Robledo Mariano 1 de 2

T.P. Complejidad unidad 1

1) Demostrar que $6n^3 \neq O(n^2)$

$T(n)$ es $O(f(n))$ si existe constantes positivas c y n_0 tal que:

$T(n) \leq c\,f(n)$ cuando $n \geq n_0$

$6n^3 \leq cn^2$ cuando $n \geq 0$ no se cumple para todo n ya que no existe una constante c que cumpla la desigualdad para todo $n \geq 0$

$6n^3 \leq 7n^3$ cuando $n \geq 0$, se cumple para todo n, Por lo tanto $6n^3$ es de $O(n^3) \neq O(n^2)$

2)

2	4	7	9	5	0	3	1	8	6

Tomando el pivote central la complejidad queda $O(n \log(n))$

3) QuickSort(A): $O(n^2)$

Insertion_Sort(A): $O(n)$

Merge-Sort(A): $O(n \log(n))$

4) a

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 2 \\ 2T(n/2) + n^4 \end{cases}$$

$a = 2 \quad b = 2 \quad f(n) = n^4$

$n^{\log_b(a)} = n^{\log_2(2)} = n$

Caso 1: $f(n) = O(n^{\log_b(a) - \varepsilon})$, $\varepsilon > 0$

Caso 2: $f(n) = \Theta(n^{\log_b(a)})$

Caso 3: $f(n) = \Omega(n^{\log_b(a) + \varepsilon})$ $\varepsilon > 0$, si $a\,f(n/b) \leq c\,f(n)$, $c < 1$

Para Caso 1 $n^4 = n^{-\varepsilon}$ claramente no funciona

Caso 2: $n^4 = n$ tampoco

Caso 3: $n^4 = n^4$, con $\varepsilon = 3$, si ?

Comprobamos que $a f(n/b) = 2 f(n/2)$

$= 2 (n/2)^4$

$\frac{n^4}{8} \leq c n^4$

$\boxed{\frac{n^4}{8} \leq \frac{1}{2} n^4}$ Se cumple

El orden de complejidad es $T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n^4)$

b_

$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & n = 2 \\ 2T(7n/10) + n & n > 2 \end{cases}$ $a = 2$ $b = 10/7$ $f(n) = n$

$n^{\log_b(a)} = n^{\log_{\frac{10}{7}}(2)}$

Caso 1 $f(n) = n^{\log_b(a) + \varepsilon}$, $\varepsilon > 0$

Caso 2 : $f(n) = n^{\log_b(a)}$

Caso 3 : $f(n) = n^{\log_b(a) + \varepsilon}$, $\varepsilon > 0$, c, $a f(n/b) \leq c f(n)$, $c < 1$

Caso 1: $n = n^{\log_{10/7}(2) - \varepsilon} \Rightarrow n = n^{1,943 - 0,943} \Rightarrow n = n$, $\varepsilon = 0,943$

Por lo que $T(n) = \Theta(n^{\log_b(a)}) = \Theta(n^{1,943})$

c_ $T(n) = \begin{cases} \Theta(1) , & n = 2 \\ 16T(n/4) + n^2 , & n > 2 \end{cases}$ $a = 16$ $b = 4$ $f(n) = n^2$

$n^{\log_b(a)} = n^{\log_4 16} = n^2$

Caso 2 $f(n) = n^{\log_4 16} \Rightarrow n^2 = n^2$

Por lo que $T(n) = \Theta(n^{\log_b(a)} \log n) \Rightarrow \Theta(n^2 \cdot \log(n))$

Roblolo Mariano 2ok2

d.

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n \leq 2 \\ 7T(n/3) + n^2 \end{cases}$$

$a = 7$, $b = 3$, $c = 2$

$\log_b(a) = \log_3(7) \cong 1{,}771$

Caso 1: $\log_b a > c$, $T(n) = \Theta(n^{\log_b(a)})$

Caso 2: $\log_b(a) = c$, $T(n) = \Theta(f(n)) \log n = \Theta(n^c \log n)$

Caso 3: $\log_b(a) < c$ $T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n^c)$

Se aplica caso 3

$\log_3 7 \cong 1{,}771 < 2$, por lo que $T(n) = \Theta(n^2)$

e.

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & n = 2 \\ 7T(n/2) + n^2 \end{cases}$$

$a = 7$ $b = 2$ $c = 2$

$\log_2 7 \cong 2{,}8$

Caso 1

$2{,}8 > 2$, por lo que $T(n) = \Theta(n^{2,8})$

f.

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 2 \\ 2T(n/4) + \sqrt{n} \end{cases}$$

$a = 2$ $b = 4$ $c = 1/2$

$\log_4 2 = 1/2$

Caso 2

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ por lo que $T(n) = \Theta(\sqrt{n} . \log n)$