

1:  $\neg \exists x. \neg R(x)$  premise

...

2:  $\neg R(x)$

...

3:  $\neg \neg R(x)$

4:  $\perp$   $\neg$  elim 2,3

5:  $\forall y. R(y)$  contra (constructive) 4