Suites arithmétiques et géométriques :
Exercices.

Exercice 1:Est-il plus pertinent de modéliser chacune des situations suivantes par une fonction ou par une suite ?
a. On s'intéresse à la recette d'un concert en fonction du nombre de spectateurs, sachant que le prix de la place est de 35€.
b. On considère le volume d'un cube en fonction de la longueur de son côté.
c. On regarde l'évolution du loyer annuel de Xavier.

Exercice 2:La suite (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0=-3$ et de raison 3. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 .

Exercice 3 : Exprimer u_n en fonction de n sachant que la suite (u_n) est arithmétique de raison r :
a. $u_0=2$ et $r=-3$ b. $u_1=-1$ et $r=4$
c. $u_5=3$ et $r=2$ d. $u_0=0$ et $r=1$.

Exercice 4 : Soit la suite (u_n) arithmétique de premier terme $u_0=10$ et de raison 2. Calculer u_{50}

Exercice 5:Soit (u_n) la suite définie par $u_1=-6$ et pour tout $n\geqslant 1$, $u_{n+1}=u_n+5$.
1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
2. Calculer u_{20} .

Exercice 6 : Les suites suivantes sont-elles des suites arithmétiques ? Si oui, donner leur raison.
a. $u_n=\frac{1}{5}n-4$ b. $u_n=n^2+1$ c. $u_n=5n+3$ d. $u_n=\frac{n+2}{n}$.

Exercice 7:La suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est arithmétique. Déterminer son premier terme et sa raison sachant que :
a. $u_{20}=10$ et $u_{34}=-18$ b. $u_{12}=8$ et $u_4=-12$.

Exercice 8:Une atelier de fabrication a produit 1000 articles pendant l'année 2000. Sa production a augmenté régulièrement de 150 articles par an.
a. Quelles furent les productions en 2001 et en 2002 ?
b. On note P_n la production de l'année $2000+n$ où n est un entier naturel.
Quelle est la nature de la suite (P_n) ?
c. Exprimer P_n en fonction de n .
d. Quelle était la production de l'atelier en 2013 ?
e. En gardant la même évolution, à partir de quelle année l'atelier aura-t-il une production supérieure à 2000 articles ?

Exercice 9:Un coureur de fond est habitué à courir une distance de 10000m. Pour s'entraîner pour un marathon, il décide d'augmenter chaque semaine sa distance d'entraînement de 1500m. On note d_n la distance, en mètres, parcourue à l'entraînement la n-ième semaine. On pose $d_0=10000$.
1. Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n . Que peut-on en déduire pour la suite (d_n) ?
2. Exprimer d_n en fonction de n .
3. Au bout de combien de semaines aura-t-il atteint ou dépassé les 42,195 km d'un marathon ?

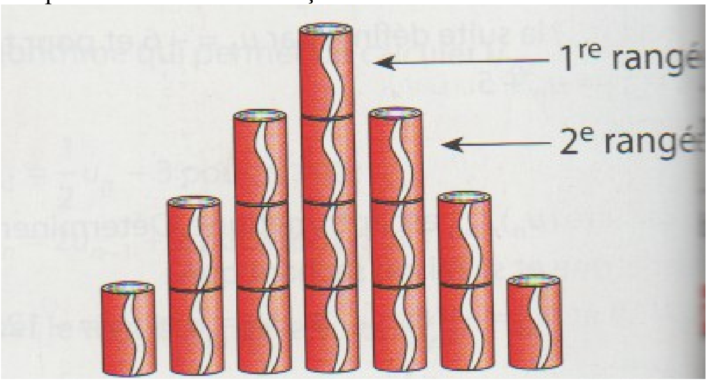
Exercice 10:Alexandre a installé sur son toit des panneaux photovoltaïques qui produisent de l'électricité. Il a constaté que prenant les mois de juillet et d'août, la production quotidienne (en Kwh) est restée constante. Il a relevé le compteur au soir du 30 juin et du 31 août, celui-ci affichait 1650 et 2394 Kwh.
a. Quelle a été la production quotidienne pendant l'été ?
b. Quelle valeur affichait le compteur le soir du 15 août ?

