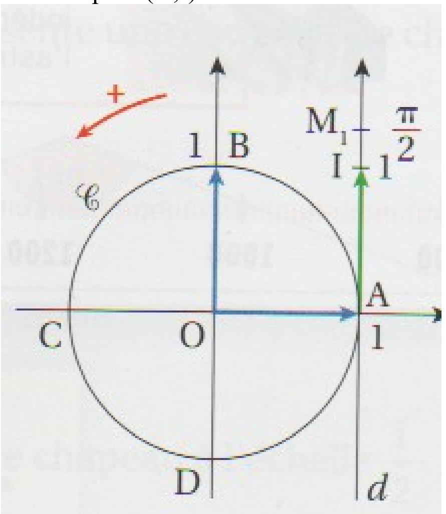
Exercices.

Exercice 1 : On considère la figure ci-contre où C est le cercle trigonométrique et la droite d, tangente à C en A, est munie d'un repère (A,I).



Reproduire la figure, puis indiquer en quels points du cercle C se retrouvent, après enroulement, les points de la droite d suivants

$M_1\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $M_2\left(\frac{3\pi}{2}\right)$, $M_3\left(\frac{-\pi}{2}\right)$, $M_4(5\pi)$, $M_5\left(-3\frac{\pi}{2}\right)$, $M_6\left(5\frac{\pi}{2}\right)$, $M_7\left(\frac{-13\pi}{2}\right)$, $M_8\left(\frac{2016\pi}{2}\right)$.

Exercice 2 :

1. Donner la mesure en degrés de chaque angle dont la mesure est donnée en radians.

   a. π rad b. $\frac{\pi}{3}$ rad c. $\frac{3\pi}{4}$ rad d. 1,5rad

2. Donner la mesure en radians de chaque angle dont la mesure est donnée en degrés.

   a. 30° b. 90° c. 45° d. 125° e. 40°

Exercice :

Dans chacune des listes suivantes, il y a un intrus. Le trouver en justifiant.

1. $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{9\pi}{2}$; $\frac{-\pi}{2}$; $\frac{-5\pi}{2}$.
2. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{14\pi}{3}$; $\frac{-8\pi}{6}$; $\frac{-10\pi}{3}$
3. $\frac{7\pi}{4}$; $\frac{-\pi}{4}$; $\frac{-9\pi}{4}$; $\frac{-19\pi}{4}$
4. π ; $-\pi$; $\pi\sqrt{9}$; 0

Exercice 4 : Soit un cercle C de centre O et de rayon 5 cm, et un point A de ce cercle.

1. Faire une figure.
2. Soit B un point du cercle C tel que la longueur de l'arc $\overline{AB}$ soit 20 cm. Calculer une mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.

Exercice 5 : Vrai ou Faux.

Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

a. Il existe un nombre réel x tel que $\sin(-x)=sinx$.
b. Pour tout nombre réel x , on a $\sin(-x)=sinx$.
c. Il existe un nombre réel x tel que $\sin(2x)=sinx$
d. Pour tout nombre réel x , on a $\sin(2x)=sinx$.
e. Il existe un nombre réel x tel que $cosx=sinx$.
f. Pour tout nombre réel x , on a $cosx\neq sinx$.

Exercice 6 : Compléter les tableaux suivants en utilisant le cercle trigonométrique.

a.

x	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{-\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{9\pi}{4}$
$\cos x$					
$\sin x$					

b.

x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{-\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{6}$
$\cos x$					
$\sin x$					

c.

x	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{3}$	$\frac{9\pi}{3}$
$\cos x$					
$\sin x$					

Exercice 7 : soit x un réel ayant pour image sur le cercle trigonométrique le point M.

1. Faire un dessin.
2. a. Placer le point N, image de $x+\pi$.
   b. Que peut-on dire de la position de N par rapport à M ?
   c. En déduire $\cos(x+\pi)$ et $\sin(x+\pi)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$.
3. a. Placer le point P, image de $\pi-x$.
   b. Que peut-on dire de la position de P par rapport à M ?
   c. En déduire $\cos(\pi-x)$ et $\sin(\pi-x)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$.
4. Mêmes questions avec le point Q, image du réel $-x$.

Exercice 8 :

1. Calculer :
   a. $\pi-\frac{\pi}{10}$ b. $\pi-\frac{2\pi}{5}$ c. $2\pi-\frac{2\pi}{5}$ d. $2\pi-\frac{4\pi}{5}$
2. En déduire la valeur exacte de :
   a. A= $\cos\frac{\pi}{10}+\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{3\pi}{5}+\cos\frac{9\pi}{10}$.
   b. B= $\sin\frac{2\pi}{5}+\sin\frac{4\pi}{5}+\sin\frac{6\pi}{5}+\sin\frac{8\pi}{5}$.

Exercice 9 : On donne $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$.

1. Calculer la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{5}$.
2. En déduire les valeurs exactes du cosinus et du sinus de chaque nombre réel :
   a. $\frac{4\pi}{5}$ b. - $\frac{\pi}{5}$ c. $\frac{6\pi}{5}$ d. $\frac{3\pi}{10}$.

Exercice 10 :

1. Placer sur le cercle trigonométrique le point M,image du nombre réel x tel que :
   $x\in\left[\frac{-\pi}{2};0\right]$ et $cosx=\frac{3}{4}$.
2. Calculer la valeur exacte de :
   a. sin x b. $\cos(-x)$ c. $\sin(\pi-x)$ d. $\cos(\pi+x)$
   e. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ f. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$.

