

Traitement du signal & Techniques de transmission

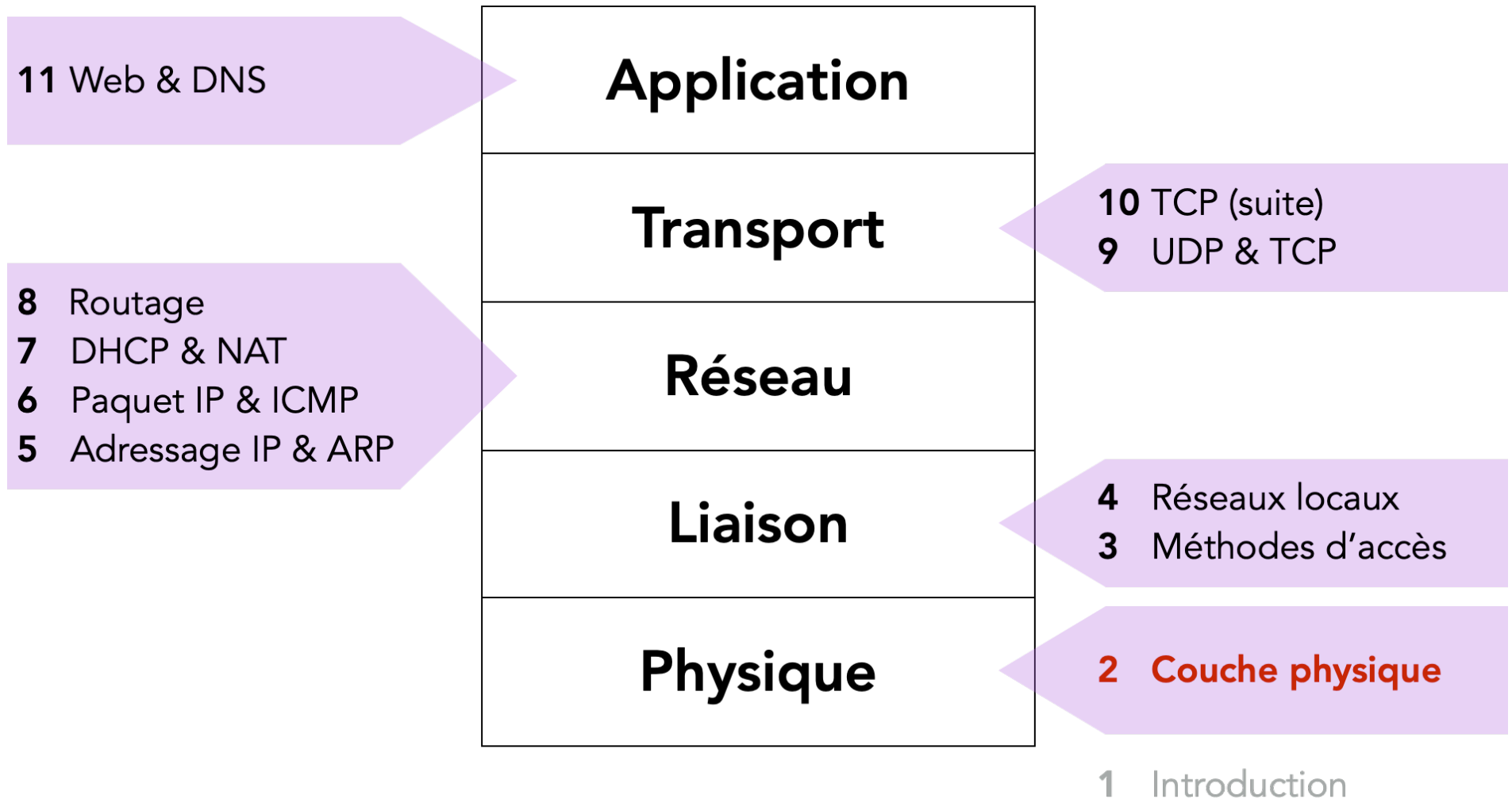
UE LU3IN033 Réseaux
2025-2026

Bruno Baynat

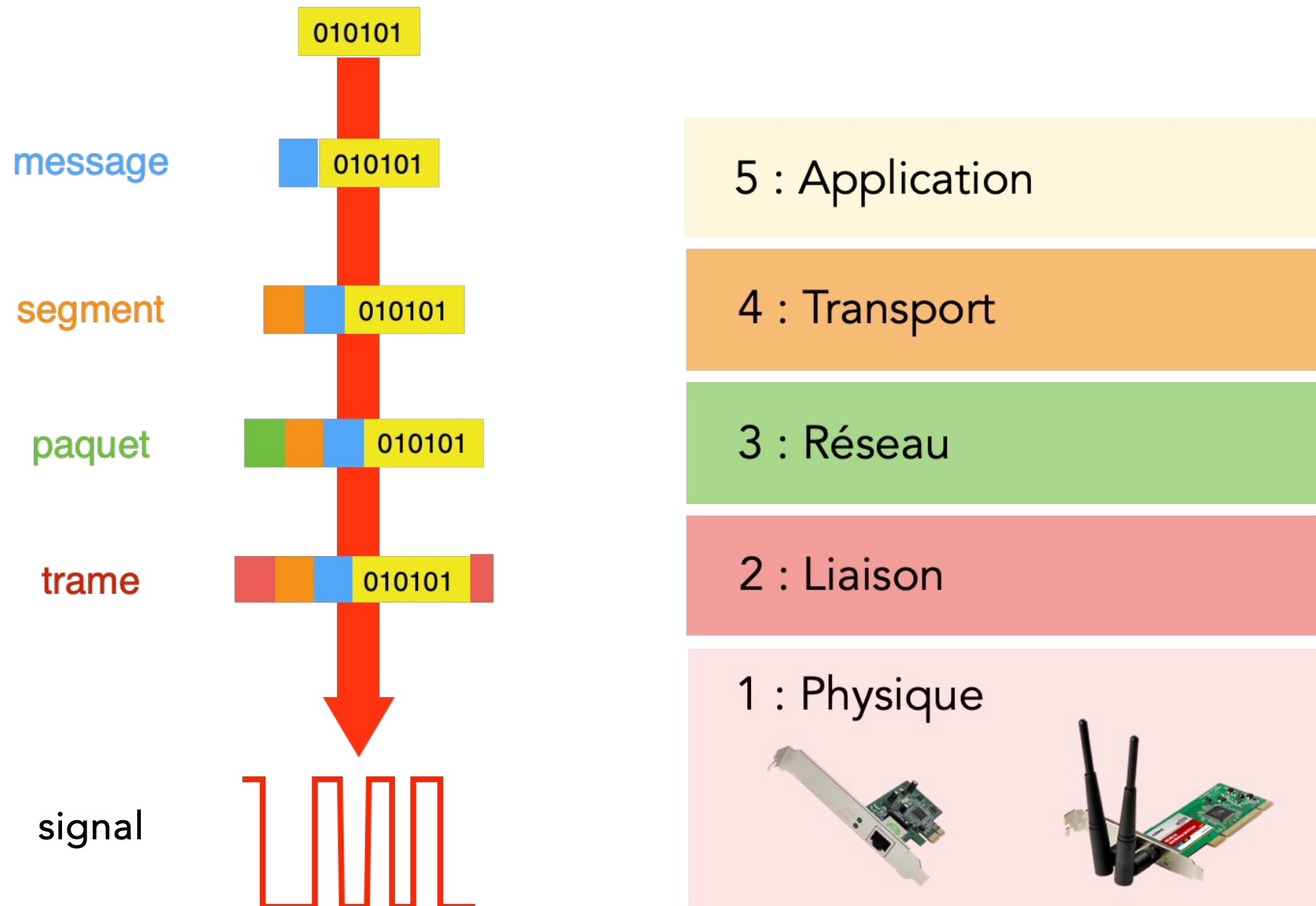
Bruno.Baynat@sorbonne-universite.fr



Programme de l'UE LU3IN033



Architecture en couches



Plan du cours

- Onde électromagnétique
- Décomposition en séries de Fourier d'un signal
 - domaine temporel / fréquentiel
 - support spectral du signal
- Support de transmission
 - bande passante du support
 - capacité d'un canal bruité : loi de Shannon
- Techniques de transmission
 - en Bande de Base
 - sur fréquence porteuse
- Contrôle d'erreur
- Code détecteur d'erreurs
 - *Vertical Redundancy Control* (VRC)
 - *Longitudinal Redundancy Control* (LRC)
 - *Cyclic Redundancy Control* (CRC)

Traitement du signal



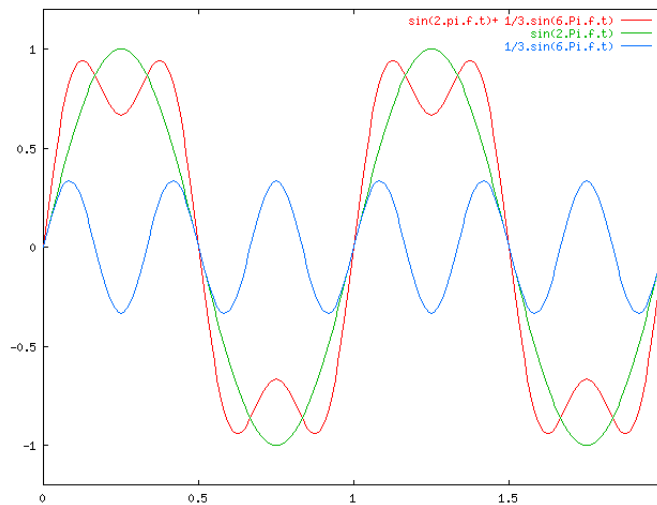
Onde électromagnétique

- La transmission de données sur un support physique se fait par propagation d'un phénomène vibratoire
- Il en résulte un signal ondulatoire dépendant de la grandeur physique que l'on fait varier
