

1) Fuzzificar la variable Crisp $P=110\text{KPa}$, cuyo rango va de 0°KPa a 200KPa , según los siguientes conjuntos difusos:

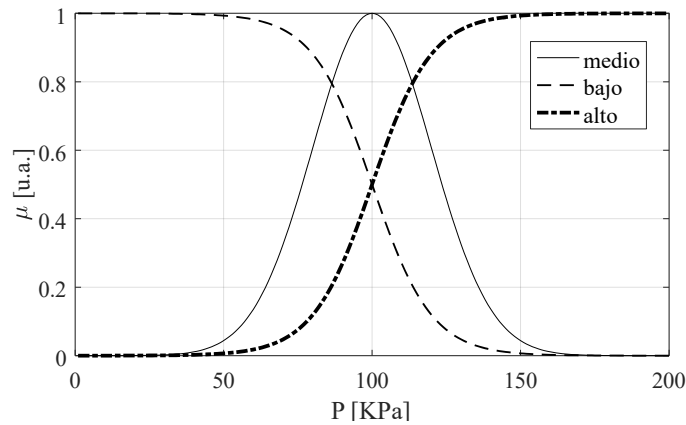


Figura 1

$$\left\{ \mu_{bajo} = 1 - \frac{1}{1+e^{-0,1(P_c-100)}}; \mu_{medio} = e^{-\frac{(P_c-100)^2}{800}}; \mu_{alto} = \frac{1}{1+e^{-0,1(P_c-100)}} \right\} \quad (1)$$

R^{1a}: Reemplazando $P_c = 110\text{KPa}$ en (1), entonces se tiene que P_{difuso} es:

bajo con grado de pertenencia $\mu_{bajo} = 0,269$

medio con grado de pertenencia $\mu_{medio} = 0,882$

alto con grado de pertenencia $\mu_{alto} = 0,731$

2) Fuzzificar la variable Crisp $T=35^\circ\text{C}$, cuyo rango va de 0°C a 80°C , según los conjuntos difusos definidos a continuación:

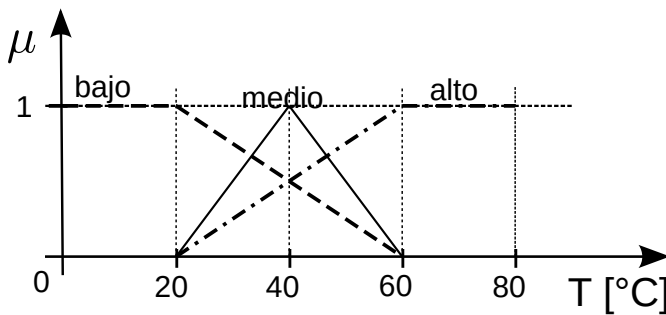


Figura 2

Dato: ecuación de la recta a partir del gráfico:

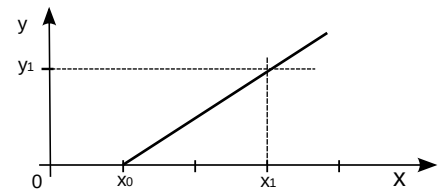


Figura 3

$$y = \frac{y_1}{(x_1 - x_0)}(x - x_0)$$

R^{1a}: Definición paramétrica de cada conjunto difuso, utilizando la ecuación de la recta y la representación gráfica de los conjuntos difusos, según se muestra en el enunciado:

$$\mu_{bajo} = \begin{cases} 1 & \forall T \leq 20 \\ \frac{1}{20-60}(T - 60) = -\frac{T}{40} + 1,5 & \forall 20 < T \leq 60 \\ 0 & \forall T > 60 \end{cases} \quad (2)$$

$$\mu_{medio} = \begin{cases} 0 \quad \forall 60 \leq T \leq 20 \\ \frac{1}{40-20}(T-20) = \frac{T}{20} - 1 \quad \forall 20 < T \leq 40 \\ \frac{1}{40-60}(T-60) = -\frac{T}{20} + 3 \quad \forall 40 < T < 60 \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu_{alto} = \begin{cases} 0 \quad \forall T \leq 20 \\ \frac{1}{60-20}(T-20) = \frac{T}{40} - 0,5 \quad \forall 20 < T < 60 \\ 1 \quad \forall 60 \leq T \end{cases} \quad (4)$$

