TRABALHO COMPUTACIONAL 1

Maria Clara Almeida Galvao 156.592

Tamires Morais Rodrigues 163.994

Cálculo da raiz quadrada de 2:

1.

Iteração	a	b	c	F(c)
1	1.000000	2.000000	1.500000	0.250000
2	1.000000	1.500000	1.250000	-0.437500
3	1.250000	1.500000	1.375000	-0.109375
4	1.375000	1.500000	1.437500	0.066406
5	1.375000	1.437500	1.406250	-0.022460
6	1.406250	1.437500	1.421875	0.021728
7	1.406250	1.421875	1.414062	-0.00042
8	1.414062	1.421875	1.417968	0.010635
9	1.414062	1.417968	1.416015	0.005100
10	1.414062	1.416015	1.415039	0.002335
11	1.414062	1.415039	1.414550	0.000953
12	1.414062	1.414306	1.414306	0.000263
13	1.414062	1.414306	1.414184	-0.000082
14	1.414184	1.414306	1.414245	0.000090
15	1.414184	1.414245	1.414215	0.000004
16	1.414184	1.414215	1.414199	-0.000038
17	1.414199	1.414215	1.414207	-0.000017
18	1.414207	1.414215	1.414211	-0.000006
19	1.414211	1.414215	1.414213	-0.000001

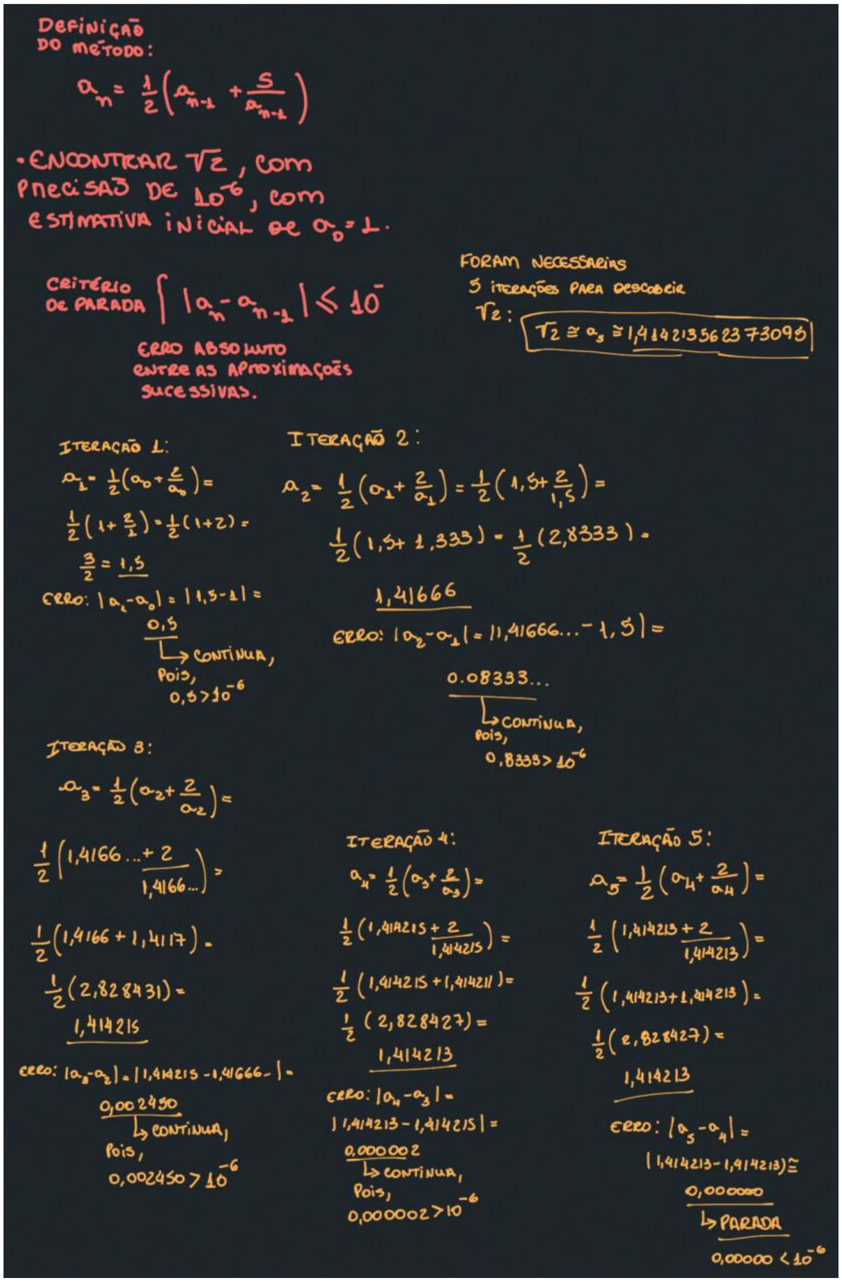
Precisão desejada: 1e-6

Aproximação da raiz: 1.4142141342163086

Número de iterações: 19

O conceito de erro utilizado foi o erro absoluto baseado na largura do intervalo, ou seja, em cada iteração dividiu-se o intervalo $[a, b]$ pela metade. Portanto, o erro máximo da aproximação é dado por $\frac{(b-a)}{2}$. Esse erro absoluto também foi critério de parada do algoritmo. Por fim, garantiu-se que a raiz verdadeira está dentro do intervalo atual e que a aproximação está dentro do erro máximo permitido.