 - Onde électrique : tension ou intensité
 - Onde électromagnétique : champ électrique ou champ magnétique couplé (lumière, onde radio)
- Forme la plus simple : $s(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$
 - Amplitude A
 - Fréquence f_0 (période $T = 1/f_0$)
 - Phase φ

Onde électromagnétique

- En pratique, un signal électromagnétique est constitué de plusieurs composantes sinusoïdales

$$s(t) = \sin(2\pi f_0 t) + \frac{1}{3} \sin(2\pi(3f_0)t)$$



$\sin(2\pi f_0 t)$

$\frac{1}{3} \sin(2\pi(3f_0)t)$

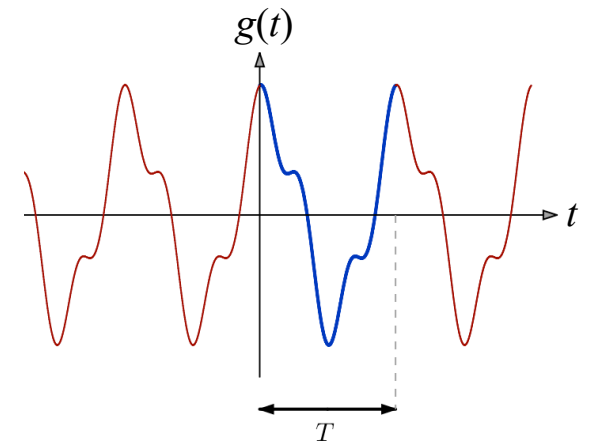
$s(t)$

Décomposition en séries de Fourier

- Toute fonction périodique $g(t)$ de période T peut se décomposer en une somme (infinie) de fonctions sinus et cosinus

$$g(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t)$$

- f_0 est la **fréquence fondamentale** : $f_0 = 1/T$
- c_0 est la **composante continue** du signal
- a_n et b_n sont les **amplitudes** cosinus et sinus de la **$n^{\text{ème}}$ harmonique**



