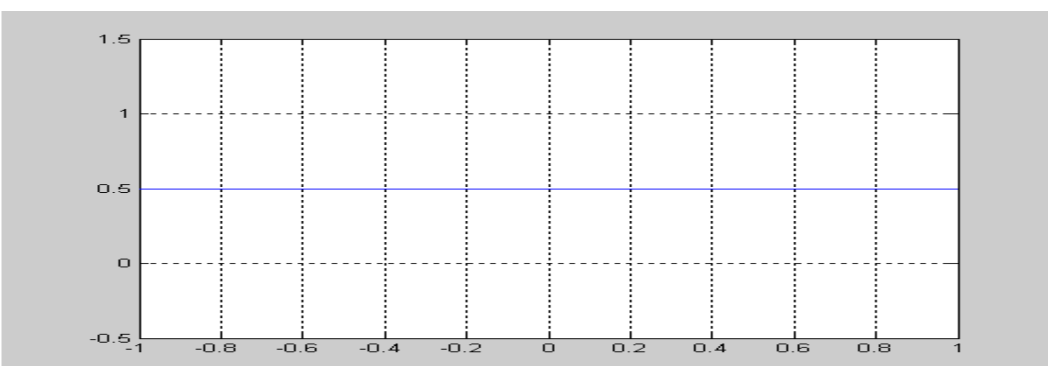
$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & -0.25 \\ 0 & 0.66 & -0.33 \\ -0.25 & -0.33 & 0.583 \end{bmatrix}$$

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$d(x) = a1 * x1 + a2 * x2 + a3$

$-2\,x2 + 1 = 0$

$x2 = ½$



EJERCICIO 7 A modo de conclusión responda:

a) ¿Qué es el Reconocimiento de Patrones?
b) ¿Para qué se usa?
c) ¿Qué se puede clasificar?
d) Obtenida la función de decisión, ¿sirve para otros pares no considerados en el cálculo?
e) ¿Es indistinto usar 0 y 1 ó 1 y -1 para indicar las diferentes clases?
f) ¿Por qué se aumenta la matriz de vectores?

REDES NEURONALES

EJERCICIO 1

Dada una Red perceptron que reproduce el comportamiento de una compuerta lógica OR. Se pide:

a) Sabiendo que las salidas posibles para dicha función son 0 y 1, graficar la solución a la que se arribará.

b) Dado el siguiente cuadro de iteración de la red perceptron para la función lógica OR responder:

(x,s)		Pesos	Salida	Ajuste de pesos	Error
Entrada	Salida				
1 0 0	0	-2,5 0,5 1,5	f (-2,5) = 0	$\begin{Bmatrix}-2,5\\0,5\\1,5\end{Bmatrix} + (0)\begin{Bmatrix}1\\0\\0\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-2.5\\0,5\\1,5\end{Bmatrix}$	0
1 0 1	1	-2,5 0,5 1,5	f (-1,0) = 0	$\begin{Bmatrix}-2,5\\0,5\\1,5\end{Bmatrix} + (1)\begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-1,5\\0,5\\2,5\end{Bmatrix}$	1
1 1 0	1	-1,5 0,5 2,5	f (-1,5) = 0	$\begin{Bmatrix}-1,5\\0,5\\2,5\end{Bmatrix} + (1)\begin{Bmatrix}1\\1\\0\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-0,5\\1,5\\2,5\end{Bmatrix}$	1
1 1 1	1	-0,5 1,5 2,5	f (3,5) = 1	$\begin{Bmatrix}-0,5\\1,5\\2,5\end{Bmatrix} + (0)\begin{Bmatrix}1\\1\\1\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-0,5\\1,5\\2,5\end{Bmatrix}$	0

b.1) ¿Qué representan los tres elementos que se dan como entrada?

b.2) ¿Por qué se modifican los pesos en algunos casos?

b.3) ¿Cómo se obtiene la columna de la “Salida Calculada”?

EJERCICIO 2

Dado un perceptrón en una red neural de una capa, con dos entradas y una salida, ajuste los pesos asociados a cada entrada para que la salida de este sistema responda según la función OR de las entradas. La función de activación estará dada por:

$$y = \begin{cases} 1 \ \ si \ \ u > 0 \\ 0 \ \ si \ \ u \leq 0 \end{cases}$$

Siendo:

$$u = \sum wj \, . \, xj = w_1 * x_1 + w_2 * x_2 + w_3$$

a) $w_0 = [1{,}5 \ 0{,}5 \ 1.5]$ -> Condiciones iniciales del vector de pesos. Se representan las entradas de la función con x_1 y x_2. Factor $\alpha = 1$.

b) $w_0 = [1{,}5 \ \ 1 \ \ 1.5]$ -> Condiciones iniciales del vector de pesos. Factor $\alpha = 1$.

wj es el vector de pesos. *xj* son las entradas.
Grafique cómo evoluciona el error y cada peso en las sucesivas iteraciones. Sacar conclusiones.

c) Utilizando la red perceptrón monocapa pero para una función AND y con las siguientes condiciones de contorno. Sacar conclusiones.

a) $w_0 = [1{,}5 \quad 0 \quad -2.5]$ Factor $\alpha = 1$

b) w_0 = [1,5 0,5 2,5] Factor $\alpha = 1$

RESOLUCIÓN DE EJERCICIO TIPO PARA PERCEPTRON SIMPLE (MONOCAPA)

Un perceptron está formado por varias neuronas lineales para recibir las entradas a la red y una neurona de salida; es capaz de decidir cuando una entrada presentada a la red pertenece a una de las clases que es capaz de reconocer.

La única neurona de salida del Perceptron realiza la suma ponderada de las entradas y pasa el resultado a una función de transferencia. La regla de decisión es responder +1 si el patrón presentado pertenece a la clase A, o -1 si el patrón pertenece a la clase B.

Regla de Aprendizaje:
El algoritmo de aprendizaje es del tipo supervisado, lo cual requiere que sus resultados sean evaluados y se realicen las modificaciones del sistema si fuera necesario.

EJERCICIO 2.C: *Item a)*

Dado un perceptron en una red neural de una capa, con dos entradas y una salida, ajuste los pesos asociados a cada entrada para que la salida de este sistema responda según la función AND de las entradas.

La función de activación o transferencia está dada por:

$$Y = \begin{cases} 1 \text{ si } u > 0 \\ 0 \text{ si } u \leq 0 \end{cases}$$

Siendo $u = \sum w_j \cdot x_j = w_1 * x_1 + w_2 * x_2 + w_3$

Factor de ganancia $\alpha = 1$

ENTRADAS		SALIDA DESEADA
X1	X2	
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS

$w_3 = 1,5$ $w_1 = 0$ $w_2 = -2,5$

SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS

$x_3 = 1$ (umbral) $x_1 = 0$ $x_2 = 0$ salida deseada: 0

TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR

$Y_{(t)} = f [\sum w_{i\,(t)} \,.\, x_{i\,(t)}]$

Y= f [(1,5* 1) + (0 * 0) + (- 2,5 * 0)]
Y = f [1,5] > *0*
Y = 1 como la salida deseada es 0 y la salida calculada es 1 debemos calcular el error y modificar los pesos.
(aprendizaje por corrección de error)

Error = Salida deseada – salida calculada
Error = $[d_{(t)} – y_{(t)}]$
- 1 = 0 – 1

CUARTO PASO: ADAPTACIÓN DE LOS PESOS

$w_{i\,(t+1)} = w_{i\,(t)} + \alpha\, [d_{(t)} – y_{(t)}] \,.\, x_{i\,(t)}$

$w_3 = 1,5 + 1 \,.\, [- 1] \,.\, 1 = 0,5$

$w_1 = 0 + 1 \,.\, [- 1] \,.\, 0 = 0$

$w_2 = - 2,5 + 1 \,.\, [- 1] \,.\, 0 = - 2,5$

PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS

$w_3 = 0,5$ $w_1 = 0$ $w_2 = -2,5$

SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS

$x_3 = 1$ (umbral) $x_1 = 0$ $x_2 = 1$ salida deseada: 0

TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR

Y= f [(0,5* 1) + (0 * 0) + (- 2,5 * 1)]
Y = f [- 2] ≤ *0*
Y = 0
Error = Salida deseada – salida calculada
0 – 0 = 0 como no hay error los pesos no se actualizan y continúo con la entrada siguiente.

PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS

w_3 = 0,5 w_1 = 0 w_2 = - 2,5

SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS

x_3= 1 (umbral) x_1= 1 x_2 =0 salida deseada: 0

TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR

Y= f [(0,5 * 1) + (0 * 1) + (- 2,5 * 0)]

Y = f [0,5] > 0

Y = 1

Error = Salida deseada – salida calculada

0 – 1 = - 1hay error

CUARTO PASO: ADAPTACIÓN DE LOS PESOS

w_3 = 0,5 + 1 . [- 1] . 1 = - 0,5

w_1 = 0 + 1 . [- 1] . 1 = - 1

w_2 = - 2,5 + 1 . [- 1] . 0 = - 2,5

PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS

w_3 = - 0,5 w_1 = - 1 w_2 = - 2,5

SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS

x_3= 1 (umbral) x_1= 1 x_2 = 1 salida deseada: 1

TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR

Y= f [(- 0,5* 1) + (- 1 * 1) + (- 2,5 * 1)]

Y = f [- 4] ≤ 0

Y = 0

Error = Salida deseada – salida calculada

1 – 0 = 1 hay error

Hay que seguir iterando………………

LA RED SE ESTABILIZÓ CON LOS PESOS w_3 = - 2,5 w_1 = 2 w_2 = 1,5

PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS

w_3 = - 2,5 w_1 = 2 w_2 = 1,5

SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS

x_3= 1 (umbral) x_1= 0 x_2 = 0 salida deseada: 0

TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR

Y= f [(- 2,5* 1) + (2 * 0) + (1,5 * 0)]

Y = f [- 2,5] ≤ 0

Y = 0

Error = Salida deseada – salida calculada

0 – 0 = 0 no hay error

PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS

w_3 = - 2,5 w_1 = 2 w_2 = 1,5

SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS

x_3= 1 (umbral) x_1= 0 x_2 = 1 salida deseada: 0

TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR

Y= f [(- 2,5* 1) + (2 * 0) + (1,5 * 1)]
Y = f [- 1] ≤ 0
Y = 0
Error = Salida deseada – salida calculada
0 – 0 = 0 no hay error

PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS

w_3 = - 2,5 w_1 = 2 w_2 = 1,5

SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS

x_3= 1 (umbral) x_1= 1 x_2 = 0 salida deseada: 0

TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR

Y= f [(- 2,5* 1) + (2 * 1) + (1,5 * 0)]
Y = f [- 0,5] ≤ 0
Y = 0
Error = Salida deseada – salida calculada
0 – 0 = 0 no hay error

PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS

w_3 = - 2,5 w_1 = 2 w_2 = 1,5

SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS

x_3= 1 (umbral) x_1= 1 x_2 = 1 salida deseada: 1

TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR

Y= f [(- 2,5* 1) + (2 * 1) + (1,5 * 1)]
Y = f [1] > 0
Y = 1
Error = Salida deseada – salida calculada
1 – 1 = 0 no hay error

