

Devoir Maison n°9.

Exercice 1 : Thomas Malthus, économiste anglais du début du XIXe siècle, a travaillé sur l'évolution de la population en Angleterre.

En 1800, la population anglaise était de 8,3 millions d'habitants. Bien que très pauvre en majorité, toute la population arrivait tant bien que mal à se nourrir.

Thomas Malthus prévoit que cette situation ne pourra pas durer au cours du temps. Il émet les hypothèses suivantes :

- la population en Angleterre augmente chaque année de 2%.
 - la production agricole anglaise aidée par des avancées techniques, permet de nourrir 400 000 habitants de plus par an.
1. Traduire les hypothèses de Thomas Malthus en choisissant deux suites dont on donnera les éléments caractéristiques (nature, premier terme, raison).
 2. En utilisant les hypothèses de Malthus, à combien est estimée la population de l'Angleterre en 1810 et le nombre de personnes pouvant être nourries cette année-là ?
 3. A l'aide d'un tableur ou de votre calculatrice, afficher les termes des deux suites et déterminer la première année pour laquelle la population ne peut plus être suffisamment nourrie suivant l'hypothèse formulée par Malthus ?
 4. Que préconise Malthus pour éviter une catastrophe démographique ?

Exercice 2 : Soient A et B deux points du plan tels que $AB=10$. Soit I le milieu du segment $[AB]$.

1. Montrer que pour tout point M du plan, $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MI^2 - 25$.
2. En déduire :
 - a. l'ensemble des points M tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 24$.
 - b. l'ensemble des points M tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} \leq 0$.
 - c. L'ensemble des points M tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} > 0$.

Exercice 3 : Soit un triangle ABC.

Soit G le centre de gravité du triangle ABC, soit O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, soit H l'orthocentre du triangle ABC.

1.
 - a. Qu'est ce que le centre de gravité d'un triangle ?
 - b. Qu'est ce que le centre du cercle circonscrit d'un triangle ?
 - c. Qu'est ce que l'orthocentre d'un triangle ?
 - d. Tracer un triangle ABC, puis les points O, G et H. Que peut-on conjecturer ?
2. Soit M le point tel que $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.
 - a. En remarquant que $\vec{AM} = \vec{AO} + \vec{OM}$, montrer que $\vec{AM} \cdot \vec{BC} = (\vec{OC} + \vec{OB}) \cdot (\vec{OC} - \vec{OB})$.
 - b. En déduire que M appartient à la hauteur du triangle ABC issue de A.
 - c. Montrer de la même façon que M appartient à la hauteur du triangle ABC issue de B et en déduire que M est confondu avec H.
3. Montrer que $\vec{OH} = 3\vec{OG}$ et conclure.