2. A aproximação encontrada foi: 1,414213562373095, com estimativa inicial igual a 1.



DEFINIÇÃO DO MÉTODO:

$$a_n = \frac{1}{2}\left(a_{n-1} + \frac{S}{a_{n-1}}\right)$$

• ENCONTRAR $\sqrt{2}$, COM PRECISÃO DE 10^{-6}, COM ESTIMATIVA INICIAL DE $a_0 = 1$.

CRITÉRIO DE PARADA $\left\{ |a_n - a_{n-1}| \leqslant 10^{-6} \right.$

ERRO ABSOLUTO ENTRE AS APROXIMAÇÕES SUCESSIVAS.

FORAM NECESSÁRIAS 5 ITERAÇÕES PARA DESCOBRIR $\sqrt{2}$: $\boxed{\sqrt{2} \cong a_5 \cong 1,414213562373095}$

ITERAÇÃO 1:

$a_1 = \frac{1}{2}\left(a_0 + \frac{2}{a_0}\right) =$

$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{1}\right) = \frac{1}{2}(1+2) =$

$\frac{3}{2} = 1,5$

ERRO: $|a_1 - a_0| = |1,5 - 1| =$ 0,5 → CONTINUA, POIS, $0,5 > 10^{-6}$

ITERAÇÃO 2:

$a_2 = \frac{1}{2}\left(a_1 + \frac{2}{a_1}\right) = \frac{1}{2}\left(1,5 + \frac{2}{1,5}\right) =$

$\frac{1}{2}(1,5 + 1,333) = \frac{1}{2}(2,8333) =$

1,41666

ERRO: $|a_2 - a_1| = |1,41666... - 1,5| =$ 0.08333... → CONTINUA, POIS, $0,8333 > 10^{-6}$

ITERAÇÃO 3:

$a_3 = \frac{1}{2}\left(a_2 + \frac{2}{a_2}\right) =$

$\frac{1}{2}\left(1,4166... + \frac{2}{1,4166...}\right) =$

$\frac{1}{2}(1,4166 + 1,4117) =$

$\frac{1}{2}(2,828431) =$

1,414215

ERRO: $|a_3 - a_2| = |1,414215 - 1,41666...| =$ 0,002450 → CONTINUA, POIS, $0,002450 > 10^{-6}$

ITERAÇÃO 4:

$a_4 = \frac{1}{2}\left(a_3 + \frac{2}{a_3}\right) =$

$\frac{1}{2}\left(1,414215 + \frac{2}{1,414215}\right) =$

$\frac{1}{2}(1,414215 + 1,414211) =$

$\frac{1}{2}(2,828427) =$

1,414213

ERRO: $|a_4 - a_3| =$ $|1,414213 - 1,414215| =$ 0,000002 → CONTINUA, POIS, $0,000002 > 10^{-6}$

ITERAÇÃO 5:

$a_5 = \frac{1}{2}\left(a_4 + \frac{2}{a_4}\right) =$

$\frac{1}{2}\left(1,414213 + \frac{2}{1,414213}\right) =$

$\frac{1}{2}(1,414213 + 1,414213) =$

$\frac{1}{2}(2,828427) =$

1,414213

ERRO: $|a_5 - a_4| =$ $|1,414213 - 1,414213| \cong$ 0,000000 → PARADA

$0,00000 < 10^{-6}$

3. O cálculo segue a mesma lógica da resposta da questão 2, entretanto o valor inicial é diferente. O resultado da aproximação variou um pouco pois, resultou em: 1.4142135623746899. Apesar disso, o número de iterações permaneceu o mesmo, sendo 5 iterações necessárias.

4. O erro absoluto comparando o valor de raiz de dois na linguagem Python com a primeira questão foi: 5.718432134482754e-07. Já comparando com a segunda questão

foi: 2.220446049250313e-16. E por fim, comparando com a terceira questão foi: 1.5947243525715749e-12

5. Utilizando o método de newton, a precisão desejada foi atingida em 5 iterações. Em contrapartida, o método da bissecção alcançou a precisão desejada em 19 iterações, ou seja, pode-se afirmar que o método da bissecção em relação ao método de newton apresentou convergência mais lenta.

6. O primeiro exercício utilizando o método de newton, com condição inicial 1.5, resulta em: 1.4655712318767682. O segundo exercício, com condição inicial 1.0, resulta em: 1.4655712318767877. O terceiro exercício, com condição inicial 2.0, resulta em: 1.4655712318767877. O quarto exercício, comparando o valor de raiz de 2 na linguagem Python, com a aproximação encontrada pelo método de Newton (com valor inicial 1,5), o erro absoluto é: 0.05135766950367304.