

## RESOLUCIÓN DE EJERCICIO TIPO PARA PERCEPTRON SIMPLE (MONOCAPA)

Un perceptron está formado por varias neuronas lineales para recibir las entradas a la red y una neurona de salida; es capaz de decidir cuando una entrada presentada a la red pertenece a una de las clases que es capaz de reconocer.

La única neurona de salida del Perceptron realiza la suma ponderada de las entradas y pasa el resultado a una función de transferencia. La regla de decisión es responder +1 si el patrón presentado pertenece a la clase A, o -1 si el patrón pertenece a la clase B.

### Regla de Aprendizaje:

El algoritmo de aprendizaje es del tipo supervisado, lo cual requiere que sus resultados sean evaluados y se realicen las modificaciones del sistema si fuera necesario.

### EJERCICIO 4.a

Dado un perceptron en una red neural de una capa, con dos entradas y una salida, ajuste los pesos asociados a cada entrada para que la salida de este sistema responda según la función AND de las entradas.

La función de activación o transferencia está dada por:

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{si } u > 0 \\ 0 & \text{si } u \leq 0 \end{cases}$$

Siendo  $u = \sum w_j \cdot x_j = w_1 * x_1 + w_2 * x_2 + w_3$

Factor de ganancia  $\alpha = 1$

ENTRADAS		SALIDA DESEADA
X1	X2	
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

### **PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS**

$w_3 = 1,5$

$w_1 = 0$

$w_2 = -2,5$

### **SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS**

$x_3 = 1$  (umbral)

$x_1 = 0$

$x_2 = 0$

salida deseada: 0

**TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR**

$$Y_{(t)} = f \left[ \sum w_{i(t)} \cdot x_{i(t)} \right]$$

$$Y = f \left[ (1,5 * 1) + (0 * 0) + (- 2,5 * 0) \right]$$

$$Y = f \left[ 1,5 \right] > 0$$

$Y = 1$  como la salida deseada es 0 y la salida calculada es 1 debemos calcular el error y modificar los pesos. (aprendizaje por corrección de error)

Error = Salida deseada – salida calculada

$$\text{Error} = \left[ d_{(t)} - y_{(t)} \right]$$

$$- 1 = 0 - 1$$

**CUARTO PASO: ADAPTACIÓN DE LOS PESOS**

$$w_{i(t+1)} = w_{i(t)} + \alpha \left[ d_{(t)} - y_{(t)} \right] \cdot x_{i(t)}$$

$$w_3 = 1,5 + 1 \cdot \left[ - 1 \right] \cdot 1 = 0,5$$

$$w_1 = 0 + 1 \cdot \left[ - 1 \right] \cdot 0 = 0$$

$$w_2 = - 2,5 + 1 \cdot \left[ - 1 \right] \cdot 0 = - 2,5$$

**PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS**

$$w_3 = 0,5$$

$$w_1 = 0$$

$$w_2 = - 2,5$$

**SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS**

$$x_3 = 1 \text{ (umbral)}$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 1$$

$$\text{salida deseada: } 0$$

**TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR**

$$Y = f \left[ (0,5 * 1) + (0 * 0) + (- 2,5 * 1) \right]$$

$$Y = f \left[ - 2 \right] \leq 0$$

$$Y = 0$$

Error = Salida deseada – salida calculada

$0 - 0 = 0$  como no hay error los pesos no se actualizan y continúo con la entrada siguiente.

### **PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS**

$w_3 = 0,5$                        $w_1 = 0$                        $w_2 = -2,5$

### **SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS**

$x_3 = 1$  (umbral)               $x_1 = 1$                $x_2 = 0$               salida deseada: 0

### **TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR**

$Y = f[(0,5 * 1) + (0 * 1) + (-2,5 * 0)]$

$Y = f[0,5] > 0$

$Y = 1$

Error = Salida deseada – salida calculada

$0 - 1 = -1$  hay error

### **CUARTO PASO: ADAPTACIÓN DE LOS PESOS**

$w_3 = 0,5 + 1 \cdot [-1] \cdot 1 = -0,5$

$w_1 = 0 + 1 \cdot [-1] \cdot 1 = -1$

$w_2 = -2,5 + 1 \cdot [-1] \cdot 0 = -2,5$

### **PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS**

$w_3 = -0,5$                        $w_1 = -1$                        $w_2 = -2,5$

### **SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS**

$x_3 = 1$  (umbral)               $x_1 = 1$                $x_2 = 1$               salida deseada: 1

**TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR**

$$Y = f [ (-0,5 * 1) + (-1 * 1) + (-2,5 * 1) ]$$

$$Y = f [ -4 ] \leq 0$$

$$Y = 0$$

Error = Salida deseada – salida calculada

$$1 - 0 = 1 \text{ hay error}$$

Hay que seguir iterando.....

