Ejercicio 6

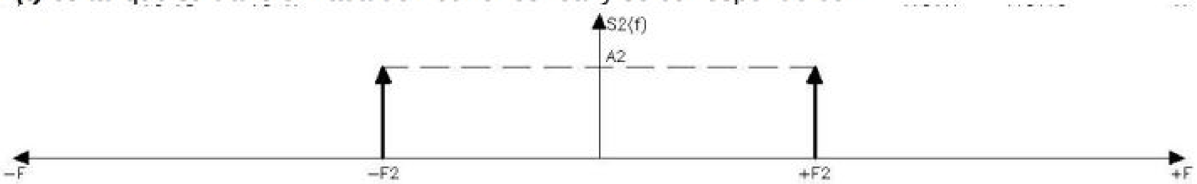
Dadas las siguientes señales s1 y s2 definidas por:

s1(t) *= A_0 + A_1 . cos(w_1 . t)*

<u>Donde:</u>

- A_0 = 1V
- A_1 = 0,5V
- w_1 = 2 . π . 5 MHz

s2(t) es tal que su transformada de Fourier es real y se corresponde con:



F2 = 2 MHz
A2 = 0,5V

Se pide:

a) *S3(f) = |S1(f) ✱ S2(f)|*   (“✱” = Convolución)
b) Expresión en el dominio del tiempo de *s3(t)* en función de *s1(t)* y *s2(t)*
c) Calcular Potencia normalizada de s1
d) Calcular Potencia normalizada de s3

$s_1(t) = A_0 + A_1.\cos(\omega_1.t) = 1V + 0,5V.\cos(2\pi.5MHz.t)$

$s_2(t) = (2.A_2).\cos(\omega_2.t) = 1V.\cos(2\pi.2MHz.t)$

a)

$S_3(f) = |S_1(f) * S_2(f)|$

$S_1(f) = A_0.\delta(f) + \dfrac{A_1}{2}.(\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1))$

$S_2(f) = (2.A_2).(\delta(f - f_2) + \delta(f + f_2))$

$S_3(f) = \dfrac{A_1.(2.A_2)}{2}.(\delta_{(f-f_1-f_2)} + \delta_{(f-f_1+f_2)} + \delta_{(f+f_1-f_2)} + \delta_{(f+f_1+f_2)}) + A_0.(2.A_2).(\delta_{(f-f_2)} + \delta_{(f+f_2)})$

$S_3(f) = \dfrac{1}{4}.(\delta_{(f-7MHz)} + \delta_{(f-3MHz)} + \delta_{(f+3MHz)} + \delta_{(f+7MHz)}) + 1.(\delta_{(f-2MHz)} + \delta_{(f+2MHz)})$

b)

Considerando que $S_3(f)$ es la convolución entre $S_1(f)$ y $S_2(f)$, la convolución en frecuencia se traduce como una multiplicación en el tiempo:

$s_3(t) = s_1(t).s_2(t)$

$s_1(t) = 1V + 0,5V.\cos(2\pi.5MHz.t)$

$s_2(t) = 1V.\cos(2\pi.2MHz.t)$

$s_3(t) = (1V + 0,5V.\cos(2\pi.5MHz.t)).(1V.\cos(2\pi.2MHz.t))$

$s_3(t) = 1V^2.\cos(2\pi.2MHz.t) + 0,5V^2.\cos(2\pi.5MHz.t).\cos(2\pi.2MHz.t)$

Recordando que:

$\cos(a).\cos(b) = \frac{1}{2}.(\cos(a-b) + \cos(a+b))$

La expresión queda:

$s_3(t) = 1V^2.\cos(2\pi.2MHz.t) + 0,25V^2.(\cos(2\pi.3MHz.t) + \cos(2\pi.7MHz.t))$

c)

Para calcular la potencia normalizada de $s_1(t)$:

$\langle s_1^2(t)\rangle = 2.\left(\frac{A_1}{2}\right)^2 + (A_0)^2 = 2.(0,25)^2 + 1 = 1,125$

d)

