Exercices :
géométrie repérée.

Dans ces exercices, le plan sera muni d'un repère orthonormé.

Exercice 1 : Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par le point A(6;-2) et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

Exercice 2 :

1. Représenter les droites d d'équation $2x+3y-4=0$ et d' d'équation $x-y+5=0$.
2. Le point A(-3;2) appartient-il à l'une de ces droites ?

Exercice 3:On donne les points A(2;4), B(-1;5) et C(3;-1).

1. a. Calculer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (AC).
   b. En déduire une équation cartésienne de la droite (AC).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BC).

Exercice 4 : Dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), soit D la droite d'équation $x+3y-2=0$.

1. Donner un vecteur normal à la droite D.
2. Écrire une équation de la droite Δ passant par A(-1;5) et perpendiculaire à la droite D.

Exercice 5 : Écrire une équation de la droite Δ passant par A et de vecteur normal $\vec{u}$.

1. A(-5;1) et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.
2. A(2;5) et $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$.

Exercice 6 : Soit les points A(2;3), B(-1;4) et C(4;-1).
Donner une équation cartésienne des droites suivantes :
a. la médiatrice de [AB].
b. La hauteur issue de B du triangle ABC.
c. La tangente en C au cercle de diamètre [BC].

Exercice 7 : Soit D(0;4) et D'(-3;2) deux points du plan.
Soit Δ la droite d'équation $2x-y=0$.
Le point D' est-il le symétrique de D par rapport à la droite Δ ? Justifier.

Exercice 8 : Les droites d et d' sont-elles perpendiculaires ?
a. $d: x-2y-7=0$ et $d': 6x+3y+4=0$
b. $d: -2x+y-4=0$ et $d': x-2y+5=0$

Exercice 9 : Soit A(-4;3), B(5;-2) et C(2;3) trois points.
Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point C sur la droite (AB).

Exercice 10 : On considère les points A(2;2), B(-3;-3) et C(2;-3).
H est le projeté orthogonal de B sur l'axe des abscisses et K est le projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées.
a. Donner une équation de la droite (OC) et de la droite (HK).
b. En déduire que (OC) et (HK) sont perpendiculaires.

Exercice 11 : Donner les coordonnées du centre et le rayon du cercle dont une équation est :
a. $C_1 : (x-2)^2+(y-1)^2=9$
b. $C_2 : (x+5)^2+(y-2)^2=\pi$

Exercice 12 : Donner une équation du cercle C
a. de centre A(-3;4) et de rayon 5.
b.de centre A(1;-2) et passant par le point B(0;4).
c. de diamètre [AB] avec A(-4;5) et B(2;1).

Exercice 13 : Dire, à chaque fois si l'équation donnée est celle d'un cercle. Dans l'affirmative, préciser son centre et son rayon.
a. $x^2-4x+y^2-3y+15=0$
b. $x^2+6x+y^2-4y+13=0$
c. $x^2+5x+y^2+6y=5$

Exercice 14:

1. Déterminer l'ensemble C des points $M(x;y)$ du plan tels que $(x-6)^2+(y-3)^2=20$ et l'ensemble C' des points $M(x;y)$ du plan tels que $x^2+y^2=5$.
2. a. Vérifier que le point E(2;5) appartient à C et que le point F(1;-2) appartient à C' . Tracer C et C' .
   b. Quelle conjecture peut-on faire sur ces cercles ?
3. a. Montrer que si un point $M(x;y)$ appartient à C et à C' , alors $(x;y)$ vérifie $2x+y-5=0$.
   b. Exprimer y en fonction de x et en déduire l'intersection de C et C' .
   c. Qu'est la droite d'équation $2x+y-5=0$ pour ces deux cercles ? Le démontrer.

Exercice 15 : Soit C le cercle d'équation $x^2+y^2-2x-y-\frac{11}{4}=0$.

1. Déterminer le centre I et le rayon R de ce cercle.
2. M est le point de C d'abscisse 1 et d'ordonnée strictement positive. Déterminer une équation de la droite T_M tangente au cercle C en M.
3. N est le point de C d'abscisse 0 et d'ordonnée positive. Déterminer une équation de la droite T_N tangente au cercle C en N

Exercice 16 : On considère le cercle C d'équation : $x^2+2x+y^2-2y-7=0$.

1. Le cercle C coupe la droite d'équation $x=1$ en deux points A et B. Calculer les coordonnées de ces deux points.
2. Le cercle C coupe la droite d'équation $y=2$ en deux points C et D. Calculer les coordonnées de ces deux points.

Exercice 17 : Cercle D'Apollonius.

Apollonius de Pergé était un mathématicien, physicien et astronome en 190 avant J-C. Il a étudié puis a enseigné à Alexandrie (Egypte). Il s'est intéressé à de nombreux pans de la géométrie, comme les coniques, et a aussi étudié les cercles et les droites. Pappus d'Alexandrie rapporte qu'on lui doit plusieurs résultats, comme le traité des contacts (aujourd'hui perdu) et en particulier le théorème de la médiane.

Soit les points A(-2;1) et B(2;5).

On cherche à déterminer le lieu $\mathcal{L}$ des points M distincts de B tels que $\frac{MA}{MB}=3$.

Partie A :

1. Montrer que M ∈ $\mathcal{L}$ si et seulement si $(\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB})\cdot(\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB})=0$
2. Trouvons deux points particuliers :
   a. Quelles sont les coordonnées du point I défini par $\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$
   b. Quelles sont les coordonnées du point J défini par $\overrightarrow{JA}+3\overrightarrow{JB}=\vec{0}$
3. En déduire que M ∈ $\mathcal{L}$ si et seulement si $\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{MJ}=0$
4. Déterminer $\mathcal{L}$ et le construire.

Partie B :

Dans cette partie, on note $(x;y)$ les coordonnées du point M.

1. Écrire les longueurs MA et BM en fonction de x et y .
2. Justifier que M ∈ $\mathcal{L}$ si et seulement si $x^2+y^2-5x-11y+32=0$
3. En déduire la nature du lieu $\mathcal{L}$ et ses éléments caractéristiques.