$$c_0 = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt$$

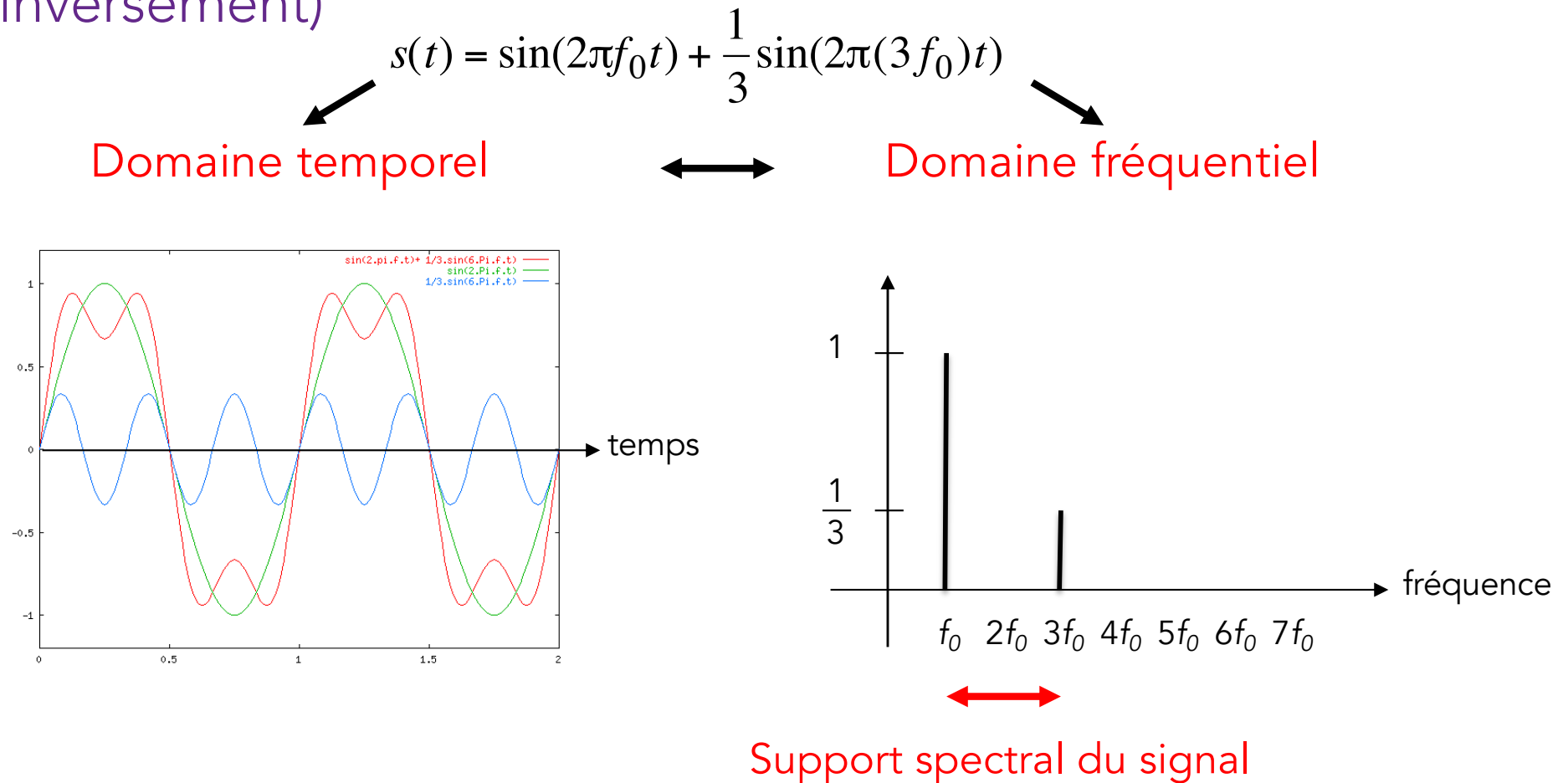
$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt$$

Spectre fréquentiel

- Le spectre fréquentiel associé à une fonction périodique $g(t)$ est un **spectre de raies**
- Chaque raie correspond à la fréquence d'un **harmonique** de la décomposition en série de Fourier de $g(t)$
- On définit trois types de spectres fréquents
 - **Spectre d'amplitude** : la hauteur de la $n^{\text{ème}}$ raie est $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$
 - **Spectre de puissance** : la hauteur de la $n^{\text{ème}}$ raie est $(a_n^2 + b_n^2)/2$
 - **Spectre de phase** : la hauteur de la $n^{\text{ème}}$ raie est $\varphi_n = \arg(a_n - jb_n)$
- Les spectres permettent d'identifier les composantes prépondérantes d'un signal
 - Plus une raie est « haute », plus l'harmonique correspondante a de l'importance dans le signal

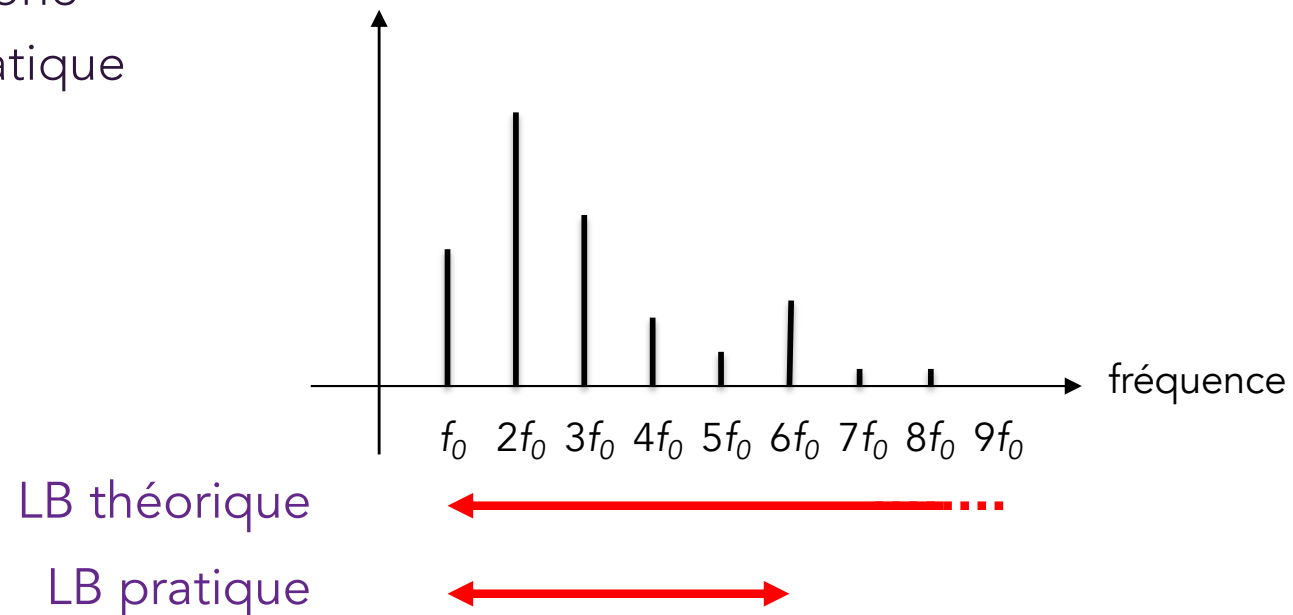
Domaine temporel / fréquentiel

- La décomposition en série de Fourier permet de « basculer » du domaine temporel au domaine fréquentiel (et inversement)