LA RED SE ESTABILIZÓ CON LOS PESOS  $w_3 = -2,5$   $w_1 = 2$   $w_2 = 1,5$

**PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS**

$$w_3 = -2,5 \quad w_1 = 2 \quad w_2 = 1,5$$

**SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS**

$$x_3 = 1 \text{ (umbral)} \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad \text{salida deseada: } 0$$

**TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR**

$$Y = f [ (-2,5 * 1) + (2 * 0) + (1,5 * 0) ]$$

$$Y = f [ -2,5 ] \leq 0$$

$$Y = 0$$

Error = Salida deseada – salida calculada

$$0 - 0 = 0 \text{ no hay error}$$

**PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS**

$$w_3 = -2,5 \quad w_1 = 2 \quad w_2 = 1,5$$

**SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS**

$$x_3 = 1 \text{ (umbral)} \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad \text{salida deseada: } 0$$

**TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR**

$$Y = f [ (- 2,5 * 1) + ( 2 * 0) + ( 1,5 * 1)]$$

$$Y = f [ - 1 ] \leq 0$$

$$Y = 0$$

$$\text{Error} = \text{Salida deseada} - \text{salida calculada}$$

$$0 - 0 = 0 \text{ no hay error}$$

**PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS**

$$w_3 = - 2,5$$

$$w_1 = 2$$

$$w_2 = 1,5$$

**SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS**

$$x_3 = 1 \text{ (umbral)}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 0$$

$$\text{salida deseada: } 0$$

**TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR**

$$Y = f [ (- 2,5 * 1) + ( 2 * 1) + ( 1,5 * 0)]$$

$$Y = f [ - 0,5 ] \leq 0$$

$$Y = 0$$

$$\text{Error} = \text{Salida deseada} - \text{salida calculada}$$

$$0 - 0 = 0 \text{ no hay error}$$

**PRIMER PASO: INICIALIZAR LOS PESOS**

$$w_3 = - 2,5$$

$$w_1 = 2$$

$$w_2 = 1,5$$

**SEGUNDO PASO: PRESENTAR ENTRADAS**

$$x_3 = 1 \text{ (umbral)}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1$$