Para calcular la potencia normalizada de $s_3(t)$:

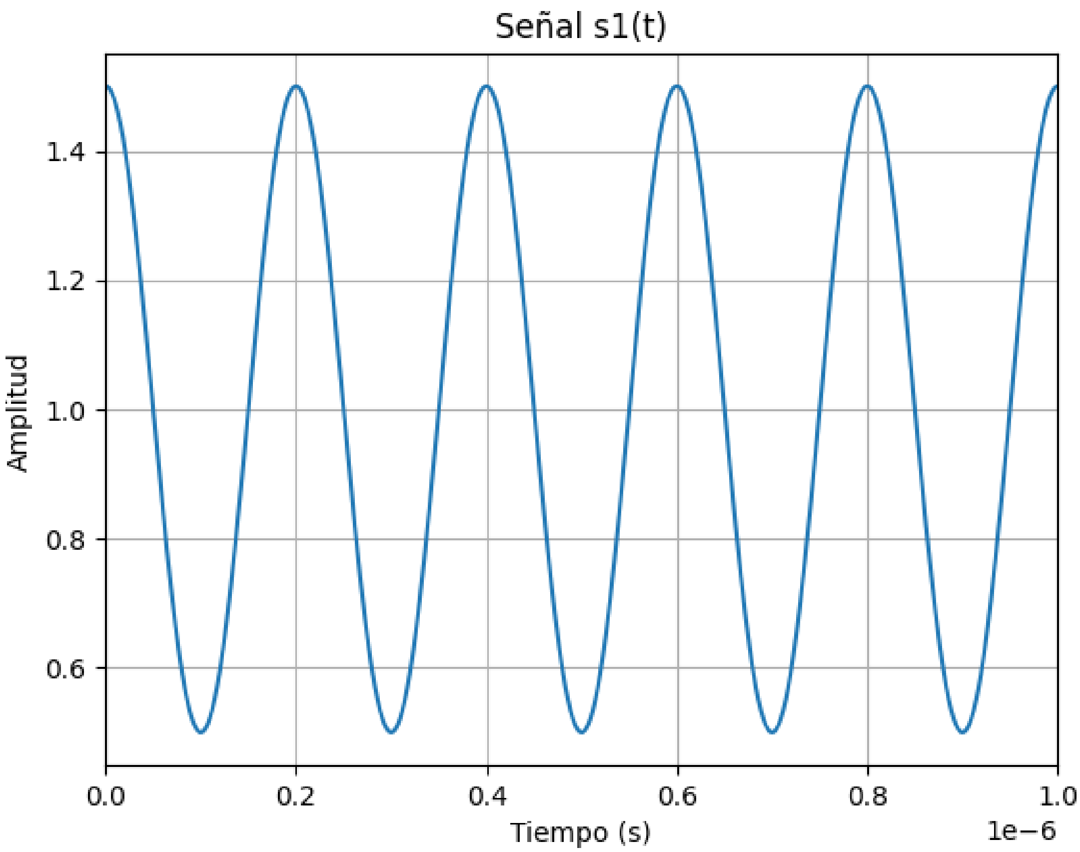
$\langle s_3^2(t)\rangle = 4.\left(\frac{A_1.(2.A_2)}{2}\right)^2 + 2.(A_0.(2.A_2))^2 = 4.(0,25)^2 + 2.(0,5)^2 = 0,75$

