Exercices

Exercice 1:Les expressions suivante sont-elles des trinômes de degré 2 ? Si oui, donner leurs coefficients.

a. $2x^2-3x-4$ b. $3x-9$ c. $(x-4)(3x+2)$ d. $4x^2-5$ e. $2(x-3)^2+7$ f. $9x^2-11x$ g. $\dfrac{x^2-5x+8}{2}$ h. $(x-1)(x-2)(x-3)$

Exercice 2 : Les fonctions *f*, *g*, *h*, *k* et *l* sont définies sur ℝ par :

- $f(x)=(x-5)(+x1)$
- $g(x)=2(x-2)(x+3,5)$
- $h(x)=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+3$
- k(x) = $5(x-1)(x+3)$
- $l(x)=2(x-1)^2-4$

Écrire les expressions de $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, $k(x)$ et $l(x)$ sous forme développée et donner la valeur des coefficients.

Exercice 3 : Relier chaque trinôme à sa forme canonique :

$-x^2+8x-14$ *	* $2(x-4)^2+3$
$3x^2+12x+13$ *	* $3(x+2)^2+1$
$2x^2-2x$ *	* $-(x-4)^2+2$
$2x^2-16x+35$ *	* $2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2}$

Exercice 4 : Mettre sous forme canonique les trinômes suivants.

a. $2x^2+8x-2$ b. x^2+3x+1 c. $-x^2+2x+5$ $3x^2+x-4$

Exercice 5 :Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes.

a. $2x^2-12x+18=0$ b. $x^2-x+6=0$ c. $3x^2+4x-1=0$ $2x^2-x+1=0$ e. $x^2+5x+3=2x+3$ f. $(2x+1)(x-4)=x^2-4x-6$

g. $(x+2)^2=2x^2+5x-2$ h. $x^2-\dfrac{35}{12}x+\dfrac{3}{2}=0$

i. $2x^2-2x\sqrt{5}+3=0$ j. $4x^2-2x\sqrt{3}+3=0$

Exercice 6 : L'aire d'un rectangle est 80 m². L'un de ses côtés mesure 2 m de plus que l'autre. Quelles sont ses dimensions ?

Exercice 7 : En augmentant de 5 cm, la longueur du côté d'un carré, on augmente son aire de 44%. Combien mesurait le côté initialement ?

Exercice 8 : Résoudre les équations sans oublier d'éliminer les valeurs qui annulent les dénominateurs.

a. $\dfrac{9}{x}-\dfrac{x}{3}=2$ b. $x+\dfrac{1}{x-3}=5$ c. $x^3-x^2-6x=0$ d. $(x^2-5x-14)(9x^2+9x-10)=0$

Exercice 9:

1. Soient u et v deux réels.
   a. Développer le produit $(x-u)(x-v)$.
   b. En décuire que les réels u et v sont les racines du polynôme x^2-Sx+P où $S=u+v$ et $P=uv$.
2. Existe-t-il deux nombres réels u et v :
   a. dont le produit est 6 et la somme 4 ?
   b. dont le produit est 6 et la somme 8 ?
3. Écrire un algorithme qui permet de déterminer deux entiers dont la somme et le produit sont deux réels fixés et entrés par l'utilisateur.

Exercice 10: Trouver deux nombres dont la somme est 10 et le produit est 13.

Exercice 11: Un rectangle a pour périmètre 36 cm et pour aire 32 cm². Déterminer les dimensions de ce rectangle.

Exercice 12: Résoudre les inéquations suivantes.

a. $-x^2+3x-2\geqslant 0$ b. $5x^2-4x>0$ c. $\dfrac{1}{6}x^2-x+\dfrac{3}{2}\leqslant 0$

d. $-x^2+7x-15<0$ e. $x^2+3x-5<x+4$ f. $2(x+1)^2-3x>2$

g. $3x^2+\dfrac{1}{2}x\leqslant\dfrac{5}{2}$

Exercice 13:Soit la fonction f définie sur l'intervalle [-5;3] par $f(x)=3x^2+6x-7$.