EVOLUCIÓN DEL ERROR

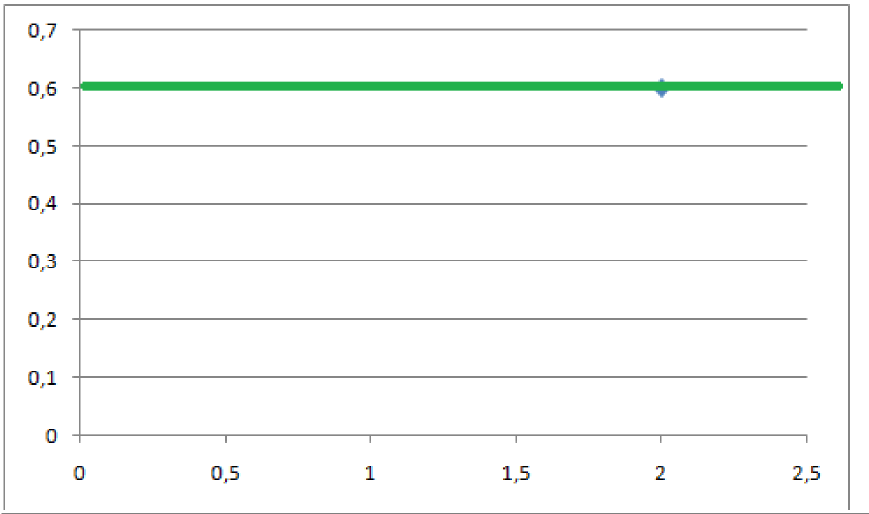
Pesos iniciales:

w_3 = 1,5 ; w_1 = 0 ; w_2 = - 2,5

W_1 X_1 + W_2 X_2 + W_3 = 0
0 X_1- 2,5 X_2 + 1,5 = 0

Despejando X_2 = (- 1,5)/- 2,5

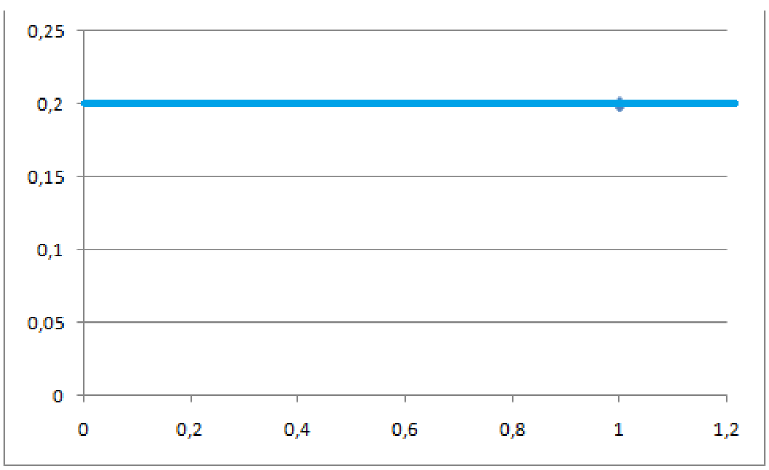
$X_2 = 0,6$



<u>1° Pesos modificados</u>
$w_3 = 0,5$; $w_1 = 0$; $w_2 = -2,5$

$W_1\ X_1 + W_2\ X_2 + W_3 = 0$
$0\ X_1 - 2,5\ X_2 + 0,5 = 0$

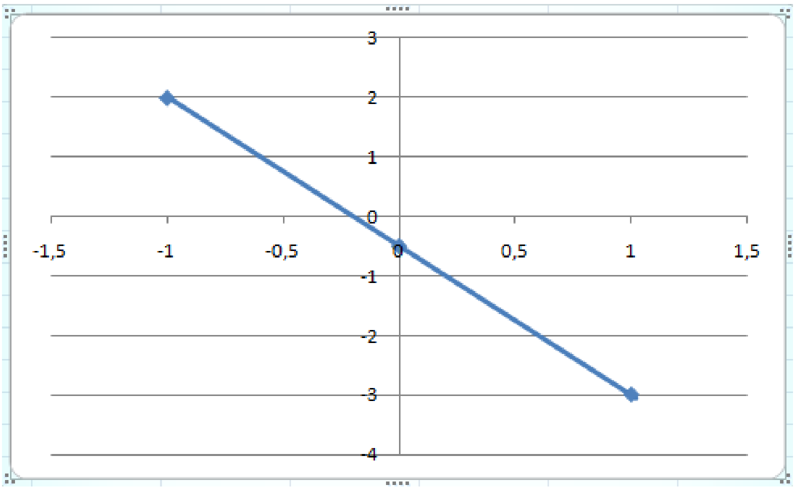
Despejando $X_2 = (-0,5/-2,5)$
$X_2 = 0,2$



<u>2° Pesos modificados</u>
$w_3 = -0,5$; $w_1 = -1$; $w_2 = -2,5$

$W_1\ X_1 + W_2\ X_2 + W_3 = 0$
$-1\ X_1 - 2,5\ X_2 - 0,5 = 0$

Despejando $X_2 = (0,5 + X_1)/-2,5$

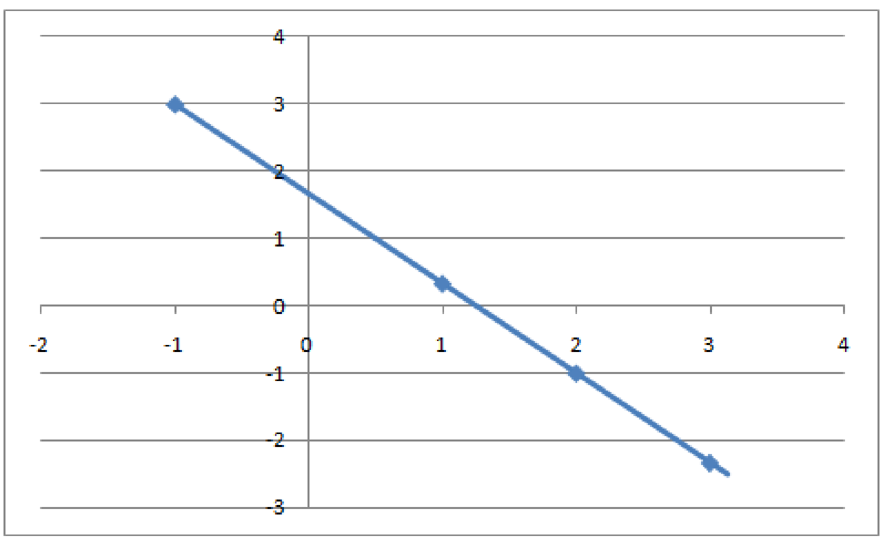


PESOS QUE ESTABILIZAN LA RED PERCEPTRON

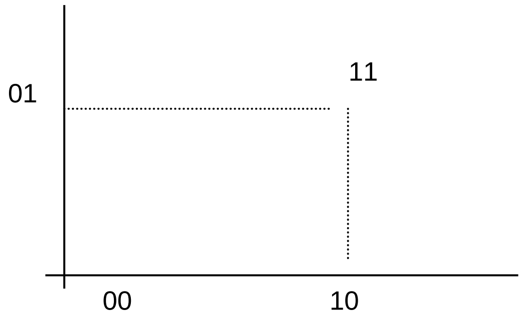
w_3 = - 2,5 ; w_1 = 2 ; w_2 = 1,5

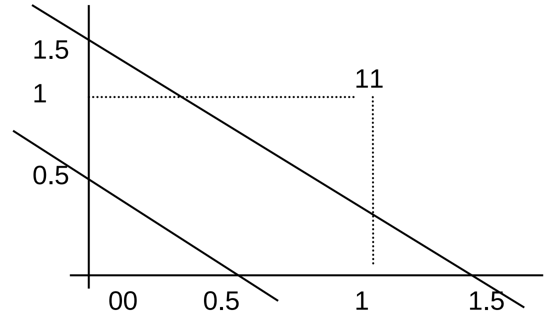
$W_1\ X_1 + W_2\ X_2 + W_3 = 0$
$2X_1 + 1,5\ X_2 - 2,5 = 0$

Despejando $X_2 = (2,5 - 2\ X_1)/1,5$



EJERCICIO 3 PERCEPTRON MULTICAPA: PROBLEMA DEL XOR





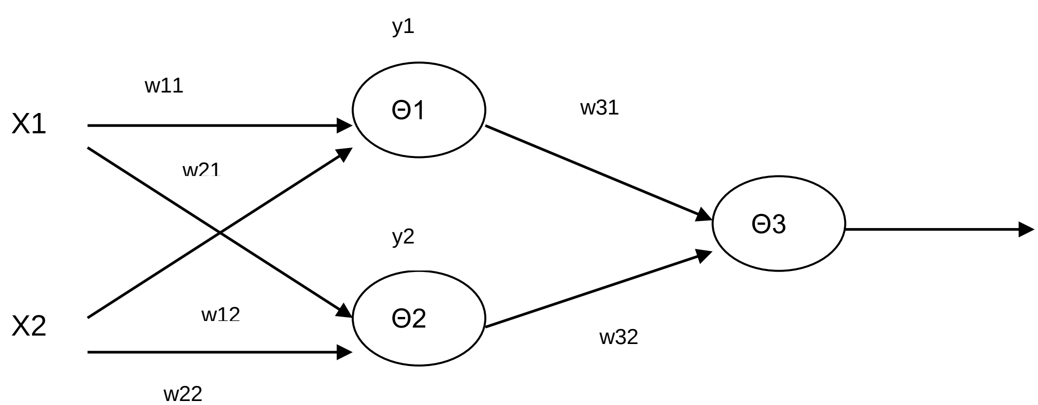
x2= - x1+ 0.5 x2= - x1 + 1.5

w11= 1 Θ1= 0.5
w12= 1 Θ2= 1.5
w21=1 Θ3= 0.5
w22=1
w31=1
w32=-1.5

x1	x2	x1w11+x2w22-Θ1	y1	x1w21+x2w22-Θ2	y2	y1w31+y2w32-Θ3	y3
0	0	0 1+ 0 1 – 0.5	f(-0.5)=0	0 1 + 0 1 – 1.5	f(-1.5)=0	0 1 + 0 (–1.5)-0.5	f(-0.5)=0
0	1	0 1 + 1 1 – 0.5	f(0.5)=1	0 1 + 1 1 – 1.5	f(-0.5)=0	1 1 + 0 (-1.5)-0.5	f(0.5)=1
1	0	1 1 + 0 1 – 0.5	f(0.5)=1	1 1 + 0 1 –1.5	f(-0.5)=0	1 1 + 0 (-1.5)-0.5	f(0.5)=1
1	1	1 1 + 1 1 – 0 .5	f(1.5)=1	1 1 + 1 1 – 1.5	f(0.5)=1	1 1 + 1 (-1.5)-0.5	f(-1)=0

x1+x2 –0.5 = 0 => x2= -x1+0.5
x1= 0 x2= 0.5
x1=0.5 x2=0

x1+x2-1.5 => x2= -x1 + 1.5
x1=0 x2= 1.5
x1=1.5 x2= 0



EJERCICIOS DE RED ADALINE

EJERCICIO 4

Dados los siguientes dos patrones de entrada con salida -1 y 1 respectivamente desarrollar los pasos del algoritmo a fin de determinar si el error cuadrático medio es menor a 0.4.

```
    0 0 x      x 0 0
    0 x 0      0 x 0
    x 0 0      0 0 x
      |          |
      V          V
   0  0 1     1 0 0
   0  1 0     0 1 0
   1 0  0     0 0 1
      |          |
      V          V
Salida = - 1   Salida = 1
```

Estas salidas están fijadas de esta manera para señalar las dos salidas diferentes de la red.

Pasos del algoritmo:

1) Fijar error medio cuadrático aceptable 0.4

2) Fijar valor de α = 1

3) Asignar valores aleatorios a los pesos:
   w1 = 0.5
   w2 =0.5
   w3 = - 1
   w4 = 1.5
   w5 = 0.5
   w6 = 1.5
   w7 = -1
   w8 = 1.5
   w9 = 0.5

4) Presentar vector de entrada:
   0 0 1 0 1 0 1 0 0

5) Obtener la salida lineal (función rampa) de la red:

$$Sk = \sum_{j=0}^{N} wj\ xkj$$

S1= 0 (0.5) + 0 (0.5) + 1 (-1) + 0 (1.5) + 1 (0.5) + 0 (1.5) + 1 (-1) + 0 (1.5) + 0 (0.5) = -1.5

Calcular el error ε1 = Sd – Sr = (-1 – (-1.5)) = 0.5

6) Actualizar pesos:

$w(t+1) = w_{1(t)} + \alpha \,.\, \varepsilon_1 \,.\, x_1$

w1(t+1) = 0.5 + 1[0.5] 0 = 0.5
w2(t+1) = 0.5 + 1[0.5] 0 = 0.5
w3(t+1) = -1 + 1[0.5] 1 = -0.5
w4(t+1) = 1.5 1[0.5] 0 = 1.5
w5(t+1) = 0.5 + 1[0.5] 1 = 1
w6(t+1) = 1.5 + 1[0.5] 0 = 1.5
w7(t+1) = -1 + 1[0.5] 1 = -0.5
w8(t+1) = 1.5 + 1[0.5] 0 = 1.5
w9(t+1) = 0.5 + 1[0.5] 0 = 0.5

Con los pesos modificados probamos con la siguiente entrada

1) Entrada 1 0 0 0 1 0 0 0 1

2) Obtener la salida lineal (función rampa)

$$Sk = \sum_{j=0}^{N} wj\ xkj$$

S2= 1 (0.5) + 0 (0.5) + 0 (-0.5) + 0 (1.5) + 1 (1) + 0 (1.5) + 0 (-0.5) + 0 (1.5) + 1 (0.5) = 2

Calcular el error ε1 = Sd – Sr = (1 – 2) = -1 Hay error, se deben actualizar los pesos, pero antes verificar si no está dentro del erro cuadrático medio aceptado.