Exercice 11: L'escalier du pilier Est de la tour Eiffel permettant d'accéder au sommet de la tour possède 1165 marches. Normal, situé au sommet, descend trois marches par seconde, alors qu'Igor, situé en bas de la tour, monte deux marches par seconde.
Pour tout entier naturel n , on note u_n (respectivement v_n) le nombre de marches qui séparent Norman (respectivement Igor) du rez de chaussée au bout de n secondes.
1. Déterminer u_0 , v_0 , u_1 et v_1 .
2. Déterminer la nature de chaque suite. Justifier.
3. Exprimer u_n et v_n en fonction de n .
4. Au bout de combien de secondes Norman et Igor vont-ils se croiser ? Sur quelle marche se croiseront-ils ?

Exercice 12:Combien de termes contient chacune des listes suivantes formées d'entiers consécutifs ?
a. 1,2,3,...,25 b. 0,1,2,...,15 c. 5,6,7,...,21

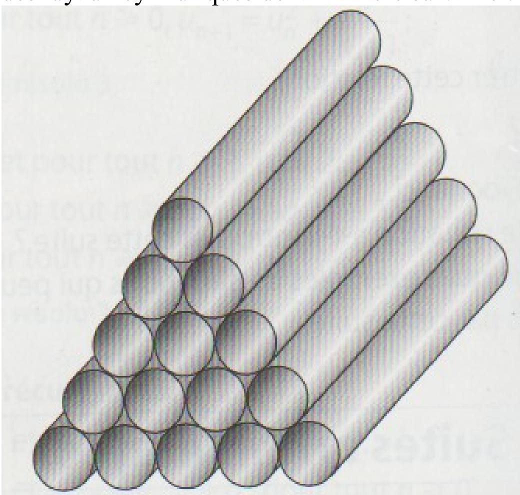
Exercice 13 : Calculer les sommes :
a. A=1+2+3+...+39
b. B=100+101+102+....+140
c. C=25+26+...+154

Exercice 14:On empile des canettes de la façon suivante :



1. On note r_n le nombre de canettes sur la n-ième rangée $(n \geqslant 1)$. Quelle est la nature de la suite (r_n) ?
2. Exprimer r_n en fonction de n.
3. Calculer le nombre de canettes nécessaires pour réaliser un empilement analogue de 25 rangées.

Exercice 15:On empile des tuyaux cylindriques de la manière suivante :



1. Combien de tuyaux pourra-t-on empiler de cette manière si la première rangée est formée de a. 10 tuyaux ?
   b. de n tuyaux $(n \geqslant 2)$?
2. On veut empiler 136 tuyaux. Combien de tuyaux doit comporter la première rangée ?

Exercice 16 : La suite (u_n) est géométrique de raison q.
Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.
a. $u_0=1$ et $q=2$ b. $u_0=1$ et $q=-2$
c. $u_0=-1$ et $q=-1$ d. $u_0=1$ et $q=\frac{1}{2}$

Exercice 17 : La suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite géométrique de raison q.
Exprimer v_n en fonction de n et calculer v_{20}.
a. $v_1=1$ et $q=3$ b. $v_5=2$ et $q=-1$ c. $v_{50}=1024$ et $q=-2$

Exercice 18 : La suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est-elle une suite géométrique ?
Si oui, donner la raison.
a. $u_n=3^{n+1}$ b. $u_n=n^2$ c. $u_n=2{,}5^{n+1}$ d. $u_n=-5^{n-2}$

Exercice 19 : En 2010, un article coûte 8,20€. Il augmente chaque année de 1%. On note p_n le prix de l'article à l'année $2010+n$.

1. Donner p_0. Calculer p_1 et p_2.
2. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.
   Qu'en déduit-on sur la suite (p_n) ?
3. Exprimer p_n en fonction de n puis calculer le prix de l'article en 2025.

Exercice 20 : Un capital de 6500€ est bloqué pour 10 ans sur un compte rapportant un intérêt annuel de 4%. Cet intérêt est versé sur le compte à la fin de chaque année. On appelle C_0 le capital de départ et pour $n \geqslant 1$, le montant figurant sur le compte au bout de la n-iéme année.

1. Calculer C_1 et C_2.
2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n pour $n \geqslant 0$.
3. Quelle est la nature de la suite (C_n) ?
4. Exprimer C_n en fonction de n.
5. Quel sera le capital au bout de 5 ans ?
6. A l'aide de la calculatrice, afficher la liste des premiers termes de la suite (C_n) et lire le nombre d'années nécessaires pour que la capital ait augmenté de 50%.

Exercice 21:Calculer les sommes :
a. 1 + 3 + 9 + ...+ 3^{20}.
b. 1-2+4-8+16+....+1024
c. $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+..+\frac{1}{2^{10}}$.