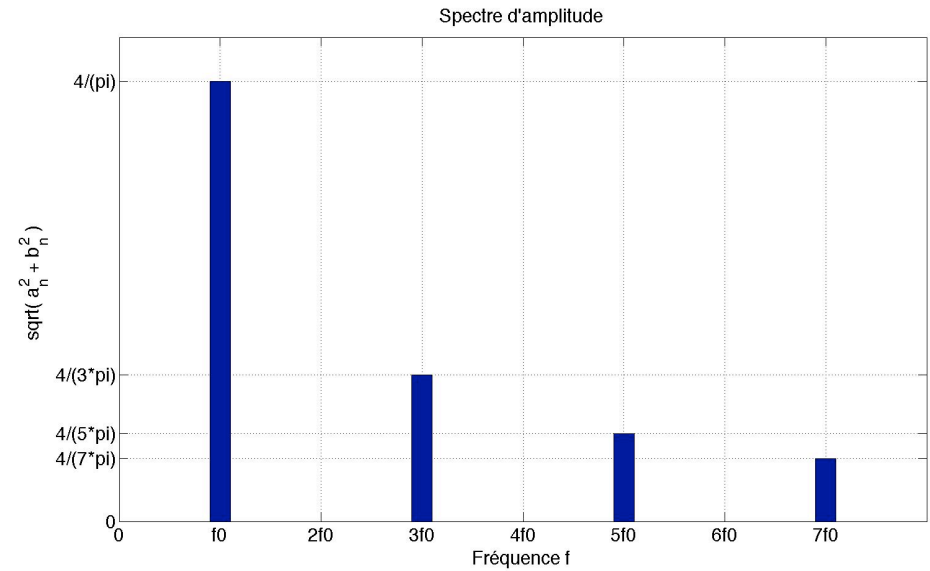
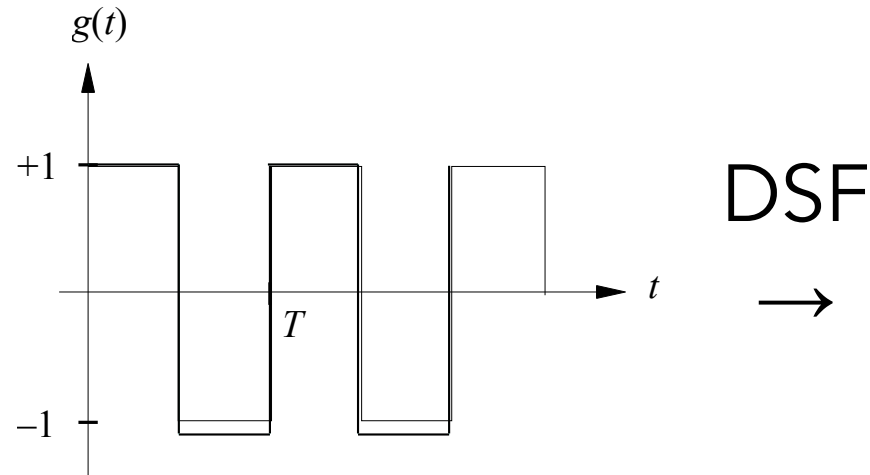


Support spectral d'un signal

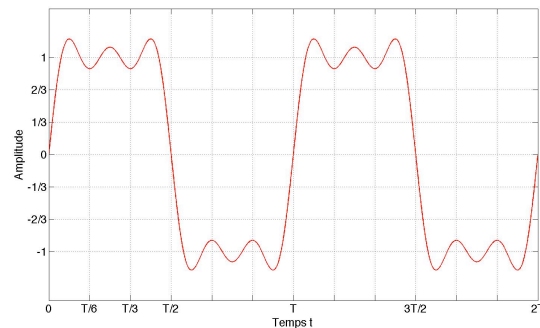
- Le **support spectral** d'un signal est défini comme la plage
 - des fréquences non nulles, en théorie
 - des fréquences significatives, en pratique
- La **largeur de bande (LB)** d'un signal est définie comme la largeur du support spectral
- La largeur de bande d'un signal est (généralement)
 - infinie en théorie
 - limitée en pratique