1. Dresser le tableau de variation de f .
2. En déduire le minimum et le maximum de f sur I.
3. Donner les solutions sur des équations et inéquations suivantes.

a. $f(x)=-10$ b. $f(x)=17$

c. $f(x)<17$ d. $f(x)>-20$

Exercice 14:La trajectoire du ballon dégagé par un gardien de but est modélisée dans un repère par un arc de parabole. La parabole représente la fonction définie par $f(x)=\frac{-x^2}{32}+x$.

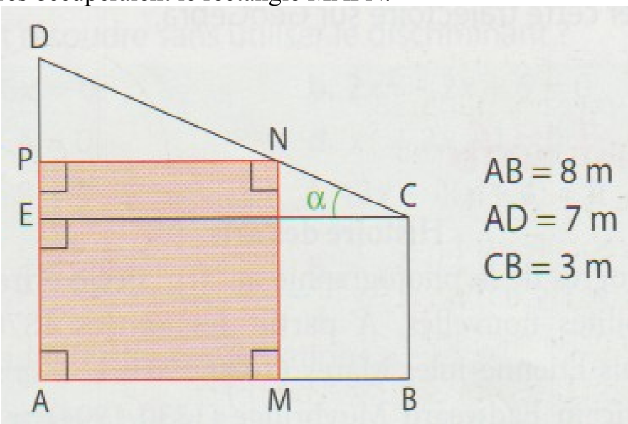
1. A quelle distance du gardien le ballon retombe-t-il ?
2. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon ?

Exercice 15:Soit la fonction f définie par $f(x)=\frac{4x^2-5}{x^2+x+1}$.

1. Montrer que l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$.
2. Montrer que, pour tout réel x, $f(x)<5$ et $f(x)>-6$.
3. Quelles valeurs de y_{min} et y_{max} choisir pour tracer la courbe représentant f sur la calculatrice ?

Exercice 16 :Une entreprise fabrique des pantalons. Pour une quantité q produite, le coût de production, en euros, est $C(q)=0{,}04q^2+40q+8000$.
La recette par pantalon vendu est 25€ et on suppose que toute la production est vendue.
Combien l'entreprise doit-elle fabriquer de pantalons pour être bénéficiaire ?

Exercice 17:On souhaite poser des panneaux solaires sur un toit qui a la forme d'un trapèze rectangle représenté ci-dessous par le quadrilatère ABCD.
Les panneaux solaires occuperaient le rectangle MAPN.



On note h la longueur AP en m et $A(h)$ l'aire du rectangle MAPN en m².

1. Calculer $\tan\alpha$.
2. En déduire que $PN=14-2h$.
3. Exprimer l'aire $A(h)$ du rectangle MAPN en fonction de h. Préciser l'ensemble de définition de la fonction A.
4. Comment doit-être h pour que $A(h)\geqslant 24\,m^2$?
5. Dresser le tableau de variation de A et donner l'aire maximale de MAPN.

Exercice 18:On doit partager de manière égale une somme de 30000€ entre un certain nombres de personnes. S'il y avait 4 personnes de moins, la part de chacun serait augmentée de 1250€.
Combien sont-ils ?

Exercice 19:Résoudre les inéquations suivantes :

