## Devoir Maison n°1. Corrigé

Exercice 1 : Résoudre dans Rles équations suivantes :

1. 
$$(3x-1)(x+2)(4x-5)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$3x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$$
$$x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$$

$$4x-5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$$

L'ensemble des solutions est donc  $S = \{\frac{1}{3}; 2; \frac{5}{4}\}$ 

2. 
$$(-x+2)^2-(5x-3)^2=0$$

Factorisons l'expression en utilisant l'identité remarquable  $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 

$$(-x+2)^{2} - (5x-3)^{2} = 0$$
  

$$\Leftrightarrow [(-x+2) + (5x-3)][(-x+2) - (5x-3)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-1)(-6x+5)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$4x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$$

$$-6x+5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{6}$$

L'ensemble des solutions est donc  $S = \{\frac{1}{4}; \frac{5}{6}\}$ 

3. 
$$\frac{4}{x} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{x} = \frac{-1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \times 2}{-1} = -8$$

L'ensemble des solutions est donc  $S = \{-8\}$ 

Exercice 2 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (-2x+4)(x-5)$$

$$= -2x^{2}+10x+4x-20$$

$$= -2x^{2}+14x-20$$

$$B = (-5x+1)^{2}$$

$$= 25x^{2}-10x+1$$

$$C = \left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}\right)^{2}$$

$$C = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right)$$
$$= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$$

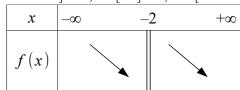
Exercice 3 : On considère la fonction f définie par  $f(x) = \frac{1}{x+2}$ .

1. Justifier le fait que la fonction f soit définie sur l'ensemble  $]-\infty;-2[U]-2;+\infty[$  . f est définie pour tout x appartenant à  $\mathbb{R}$  excepté la valeur de x telle que x+2=0 Or  $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ 

Par conséquent, f est définie sur  $]-\infty;-2[U]-2;+\infty[$ 

2. En traçant la représentation graphique de la fonction soit avec votre calculatrice, soit avec le logiciel Géogebra, dresser le tableau de variation de la fonction f sur

 $]-\infty;-2[U]-2;+\infty[.$ 



3. Soient a et b deux réels appartenant à l'intervalle  $]-2;+\infty[$  tels que  $a \le b$ .

a. Montrer que  $f(b)-f(a)=\frac{a-b}{(b+2)(a+2)}$ .

$$f(b)-f(a) = \frac{1}{b+2} - \frac{1}{a+2} = \frac{a+2}{(b+2)(a+2)} - \frac{b+2}{(a+2)(b+2)} = \frac{a-b}{(b+2)(a+2)}$$

b. Quel est le signe des nombres a-b, b+2 et a+2.

 $a \le b \Leftrightarrow a-b \le 0$ . Par conséquent a-b est négatif.

 $a \in ]-2;+\infty[$ , donc  $a \ge -2$ , donc  $a+2 \ge 0$ . Par conséquent, a+2 est positif.

 $b \in ]-2;+\infty[$ , donc  $b \ge -2$ , donc  $b+2 \ge 0$ . Par conséquent, b+2 est positif.

c. En déduire le signe de f(b)-f(a)

f(b)-f(a) étant le produit de deux positifs par un négatif, f(b)-f(a) est de signe négatif.

d. En déduire le sens de variation de la fonction f sur  $]-2;+\infty[$ 

Nous savons que  $a \le b$  et que, par conséquent,

$$f(b)-f(a) \leq 0$$
 donc  $f(b) \leq f(a)$ .

Nous pouvons en déduire que la fonction f est décroissante sur l'intervalle  $]-2;+\infty[$ 

4. Résoudre l'équation f(x)=4.

$$f(x)=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+2} = 4$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4} - 2 = -\frac{7}{4}$$

$$S = \left\{ -\frac{7}{4} \right\}$$

5. En utilisant un tableau de signes, déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) \le 2$ .

$$f(x) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+2} \le 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+2} - 2 \leqslant 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+2} - \frac{2(x+2)}{x+2} \leqslant 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x-3}{x+2} \leqslant 0$$

x		2	$-\frac{3}{2}$		+∞	
-2x-3	+	+	0	_		
В	_	+	÷	+		
C	_	+	0	_		
Pa	r conséqu	ient S	S=]-	-∞;-	-2[	$U\left[\frac{-3}{2};+\infty\right[$