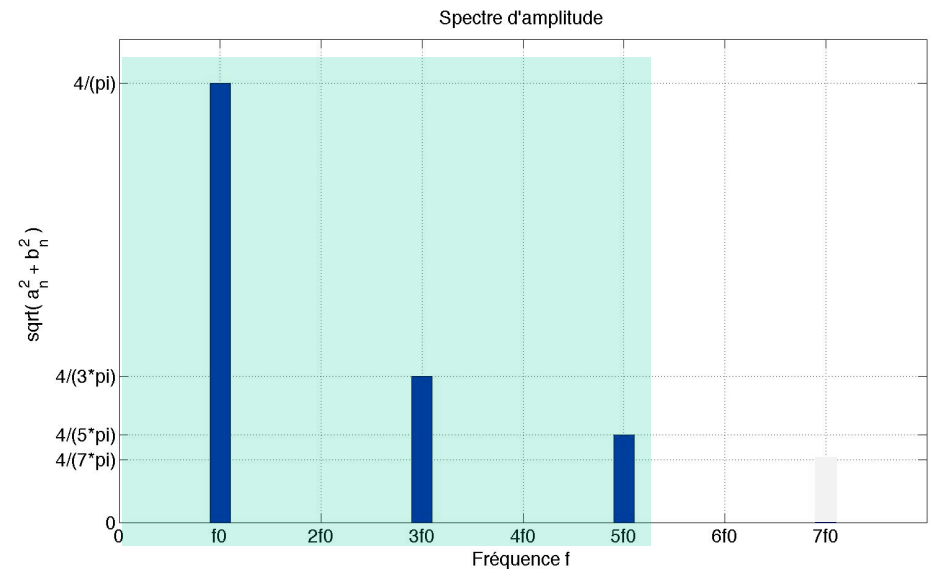
Largeur de bande d'un signal



- Filtre passe-bas
 - 5 premières harmoniques

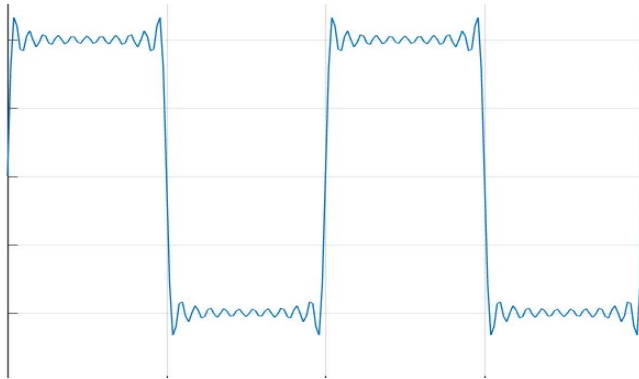


Filtre



Limitation de la largeur de bande

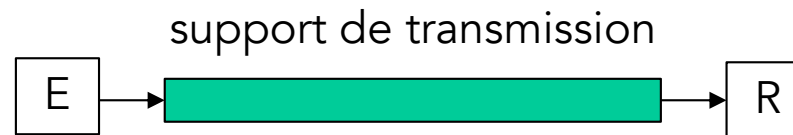
- Filtre passe-bas
 - 21 premières harmoniques



- <https://www.geogebra.org/m/tT6UvD6k>
- Conclusions
 - Si on limite la LB d'un signal en « coupant » certaines harmoniques, on **déforme le signal**
 - Plus on coupe d'harmoniques dans le signal plus on le déforme

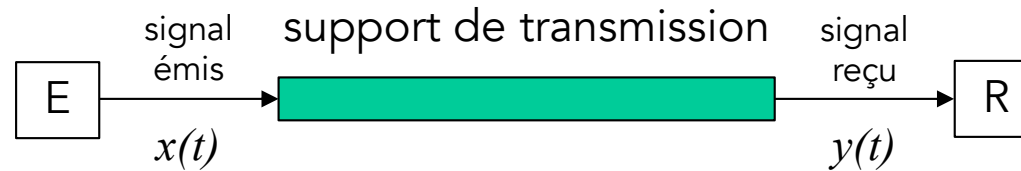
Support de transmission

- Milieu permettant d'acheminer le signal porteur d'information entre un émetteur et un récepteur

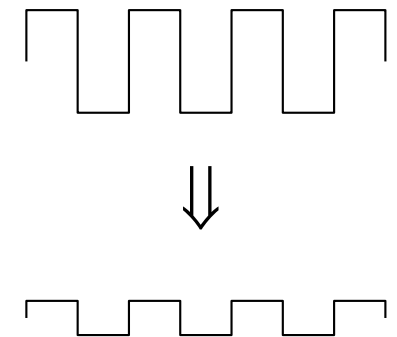


- Différents types
 - Supports électriques
 - paire torsadée, câble coaxial
 - Supports optiques
 - fibre
 - Supports aériens
 - sans fil

Perturbations



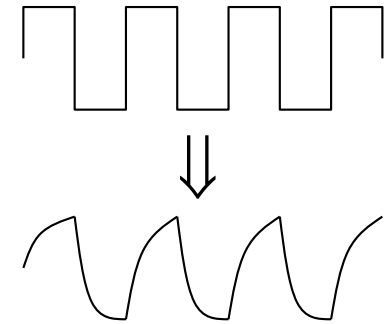
- Cas idéal : $y(t) = x(t)$
- En pratique le signal subit diverses perturbations...
 - Atténuation du signal
 - Perte d'énergie que subit le signal lorsqu'il se propage → l'amplitude de $y(t)$ est inférieure à celle de $x(t)$
 - La puissance du signal décroît de façon logarithmique lorsque la distance augmente → l'atténuation est mesurée en dB/km
 - Pour pallier le problème d'atténuation : utilisation d'amplificateurs ou de répéteurs



Perturbations

– Distorsion de phase

- Toutes les fréquences du signal ne voyagent pas à la même vitesse → **déformation** du signal



– Bruits

- Lors de sa propagation sur une ligne, le signal est perturbé par des signaux parasites aléatoires en provenance de sources autres que l'émetteur

▪ Bruit blanc

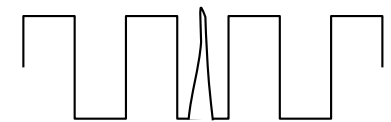
- Bruit d'agitation thermique permanent dont la puissance est uniformément répartie dans la bande de fréquences utilisée, généralement de faible amplitude et de moyenne nulle
- Mesuré par un « **rapport Signal/Bruit** » en dB (décibels)



$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_S}{P_N}\right)$$

▪ Bruit impulsif

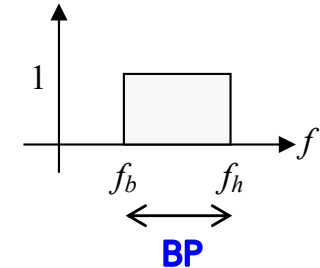
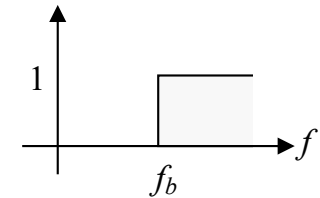
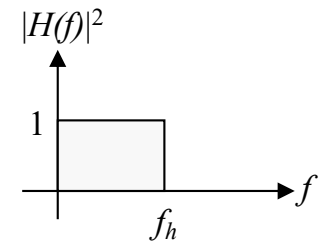
- Petits pics de forte intensité et de faible durée, dus par exemple à des interférences électriques