Calcular el error cuadrático medio $< \varepsilon^2 > = 1/2L\ \sum_{K=1}^{L} \varepsilon^2_k$

$< \varepsilon^2 > = 1 / 2 (2) ((0.5)^2 + (-1)^2) = ¼ (0.25 +1) = 1.25/4= 0.3125$

Está dentro del error cuadrático medio aceptado, la red está estable.

EJERCICIO 5

Dados los siguientes dos patrones de entrada con salida -1 y 1 respectivamente desarrollar los pasos del algoritmo a fin de determinar si el error cuadrático medio es menor a 0.4.

```
x 0 0           0 0 x
0 x 0           0 x 0
0 0 x           x 0 0
  |               |
  V               V
1 0 0           0  0 1
0 1 0           0  1 0
0 0 1           1 0  0
  |               |
  V               V
Salida = 1      Salida = -1
```

Estas salidas están fijadas de esta manera para señalar las diferentes salidas de la red.

Pasos del algoritmo:

1) Fijar error medio cuadrático aceptable 0.4
2) Fijar valor de α = 1
3) Asignar valores aleatorios a los pesos:

w1 = 2
w2 = - 1
w3 = -1.5
w4 = 1
w5 = -0.5
w6 = 0.5
w7 = 1.5
w8 = 0.5
w9 = 0.5

4) Presentar vector de entrada:
0 0 1 0 1 0 1 0 0
5) Obtener la salida lineal (función rampa) de la red

$$Sk = \sum_{j=0}^{N} wj\ xkj$$

S1= 0 (2) + 0 (-1) + 1 (-1.5) + 0 (1) + 1 (-0.5) + 0 (0.5) + 1 (1.5) + 0 (0.5) + 0 (0.5) = -0.5
Calcular el error ε1 = Sd – Sr = (-1 – (-0.5)) = - 0.5
6) Actualizar pesos:
$w(t+1) = w_{1(t)} + \alpha \,.\, \varepsilon_1 \,.\, x_1$
w1(t+1) = 2 + 1[-0.5] 0 = 2
w2(t+1) = -1 + 1[-0.5] 0 = -1
w3(t+1) = -1.5 + 1[-0.5] 1 = -2
w4(t+1) = 1 + 1[-0.5] 0 = 1
w5(t+1) = -0.5+ 1[-0.5] 1 = -1
w6(t+1) = 0.5 + 1[-0.5] 0 = 0.5
w7(t+1) = 1.5 + 1[-0.5] 1 = 1
w8(t+1) = 0.5 + 1[-0.5] 0 = 0.5
w9(t+1) = 0.5 + 1[-0.5] 0 = 0.5

Con los pesos modificados probamos con la siguiente entrada

1) Entrada 1 0 0 0 1 0 0 0 1
2) Obtener la salida lineal (función rampa)

$$Sk = \sum_{j=0}^{N} wj\ xkj$$

S2= 1 (2) + 0 (-1) + 0 (-2) + 0 (1) + 1 (-1) + 0 (0.5) + 0 (1) + 0 (0.5) + 1 (0.5) = 1,5
Calcular el error ε2 = Sd – Sr = (1 – (1,5)) = -0.5
3) Hay error pero antes de actualizar los pesos verificamos si estamos dentro del error cuadrático medio aceptable.
4) Calcular el error cuadrático medio $< \varepsilon^2 > = 1/2L \ \sum_{K=1}^{L} \varepsilon^2_k$

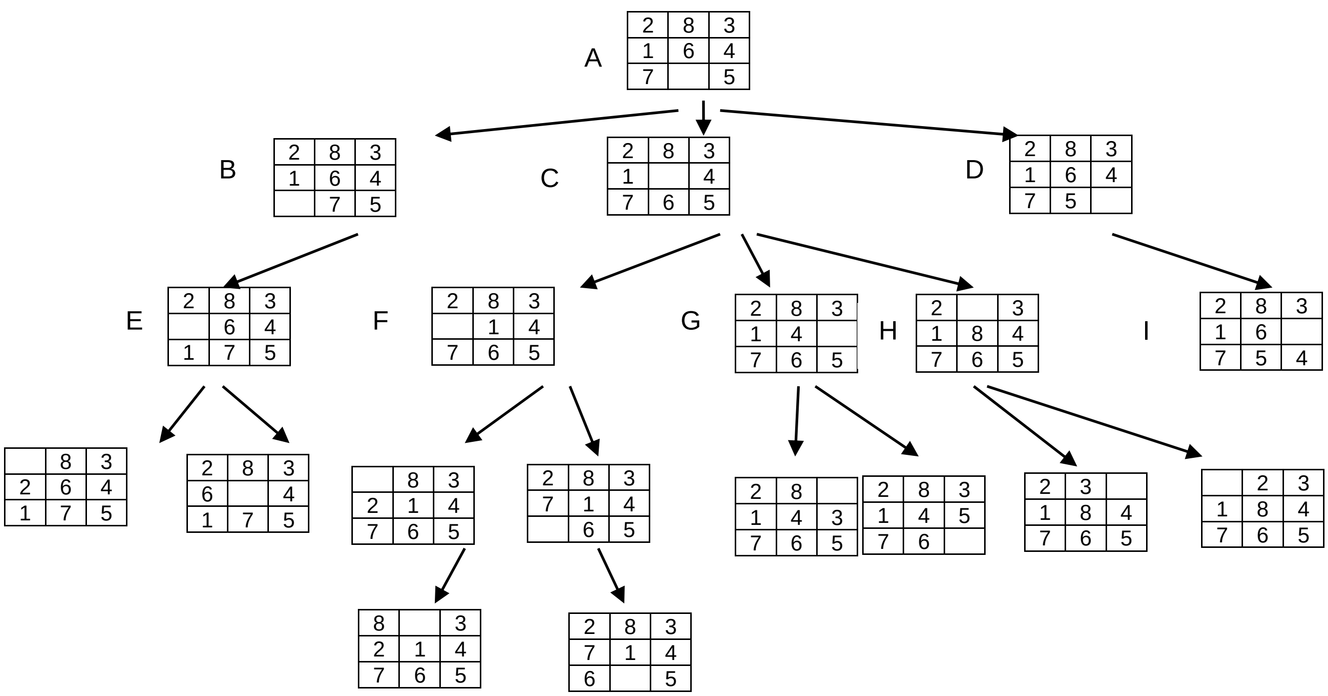
$< \varepsilon^2 > = 1 / 2 (2) ((-0.5)^2 + (0.5)^2) = ¼ (0.25 +0.25) = 0.50/4=0.125$

Está dentro del error cuadrático medio aceptado, se considera la red estable.

BÚSQUEDA

Dado el problema del puzzle, donde se debe llegar a tener todos los casilleros ordenados del 0 al 8 en una grilla de 3 x 3, donde debemos considerar que el espacio en blanco también es un casillero que debe estar ordenado, es decir en el medio de la grilla.

GENERACIÓN DEL ÁRBOL PARA EL PROBLEMA.
ASIGNACIÓN GENÉRICO DE LOS NOMBRES DE LOS NODOS.

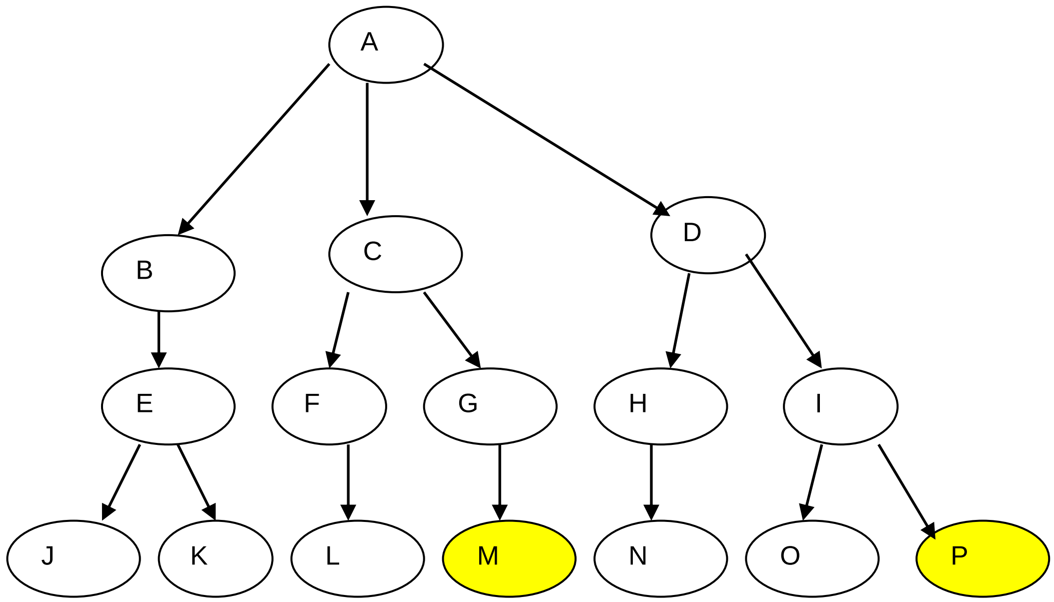


…………………………………………………………………….
POR CUESTIÓN DE ESPACIO NO SE CONTINUARÁ CON EL DESARROLLO DEL ÁRBOL, PERO EJEMPLIFICA LA EXPLOSIÓN DE CAMINOS ALTERNATIVOS PARA ARRIBAR A UNA SOLUCIÓN.

MÉTODOS DE BÚSQUEDA

NO INFORMADOS:
BÚSQUEDA PRIMERO EN ANCHURA BPA - BÚSQUEDA PRIMERO EN PROFUNDIDAD BPP

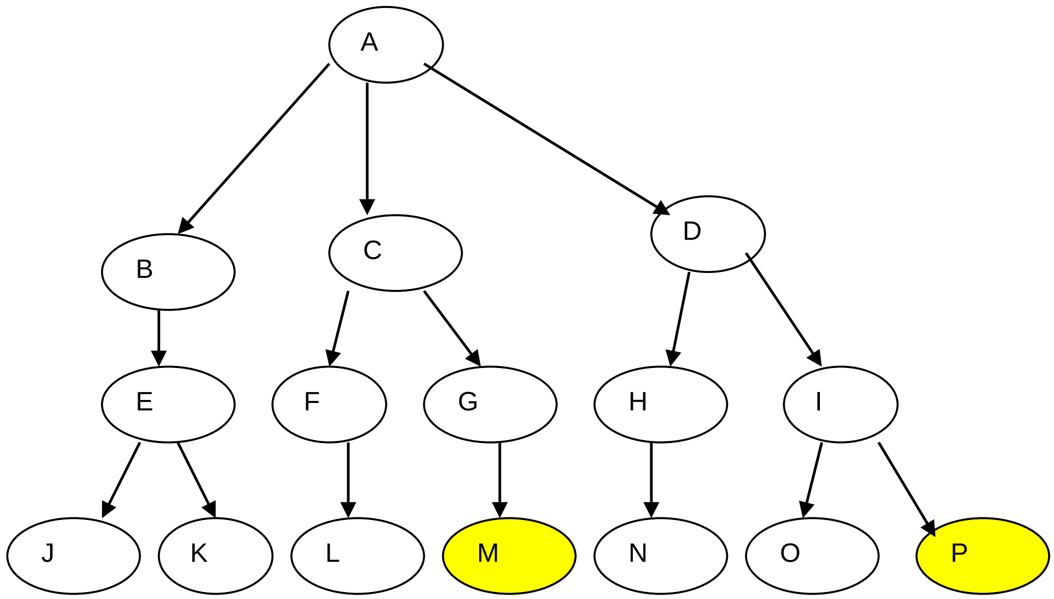
EJERCICIO 1
Dado el siguiente árbol donde los **nodos M y P** son nodos meta, resolver aplicando el método primero en anchura y primero en profundidad.