Luego, para $T=35^\circ\text{C}$, se tendrá que T_{difuso} es:

bajo con grado de pertenencia $\mu_{bajo} = 0,625$

medio con grado de pertenencia $\mu_{medio} = 0,75$

alto con grado de pertenencia $\mu_{alto} = 0,375$

3) Dado un sistema de inferencia difusa cuyas entradas están dadas por las variables T y P según se definió en los ejercicios 1) y 2) y cuya salida es una variable difusa normalizada, que aplica a un dominio $s = \{ 0 \leq \mathbb{R} \leq 90 \}$, y contiene tres conjuntos difusos: *bajo*, *medio*, *alto*; definidos como sigue:

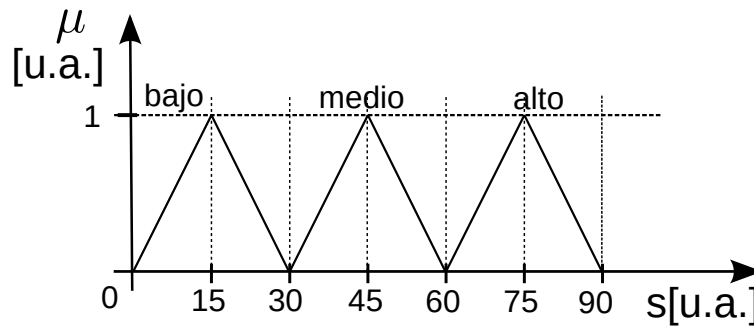


Figura 4

Se pide encontrar cual será el conjunto difuso que resulte de evaluar cada una de las siguientes reglas de inferencia:

a) If T is bajo AND P is bajo, THEN s is alto

b) If T is medio OR P is bajo, THEN s is medio

Considerar un Sistema de Inferencia Difuso tipo Mamdani, y resolver los operadores lógicos de variables difusas según la técnica de Zadeh.

R^{ia} : De acuerdo al sistema de inferencia Mamdani, se aplicará la operación lógica que corresponda entre los conjuntos difusos antecedentes, para obtener el consecuente de cada regla. En el caso de la técnica de Zadeh será la función $\max(\cdot)$ para la operación AND y la función $\min(\cdot)$ para la operación OR. Entonces se tiene:

$$a) (T_{bajo}, \mu_{bajo}(T) = 0,625) \text{ AND } (P_{bajo}, \mu_{bajo}(P) = 0,269) = (S_{alto}, \min(\mu_{bajo}(T), \mu_{bajo}(P))) =$$

$$(S_{alto}, \mu_{alto}(s) = 0,269) \quad (5)$$

$$b) (T_{medio}, \mu_{medio}(T) = 0,75) \text{ OR } (P_{bajo}, \mu_{bajo}(P) = 0,269) = (S_{medio}, \max(\mu_{medio}(T), \mu_{bajo}(P))) =$$

$$(S_{medio}, \mu_{medio}(s) = 0,75) \quad (6)$$

4) Si a partir de las dos reglas definidas en el ejercicio 3) para un sistema de inferencia difuso tipo Mamdani se quiere obtener un único valor Crisp de s , defusificando utilizando el método del centroide o centro de gravedad; cual será entonces la magnitud de s .

R^{ta}: Para obtener un único valor difuso para s a partir de los dos valores obtenidos en el ejercicio 3), se aplica el proceso de agregación, donde se truncan los conjuntos de salida de cada regla al valor del grado de pertenencia asociado. Luego se realiza la unión de los conjuntos difusos obtenidos, para finalmente defuzificar el conjunto difuso y obtener un valor Crisp.