Bande passante du support

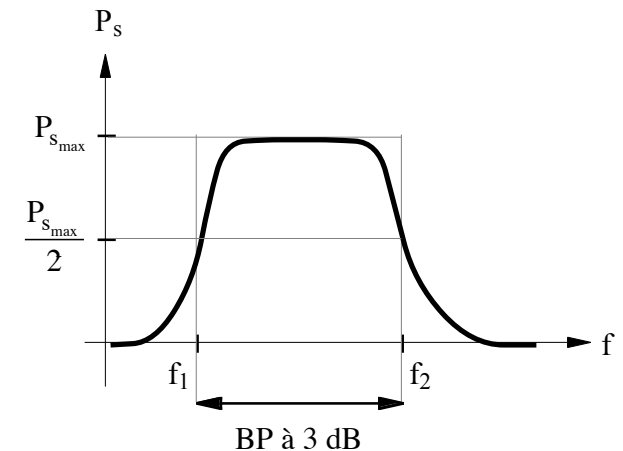
- Bande passante théorique

- Filtre « passe-bas »
- Filtre « passe-haut »
- Filtre « passe-bande »



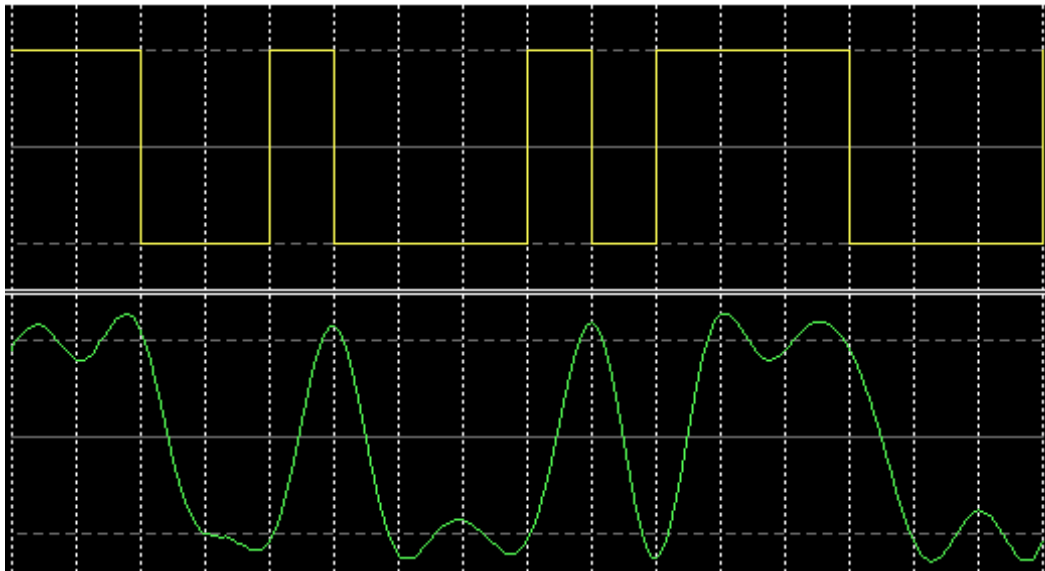
- BP « à 3 dB »

- Intervalle de fréquences $[f_1, f_2]$ tel que la puissance du signal de sortie est au pire égale à la moitié de la puissance maximale



Bande passante du support

- La BP du support limite le nombre d'harmoniques du signal reçu et déforme donc le signal



Signal BdB émis

Signal reçu après
passage dans un canal
de transmission ayant
une BP limitée

- Il existe donc un lien étroit entre BP du support et faisabilité de la transmission

Capacité théorique d'un canal bruité

- Loi de Shannon

- Fournit le débit binaire maximum auquel on peut théoriquement transmettre sans erreur sur un canal de transmission à bande passante limitée et sujet à du bruit

- Hypothèses

- Canal modélisé par un filtre passe-bande de BP B (Herz)
 - P_S/P_B : rapport signal sur bruit du canal (en valeur nominale)

- Loi de Shannon : $C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_N} \right)$

- Limite théorique absolue sur le débit binaire : $D_b \leq C$

Techniques de transmission

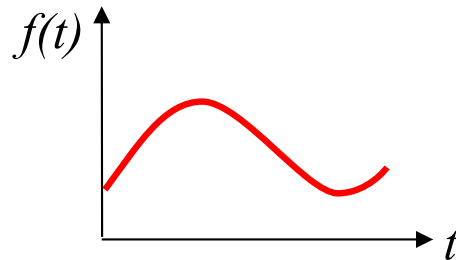


Techniques de transmission

- Les supports de communication ne sont pas parfaits
 - atténuation, distorsion, bruits, ...
 - coupures de fréquences
 - Les défauts du support impactent la transmission
 - limitation du débit de transmission
- Il faut adapter les techniques de transmission aux caractéristiques du support

Message numérique vs analogique

- Message
 - données que l'utilisateur souhaite transmettre
- Message analogique
 - fonction $f(t)$ continue et à temps continu
 - ex : voix, vidéo, données collectées par des capteurs



- Message numérique
 - suite d'éléments d'information tirés d'un ensemble fini de valeurs discrètes (alphabet)
 - ex : texte, entiers, bits

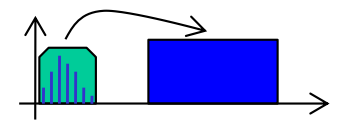
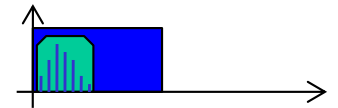
000001010100011111010101

Signal numérique vs analogique

- Signal
 - représentation physique du message à transmettre
 - sous la forme d'une onde électrique (tension, courant) ou électromagnétique (champ électrique, magnétique)
- Signal analogique
 - signal représentant un message analogique
- Signal numérique
 - signal résultant de la mise en forme d'un message numérique
 - sous la forme d'une **succession de formes d'ondes** (éléments de signal)
 - d'un signal multi-niveaux de forme « carrée », appelé signal numérique en Bande de Base (BdB)
 - du signal résultant de la modulation d'une onde porteuse par un signal numérique en Bande de Base