MÉTODO NO INFORMADO BÚSQUEDA PRIMERO EN ANCHURA

	LISTA ABIERTA	**LISTA CERRADA**
	A	-
m = A	B, C, D	A
m = B	C, D, E	A, B
m = C	D, E, F, G	A, B, C
m = D	E, F, G, H, I	A, B, C, D
m = E	F, G, H, I, J, K	A, B, C, D, E
m = F	G, H, I, J, K, L	A, B, C, D, E, F
m = G	H, I, J, K, L, M	A, B, C, D, E, F, G
m = H	I, J, K, L, M, N	A, B, C, D, E, F, G, H
m = I	J, K, L, M, N, O, P	A, B, C, D, E, F, G, H, I
m = J	K, L, M, N, O, P	A, B, C, D, E, F, G, H, I, J
m = K	L, M, N, O, P	A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K
m = L	M, N, O, P	A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L
m = M	N, O, P	A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M

CAMINO: A, B,C, D, E, F, G, H, J, K, L, M



MÉTODO NO INFORMADO BÚSQUEDA PRIMERO EN PROFUNDIDAD

	LISTA ABIERTA	**LISTA CERRADA**
	A	-
m = A	B, C, D	A
m = B	E, C, D	A, B
m = E	J, K, C, D	A, B, E
m = J	K, C, D	A, B, E, J
m = K	C, D	A, B, E, J, K
m = C	F, G, D	A, B, E, J, K, C
m = F	L, G, D	A, B, E, J, K, C, F
m = L	G, D	A, B, E, J, K, C, F, L
m = G	M, D	A, B, E, J, K, C, F, L, G
m = M	D	A, B, E, J, K, C, F, L, G, M

CAMINO: A, B, E, J, K, C, F, L, G, M

MÉTODO NO INFORMADO BÚSQUEDA PRIMERO EN PROFUNDIDAD CON CALLEJONES SIN SALIDA

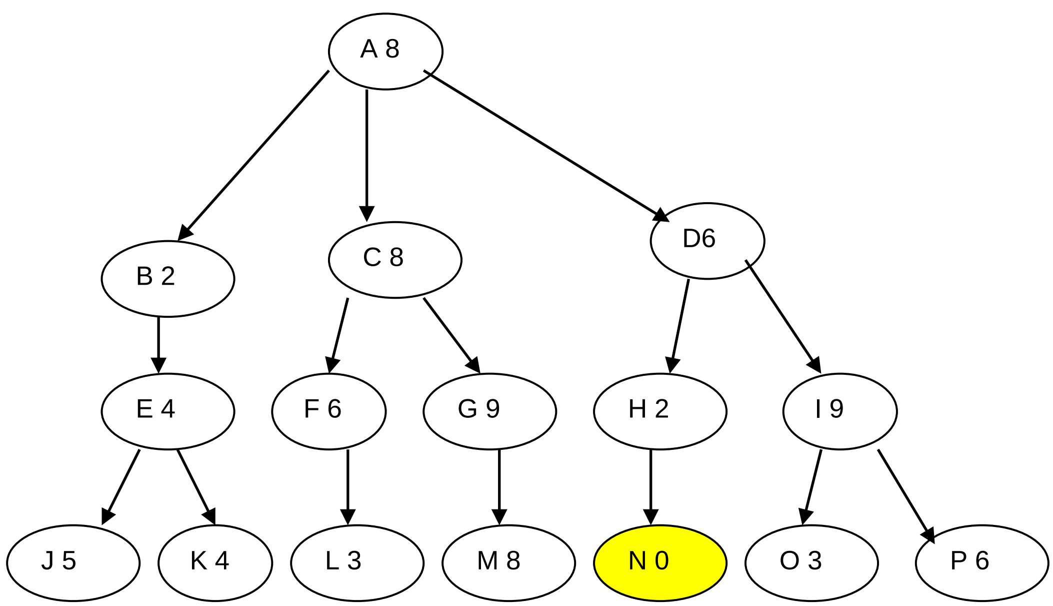
	LISTA ABIERTA	**LISTA CERRADA**
	A	-
m = A	~~B^A~~, C^A, D^A	A
m = ~~B^A~~	~~E^B~~, C^A, D^A	A, ~~B^A~~
m = ~~E^B~~	~~J^E~~, ~~K^E~~, C^A, D^A	A, ~~B^A~~, ~~E^B~~
m = J^E callejón sin salida	K^E, C^A, D^A	A
m = K^E callejón sin salida	C^A, D^A	A
m = C^A	F^C, G^C, D^A	A, C^A
m = F^C	~~L^F~~, G^C, D^A	A, C^A
m = L^F callejón sin salida	G^C, D^A	A, C^A
m = G^C	M^G, D^A	A, C^A, G^C
m =M^G	D^A	A, C^A, G^C, M^G

MÉTODOS INFORMADOS (CON HEURÍSTICA):

BÚSQUEDA PRIMERO EL MEJOR - BÚSQUEDA A*

EJERCICIO 2

Dado el siguiente árbol que se muestra a continuación donde el nodo **N** es el nodo meta, donde **A** es el nodo inicial y el problema es de minimización:

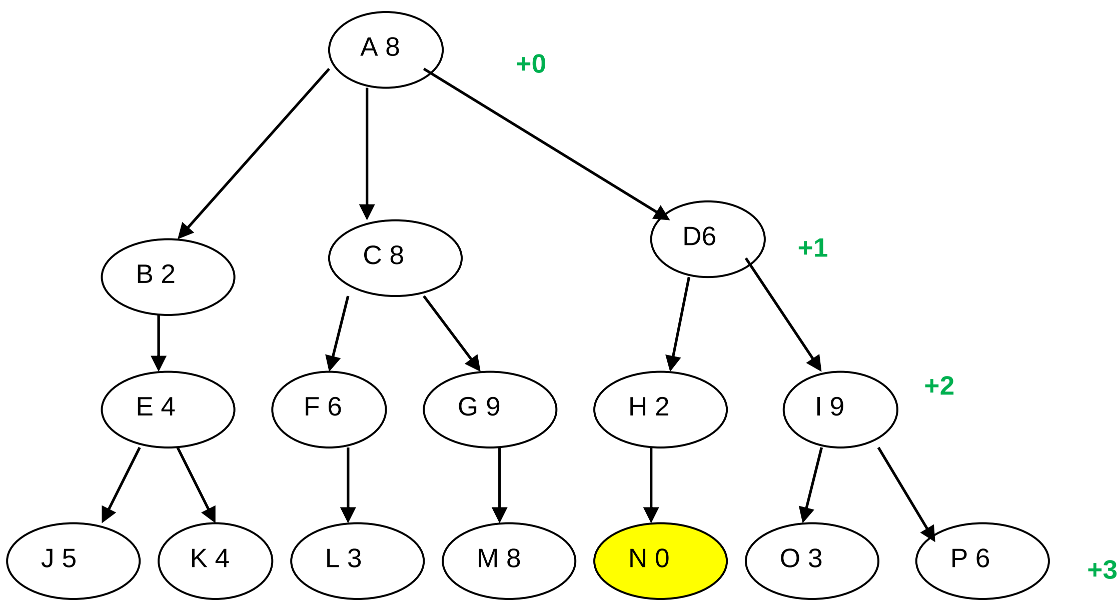


Se pide indique el orden en que se visitan los nodos distinguiendo solo aquellos que se han elegido en el proceso de búsqueda de la solución para el método Búsqueda Primero el Mejor y Búsqueda A *.

MÉTODO INFORMADO BÚSQUEDA PRIMERO EL MEJOR

	LISTA ABIERTA	**LISTA CERRADA**
	A(8)	-
m = A(8)	$B^{A}(2)$, $D^{A}(6)$, $C^{A}(8)$	A(8)
m = $B^{A}(2)$	$E^{B}(4)$, $D^{A}(6)$, $C^{A}(8)$	A(8), $B^{A}(2)$
m = $E^{B}(4)$	$K^{E}(4)$, $J^{E}(5)$, $D^{A}(6)$, $C^{A}(8)$	A(8), $B^{A}(2)$, $E^{B}(4)$
m = $K^{E}(4)$	$J^{E}(5)$, $D^{A}(6)$, $C^{A}(8)$	A(8), $B^{A}(2)$, $E^{B}(4)$, $K^{E}(4)$
m = $J^{E}(5)$	$D^{A}(6)$, $C^{A}(8)$	A(8), $B^{A}(2)$, $E^{B}(4)$, $K^{E}(4)$, $J^{E}(5)$
m = $D^{A}(6)$	$H^{D}(2)$, $C^{A}(8)$, $I^{D}(9)$	A(8), $B^{A}(2)$, $E^{B}(4)$, $K^{E}(4)$, $J^{E}(5)$, $D^{A}(6)$
m = $H^{D}(2)$	$N^{H}(0)$, $C^{A}(8)$, $I^{D}(9)$	A(8), $B^{A}(2)$, $E^{B}(4)$, $K^{E}(4)$, $J^{E}(5)$, $D^{A}(6)$, $H^{D}(2)$
m = $N^{H}(0)$	$C^{A}(8)$, $I^{D}(9)$	A(8), $B^{A}(2)$, $E^{B}(4)$, $K^{E}(4)$, $J^{E}(5)$, $D^{A}(6)$, $H^{D}(2)$, $N^{H}(0)$

CAMINO: $N^{H}(0)$, $H^{D}(2)$, $D^{A}(6)$, A(8)



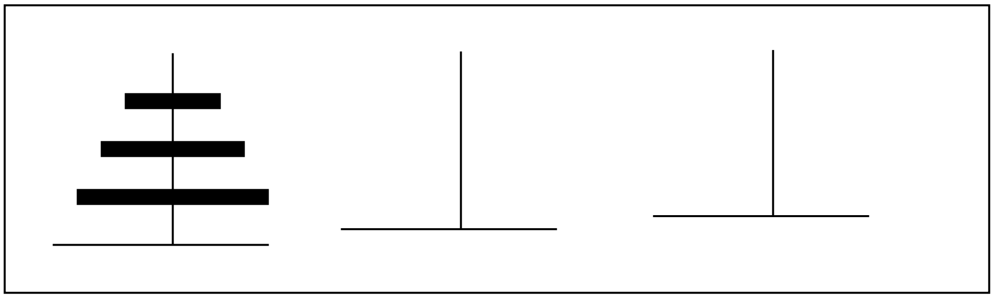
MÉTODO INFORMADO BÚSQUEDA A*

	LISTA ABIERTA	**LISTA CERRADA**
	A(8+0)	-
m = A(8+0)	$B^{A}(2+1)$, $D^{A}(6+1)$, $C^{A}(8+1)$	A(8+0)
m = $B^{A}(2+1)$	$E^{B}(4+2)$, $D^{A}(7)$, $C^{A}(9)$	A(8), $B^{A}(2+1)$
m = $E^{B}(4+2)$	$D^{A}(6+1)$, $K^{E}(4+3)$, $J^{E}(5+3)$, $C^{A}(9)$	A(8), $B^{A}(3)$, $E^{B}(4+2)$
m = $D^{A}(6+1)$	$H^{D}(2+2)$, $K^{E}(7)$, $J^{E}(8)$, $C^{A}(9)$, $I^{D}(9+2)$	A(8), $B^{A}(3)$, $E^{B}(6)$, $D^{A}(6+1)$
m = $H^{D}(2+2)$	$N^{H}(0+3)$, $K^{E}(7)$, $J^{E}(8)$, $C^{A}(9)$, $I^{D}(11)$	A(8), $B^{A}(3)$, $E^{B}(6)$, $D^{A}(7)$, $H^{D}(2+2)$
m = $N^{H}(0+3)$	$K^{E}(7)$, $J^{E}(8)$, $C^{A}(9)$, $I^{D}(11)$	A(8), $B^{A}(3)$, $E^{B}(6)$, $D^{A}(7)$, $H^{D}(4)$, $N^{H}(0+3)$