Debido a que los conjuntos difusos *bajo*, *alto* y *medio* no están solapados, puede encontrarse el centroide de la superficie que resulta de la unión de dichos conjuntos, como el centroide de una figura compuesta (figura 5). El valor de la componente x de las coordenadas del centroide de la figura compuesta por la suma de A_1 y A_2 (toda el área coloreada), y en general la suma de n áreas que forman el área total de la cual se calcula el centroide será:

$$x_c = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots x_n A_n}{A_1 + A_2 \cdots A_n} \quad (7)$$

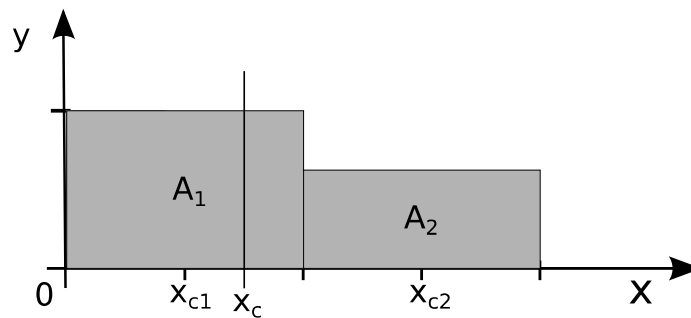


Figura 5

Luego, se tienen tres triángulos isósceles correspondientes a bajo, medio y alto, a los que llamaremos \hat{T}_1 , \hat{T}_2 y \hat{T}_3 respectivamente. Para calcular el centroide entonces, se tiene que calcular antes el área de un triángulo isósceles truncado hasta una altura dada.

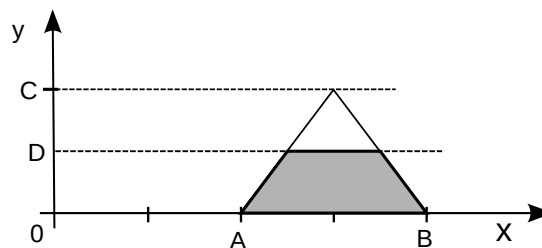


Figura 6

Para calcular el área de un triángulo isósceles truncado hasta una altura D (área coloreada figura 6, A_T) se hace:

$$A_T = 2 \left[\left(\frac{B-A}{2} - \frac{\frac{B-A}{2}D}{C} \right) D + \frac{\left(\frac{B-A}{2C} D \right) D}{2} \right] \quad (7)$$

Si $C=1$:

$$A_T = 2 \left[\frac{B-A}{2} D - \frac{B-A}{2} D^2 + \frac{B-A}{4} D^2 \right] = 2 (B-A) D \left(1 - \frac{D}{2} \right) \quad (8)$$

Considerando que la regla a) del ejercicio 3) genera una pertenencia de s al conjunto difuso *alto* con grado de pertenencia de 0,253, mientras que la regla b) del ejercicio 3) genera una pertenencia de s al conjunto difuso *medio* con grado de pertenencia de 0,75; entonces, se debe encontrar el área para T_3 truncado a una altura de 0,253 y para T_2 truncado a una altura de 0,75.

$$A_{\triangle_{T_3}} = (90 - 60) * 0,269 (1 - 0,269/2) = 6,98 \quad (9)$$

$$A_{\triangle_{T_2}} = (60 - 30) * 0,75 (1 - 0,75/2) = 14,06 \quad (10)$$

Como el triángulo truncado de la figura 6 es simétrico respecto de un eje paralelo al eje y , la coordenada x de su centroide estará por donde pase este eje de simetría. Finalmente, la salida Crisp del sistema será:

$$s_{Crisp} = \frac{x_{c2} A_{\triangle_{T_2}} + x_{c3} A_{\triangle_{T_3}}}{A_{\triangle_{T_2}} + A_{\triangle_{T_3}}} = \frac{45 * 14,06 + 75 * 6,98}{14,06 + 6,98} = 54,95$$

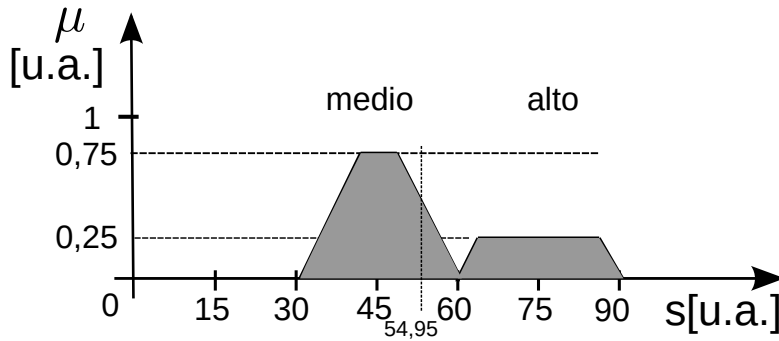


Figura 7