Ejercicio 7

Una señal de 2 Vpp en la gama de 100 Hz a 3 KHz con factor de cresta de 3, se muestrea a 1,3 veces la frecuencia mínima, se cuantifica en 256 niveles y se transmite por un enlace de datos binario con 10^{-17} W/Hz de densidad espectral de ruido utilizando codificación polar RZ.

a) Calcule la tasa de información y el ancho de banda mínimo de la transmisión.

b) Determine la probabilidad de error y la relación señal a ruido a la salida del sistema si el receptor utiliza filtro pasa bajos y recibe una señal con 16,28 dB de relación señal a ruido.

c) Repita el inciso anterior si ahora se utiliza filtro óptimo acoplado.

d) Argumente si se debería priorizar "aumentar el número de bits de cuantificación" o "reducir la probabilidad de error del enlace" para mejorar la relación señal a ruido de salida.

a)

$$f_s = f_{s_{min}}.1,3 = 1,3.2.3000Hz = 7800Hz = 7800\left[\frac{muestras}{s}\right]$$

$$R = 7800\left[\frac{muestras}{s}\right].8\left[\frac{bits}{muestra}\right] = 62400bps$$

$$R = D \rightarrow B_{min} = \frac{D}{2} = \frac{R}{2} = 31,2KHz$$

b)

$$P_e = Q_{\left(\sqrt{2.\frac{E_b}{N_0}}\right)}$$

$$SNR_s = 16,28dB = 42,4619$$

$$SNR_d = \frac{M^2.\frac{1}{FC}}{1+4.P_e.(M^2-1)}$$

$$SNR_s = \frac{\frac{A^2}{2}}{N_0.B_{eq}} \rightarrow A^2 = SNR_s.2.N_0.B_{eq}$$

$$T_b = \frac{1}{R}$$

$$B_{eq} = B_{min} = \frac{R}{2}$$

$$E_b = \frac{A^2.T_b}{2} = \frac{SNR_s.2.N_0.B_{eq}}{2.R} = \frac{SNR_s.2.N_0}{2.R}.\frac{R}{2} = \frac{N_0.SNR_s}{2}$$

$$sqrt2.\frac{E_b}{N_0} = sqrt2.\frac{\frac{N_0.SNR_s}{2}}{N_0} = \sqrt{SNR_s} = \sqrt{42,4619} = 6,5162$$

Por tabla de la función Q:

$$P_e = Q_{(6,5162)} \approx= 3,5x10^{-11}$$

$$SNR_d = \frac{256^2.\frac{1}{3}}{1+4.3,5x10^{-11}.(256^2-1)} = 7281,711 = 38,62dB$$

c)

Para el filtro acoplado:

$P_e = Q_{\left(\sqrt{\frac{E_d}{2.N_0}}\right)}$

$E_d = \int_0^{T_b} (s_1 - s_0)^2.dt = \int_0^{\frac{T_b}{2}} (A-(-A))^2.dt = 4.A^2.\frac{T_b}{2} = 2.T_b.SNR_s.2.N_0.B_{eq} = 2.\frac{1}{R}.SNR_s.2.N_0.\frac{R}{2} = 2.SNR_s.N_0$

$\sqrt{\frac{E_d}{2.N_0}} = \sqrt{\frac{2.SNR_s.N_0}{2.N_0}} = \sqrt{SNR_s} = 6,5162$

$P_e = 3,5x10^{-11}$

$SNR_d = 7281,711 = 38,62dB$

d)

Si se toma el término que incluye la probabilidad de error de la siguiente ecuación:

$$SNR_d = \frac{M^2.\frac{1}{FC}}{1+4.P_e.(M^2-1)}$$

$4.P_e.(M^2-1) = 4.3,5x10^{-11}.(256^2-1) = 9,1749x10^{-6} \ll 1$

Dado que este término es mucho menor a 1, si se desea aumentar la SNR conviene aumentar la cantidad de bits de las muestras.