

Devoir Maison n°4.

Exercice 1:

1. Résoudre l'inéquation $x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0$
2. En déduire que pour tout réel $a > 0$, $a + \frac{1}{a} \geq 2$
3. Montrer alors que, pour tous réels strictement positifs a et b , on a :
 - $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$
 - $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$

Exercice 2 :

Le gazon d'un champ de 5000 m² est envahi par des pissenlits qui détruisent 20% de la surface en un an.

Chaque automne, Catherine arrache 250 m² de pissenlits afin de semer de la pelouse.

On pose $p_0 = 5000$ la surface initiale en m² de pelouse et p_n la surface à la fin de n années où $n \in \mathbb{N}$

1. Calculer la surface de la pelouse au bout d'une et deux années.
2. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, p_{n+1} en fonction de p_n .
3. On définit, pour tout entier naturel n , la suite (v_n) par $v_n = p_n - 1250$
 - a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8.
 - b. Déterminer v_0
 - c. Exprimer v_n en fonction de n
 - d. En déduire une expression de p_n en fonction de n .
4. Quelle sera l'aire du gazon sans pissenlit au bout de 10 ans ?
5. Dans combien d'années la surface du gazon sera-t-elle inférieure à 1000 m² ? Justifier.

Devoir Maison n°4.

Exercice 1:

1. Résoudre l'inéquation $x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0$
2. En déduire que pour tout réel $a > 0$, $a + \frac{1}{a} \geq 2$
3. Montrer alors que, pour tous réels strictement positifs a et b , on a :
 - $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$
 - $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$

Exercice 2 :

Le gazon d'un champ de 5000 m² est envahi par des pissenlits qui détruisent 20% de la surface en un an.

Chaque automne, Catherine arrache 250 m² de pissenlits afin de semer de la pelouse.

On pose $p_0 = 5000$ la surface initiale en m² de pelouse et p_n la surface à la fin de n années où $n \in \mathbb{N}$

1. Calculer la surface de la pelouse au bout d'une et deux années.
2. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, p_{n+1} en fonction de p_n .
3. On définit, pour tout entier naturel n , la suite (v_n) par $v_n = p_n - 1250$
 - a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8.
 - b. Déterminer v_0
 - c. Exprimer v_n en fonction de n
 - d. En déduire une expression de p_n en fonction de n .
4. Quelle sera l'aire du gazon sans pissenlit au bout de 10 ans ?
5. Dans combien d'années la surface du gazon sera-t-elle inférieure à 1000 m² ? Justifier.