$$\text{salida deseada: } 1$$

**TERCER PASO: CALCULAR LA SALIDA ACTUAL Y ERROR**

$$Y = f [ (- 2,5 * 1) + ( 2 * 1) + ( 1,5 * 1)]$$

$$Y = f [ 1 ] > 0$$

$$Y = 1$$

$$\text{Error} = \text{Salida deseada} - \text{salida calculada}$$

$$1 - 1 = 0 \text{ no hay error}$$

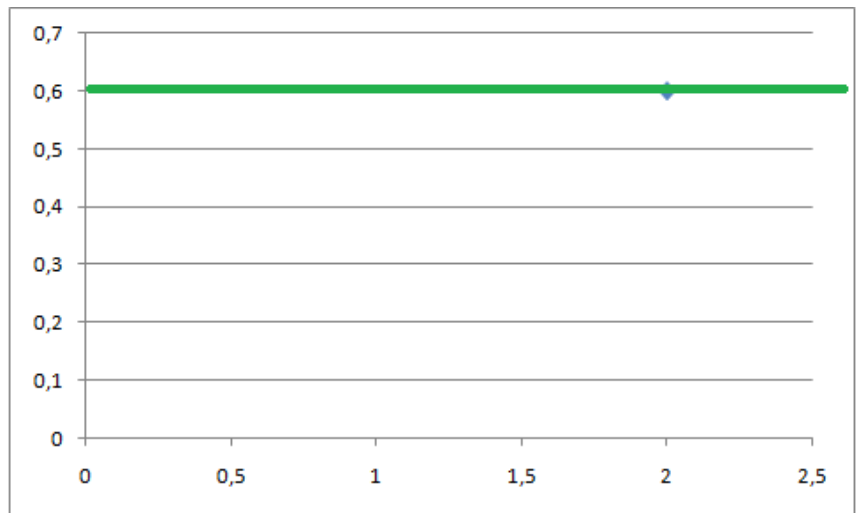
**EVOLUCIÓN**

Pesos iniciales:  $w_3 = 1,5$  ;  $w_1 = 0$  ;  $w_2 = -2,5$

$$W_1 X_1 + W_2 X_2 + W_3 = 0$$

$$0 X_1 - 2,5 X_2 + 1,5 = 0$$

Despejando  $X_2 = (-1,5)/-2,5$   $X_2 = 0,6$

**1° Pesos modificados**

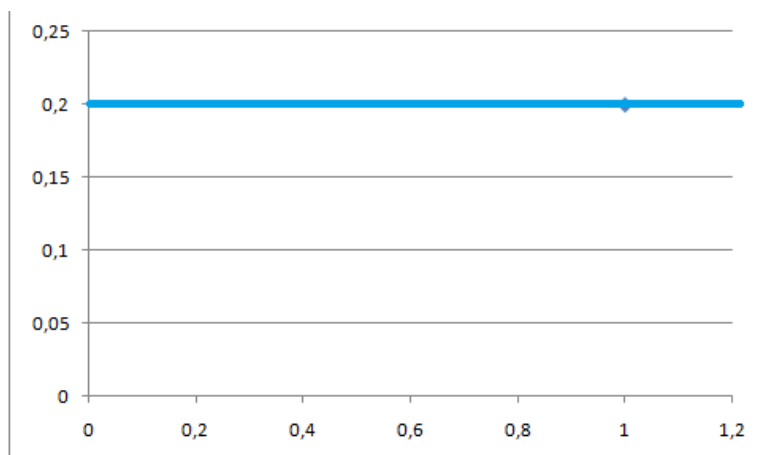
$w_3 = 0,5$ ;  $w_1 = 0$  ;  $w_2 = -2,5$

$$W_1 X_1 + W_2 X_2 + W_3 = 0$$

$$0 X_1 - 2,5 X_2 + 0,5 = 0$$

Despejando  $X_2 = (-0,5/-2,5)$

$X_2 = 0,2$



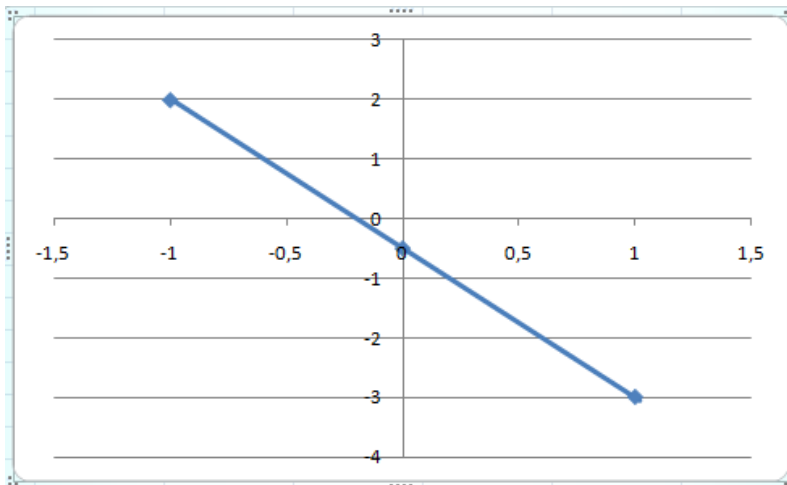
2° Pesos modificados

$$w_3 = -0,5 ; \quad w_1 = -1 ; \quad w_2 = -2,5$$

$$W_1 X_1 + W_2 X_2 + W_3 = 0$$

$$-1 X_1 - 2,5 X_2 - 0,5 = 0$$

$$\text{Despejando } X_2 = (0,5 + X_1) / -2,5$$

**PESOS QUE ESTABILIZAN LA RED PERCEPTRON**

$$w_3 = -2,5 ; \quad w_1 = 2 ; \quad w_2 = 1,5$$

$$W_1 X_1 + W_2 X_2 + W_3 = 0$$

$$2X_1 + 1,5 X_2 - 2,5 = 0$$

$$\text{Despejando } X_2 = (2,5 - 2 X_1) / 1,5$$