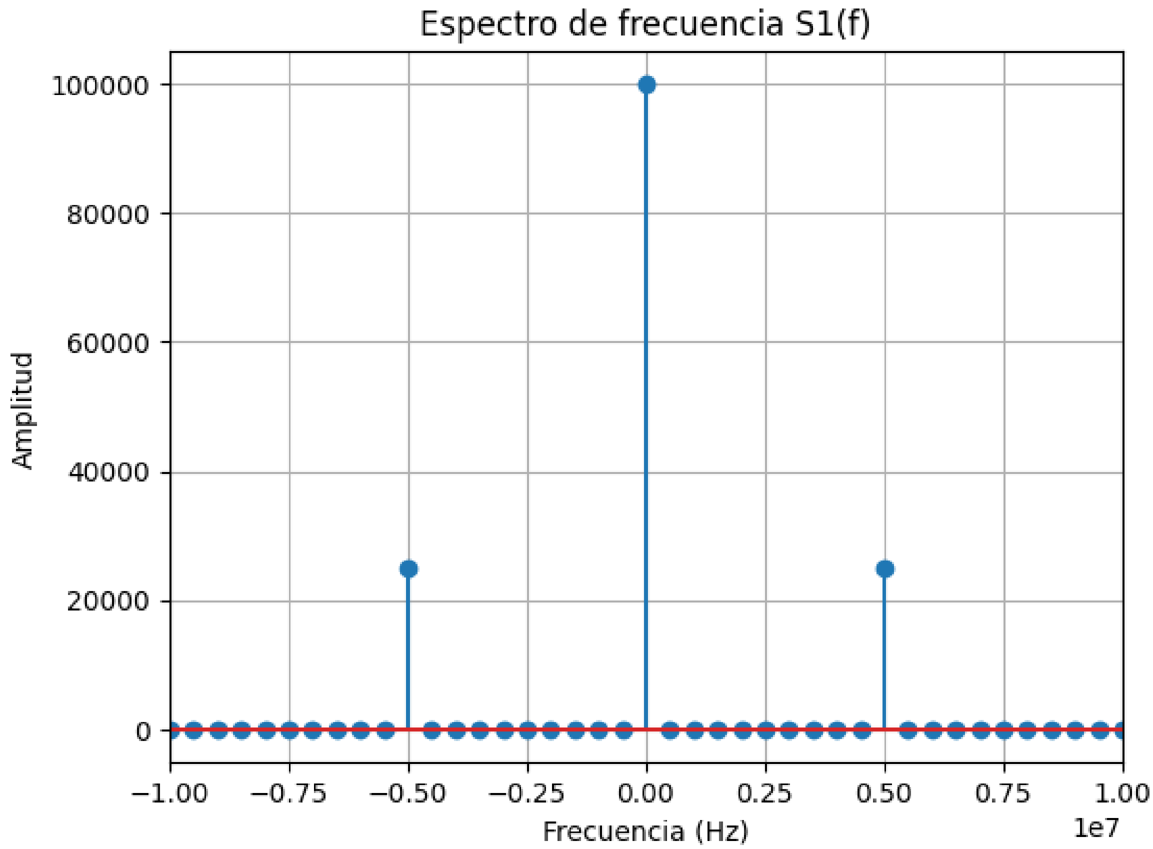
```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

M = 10000        # Cantidad de muestras por periodo

## Señal s1
# Definimos las constantes de s1
A0 = 1          # Amplitud de la componente continua
A1 = 0.5        # Amplitud de la componente cosenoidal
f1 = 5e6        # Frecuencia de la señal
w1 = 2*np.pi*f1 # Frecuencia angular de la señal
T1 = 1/f1       # Periodo de la señal s1

# Vector de tiempo de la señal s1
t1 = np.linspace(0, 10*T1, 10*M)
```

