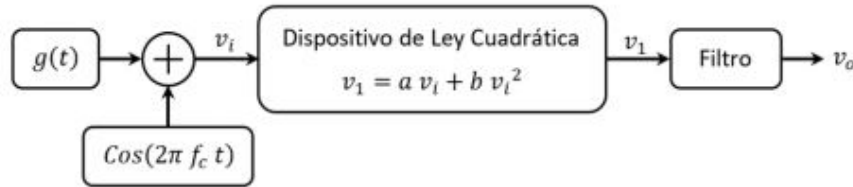


Ejercicio 5

La señal $g(t) = 0,6 \cos(2\pi 2300\text{Hz } t)$ está conectada a la entrada de un modulador de AM que utiliza el método de mezclador de ley cuadrática, tal como se muestra en la figura:



Donde la frecuencia de portadora (f_c) tiene un valor de 710 KHz.

- Realice el desarrollo matemático indicando qué componentes espectrales encontrará a la salida del dispositivo de ley cuadrática.
- Indique cómo debe ser la respuesta en frecuencia del filtro (frecuencia central, ancho de banda, atenuación dentro y fuera de la banda de paso) para obtener a la salida del mismo AM solamente.
- Determine los valores de a y b para que la AM obtenida en el punto anterior tenga amplitud de portadora de 30 Volts e índice de modulación de 0,92.

a)

$$g(t) = 0,6 \cdot \cos(2\pi \cdot 2,3\text{KHz} \cdot t)$$

$$m(t) = \cos(2\pi \cdot 710\text{KHz} \cdot t)$$

$$v_1(t) = a \cdot v_i(t) + b \cdot v_i^2(t)$$

$$v_i(t) = g(t) + m(t) = 0,6 \cdot \cos(2\pi \cdot 2,3\text{KHz} \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 710\text{KHz} \cdot t)$$

$$v_i^2(t) = (g(t) + m(t))^2 = g^2(t) + 2 \cdot m(t) \cdot g(t) + m^2(t)$$

Considerando las identidades:

- $\cos^2(x) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(2 \cdot x))$
- $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{\cos(a - b) + \cos(a + b)}{2}$

Entonces:

$$g^2(t) = (0,6 \cdot \cos(2\pi \cdot 2,3\text{KHz} \cdot t))^2 = 0,36 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi \cdot 4,6\text{KHz} \cdot t)) = 0,18 + 0,18 \cdot \cos(2\pi \cdot 4,6\text{KHz} \cdot t)$$

$$m^2(t) = (\cos(2\pi \cdot 710\text{KHz} \cdot t))^2 = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi \cdot 1420\text{KHz} \cdot t)) = 0,5 + 0,5 \cdot \cos(2\pi \cdot 1420\text{KHz} \cdot t)$$

$$m(t) \cdot g(t) = \frac{0,6(\cos(2\pi \cdot (710\text{KHz} - 2,3\text{KHz}) \cdot t) + \cos(2\pi \cdot (710\text{KHz} + 2,3\text{KHz}) \cdot t))}{2}$$

$$m(t).g(t) = \frac{0,6(\cos(2\pi.707,7KHz.t) + \cos(2\pi.712,3KHz.t))}{2}$$

Por ende:

$$v_i^2(t) = 0,18 + 0,18.\cos(2\pi.4,6KHz.t) + 0,6.\cos(2\pi.707,7KHz.t) + 0,6.\cos(2\pi.712,3KHz.t) + 0,5 + 0,5.\cos(2\pi.1420KHz.t)$$

$$v_i^2(t) = 0,68 + 0,18.\cos(2\pi.4,6KHz.t) + 0,6.\cos(2\pi.707,7KHz.t) + 0,6.\cos(2\pi.712,3KHz.t) + 0,5.\cos(2\pi.1420KHz.t)$$

Finalmente, a la salida del dispositivo de ley cuadrática, se encontrarán componentes espectrales en:

- Continua
- $f = 2,3KHz$
- $f = 4,6KHz$
- $f = 707,7KHz$
- $f = 710KHz$
- $f = 712,3KHz$
- $f = 1420KHz$

b)

Para obtener a la salida del filtro solamente AM, la banda de paso debe admitir solamente las bandas laterales y la portadora, y suprimir todas las demás componentes frecuenciales.

- Frecuencia central: $710KHz$
- Ancho de banda: $10KHz(f_{ci} = 705KHz - f_{cs} = 715KHz)$
- Atenuación dentro de la banda de paso: $0dB$
- Atenuación en los extremos de la banda de paso: $3dB$
- Atenuación fuera de la banda de paso: la mayor posible para suprimir las componentes no deseadas.

c)

La señal en AM puede expresarse como:

$$s(t) = A_c.(1 + m(t)).\cos(2\pi.f_c.t)$$

$$s(t) = A_c.(1 + A_m.\cos(2\pi.f_m.t)).\cos(2\pi.f_c.t)$$

$$s(t) = A_c.\cos(2\pi.f_c.t) + A_c.A_m.\cos(2\pi.f_m.t).\cos(2\pi.f_c.t)$$

$$s(t) = A_c.\cos(2\pi.f_c.t) + \frac{A_c.A_m}{2}.\cos(2\pi.(f_c - f_m).t) + \frac{A_c.A_m}{2}.\cos(2\pi.(f_c + f_m).t)$$

La señal obtenida luego del filtro será:

$$s(t) = a.\cos(2\pi.710KHz.t) + b.0,6.\cos(2\pi.707,7KHz.t) + b.0,6.\cos(2\pi.712,3KHz.t)$$

De estas expresiones:

- $A_c = a$
- $\frac{A_c.A_m}{2} = b.0,6$

A partir del índice de modulación, se puede expresar que:

$$\frac{A_{max} - A_{min}}{2.A_c} = 0,92$$

$$A_{max} = A_c + A_m$$

$$A_{min} = A_c - A_m$$

$$\frac{A_c + A_m - (A_c - A_m)}{2.A_c} = \frac{A_m}{A_c} = 0,92$$

$$A_m = A_c \cdot 0,92$$

Considerando que la amplitud de portadora es de 30V:

$$A_c = 30V$$

$$A_m = 27,6V$$

Despejando de la ecuación:

$$b = \frac{A_c \cdot A_m}{2 \cdot 0,6} = \frac{30V \cdot 27,6V}{2 \cdot 0,6} = 690V^2$$

Finalmente:

- $a = 30V$
- $b = 690V^2$