Distance d'un point à une droite.

On appelle distance du point M à la droite $\mathcal{D}$, la distance MH où H est le projeté orthogonal de M sur $\mathcal{D}$.

Partie A: un premier exemple.
Soit (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) un repère orthonormé du plan.

1. Tracer $\mathcal{D}$: $2x - y + 1 = 0$ et placer M(1;2).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}_1$ perpendiculaire à $\mathcal{D}$ et passant par M et la tracer.
3. En déduire les coordonnées de H projeté orthogonal de M sur $\mathcal{D}$ puis calculer MH.

Partie B: cas général.
$\mathcal{D}$ est la droite passant par A de vecteur normal $\vec{n}$.
M est un point quelconque du plan et H est son projeté orthogonal sur $\mathcal{D}$.

1. Point de vue géométrique.
   a. Démontrer que $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n} = \overrightarrow{HM}\cdot\vec{n}$.
   b. En déduire que $d = \dfrac{|\overrightarrow{AM}\,.\,\vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$.
2. Point de vue algébrique.
   Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$), on suppose que $\mathcal{D}$: $ax+by+c=0$, A(x_A ; y_A) et M(x ; y).
   a. Démontrer que $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n} = ax+by+c$.
   Indication : les coordonnées de A vérifient l'équation de $\mathcal{D}$.
   b. En déduire que $d = \dfrac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.
   c. Retrouver le résultat de la partie A en utilisant cette formule.

Distance d'un point à une droite.

On appelle distance du point M à la droite $\mathcal{D}$, la distance MH où H est le projeté orthogonal de M sur $\mathcal{D}$.

Partie A: un premier exemple.
Soit (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) un repère orthonormé du plan.

1. Tracer $\mathcal{D}$: $2x - y + 1 = 0$ et placer M(1;2).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}_1$ perpendiculaire à $\mathcal{D}$ et passant par M et la tracer.
3. En déduire les coordonnées de H projeté orthogonal de M sur $\mathcal{D}$ puis calculer MH.

Partie B: cas général.
$\mathcal{D}$ est la droite passant par A de vecteur normal $\vec{n}$.
M est un point quelconque du plan et H est son projeté orthogonal sur $\mathcal{D}$.

1. Point de vue géométrique.
   a. Démontrer que $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n} = \overrightarrow{HM}\cdot\vec{n}$.
   b. En déduire que $d = \dfrac{|\overrightarrow{AM}\,.\,\vec{n}|}{\|\vec{n}\|}$.
2. Point de vue algébrique.
   Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$), on suppose que $\mathcal{D}$: $ax+by+c=0$, A(x_A ; y_A) et M(x ; y).
   a. Démontrer que $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n} = ax+by+c$.
   Indication : les coordonnées de A vérifient l'équation de $\mathcal{D}$.
   b. En déduire que $d = \dfrac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.
   c. Retrouver le résultat de la partie A en utilisant cette formule.