

Étudier les variations !

I. Se souvenir.

1. Soit f la fonction carré.

Dresser le tableau de variation de la fonction f .

2. Quelle est la définition d'une fonction croissante sur un intervalle I ?

3. Quelle est la définition d'une fonction décroissante sur un intervalle I ?

II. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4x^2 - 8x - 2$.

L'objectif est de déterminer, en le démontrant, les variations de la fonction g .

1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $g(x) = 4(x-1)^2 - 6$.

2. Soit x_1 et x_2 , deux réels tels x_1 et x_2 appartiennent à l'intervalle $[1; +\infty[$ et $x_1 < x_2$.

Compléter la série d'inégalités suivante :

$$\begin{aligned} & x_1 \dots x_2 \\ \Rightarrow & 0 \dots x_1 - 1 \dots x_2 - 1 \\ \Rightarrow & (x_1 - 1)^2 \dots (x_2 - 1)^2 \\ \Rightarrow & 4(x_1 - 1)^2 \dots 4(x_2 - 1)^2 \\ \Rightarrow & 4(x_1 - 1)^2 - 6 \dots 4(x_2 - 1)^2 - 6 \\ \Rightarrow & g(x_1) \dots g(x_2) \end{aligned}$$

Que peut-on en déduire pour le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[1; +\infty[$?

3. En procédant de même, déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]-\infty; 1]$.

4. Dresser le tableau de variation de la fonction g sur \mathbb{R} .

III. Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -9x^2 + 36x - 12$.

1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $h(x) = -9(x-2)^2 + 24$.

2. En procédant comme dans le II, déterminer, en les démontrant, les variations de la fonction h sur \mathbb{R} .

IV. Bilan :

En vous appuyant sur les exemples précédents, déterminer les variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$. Attention, il faudra distinguer deux cas.

V. Pour aller plus loin...

En utilisant la forme canonique de la fonction f que nous noterons

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta, \text{ où } \alpha = \frac{-b}{a} \text{ et } \beta = -\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right), \text{ démontrer les}$$

variations de la fonction f .

Étudier les variations !

I. Se souvenir.

1. Soit f la fonction carré.

Dresser le tableau de variation de la fonction f .

2. Quelle est la définition d'une fonction croissante sur un intervalle I ?

3. Quelle est la définition d'une fonction décroissante sur un intervalle I ?

II. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4x^2 - 8x - 2$.

L'objectif est de déterminer, en le démontrant, les variations de la fonction g .

1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $g(x) = 4(x-1)^2 - 6$.

2. Soit x_1 et x_2 , deux réels tels x_1 et x_2 appartiennent à l'intervalle $[1; +\infty[$ et $x_1 < x_2$.

Compléter la série d'inégalités suivante :

$$\begin{aligned} & x_1 \dots x_2 \\ \Rightarrow & 0 \dots x_1 - 1 \dots x_2 - 1 \\ \Rightarrow & (x_1 - 1)^2 \dots (x_2 - 1)^2 \\ \Rightarrow & 4(x_1 - 1)^2 \dots 4(x_2 - 1)^2 \\ \Rightarrow & 4(x_1 - 1)^2 - 6 \dots 4(x_2 - 1)^2 - 6 \\ \Rightarrow & g(x_1) \dots g(x_2) \end{aligned}$$

Que peut-on en déduire pour le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[1; +\infty[$?

3. En procédant de même, déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]-\infty; 1]$.

4. Dresser le tableau de variation de la fonction g sur \mathbb{R} .

III. Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -9x^2 + 36x - 12$.

1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $h(x) = -9(x-2)^2 + 24$.

2. En procédant comme dans le II, déterminer, en les démontrant, les variations de la fonction h sur \mathbb{R} .

IV. Bilan :

En vous appuyant sur les exemples précédents, déterminer les variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$. Attention, il faudra distinguer deux cas.

V. Pour aller plus loin...

En utilisant la forme canonique de la fonction f que nous noterons

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta, \text{ où } \alpha = \frac{-b}{a} \text{ et } \beta = -\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right), \text{ démontrer les}$$

variations de la fonction f .