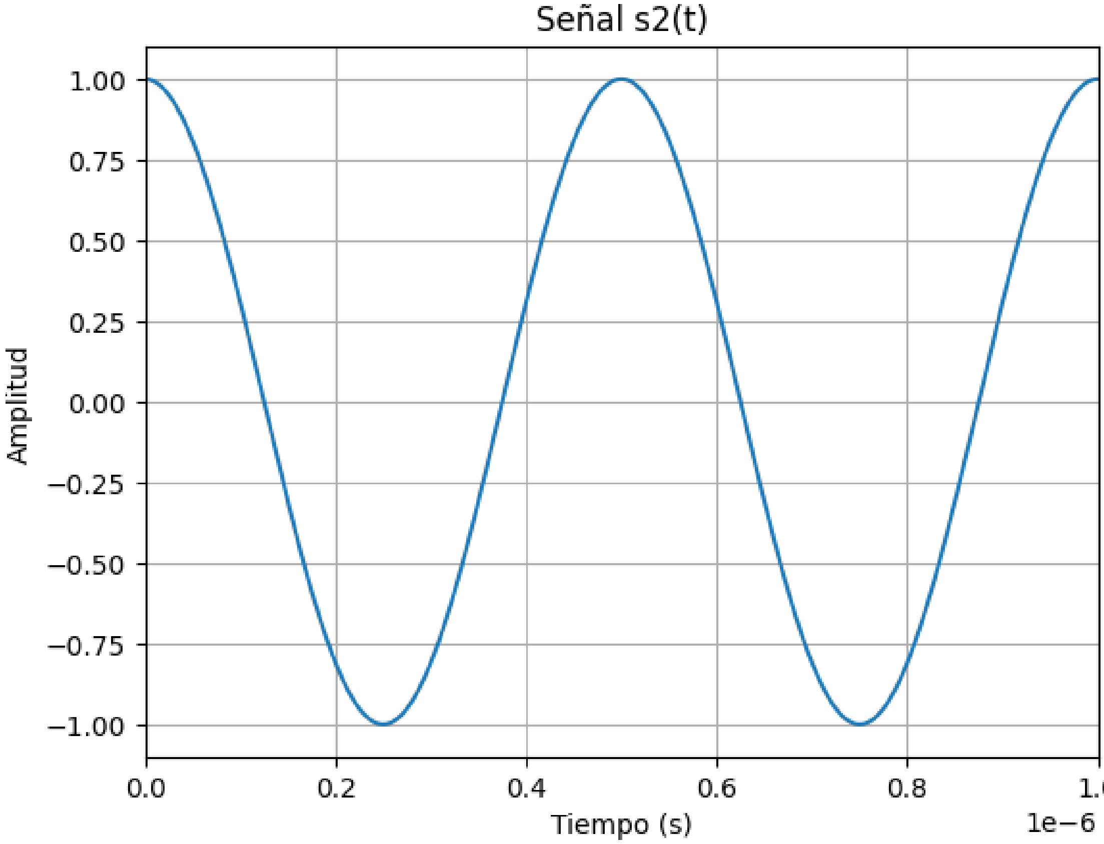
```python
# Creamos el vector de frecuencias para S1
freq1 = np.fft.fftfreq(len(t1), t1[1] - t1[0])

# Creamos el vector de la señal s1
s1 = A0 + A1 * np.cos(w1*t1)

# Calculamos la transformada de Fourier y su espectro de amplitudes
# para la señal s1
S1 = np.fft.fft(s1)
S1_amp = np.abs(S1)

## Señal s2
# Definimos las constantes de s2
A2 = 0.5         # Amplitud de la componente cosenoidal
f2 = 2e6         # Frecuencia de la señal
w2 = 2*np.pi*f2 # Frecuencia angular de la señal
T2 = 1/f2        # Periodo de la señal s2

# Vector de tiempo de la señal s2
t2 = np.linspace(0, 10*T2, 10*M)

# Creamos el vector de frecuencias para S2
freq2 = np.fft.fftfreq(len(t2), t2[1] - t2[0])

# Creamos el vector de la señal s2
s2 = 2*A2*np.cos(w2*t2)

# Calculamos la transformada de Fourier y su espectro de amplitudes
# para la señal s2
S2 = np.fft.fft(s2)
S2_amp = np.abs(S2)

## Señal 3
# Vector de tiempo de la señal s3
T3 = 1/(f1+f2)  # Periodo de la señal s3
t3 = np.linspace(0, 10*T3, 10*M)

# Creamos el vector de frecuencias para S3
freq3 = np.fft.fftfreq(len(t3), t3[1] - t3[0])

# Creamos el vector de la señal s3
s3 = 2 * A2 * (A0 * np.cos(w2*t3) + A1 * (1/2) * (np.cos(2*np.pi*(f1-f2)*t3)+np.cos(2*np.pi*(f1+f2)*t3)))

# Calculamos la transformada de Fourier y su espectro de amplitudes
# para la señal s2
```