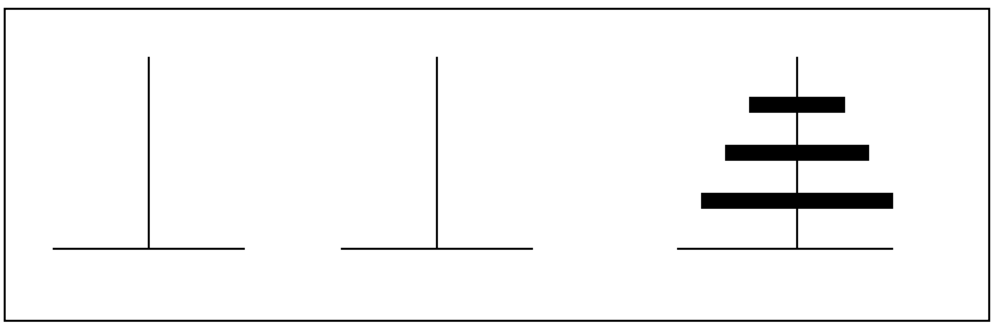
CAMINO: $N^{H}(3)$, $H^{D}(4)$, $D^{A}(7)$, A(8)

EJERCICIO 3

Resolver aplicando el método de búsqueda con heurística A*. Se trata del problema de las torres de Habnoi; hay 3 torres cada una con discos de diferente tamaño que deben siempre permanecer ordenados según se muestra a continuación. Indicar la Función Heurística aplicada.



Estado inicial (1,2,3 ; _ ; _)



Estado final (_ ; _ ; 1,2,3)

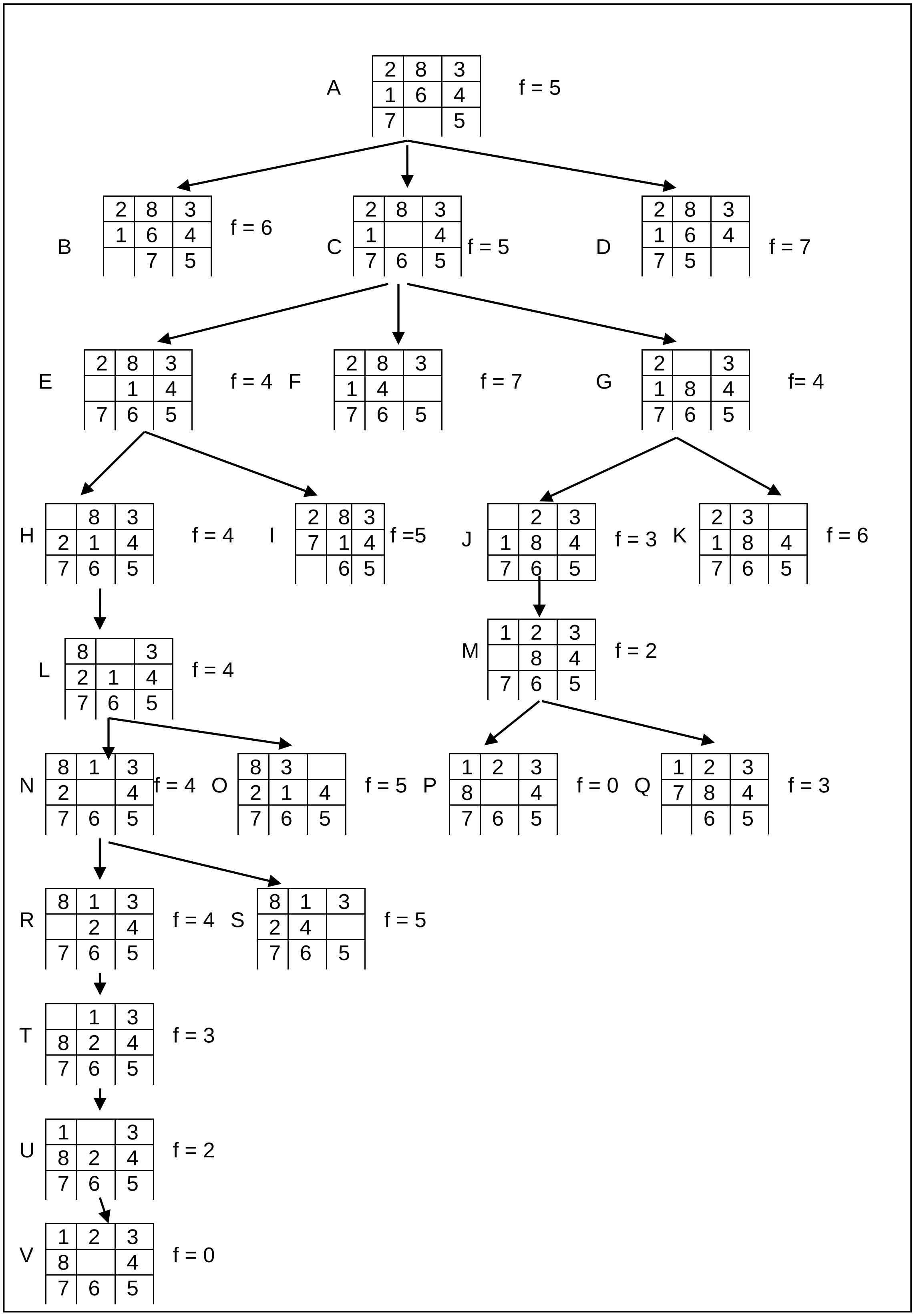
A (1,2,3 ; _ ; _) f = 3

B (2,3 ; 1 ; _) f = 3
K (3 ; 1 ; 2) f = 2
L (1,3 ; _ ; 2) f = 2
M (1,3 ; 2 ; _) f = 3
N (3 ; 1,2 ; _) f = 3
O (_ ; 1,2 ; 3) f = 2
P (1 ; 2 ; 3) f = 2
Q (1; _ ; 2,3) f = 1
R (_ ; _ ; 1,2,3) f = 0

C (2,3 ; _ ; 1) f = 2
D (3 ; 2 ; 1) f = 2
E (3 ; 1,2 ; _) f = 3
F (_ ; 1,2 ; 3) f = 2
G (1 ; 2 ; 3) f = 2
H (1 ; _ ; 2,3) f = 1
I (_ ; _ ; 1,2,3) f = 0

EJERCICIO 4:

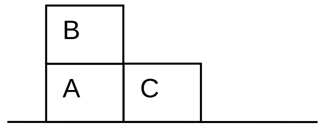
Dado el problema del puzzle, donde se debe llegar a tener todos los casilleros ordenados del 0 al 8 en una grilla de 3 x 3, donde debemos considerar que el espacio en blanco también es un casillero que debe estar ordenado, es decir en el medio de la grilla, aplicar el método **Primero el mejor. Indicar la Función Heurística aplicada**.



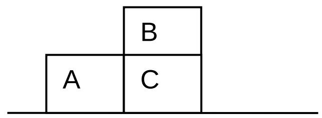
PLANIFICACIÓN MEDIANTE PILA DE OBJETIVOS

EJERCICIO 1
Dada la siguiente configuración de bloques y los operadores que se muestran a continuación mostrar la evolución de la pila de objetivos para poder llegar del estado inicial al estado final.

Estado inicial :



Estado Final



Operadores	Precondiciones	Postcondiciones
APILAR(X,Y)	DESPEJADO(Y) AGARRADO(X)	SOBRE(X,Y)
AGARRAR(X)	DESPEJADO(X) BRAZOLIBRE SOBRELAMESA(X)	AGARRADO(X)
DESAPILAR(X,Y)	SOBRE(X,Y) DESPEJADO(X) BRAZOLIBRE	AGARRADO(X) DESPEJADO(Y)

RESOLUCIÓN

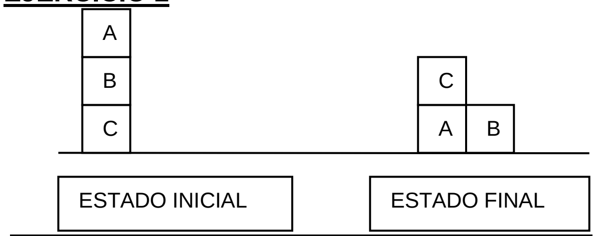
DESPEJADO(B)
DESPEJADO(A)
SOBRE(B,C)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(C)
SOBRE(B,C), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(C), DESPEJADO(A), DESPEJADO(B)

SOBRE(B,A)
DESPEJADO(B) * ACA UTILICE LAS PRECONDICIONES DE DESAPILAR(B,A)
BRAZOLIBRE
SOBRE(B,A),DESPEJADO(B),BRAZOLIBRE
DESAPILAR(B,A)
SOBRE(B,C)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(C)
SOBRE(B,C),SOBRELAMESA(A),SOBRELAMESA(C) , DESPEJADO(A), DESPEJADO(B)

AGARRADO(B)
DESPEJADO(C) *ACA USE LAS PRECONDICIONES DE APILAR(B,C)
AGARRADO(B) ,DESPEJADO(C)
APILAR(B,C)
SOBRE(B,C)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(C)
SOBRE(B,C),SOBRELAMESA(A),SOBRELAMESA(C), DESPEJADO(A), DESPEJADO(B)

Plan
DESAPILAR(B,A)
APILAR(B,C)

EJERCICIO 2



Operadores	Precondiciones	Postcondiciones
APILAR(X,Y)	DESPEJADO(Y) AGARRADO(X)	SOBRE(X,Y)
BAJAR(X)	AGARRADO(X)	SOBRELAMESA(X) BRAZOLIBRE
DESAPILAR(X,Y)	SOBRE(X,Y)DESPEJADO(X) BRAZOLIBRE	AGARRADO(X) DESPEJADO(Y)
TOMAR(X)	DESPEJADO(X) BRAZOLIBRE SOBRELAMESA(X)	AGARRADO(X)

RESOLUCIÓN

SOBRE(C,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(C,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B)

SOBRE(A,B)
DESPEJADO(A) *ACA USE LAS PRECONDICIONES PARA DESAPILAR(A,B) Y CON ESTO TENGO A A
BRAZO LIBRE
SOBRE(A,B),DESPEJADO(A),BRAZO LIBRE
DESAPILAR(A,B)
SOBRE(C,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(C,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B)

AGARRADO(A)
BAJAR(A) *ACA USE LAS PRECONDICIONES PARA BAJAR A
SOBRE(C,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(C,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B)

SOBRE(B,C) *ACA USE LAS PRECONDICIONES PARA DESAPILAR(B,C)
DESPEJADO(B)
BRAZO LIBRE
SOBRE(B,C),DESPEJADO(B),BRAZO LIBRE
DESAPILAR(B,C)
SOBRE(C,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(C,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B)

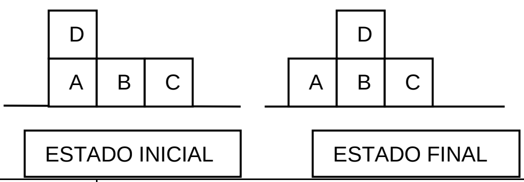
DESPEJADO(C)
AGARRADO(B)
BAJAR(B)
SOBRE (C,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(C,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B)

DESPEJADO(C)
SOBRELAMESA(C)
BRAZOLIBRE
TOMAR(C)
SOBRE (C,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(C,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B)

AGARRADO(C)
DESPEJADO(A)
AGARRADO(C),DESPEJADO(A)
APILAR(C,A)
SOBRE(C,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA (B)
SOBRE(C,A),SOBRELAMESA(A),SOBRELAMESA(B)