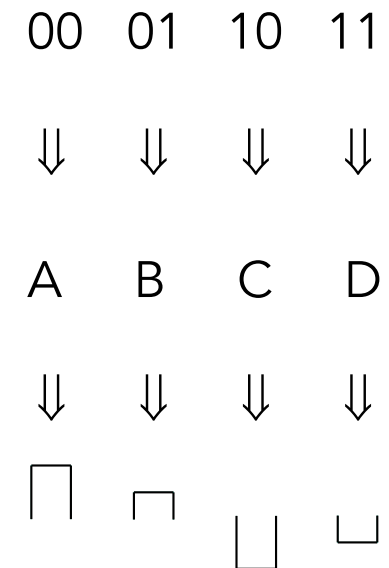
Transmission

- Transmission
 - opération qui consiste à transporter le signal d'une machine vers une autre, sur un support donné
- Transmission analogique / numérique
 - transmission d'un signal analogique / numérique
- Transmission en bande de base
 - sur un canal de type passe-bas (de BP $[0, f_2]$)
 - techniques de codage en ligne
 - utilisée dans les LANs
- Transmission sur fréquence porteuse
 - sur un canal de type passe-bande (de BP $[f_1, f_2]$)
 - nécessité de transposer le spectre du signal : opération de modulation
 - utilisée dans les WANs



Transmission numérique en Bande de Base

- Utilise un **codage en ligne**
 - Codage binaire à M-aire
 - transforme la suite d'éléments binaires du message numérique à émettre en une suite de **symboles**
 - la **valence** M du codage correspond au nombre de symboles différents
 - Codage M-aire à signal
 - associe une **forme d'onde** (ou **élément de signal**) à chaque symbole
- De nombreux codages existent
 - NRZ / NRZI
 - Manchester / Manchester différentiel
 - Miller
 - Bipolaires / BDHn
 - ...



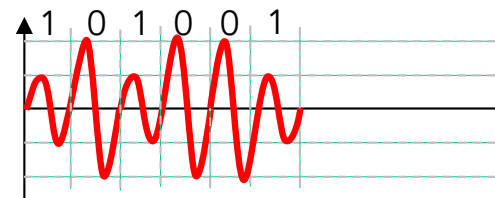
Transmission numérique sur fréquence porteuse

- Modulation

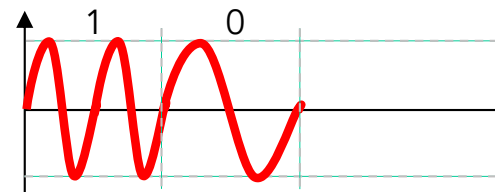
- réalisée en modifiant une des caractéristiques (amplitude, phase, fréquence instantanée) d'une onde porteuse sinusoïdale

- Trois types élémentaires de modulation

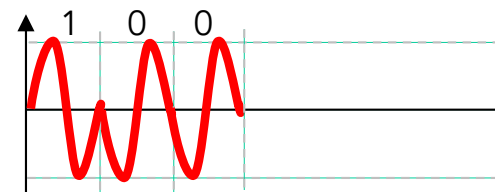
- Modulation d'amplitude



- Modulation de fréquence



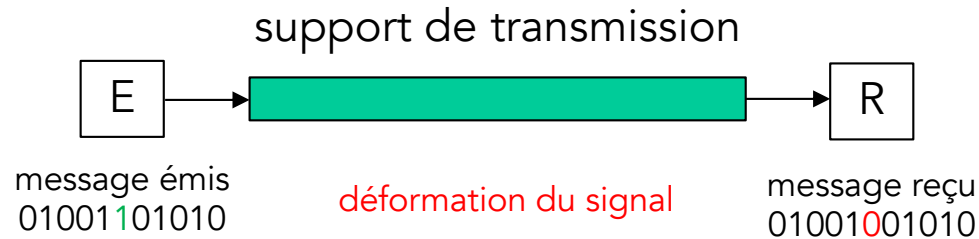
- Modulation de phase



Contrôle d'erreur



Erreurs de transmission



- Le support de transmission déforme le signal
 - Le signal émis codant un « 1 » une fois déformé par le support peut être interprété par le récepteur comme un signal codant un « 0 » (ou inversement)
→ **Erreur de transmission**
- Ces erreurs de transmission doivent être a minima détectées
 - pour être au final corrigées
- Nécessité de mettre en place des **mécanismes de contrôle d'erreur**

Contrôle d'erreur

- Basé sur la redondance
 - Utilisation d'informations de **redondance** pour détecter et/ou corriger les erreurs de transmission
 - Pour **m bits de données** on ajoute **r bits de redondance**
 - Une unité de $n = m + r$ bits contenant des données et un champ de contrôle s'appelle un **mot de code**



- Les bits de redondance se calculent directement à partir des bits de données
→ **2^m mots de code légaux** < **2^n mots de code possibles**

Distance de Hamming

- Distance de Hamming entre deux mots de code
 - Nombre de bits qui diffèrent entre les deux mots de codes

00011011
00011110 → distance 2

- Distance de Hamming du code
 - Nombre minimal de bits qui diffèrent entre deux mots de code légaux quelconques du code

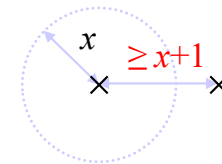
00011011
00111100
11010011
11111010 → distance 3

Détection vs correction d'erreurs

- Détection / Correction d'erreur

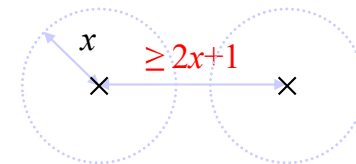
- Codes détecteurs d'erreurs

- La réception d'un **mot de code illégal** (non autorisé) permet de détecter la présence d'une (ou plusieurs) erreur(s) dans le mot de code
 - Détection d'erreur → **Retransmission**
 - Pour pouvoir détecter x erreurs dans un mot de code la distance de Hamming du code doit au moins être égale à $x + 1$



- Codes correcteurs d'erreurs

- L'information de redondance permet de corriger les erreurs du mot de code
 - Pour pouvoir corriger x erreurs dans un mot de code la distance de Hamming du code doit au moins être égale à $2x + 1$