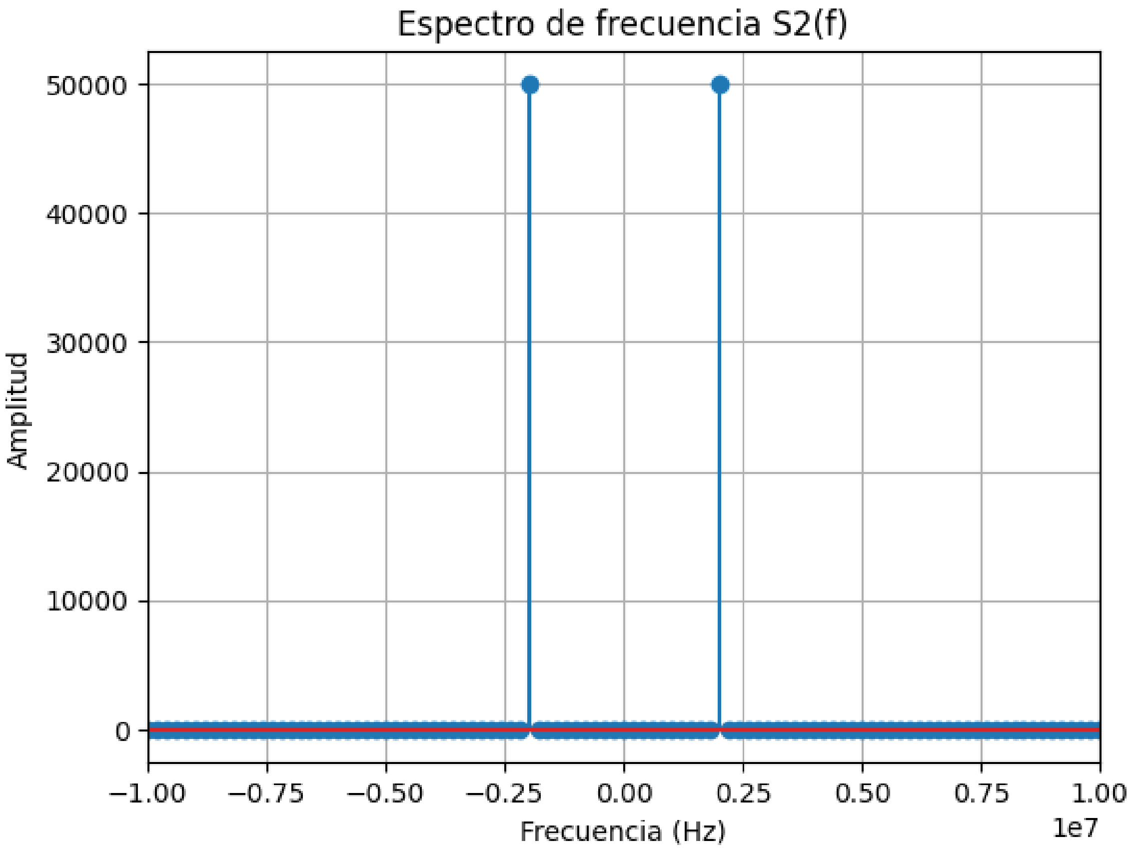
```python
S3 = np.fft.fft(s3)
S3_amp = np.abs(S3)

for i in range(len(freq3)):
    if np.abs(S3_amp[i]) < 10000:
        S3_amp[i] = 0

plt.figure()
plt.plot(t1,s1)
plt.xlim(0,1e-6)
plt.xlabel('Tiempo (s)')
plt.ylabel('Amplitud')
plt.title('Señal s1(t)')
plt.grid(True)

plt.figure()
plt.stem(freq1, S1_amp)
plt.xlim(-1e7,1e7)
plt.xlabel('Frecuencia (Hz)')
plt.ylabel('Amplitud')
plt.title('Espectro de frecuencia S1(f)')
plt.grid(True)

plt.figure()
plt.plot(t2,s2)
plt.xlim(0,1e-6)
plt.xlabel('Tiempo (s)')
plt.ylabel('Amplitud')
plt.title('Señal s2(t)')
plt.grid(True)

plt.figure()
plt.stem(freq2, S2_amp)
plt.xlim(-1e7,1e7)
plt.xlabel('Frecuencia (Hz)')
plt.ylabel('Amplitud')
plt.title('Espectro de frecuencia S2(f)')
plt.grid(True)

plt.figure()
plt.plot(t3,s3)
plt.xlim(0,1e-6)
plt.xlabel('Tiempo (s)')
plt.ylabel('Amplitud')
plt.title('Señal s3(t)')
plt.grid(True)
```