PLAN
DESAPILAR(A,B)
BAJAR(A)
DESAPILAR(B,C)
BJAR(B)
TOMAR(C)
APILAR(C,A)

<u>EJERCICIO 3</u>



Operadores	Precondiciones	Postcondiciones
APILAR(X,Y)	DESPEJADO(Y) AGARRADO(X)	SOBRE(X,Y)
AGARRAR(X)	DESPEJADO(X) BRAZO LIBRE SOBRELAMESA(X)	AGARRADO(X)
DESAPILAR(X,Y)	SOBRE(X,Y) DESPEJADO(X) BRAZOLIBRE	AGARRADO(X) DESPEJADO(Y)

<u>RESOLUCIÓN</u>

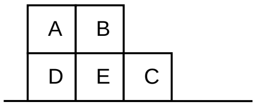
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRELAMESA(C)
SOBRE(D,B)
SOBRE(D,B),SOBRELAMESA(A),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(C)

SOBRE(D,A)
DESPEJADO(D)
BRAZO LIBRE
SOBRE(D,A),DESPEJADO(D),BRAZO LIBRE
DESAPILAR(D,A)
SOBRE(D,B)
SOBRE(D,B),SOBRELAMESA(A),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(C)

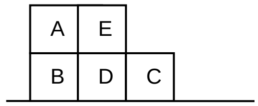
AGARRADO(D)
DESPEJADO(B)
AGARRADO(D),DESPEJADO(B)
APILAR(D,B)
SOBRE(D,B)
SOBRE(D,B),SOBRELAMESA(A),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(C)

PLAN
DESAPILAR(D,A)
APILAR(D,B)

<u>EJERCICIO 4</u>



ESTADO INICIAL



ESTADO FINAL

Operadores	Precondiciones	Postcondiciones
APILAR(X,Y)	DESPEJADO(Y) AGARRADO(X)	SOBRE(X,Y)
AGARRAR(X)	DESPEJADO(X) BRAZO LIBRE SOBRELAMESA(X)	AGARRADO(X)
DESAPILAR(X,Y)	SOBRE(X,Y) DESPEJADO(X) BRAZOLIBRE	AGARRADO(X) DESPEJADO(Y)
BAJAR(X)	AGARRADO(X)	SOBREMESA(X) BRAZOLIBRE

SOBRELAMESA(D)
SOBRELAMESA(C)
SOBRE (E,D)
SOBRE(A,B)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(E,D),SOBRE(A,B),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(D)

SOBRE(B,E)
DESPEJADO(B)
BRAZOLIBRE
SOBRE(B,E),DESPEJADO(B),BRAZOLIBRE
DESAPILAR(B,E)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(E,D)
SOBRE(A,B)
SOBRE(E,D),SOBRE(A,B),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(D)

AGARRADO(B)
DESPEJADO(E)
BAJAR(B)
SOBRELAMESA(B)
SOBRE(E,D)
SOBRE(A,B)
SOBRE(E,D),SOBRE(A,B),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(D)

SOBRE (A,D)
DESPEJADO(A)
BRAZOLIBRE
SOBRE (A,D) ,DESPEJADO(A),BRAZOLIBRE
DESAPILAR (A,D)
SOBRE(E,D)
SOBRE(A,B)
SOBRE(E;D),SOBRE(A,B),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(D)

DESPEJADO(B)
AGARRADO(A)
DESPEJADO (B), AGARRADO (A)
APILAR(A,B)
SOBRE(E,D)
SOBRE(A,B)
SOBRE(E,D),SOBRE(A,B),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(D)

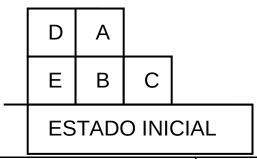
DESPEJADO(E)
BRAZOLIBRE
DESPEJADO(E),BRAZOLIBRE
AGARRAR(E)
SOBRE(E,D)
SOBRE(A,B)
SOBRE(E,D),SOBRE(A,B),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(D)

DESPEJADO(E)
AGARRADO(D)

DESPEJADO(E),AGARRADO(D)
APILAR(D,E)
SOBRE(E,D)
SOBRE(A,B)
SOBRE(E,D),SOBRE(A,B),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(B),SOBRELAMESA(D)

PLAN
DESAPILAR(B,E)
BAJAR(B)
DESAPILAR(A,D)
APILAR(A,B)
AGARRAR(E)
APILAR(D,E)

<u>EJERCICIO 5</u>



Operadores	Precondiciones	Postcondiciones
APILAR(X,Y)	DESPEJADO(Y) AGARRADO(X)	SOBRE(X,Y)
AGARRAR(X)	DESPEJADO(X) BRAZO LIBRE SOBRELAMESA(X)	AGARRADO(X)
DESAPILAR(X,Y)	SOBRE(X,Y) DESPEJADO(X) BRAZOLIBRE	AGARRADO(X) DESPEJADO(Y)
BAJAR(X)	AGARRADO(X)	SOBREMESA(X) BRAZOLIBRE

RESOLUCIÓN

SOBRELAMESA(C)
SOBRELAMESA(E)
SOBRELAMESA(D)
SOBRE(A,D)
SOBRE(B,E)
SOBRE(A,D),SOBRE(B,E),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(E),SOBRELAMESA(D)

SOBRE(D,E)
DESPEJADO(D)
BRAZOLIBRE
SOBRE(D,E),DESPEJADO(D), BRAZOLIBRE
DESAPILAR(D,E)
SOBRELAMESA(D)
SOBRE(A,D)
SOBRE(B,E)
SOBRE(A,D),SOBRE(B,E),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(E),SOBRELAMESA(D)

AGARRADO(D)
BAJAR(D)
SOBRELAMESA(D)
SOBRE(A,D)
SOBRE(B,E)
SOBRE(A,D),SOBRE(B,E),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(E),SOBRELAMESA(D)

DESPEJADO(D)
AGARRADO(A)
APILAR(A,D)
SOBRE(A,D)
SOBRE(B,E)
SOBRE(A,D),SOBRE(B,E),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(E),SOBRELAMESA(D)

DESPEJADO(B)
BRAZOLIBRE
DESPEJADO(B),BRAZOLIBRE
AGARRAR(B)
SOBRE(B,E)

SOBRE(A,D),SOBRE(B,E),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(E),SOBRELAMESA(D)

AGARRADO(B)
DESPEJADO(E)
APILAR(B,E)
SOBRE(B,E)
SOBRE(A,D),SOBRE(B,E),SOBRELAMESA(C),SOBRELAMESA(E),SOBRELAMESA(D)

PLAN
DESAPILAR(D,E)
BAJAR(D)
APILAR(A,D)
AGARRAR(B)
APILAR(B,E)

EJERCICIO 6

Considerando los operadores siguientes y sus precondiciones, describa la evolución del contenido de la Pila de Objetivos para el estado deseado:

Operadores	Precondiciones	Postcondiciones
APILAR (X, Y)	DESPEJADO (Y) AGARRADO(X)	SOBRE (X,Y)
AGARRAR (X)	DESPEJADO (X) BRAZOLIBRE	AGARRADO(X)
DESAPILAR (X, Y)	SOBRE (X, Y) DESPEJADO (X) BRAZOLIBRE	AGARRADO(X) DESPEJADO(Y)

Estado Inicial Estado Objetivo

SOBRE(D,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRELAMESA(C)
SOBRE(D,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B), SOBRELAMESA(C)

SOBRE(D,B)
DESPEJADO(D)
BRAZOLIBRE
DESAPILAR(D,B)
SOBRE(D,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRELAMESA(C)
SOBRE(D,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B), SOBRELAMESA(C)

DESPEJADO(A)
AGARRADO(D)
APILAR(D,A)
SOBRE(D,A)
SOBRELAMESA(A)
SOBRELAMESA(B)
SOBRELAMESA(C)
SOBRE(D,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B), SOBRELAMESA(C)
SOBRE(D,A), SOBRELAMESA(A), SOBRELAMESA(B), SOBRELAMESA(C)

PLAN
DESAPILAR(D,B)
APILAR(D,A)

EJERCICIOS DE LISP

EJERCICIO 1 Defina una lista de 3 a 5 sublistas, donde cada una contenga varios símbolos, aplique la función MAPCAR para tomar el primer elemento de cada sublista.

EJERCICIO 2 Cual es el resultado de aplicar (APPLY ‘ + 5 2 ‘(5 2))

EJERCICIO 3 Defina las listas necesarias (al menos 2) y la función que se aplicaria para obtener (PVC345)

EJERCICIO 4 Dada la lista (b d a c) y como resultado (a c) indique que función se aplico? CAR, CDR, MEMBER, APPEND

EJERCICIO 5 Como sería en LISP la tradicional función de asignación I := I + 1?

EJERCICIO 6 Cual es el resultado de aplicar (APPLY ‘ + ‘(1 2 3))

EJERCICIO 7 Si una variable X tiene el valor (a b) cual es la diferencia entre (LIST x ‘c) y (LIST ‘X ‘C)

EJERCICIO 8 Crear una lista con los valores: A, C, W, S, D, X, Q, H

Resultado:..

EJERCICIO 9 Aplicar “REVERSE”

Resultado:..

EJERCICIO 10 Aplicar “CDR”

Resultado:..

EJERCICIO 11 Aplicar “CAR”

Resultado:..

Respuestas

EJERCICIO 1

```
(setq ejemplo ( list ‘(a b c) ‘(d e f) ‘(g h i)))
((A B C) (D E F) (G H I))
(mapcar ‘car ejemplo)
(A D G)
```

EJERCICIO 2

```
(apply ‘ + 5 2 ‘(5 2))
14
```

EJERCICIO 3

```
(setq lista1 ‘(p v c))
(P V C)
(setq lista2 ‘(3 4 5))
```

```
 (3 4 5)
 (append lista1 lista2)
(P V C 3 4 5)
```

EJERCICIO 4

```
 (setq lista ‘(b d a c) )
 (B D A C)
 (setq parte (cdr lista))
(D A C )
(setq parte1 (cdr parte))
(A C)
```

EJERCICIO 5

(+ 1 i)

EJERCICIO 6

(apply ‘+ ‘(1 2 3))

EJERCICIO 7

```
(setq x ‘( a b))
 (A B)
 (list x ‘c)
 ((A B) C)
 (list ‘x ‘c)
 (X  C)
```

PROLOG

EJERCICIO 1
Considerando los siguientes predicados:

PERSONA (nombre, sexo, edad)
MAYOR_EDAD (nombre)

Y sabiendo que:
Juan tiene 20 años
Pedro tiene 13 años
Ana tiene 10 años
Alejandra tiene 15 años
Jorge tiene 30 años
Luis tiene 28 años

Escribir un programa que permita identificar a las personas mayores de 18 años.
a) Definir hechos
PERSONA (juan,m,20) <-
PERSONA (pedro,m,13) <-
PERSONA (ana,f,10) <-
PERSONA (alejandra,f,15) <-
PERSONA (jorge,m,30) <-
PERSONA (luis,m,28) <-

b) Definir reglas
MAYOR_EDAD (X) <- PERSONA (X,S,E), (E>18)

<- MAYOR_EDAD (juan)
<- PERSONA (juan,m,20),(20 > 18)
<- [ ] juan es mayor de 18 años

<- MAYOR_EDAD (pedro)
<- PERSONA (pedro,m,13),(13 > 18)
<- [*] pedro no es mayor de 18 años

<- MAYOR_EDAD (ana)
<- PERSONA (ana,f,10),(10 > 18)
<- [*] ana no es mayor de 18 años

<- MAYOR_EDAD (alejandra)
<- PERSONA (alejandra,f,15),(15 > 18)
<- [*] alejandra no es mayor de 18 años

<- MAYOR_EDAD (jorge)
<- PERSONA (jorge,m,30),(30 > 18)
<- [ ] jorge es mayor de 18 años

<- MAYOR_EDAD (luis)
<- PERSONA (luis,m,28),(28 > 18)
<- [ ] luis es mayor de 18 años