Codes détecteur d'erreur

- Les plus utilisés car nécessitent moins de redondance
- Exemples de codes détecteurs d'erreur
 - Codes basés sur la parité
 - VRC (*Vertical Redundancy Checking*)
 - LRC (*Longitudinal Redundancy Checking*)
 - Codes Polynomiaux
 - CRC (*Cyclic Redundancy Checking*)

VRC : *Vertical Redundancy Control*

- L'unité à protéger est le caractère ($m = 7$)
- On ajoute un bit de redondance ($r = 1$) appelé **bit de parité** ou **VRC**
- **Parité paire** : le nombre total de bits à 1 du mot de code est pair

0	1	0	1	1	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

- **Parité impaire** : le nombre total de bits à 1 du mot de code est impair

0	1	0	1	1	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

- Distance de Hamming = 2
→ Permet de détecter 1 erreur par caractère

LRC : *Longitudinal Redundancy Control*

- Les unités à protéger sont des blocs de $k \times n$ bits
 - $k-1$ premières lignes constituées d'un mot de $n-1$ bits de données et d'1 bit de parité (paire ou impaire)
 - La dernière ligne est un mot de contrôle de n bits

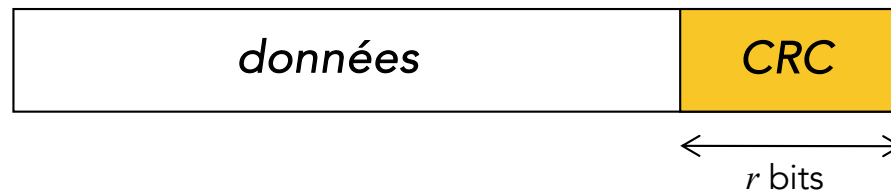
- Exemple en parité paire :

0	1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0

- Distance de Hamming = 4
 - Permet de détecter jusqu'à 3 erreurs par bloc
 - Permet de corriger 1 erreur par bloc

CRC : *Cyclic Redundancy Control*

- Hypothèses : Emetteur et Récepteur utilisent le même polynôme générateur $G(x)$ de degré r
- Basé sur
 - l'arithmétique modulo 2
 - $1 + 1 = 0$
 - $1 - 1 = 0$
 - $0 + 1 = 1$
 - $0 - 1 = 1$
 - la division polynomiale
- Ajoute à la suite de bits à émettre r bits de redondance



CRC : *Cyclic Redundancy Control*

- En émission

- Constituer $M(x)$ le polynôme associé à la suite de bits à transmettre
- Multiplier $M(x)$ par x^r (où r est le degré de $G(x)$)
- Calculer $R(x)$ le reste de la division (modulo 2) de $M(x).x^r$ par $G(x)$:

$$M(x).x^r = G(x).Q(x) + R(x)$$

- Transmettre la suite de bits associée au polynôme $T(x)$:

$$T(x) = M(x).x^r - R(x) = M(x).x^r + R(x)$$

→ r derniers bits : bits de contrôle

- Exemple

- Polynôme générateur : $G(x) = x^2 + 1 \rightarrow r = 2$
- Suite de bits à émettre : 1 1 0 1
- Polynôme associé : $M(x) = x^3 + x^2 + 1$
- Que l'on multiplie par x^2 : $x^5 + x^4 + x^2$
- On effectue la division par $G(x)$:
- $R(x) = x = 1.x^1 + 0.x^0$

→ On transmet : 1 1 0 1 1 0

$ \begin{array}{r} x^5 + x^4 + x^2 \\ \underline{x^5 + x^3} \\ x^4 + x^3 + x^2 \\ \underline{x^4 + x^2} \\ x^3 \\ \underline{x^3 + x} \\ x \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 + 1 \\ \hline x^3 + x^2 + x \end{array} $
--	--

CRC : *Cyclic Redundancy Control*

- En réception

- Constituer $T'(x)$ le polynôme associé à la suite de bits reçus
- Calculer $R'(x)$ le reste de la division (modulo 2) de $T'(x)$ par $G(x)$:

$$T'(x) = G(x).Q'(x) + R'(x)$$

- Si $R'(x) \neq 0$ alors erreur(s) de transmission

Sinon il y a une très forte probabilité pour que la trame soit exempte d'erreur (possibilité d'erreurs résiduelles)

- Exemple

- Hypothèse : erreur sur le deuxième bit

→ Suite de bits reçus : 1 0 0 1 1 0

- Polynôme associé : $T'(x) = x^5 + x^2 + x$

- On effectue la division par $G(x)$:

- Reste $R'(x) = 1 \neq 0 \rightarrow$ Erreur !

$x^5 + x^2 + x$	$x^2 + 1$
$x^5 + x^3$	$x^3 + x + 1$
<hr/>	
$x^3 + x^2 + x$	
$x^3 + x$	
<hr/>	
x^2	
$x^2 + 1$	
<hr/>	
1	

CRC : *Cyclic Redundancy Control*

- Exemples de polynômes générateurs

- CRC-12 (Utilisé pour les caractères codés sur 6 bits) :

$$x^{12} + x^{11} + x^3 + x^2 + x^1 + 1$$

- CCR CCITT V.41 (HDLC) :

$$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$$

- CRC-16 (Utilisés pour des caractères codés sur 8 bits) :

$$x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$$

- CRC-32 (Ethernet) :

$$x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$$

Conclusions

- Un signal est caractérisé par son spectre fréquentiel
 - Décomposition en séries de Fourier (ou Transformée de Fourier)
 - Couper des raies dans le spectre a pour effet de déformer le signal
- Un support de transmission est caractérisé par sa bande passante
 - En coupant les fréquences des signaux qui le traversent, le support déforme le signal reçu (par rapport au signal émis)
 - Si la déformation est trop importante, la transmission devient impossible
- Les techniques de transmission adaptent le signal aux caractéristiques du support
 - Codage en ligne
 - Modulation
- Les techniques de transmission ne suffisent pas à assurer que les communications se déroulent sans erreur
 - Nécessité de mettre en place des techniques de protection contre les erreurs
 - Codes détecteurs / correcteurs

A faire

- Cours 2
 - à relire attentivement
- Devoir 2 sur Moodle
 - date de rendu : dimanche 21 septembre
- TP 1
 - lire le document « Introduction à Wireshark » sur Moodle