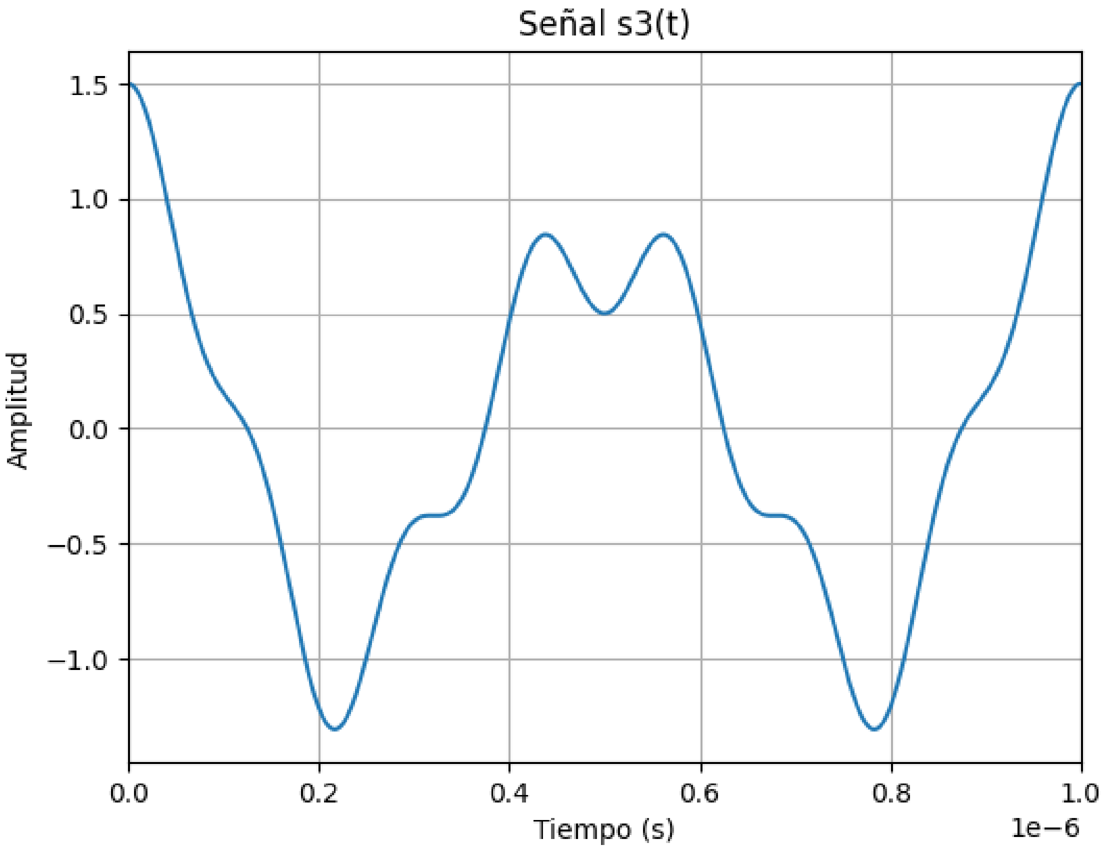
```
plt.figure()
plt.stem(freq3, S3_amp)
plt.xlim(-1e7,1e7)
plt.xlabel('Frecuencia (Hz)')
plt.ylabel('Amplitud')
plt.title('Espectro de frecuencia S3(f)')
plt.grid(True)

plt.show()
```