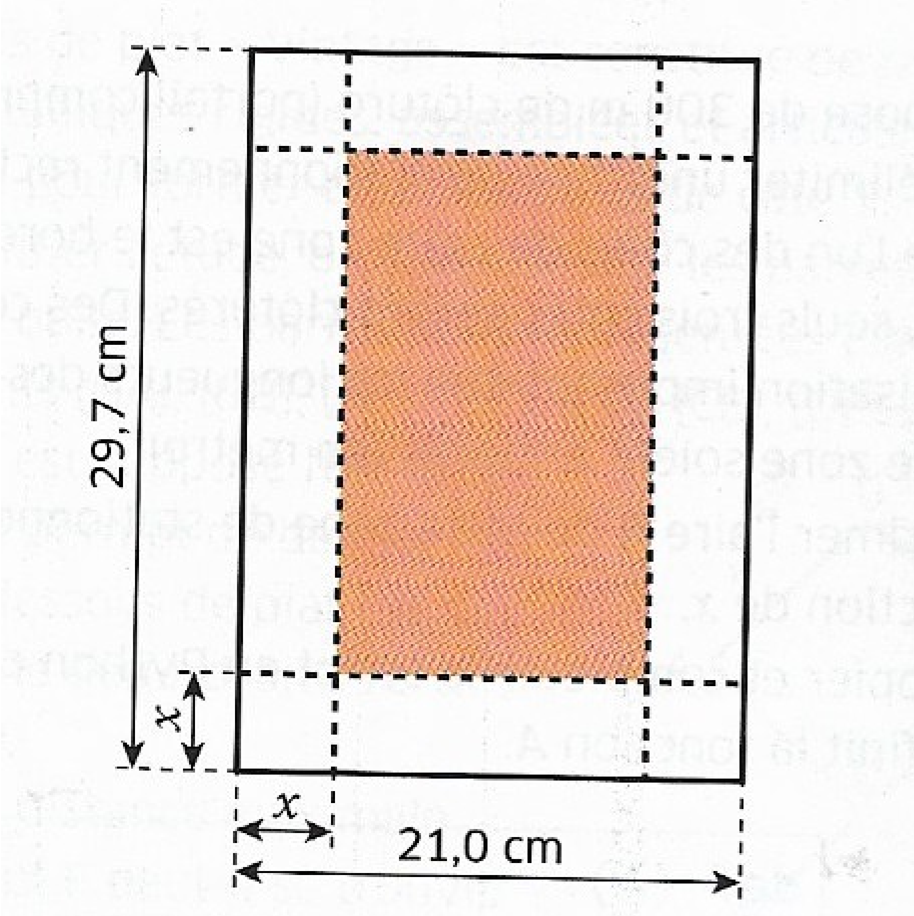
a. $(x^2-2x-3)(x^2+2x+2)<0$ b. $\frac{-2x^2-3x+20}{x-1}\geqslant 0$

Exercice 20 : Équations bicarrées.
On pose $X=x^2$. Exprimer x^4 en fonction de X puis résoudre les équations suivantes :
a. $x^4-12x^2+27=0$ b. $x^4+3x^2-4=0$

Exercice 21: Factorisation d'un polynôme de degré 3, cas particuliers.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2x^3+6x^2+26x-30$.
On veut déterminer les racines de f.

1. a. Vérifier que 1 est racine de f.
   b. Déterminer des réels a, b et c tels que, pour tout x réel, $f(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$.
   c. En déduire toutes les racines de f et la factorisation de f.
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-x^3+3x^2+6x-8$.
   a. Déterminer une racine évidente que l'on appellera α.
   b. Déterminer des réels a, b et c tels que, pour tout x réel, $g(x)=(x-\alpha)(ax^2+bx+c)$.
   c. En déduire les racines du polynôme et le factoriser.

Exercice 22: Un éditeur veut modifier la taille des marges des pages de leur prochaine bande dessinée.
Une page est en format A4 (21 cm × 29,7 cm) et il souhaite laisser 360 cm² comme superficie de zone de dessin.
On note x la taille de la marge horizontale et verticale.
On définit la fonction f qui à x associe l'aire de la zone de dessin.



1. Dans quel intervalle x peut-il varier ?
2. Montrer que la forme développée de $f(x)$ est $4x^2-101,4x+623,7$.
3. Quel est le sens de variation de la fonction sur [0;10,5].
4. a. Pour réaliser le souhait de l'éditeur, quelle équation faut-il résoudre ?
   b. On admet que l'équation trouvée à la question 4.a admet au moins une solution dans l'intervalle [0;10,5]. Pourquoi est-elle unique ?
   c. On note x_0 cette solution. Déterminer deux entiers a et b tels que $a < x_0 < b$.
5. On a écrit le programme en Python ci-dessous.

```python
def f(x):
    return 4*x**2-101.4*x+623.7

def solution(a):
    while f(a)>360:
        a = a +0.01
    return a
```

   a. Quel est le rôle de ce programme ?
   b. Que renvoie solution(3) ? Pourquoi ?
   c. Implémenter ce programme et déterminer une valeur approchée de x_0 à 10^{-2} près.
6. a. Que se passe-t-il lorsqu'on exécute solution(25) ?
   b. Compléter le programme avec un test sur l'argument de la fonction solution afin qu'elle renvoie toujours une réponse adaptée au problème initial posé.