

$$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, P \vdash \neg A \quad P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, P \vdash \neg A \rightarrow \neg B$$

$$\rightarrow \neg E$$
$$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, P \vdash \neg B$$

$$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, P, \neg B \vdash R$$

$$\text{cut}$$
$$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, P \vdash R$$