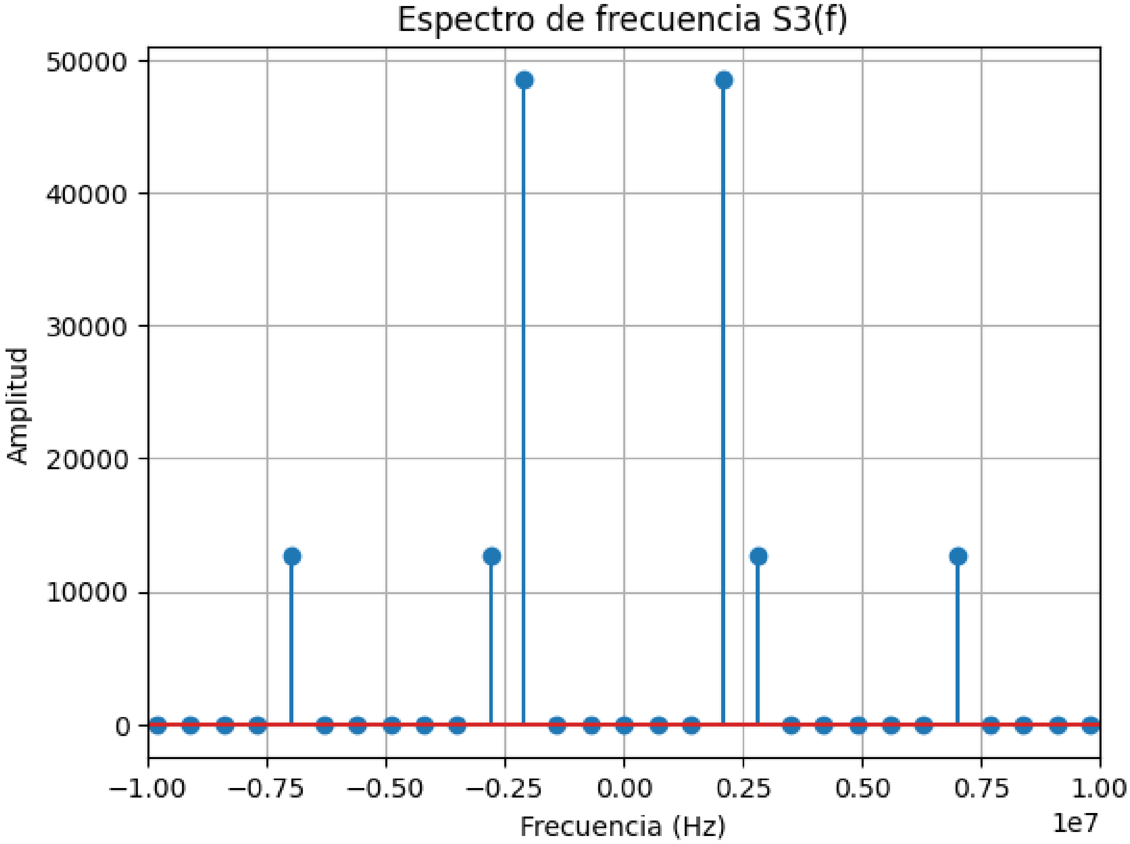



Espectro de frecuencia S1(f)
100000
80000
60000
40000
20000
0
Amplitud
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1e7
Frecuencia (Hz)


Señal s2(t)
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
Amplitud
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1e−6
Tiempo (s)


Espectro de frecuencia S2(f)
50000
40000
30000
20000
10000
0
Amplitud
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1e7
Frecuencia (Hz)


Señal s3(t)
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
Amplitud
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Tiempo (s)
1e−6


Espectro de frecuencia S3(f)
50000
40000
30000
20000
10000
0
Amplitud
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1e7
Frecuencia (Hz)