Exercice 11 : A l'aide d'un cercle trigonométrique, donner toutes les valeurs possibles de x vérifiant :

1. $\cos x=\frac{1}{2}$ et $\sin x=\frac{-\sqrt{3}}{2}$, $x\in[-\pi;\pi]$.
2. $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x\in[-\pi;\pi]$.
3. $\cos x=\frac{-\sqrt{3}}{2}$ et $\sin x=\frac{-1}{2}$, $x\in[-\pi;3\pi]$.
4. $\cos x=0$ et $\sin x=-1$, $x\in[-2\pi;3\pi]$.
5. $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x\in]-\pi;\pi]$.
6. $\sin x=\frac{-\sqrt{2}}{2}$, $x\in]-\pi;\pi]$.

Exercice 12 : Résoudre dans ℝles équations suivantes :

a. $\cos x=\cos\frac{\pi}{4}$ b. $\sin x=\sin\frac{\pi}{3}$ c. $\cos x=\frac{-\sqrt{3}}{2}$

d. $\sin x=\frac{-\sqrt{2}}{2}$ e. $\cos x=-1$.

Exercice 13: Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ les inéquations suivantes :

a. $\cos x\geqslant\frac{1}{2}$ b. $\sin x>\frac{\sqrt{3}}{2}$ c. $\cos x<-\frac{\sqrt{2}}{2}$

d. $\frac{-1}{2}\leqslant\sin x\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ e. $1-2\sin x>0$

Exercice 14:Résoudre dans ℝles équations :

a. $2\cos^2 x-1=0$ b. $4\sin^2 x-3=0$ c. $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos(2x)$

d. $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ e. $\cos x=\sin 2x$

Exercice 15 :

1. Résoudre dans ℝl'équation : $2x^2+x-1=0$.
2. En déduire les solutions de l'équation : $2\sin^2 t+\sin t-1=0$.

Exercice 16: Julien a programmé l'algorithme suivant sous Python.

```
from math import *
def Principale(a):
    if a < - pi or a > pi:
        return False
    else:
        return True
```

1. Qu'affiche cet algorithme avec les valeurs suivantes :
   a. $a=12$ b. $a=-7\pi$ c. $a=\frac{\pi}{2}$
2. Julien souhaite maintenant créer un second algorithme qui, lorsqu'une mesure n'est pas dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$, la transforme pour qu'elle le soit. On considère l'algorithme ci-dessous pour lequel a est un entier. Compléter les pointillés.

```
def mesure_principale(a):
    if a > pi:
        while a>pi:
            a = ......
            i = i+1
    else:
        while a <= ............ :
            a = ..........
```

3. A quoi correspond la dernière valeur de la variable i calculée par cet algorithme ?

Exercice 17: Pour fixer un éclairage sur la façade de sa maison, Jean doit poser une échelle contre le mur.
Pour qu'elle soit stable et pour éviter de glisser, cette dernière doit former un angle d'au moins 60° avec le sol. L'échelle mesure 2 m. Gêné par un bassin qui longe la maison, Jean n'a pas poser son échelle qu'à 1,10 m du mur. Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ?

Exercice 18: On considère la fonction définie par : $f(x)=\frac{2}{2+\cos x}$

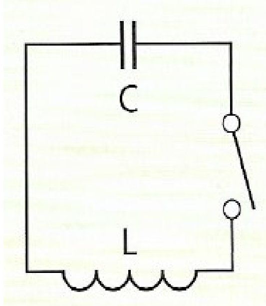
1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Montrer que la fonction f est paire.
3. Montrer que la fonction f est périodique de période 2π.

Exercice 19: On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\cos(2x)-\cos(x)$

1. En utilisant la calculatrice, conjecturer la période de la fonction f.
2. Démontrer le résultat précédent.
3. Déterminer la parité de la fonction f.

Exercice 20: On considère le circuit électrique ci-contre comprenant :

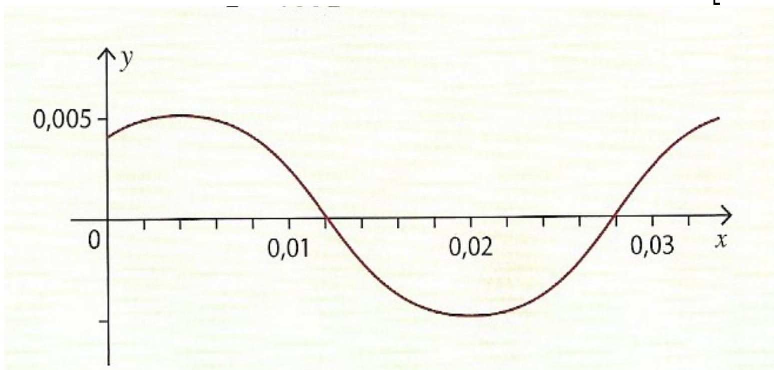
- un condensateur dont la capacité, exprimée en farad, a pour valeur C ;
- une bobine dont l'inductance, exprimée en henry, a pour valeur L ;
- un interrupteur.



Le temps t est exprimé en seconde.
A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur et le condensateur se décharge dans le circuit.
On appelle $q(t)$ la valeur de la charge, exprimée en coulomb, du condensateur à l'instant t.
On admet que la fonction q est définie pour tout réel $t\geqslant 0$ par :

$$q(t)=\frac{1}{200}\sin\left(200t+\frac{\pi}{4}\right).$$

1. Calculer $q\left(t+\frac{\pi}{100}\right)$. En déduire que la fonction q est périodique.
2. Montrer que la fonction q n'est ni paire ni impaire.
3. On a tracé la courbe représentative de la fonction q sur l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{100}\right]$.



   Conjecturer les variations de la fonction q sur cet intervalle. Interpréter le résultat.
4. Quelle était la charge du condensateur à l'instant 0 ?