Devoir Maison n°7.

Exercice 1 :

1. a. Résoudre, dans ℝ l'équation, $\frac{\sqrt{2}}{2}x^2-\sqrt{2}x-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$.

   b. Résoudre, dans ℝ l'équation, $\frac{1}{2}x^2-\sqrt{3}x-\frac{1}{2}=0$

   c. Résoudre , dans ℝ l'équation $x^2-1=0$
2. Soit a un réel,résoudre, dans ℝ l'équation :
   $\sin(a)x^2-2\cos(a)x-\sin(a)=0$
3. En quoi cette dernière équation généralise les équations de la question 1 ?

Exercice 2 :

Avant le début des travaux de construction d'une autoroute, une équipe d'archéologie préventive procède à des sondages successifs en des points régulièrement espacés sur le terrain.

Lorsque le n-ième sondage donne lieu à la découverte de vestiges, il est dit positif. L'événement :«le n-ième sondage est positif» est noté V_n ,on note p_n la probabilité de l'événement V_n .

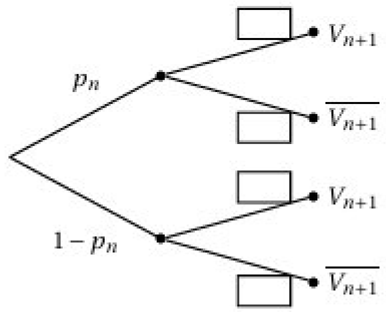
L'expérience acquise au cours de ce type d'investigation permet de prévoir que :

• si un sondage est positif,le suivant a une probabilité égale à 0,6 d'être aussi positif;

• si un sondage est négatif, le suivant a une probabilité égale à 0,9 d'être aussi négatif.

On suppose que le premier sondage est positif, c'est-à-dire : $p_1=1$.

1. Calculer les probabilités des événements suivants :
   a. A: «les 2e et 3e sondages sont positifs»;
   b. B:«les 2e et 3e sondages sont négatifs».
2. Calculer la probabilité p_3 pour que le 3e sondage soit positif.
3. n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2.
   Recopier et compléter l'arbre ci-dessous en fonction des données de l'énoncé :

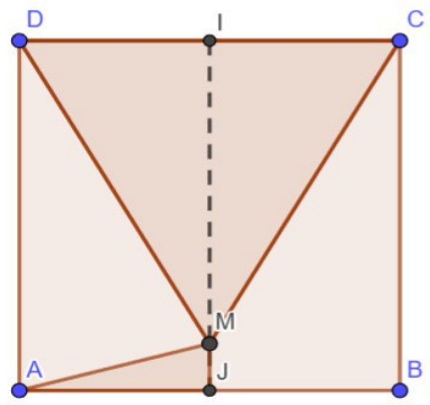


4. Pour tout entier naturel n non nul, montrer que : $p_{n+1}=0{,}5\,p_n+0{,}1$.
5. On note (u_n) la suite définie, pour tout entier naturel n non nul par :
   $u_n=p_n-0{,}2$
   a. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique, en préciser le premier terme et la raison. b. Exprimer p_n en fonction de n.
   c. Quelle est la probabilité que le dixième sondage soit positif ?

Exercice 3 :

Dans un carré ABCD de côté a , on trace le triangle équilatéral DMC.

I et J sont les milieux respectifs de [DC] et [AB].



1. Montrer que $\widehat{MAJ}$ a pour mesure $\frac{\pi}{12}$.
2. Calculer IM, MJ puis AM en fonction du côté a .
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.