EJERCICIO 2

A partir de los siguientes predicados:

PERSONA (nombre,sexo)
AMISTAD (mujer,hombre)
SOSPECHOSO (nombre)
Y considerando:
Barbara es amiga de Juan
Barbara es amiga de Roberto
Barbara es amiga de María
Susana es amiga de Juan
Susana es amiga de Pedro

Se debe escribir un programa que permita individualizar a los sospechosos del asesinato de Susana. Para ello considerar como sospechosos a:
1 Los hombres que tuvieron relación con Susana
2 Las mujeres que tuvieron relación con hombres que Susana conocía
3 Los amigos de mujeres que tuvieron relación con hombres que Susana conocía

a) Definir hechos
PERSONA (maría,f) <-
PERSONA (susana,f) <-
PERSONA (barbara,f) <-
PERSONA (pedro,m) <-
PERSONA (juan,m) <-
PERSONA (roberto,m) <-
AMISTAD (barbara,juan) <-
AMISTAD (barbara,roberto) <-
AMISTAD (susana,juan) <-
AMISTAD (susana,pedro) <-

b)Definir reglas
b.1) SOSPECHOSO (X) <- AMISTAD (susana,X), PERSONA (X,m)
b.2) SOSPECHOSO (Y) <- AMISTAD (susana,X), PERSONA (X,m) , AMISTAD (Y,X), PERSONA (Y,f), (Y≠susana)
b.3) SOSPECHOSO (Z) <- AMISTAD (susana,X), PERSONA (X,m) , AMISTAD (Y,X), PERSONA (Y,f), (Y≠susana)
AMISTAD (Y,Z), PERSONA (Z,m)

<- SOSPECHOSO (Z)

<- AMISTAD (susana,juan),
PERSONA (juan,m),
AMISTAD (Y,juan),
PERSONA (Y,f), (Y≠susana)
AMISTAD (Y,Z),
PERSONA (Z,m)

<- AMISTAD (susana,pedro),
PERSONA (pedro,m),
AMISTAD (Y,pedro),
PERSONA (Y,f), (Y≠susana)
AMISTAD (Y,Z),
PERSONA (Z,m)

<- AMISTAD (barbara,juan)
PERSONA (barbara,f),(barbara≠susana)
AMISTAD (barbara,Z),
PERSONA (Z,m)

<-AMISTAD (susana,pedro)
PERSONA (susana,f),
(susana≠susana), AMISTAD(susana,Z)
PERSONA(Z,m)
<- [*]

<- AMISTAD (barbara,juan),
PERSONA (juan,m)
<- []
Z = juan

<- AMISTAD (barbara,roberto),
PERSONA (roberto,m)
<- []
Z = roberto

EJERCICIO 3

Dada la siguiente información:
Antonio y Miguel son socios de un club alpino
Todo socio que no es un esquiador, es un escalador de montañas
A los escaladores de montañas no les gusta la lluvia
Si a alguien no le gusta la nieve, no es un esquiador
A Miguel le disgusta todo lo que a Antonio le gusta y le gusta todo lo que a Antonio le disgusta.
A Antonio le gusta la nieve y la lluvia
Existen algún socio que sea escalador de montañas pero no esquiador?

a) Definir predicados
SOCIO (nombre)
ESCALADOR (X) <- SOCIO (X), ~ESQUIADOR (X), ~GUSTA_LLUVIA(X)
GUSTA_LLUVIA (nombre)
GUSTA_NIEVE (nombre)
~ESQUIADOR (X) <- ~GUSTA_NIEVE (X)

b) Hechos
SOCIO (antonio) <-
SOCIO (miguel) <-
GUSTA_LLUVIA (antonio) <-
GUSTA_NIEVE (antonio) <-
~GUSTA_LLUVIA (miguel) <-
~GUSTA_NIEVE (miguel) <-

c) Resolución
<- SOCIO(X), ESCALADOR(X), ~ESQUIADOR(X)

<- SOCIO (antonio),
ESCALADOR (antonio),
~ESQUIADOR (antonio)

<- SOCIO (miguel),
ESCALADOR (miguel),
~ESQUIADOR (miguel)

<- SOCIO (antonio),

<- SOCIO (miguel),

~ESQUIADOR (antonio),
~GUSTA_LLUVIA (antonio),
~ESQUIADOR (antonio)

<- ~GUSTA_NIEVE (antonio),
~GUSTA_LLUVIA (antonio),
~ESQUIADOR (antonio)

<- [*]

~ESQUIADOR (miguel),
~GUSTA_LLUVIA (miguel),
~ESQUIADOR (miguel)

<- ~GUSTA_NIEVE (miguel),
~GUSTA_LLUVIA (miguel),
~GUSTA_NIEVE (miguel)

<- [ ]
X = Miguel

EJERCICIO 4

Se desea obtener todos los ancestros de una determinada persona. Se puede realizar una definición recursiva de la cláusula: ANCESTRO(X,Y) <- PADRE(X,Y)
ANCESTRO(X,Y) <- PADRE(Z,Y), ANCESTRO(X,Z)
lo que sería sólo los ancestros por parte de padre y por otro lado, los ancestros sólo por parte de madre.

ANCESTRO(X,Y) <- MADRE(X,Y)
ANCESTRO(X,Y) <- MADRE(Z,Y), ANCESTRO(X,Z)

Definimos hechos:
PADRE(rogelio,eva)<-
PADRE(rogelio,gustavo)<-
PADRE(eduardo,luis)<-
PADRE(eduardo, angel)<-
PADRE(pablo,alicia)<-
PADRE(pablo,ana)<-
PADRE(luis,julia)<-
PADRE(angel,celina)<-
PADRE(angel,mario)<-
PADRE(mario,german)<-
PADRE(gustavo,adelaida)<-
MADRE(elvira,eva)<-
MADRE(elvira,gustavo)<-
MADRE(gloria,luis)<-
MADRE(gloria,angel)<-
MADRE(luisa,alicia)<-
MADRE(luisa,ana)<-
MADRE(eva,julia)<-
MADRE(alicia,celina)<-
MADRE(alicia,mario)<-
MADRE(julia,german)<-
MADRE(ana,adelaida)<-

Solución:
<- ANCESTRO(X,adelaida)

<- PADRE(Z,adelaida), ANCESTRO(X,Z)
<- PADRE(gustavo,adelaida), ANCESTRO(X,gustavo)
<- [ ]

Z = gustavo

<- PADRE(Z,gustavo), ANCESTRO(X,Z)
<- PADRE(rogelio,gustavo), ANCESTRO(X,rogelio)
<- PADRE(Z,rogelio), ANCESTRO(X,Z)
<- [*]

<- ANCESTRO(X,german)
<- MADRE(Z,german), ANCESTRO(X,Z)
<- MADRE(julia,german), ANCESTRO(X,julia)
<- MADRE(Z,julia), ANCESTRO(X,Z)
<- MADRE(eva,julia), ANCESTRO(X,eva)
<- MADRE(elvira,eva), ANCESTRO(X,elvira)
<- MADRE(Z,elvira), ANCESTRO(X,Z)

<- [*]

Z = julia
Z = eva

EJERCICIO 5

Obtener el máximo común divisor MCD, de dos números enteros positivos dados X e Y. La definición es:

1) Si X e Y son iguales, entonces el MCD es igual a X.
2) Si X < Y entonces MCD es igual al máximo comun divisor entre X y la diferencia de Y - X.
3) Si X > Y entonces MCD es igual al máximo común divisor entre Y y la diferencia de X - Y.

Estas tres claúsulas las expresamos como claúsulas de un predicado MCD (X,Y,MCD), como sigue:

MCD (X,X,X) <-
MCD (X,Y,MCD) <- X < Y , Y1 = Y - X , MCD (X,Y1,MCD)
MCD (X,Y,MCD) <- X > Y , X1 = X - Y , MCD (X1,Y,MCD)

<- MCD(3,3,3) MCD = 3
<- [ ]

<- MCD(3,5,MCD)
<- 3 < 5, Y1 = 5 - 3, MCD(3,2,MCD)
<- 3 > 2, X1 = 3 - 2, MCD(1,3,MCD)
<- 1 < 3, Y1 = 3 - 1, MCD(1,2,MCD)
<- 1 < 2, Y1 = 2 - 1, MCD(1,1,MCD)
<- [ ]
MCD = 1

<- MCD(4,8)
<- 4 < 8, Y1 = 8 - 4, MCD(4,4,MCD)
<- [ ]   MCD = 4

<- MCD(6,4)
<- 6 > 4, X1 = 6 - 4, MCD(2,4,MCD)
<- 2 < 4, Y1 = 4 - 2, MCD(2,2,MCD)
<- [ ]   MCD = 2

EJERCICIO 6

Se desea escribir un programa que permita encontrar el recorrido para ir desde una ciudad a otra. Para ello se propone emplear el predicado RUTA que define una ruta existente entre dos localidades y el predicado RECORRIDO que vincula dos ciudades a través de una o más rutas. En ambos casos un tercer argumento define la distancia entre las ciudades mencionadas en los primeros argumentos. Los predicados son:

RUTA (ciudad,ciudad,distancia)
RECORRIDO (ciudad,ciudad,distancia)

Los hechos están dados por la enumeración de ciudades vinculadas entre sí por una ruta y sus distancias. Las reglas recursivas que permiten definir un recorrido son:

RECORRIDO (X1,X2,D1) <- RUTA (X1,X2,D1)
RECORRIDO (X1,X2,D1) <- RUTA (X1,XX,DD),RECORRIDO (XX,X2,D2), (D1=DD+D2)

La primera regla define un recorrido elemental,indicando que su antecedente está dado por la existencia de una ruta. La segunda regla es la que permite recursivamente identificar a un recorrido entre dos ciudades distantes, valiendose para ello de las rutas que vinculan localidades intermedias.

Hechos:
RUTA (cordoba,carlos_paz,20) <-
RUTA (carlos_paz,calera,15) <-
RUTA (calera,cosquin,25) <-
RUTA (cosquin,los_cocos,30) <-
RUTA (los_cocos,mina_clavero,20) <-

<- RECORRIDO (cordoba,mina_clavero,D1)
<- RUTA (cordoba,carlos_paz,20),
  RECORRIDO (carlos_paz,mina_clavero,D2), (D1 = 20 + D2)
<- RUTA (carlos_paz,calera,15),
  RECORRIDO (calera,mina_clavero,D2), D1 = 15 + D2)
<- RUTA (calera,cosquin,25),
  RECORRIDO (cosquin,mina_clavero,D2) ,(D1 = 25 + D2)
<- RUTA (cosquin,los_cocos,30),
  RECORRIDO (los_cocos,mina_clavero,D2) ,(D1 = 30 + D2)
<- RUTA (los_cocos,mina_clavero,20), (D1 = 20 + D2)

D1 = 110 KM

LÓGICA DIFUSA

EJERCICIO 1

1) Fuzzificar la variable Crisp *P*=110KPa, cuyo rango va de 0°KPa a 200KPa, según los siguientes conjuntos difusos:

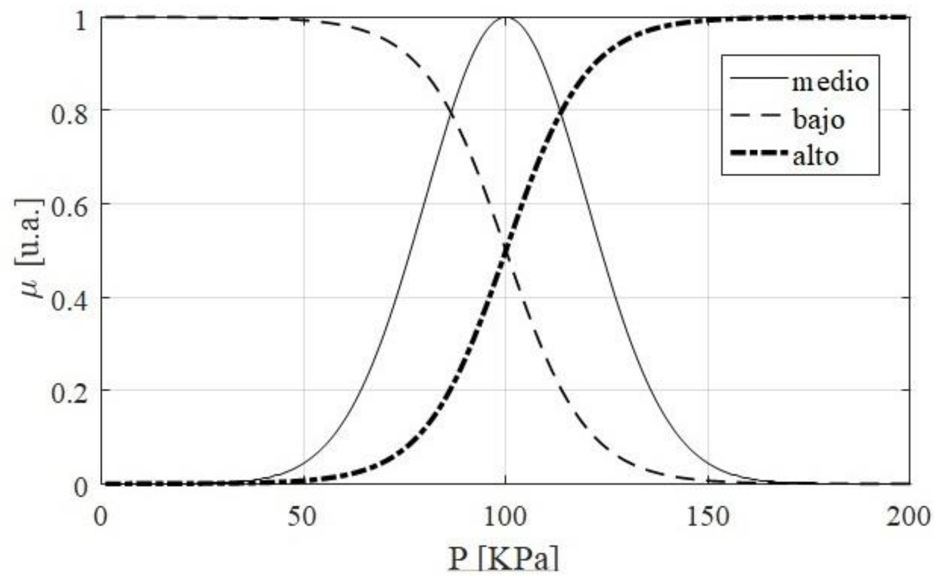


Figura 1

$$\{\ \mu_{bajo} = 1 - \frac{1}{1+e^{-0,1(P\ -100)}}\ ;\ \mu_{medio} = e^{-\frac{(P\ -100)^2}{800}};\ \mu_{alto} = \frac{1}{1+e^{-0,1(P\ -100)}}\} \qquad (1)$$

Donde:

P = presión medida en un sistema físico dado (aplicación genérica).

