Ejercicio 6

Una fuente de información estacionaria sin memoria produce cinco símbolos diferentes, con probabilidades: 1/4, 1/4, 1/4, 1/8 y 1/8.

Estos son emitidos a una velocidad de 100 símbolos por segundo y se los quiere transmitir por un canal binario que tiene una capacidad, C = 250 bps.

- a) Determinar si es posible o no, su transmisión por el canal citado.
- b) En caso de ser factible establecer una técnica de codificación binaria de la fuente tal que pueda ser transmitida por el canal.
- c) ¿Cuál sería la velocidad de la codificación binaria propuesta?
- d) ¿Cuál sería su eficiencia?

a)

Como produce 5 símbolos diferentes, se necesitarán al menos 3 dígitos binarios.

Primero se calcula la entropía como:

$$H = \sum P_i \cdot \log_2\left(\frac{1}{P_i}\right)$$

$$H = 3.\frac{1}{4}.\log_2{(4)} + 2.\frac{1}{8}.\log_2{(8)} = \frac{3}{4}.2 + \frac{1}{4}.3 = \frac{9}{4} = 2,25 \left\lceil \frac{bits}{msg} \right\rceil$$

La tasa de información de la fuente se calcula como:

$$R = H.r = 2,25 \left[\frac{bits}{msg} \right] .100 \left[\frac{msg}{s} \right] = 225bps$$

La fuente puede ser transmitida por el canal ya que tiene una tasa de información menor que la capacidad del canal.

b)

Mensaje	Probabilidad	Codificación
M1	1/4	00
M2	1/4	01
M3	1/4	10
M4	1/8	110
M5	1/8	111

Esta codificación presenta una longitud variable, por lo cual, su longitud promedio será:

$$\bar{N} = \sum P_i \cdot l_i = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 + 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot 3 = \frac{9}{4} = 2,25 \left[\frac{binits}{msg} \right]$$

c)

La tasa de dígitos binarios a la salida de la codificación (velocidad de codificación binaria) es:

$$r_b = \bar{N}.r = 2,25 \left[\frac{binits}{msg} \right].100 \left[\frac{msg}{s} \right] = 225 \left[\frac{binits}{s} \right]$$

Como la velocidad de codificación es menor a la capacidad del canal, es posible su transmisión utilizando esta codificación.

d)

La eficiciencia se calcula como:

$$\eta = \frac{H}{\bar{N}} = \frac{2,25 \left[\frac{bits}{msg}\right]}{2,25 \left[\frac{binits}{msg}\right]} = 1$$

La eficiencia es un 100%.