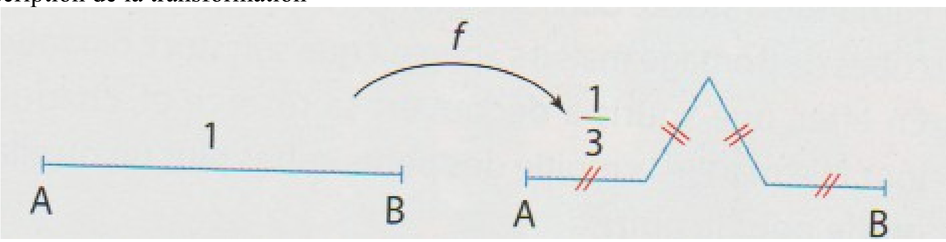
Exercice 22 : Calculer la somme des 20 premiers termes de la suite géométrique :
a. de premier terme 3 et de raison 1,05.
b. de premier terme 2 et de raison -0,8.

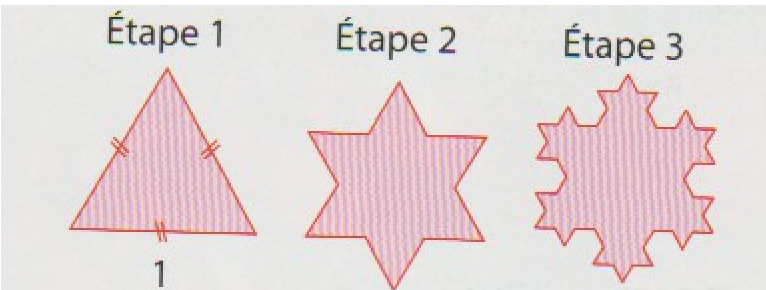
Exercice 23 : Alexis se sert plusieurs fois du gâteau placé devant lui : il prend à chaque fois la moitié de ce qui reste. Quelle part du gâteau aura-t-il mangé après s'être resservi pour la vingtième fois ?

Exercice 24 : A la suite d'un héritage, Monsieur Lievrek dispose d'une somme de 65000 € qu'il désire faire fructifier.
La banque lui propose deux types de placements.
Type A : Le capital est augmenté chaque année de 3500€.
Type B : Le capital est augmenté de 4,5% du montant du capital de l'année précédente.

1. Modélisation.
   a. Placement A
   On note u_n le capital en euros disponible à la fin de la n-ième année de placement A.
   Démontrer que la suite (u_n) est arithmétique.
   Exprimer, pour tout n appartenant à ℕ u_n en fonction de n.
   b. Placement B
   On note v_n le capital en euros disponible à la fin de la n-ième année de placement B.
   Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
   Exprimer, pour tout n appartenant à ℕ v_n en fonction de n.
2. Comparaison des deux placements.
   A l'aide d'un tableur ou de la calculatrice, déterminer le placement le plus avantageux pour Monsieur Lievrek en fonction de l'année où il retire son capital.

Exercice 25 : Le flocon de Koch est une figure géométrique obtenue à partir d'un triangle équilatéral par réitération d'une transformation appliquée à chaque côté du triangle.
Description de la transformation





Le segment [AB] est transformé en une ligne brisée de quatre segments de longueur $\frac{1}{3}$.

1. Étude du nombre de côtés.
   Pour tout entier naturel n, $n \geqslant 1$, on note C_n le nombre de segments qui constituent le flocon à l'étape n.
   a. Donner les valeurs de C_1, C_2, C_3, C_4.
   b. Démontrer que la suite (C_n) est géométrique. Exprimer C_n en fonction de n.
2. Étude du périmètre.
   Pour tout entier naturel n, $n \geqslant 1$, on note u_n la longueur du segment à l'étape n.
   a. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique. Exprimer u_n en fonction de n.
   b. Démontrer que le périmètre du flocon à l'étape n est donné par $p_n = 3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$.
3. Étude de l'aire.
   Pour tout entier naturel n, $n \geqslant 1$, on note a_n l'aire du flocon à l'étape n.
   a. Calculer a_1.
   b. De l'étape n à l'étape $n+1$, l'aire est augmentée de celle des C_n triangles équilatéraux de côté u_{n+1}.
   En déduire $a_{n+1} - a_n$ en fonction de n.
   c. Calculer $(a_n - a_{n+1}) + .. + (a_2 - a_1)$ de deux façons différentes. En déduire la valeur de a_n pour $n \geqslant 2$.
   d. Donner une valeur approchée de a_{50} arrondie au millième.