R<u>ta</u>: Reemplazando *P* = 110KPa en (1), entonces se tiene que P_{difuso} es:

bajo con grado de pertenencia μ_{bajo}= 0,269
medio con grado de pertenencia μ_{medio} = 0,882
alto con grado de pertenencia μ_{alto} = 0,731

2) Fuzzificar la variable Crisp *T*=35°C, cuyo rango va de 0°C a 80°C, según los conjuntos difusos definidos a continuación:

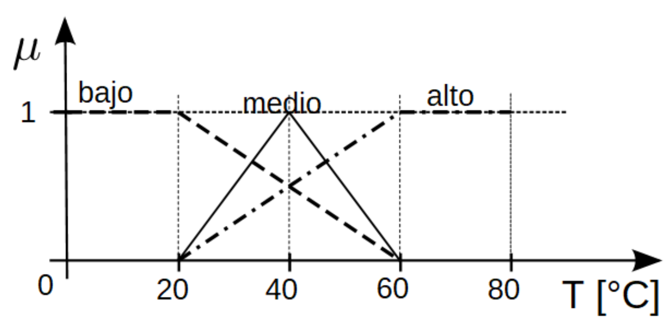


Figura 2

<u>Dato: ecuación de la recta a partir del grafico:</u>

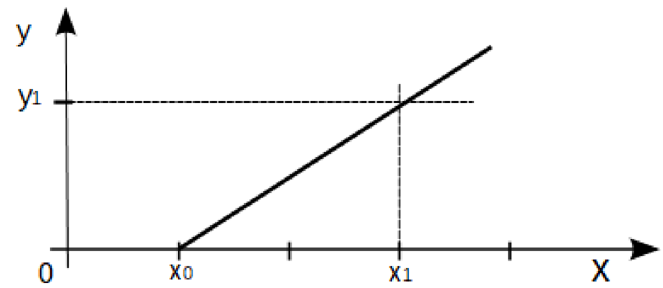


Figura 3

$$y=\frac{y_1}{(x_1-x_0)}(x-x_0)$$

Donde:

T= temperatura medida en un sistema físico dado (aplicación genérica).

R[ta]: Definición paramétrica de cada conjunto difuso, utilizando la ecuación de la recta y la representación gráfica de los conjuntos difusos, según se muestra en el enunciado:

$$\mu_{bajo} = \begin{cases} 1 \ \forall \ T \leq 20 \\ \frac{1}{20-60}(T-60) = -\frac{T}{40} + 1,5 \ \forall \ 20 < T \leq 60 \\ 0 \ \forall \ T > 60 \end{cases} \quad (2)$$

$$\mu_{medio} = \begin{cases} 0 \ \forall \ 60 \leq T \leq 20 \\ \frac{1}{40-20}(T-20) = \frac{T}{20} - 1 \ \forall \ 20 < T \leq 40 \\ \frac{1}{40-60}(T-60) = -\frac{T}{20} + 3 \ \forall \ 40 < T < 60 \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu_{alto} = \begin{cases} 0 \ \forall \ T \leq 20 \\ \frac{1}{60-20}(T-20) = \frac{T}{40} - 0,5 \ \forall \ 20 < T < 60 \\ 1 \ \forall \ 60 \leq T \end{cases} \quad (4)$$

Luego, para T=35°C, se tendrá que T_{difuso} es:

bajo con grado de pertenencia μ_{bajo}= 0,625
medio con grado de pertenencia μ_{medio} = 0,75
alto con grado de pertenencia μ_{alto} = 0,375

3) Dado un sistema de inferencia difusa cuyas entradas están dadas por las variables *T* y *P* según se definió en los ejercicios 1) y 2) y cuya salida es una variable difusa normalizada, que aplica a un dominio $s = \{ 0 \leq \mathbb{R} \leq 90\}$, y contiene tres conjuntos difusos: *bajo*, *medio*, *alto;* definidos como sigue:

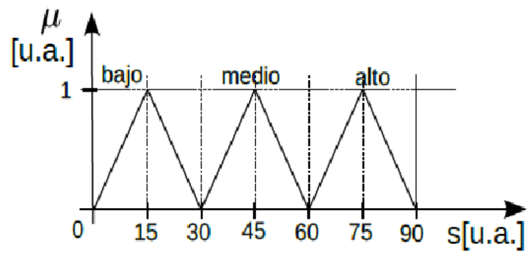


Figura 4

Se pide encontrar cual será el conjunto difuso que resulte de evaluar cada una de las siguientes reglas de inferencia:

a) If *T* is bajo AND *P* is bajo, THEN *s* is alto

b) If *T* is medio OR *P* is bajo, THEN *s* is medio

Considerar un Sistema de Inferencia Difuso tipo Mamdani, y resolver los operadores lógicos de variables difusas según la técnica de Zadeh.

R^ta^: De acuerdo al sistema de inferencia Mamdani, se aplicará la operación lógica que corresponda entre los conjuntos difusos antecedentes, para obtener el consecuente de cada regla. En el caso de la técnica de Zadeh será la función min(.) para la operación AND y la función max(.) para la operación OR. Entonces se tiene:

a) $(T_{bajo}, \mu_{bajo}(T) = 0{,}625)$ AND $(P_{bajo}, \mu_{bajo}(P) = 0{,}269) = (S_{alto}, \min(\mu_{bajo}(T), \mu_{bajo}(P)))$ =
$= (S_{alto}, \mu_{alto}(s) = 0{,}269)$ (5)

b) $(T_{medio}, \mu_{medio}(T) = 0{,}75)$ OR $(P_{bajo}, \mu_{bajo}(P) = 0{,}269) = (S_{medio}, \max(\mu_{medio}(T), \mu_{bajo}(P)))$
$=(S_{medio}, \mu_{medio}(s)= 0{,}75)$ (6)

4) Si a partir de las dos reglas definidas en el ejercicio 3) para un sistema de inferencia difuso tipo Mamdani se quiere obtener un único valor Crisp de *s*, defusificando utilizando el método del centroide o centro de gravedad; cual será entonces la magnitud de *s*.

R^ta^: Para obtener un único valor difuso para *s* a partir de los dos valores obtenidos en el ejercicio 3), se aplica el proceso de agregación, donde se truncan los conjuntos de salida de cada regla al valor del grado de pertenencia asociado. Luego se realiza la unión de los conjuntos difusos obtenidos, para finalmente defuzificar el conjunto difuso y obtener un valor Crisp.

Debido a que los conjuntos difusos *bajo*, *alto* y *medio* no están solapados, puede encontrarse el centroide de la superficie que resulta de la unión de dichos conjuntos, como el centroide de una figura compuesta (figura 5). El valor de la componente *x* de las coordenadas del centroide de la figura compuesta por la suma de A_1 y A_2 (toda el área coloreada), y en general la suma de *n* áreas que forman el área total de la cual se calcula el centroide será:

(7)

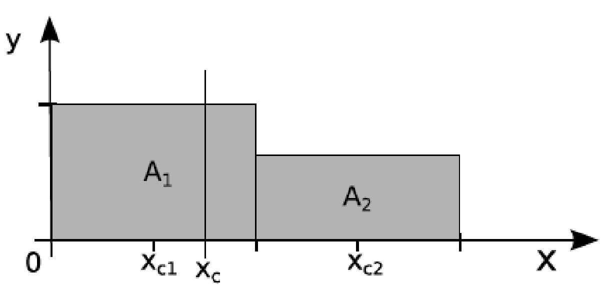


Figura 5

Luego, se tienen tres triángulos isósceles correspondientes a bajo, medio y alto, a los que llamaremos $\overset{\triangle}{T_1}$, $\overset{\triangle}{T_2}$ y $\overset{\triangle}{T_3}$ respectivamente. Para calcular el centroide entonces, se tiene que calcular antes el área de un triángulo isósceles truncado hasta una altura dada.

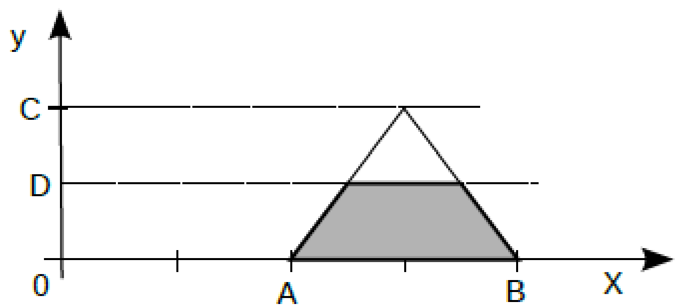


Figura 6

Para calcular el área de un triangulo isósceles truncado hasta una altura D (área coloreada figura 6, A_T) se hace:

$$A_T = 2\left[\left(\frac{B-A}{2} - \frac{\frac{B-A}{2}D}{C}\right)D + \frac{\left(\frac{B-A}{2C}D\right)D}{2}\right] \tag{8}$$

Si C=1:

$$A_T = 2\left[\frac{B-A}{2}D - \frac{B-A}{2}D^2 + \frac{B-A}{4}D^2\right] = 2\,(B-A)\,D\left(1-\frac{D}{2}\right) \tag{9}$$

Considerando que la regla a) del ejercicio 3) genera una pertenencia de *s* al conjunto difuso *alto* con grado de pertenencia de *0,269 mientras que* la regla b) del ejercicio 3) genera una pertenencia de *s* al conjunto difuso *medio* con grado de pertenencia de 0,75; entonces, se debe encontrar el área para $\overset{\triangle}{T_3}$ truncado a una altura de *0,269 y para* $\overset{\triangle}{T_2}$ *truncado a una altura de* 0,75.

$$A_{\overset{\triangle}{T_3}} = (90-60)*0,269\,(1-0,269/2) = 6,98 \tag{10}$$

$$A_{\overset{\triangle}{T_2}} = (60-30)*0,75\,(1-0,75/2) = 14,06 \tag{11}$$

Como el triángulo truncado de la figura 6 es simétrico respecto de un eje paralelo al eje *y*, la coordenada *x* de su centroide estará por donde pase este eje de simetría. Finalmente, la salida Crisp del sistema será:

$$s_{Crisp} = \frac{x_{c2}A_{\underset{T_2}{\triangle}} + x_{c3}A_{\underset{T_3}{\triangle}}}{A_{\underset{T_2}{\triangle}} + A_{\underset{T_3}{\triangle}}} = \frac{45 * 14,06 + 75 * 6,98}{14,06 + 6,98} = 54,95 \tag{12}$$

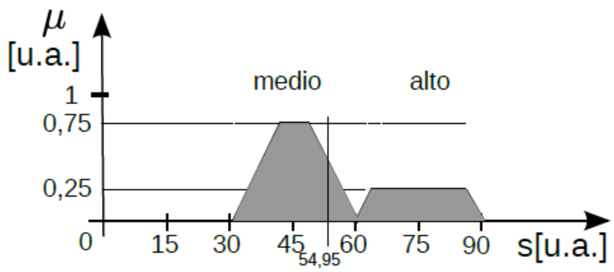


Figura 7