

Exercices : expressions algébriques et résolutions d'équations.

Exercice 1 : Écrire l'expression correspondant à chacune des phrases suivantes:

1. La somme de x et de 3.
2. Le produit de x par 5.
3. L'opposé de $3x + 3$
4. L'inverse de $x + 2$.
5. Le quotient de $x + 1$ par $x - 1$.
6. La somme de x et de son carré.

Exercice 2 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 5(x - 2) \quad B = -3(2x + 4) \quad C = 2x(9x - 1)$$

Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (3x + 1)(5x - 2) \quad B = (2x - 7)(4x + 8) \\ C = (-6x + 1)(9x - 2)$$

Exercice 4 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x - 4)^2 \quad B = (3x + 2)^2 \quad C = (-5x + 1)^2 \quad D = (9x - 2)^2 \\ E = (2x - 5)(2x + 5) \quad F = (-3x + 4)(-3x - 4)$$

Exercice 5 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x + 1)(x + 4) + (x + 3)(x - 1) \\ B = (x + 1)^2 - (x + 3)(x - 5)$$

Exercice 6 : Voici deux programmes de calcul.

Programme 1

- choisir un nombre
- soustraire 1
- Élever au carré
- Multiplier par 4
- Soustraire 1

Programme 2

- Choisir un nombre
- Multiplier par 2 et soustraire 1.
- Multiplier par 2 et

soustraire 3

- Multiplier les deux nombres trouvés.

1. Quel nombre obtient-on avec chaque programme lorsqu'on choisit :
a. -1 b. 0 c. 2
2. a. Émettre une conjecture quant à ces deux programmes de calcul.
b. Démontrer cette conjecture.

Exercice 7 : Repérer un facteur commun et factoriser.

$$A = 5x + 10 \quad B = 2x^3 - 4x^2 + 3x \quad C = x(x + 2) + 3x$$

Exercice 8 : Repérer un facteur commun et factoriser.

$$A = (x - 5)(x + 2) + (x - 5)(x - 7) \\ B = (x + 2)(x + 1) - 2(x + 1) \\ C = (x - 4)^2 - (3x + 1)(x - 4)$$

Exercice 9 : Reconnaître une identité remarquable, puis factoriser.

$$A = x^2 - 9 \quad B = 4x^2 - 20x + 25 \quad C = (2x - 1)^2 - (x - 1)^2$$

Exercice 10 : Reconnaître une identité remarquable, puis factoriser.

$$A = 1 + 6x + 9x^2 \quad B = x^4 - 1 \quad C = x^4 - 2x^2 + 1$$

Exercice 11 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 5)^2 - 49$

1. Développer $f(x)$
2. Factoriser $f(x)$
3. Calculer $f(2)$, $f(12)$ et $f(5)$ en utilisant chaque fois la forme la mieux adaptée.

Exercice 12 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3(x + 2)^2 - 27$

A l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats ci-dessous.

1	$f(x) := 3 \cdot (x+2)^2 - 27$
	$x \rightarrow 3 \cdot (x+2)^2 - 27$
2	developper (f(x))
	$3 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 15$
3	factoriser(f(x))
	$3 \cdot (x-1) \cdot (x+5)$

Calculer $f(-5)$, $f(-2)$ et $f(\sqrt{3})$ en utilisant chaque fois la forme la mieux adaptée.

Exercice 16 : Résoudre les équations après avoir effectué un développement:

$$x(2x-1) = x + 2x^2 + 1 \quad (x-1)(x+3) = x^2$$

$$5x(6x-1) = (10x-7)(3x+1).$$

Exercice 17 : Résoudre les équations suivantes:

$$3x = 0 \quad (x-4)(2x+3) = 0 \quad (-3x+4)(x-2)^2 = 0$$

Exercice 18 : Résoudre les équations suivantes après avoir effectué une factorisation.

$$(3x+1)(2x-7) + (3x+1)(5x-2) = 0$$

$$(4x+1)^2 - (4x+1)(5x+6) = 0$$

Exercice 19: La longueur d'un rectangle est le double de sa largeur. Son aire est de 450 m^2 .

Trouver les dimensions de ce rectangle.

Exercice 20: Yves retranche 6 de son âge et double le nombre obtenu. Il obtient le même résultat s'il ajoute 25 à son âge. Quel âge a-t-il?

Exercice 21: En quittant la taverne, le cadet de Gascogne dit à ses amis:
« J'ai dépensé 3 écus de plus que le cinquième du contenu de ma bourse en entrant et il me reste 6 écus de plus que la moitié de ce que j'avais en entrant. »
De combien disposait-il en entrant?

Exercice 22 : Parmi les expressions obtenues ci-dessous avec un logiciel de calcul formel, utiliser celle qui est la mieux adaptée pour résoudre chacune des équations suivantes :

a. $f(x) = 0$

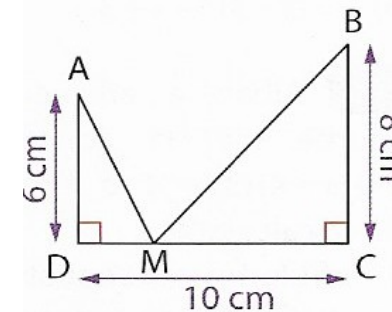
b. $f(x) = 7$

c. $f(x) = 4x^2$

1	$f(x) := 4 \cdot (x-1)^2 - 9$
	$x \rightarrow 4 \cdot (x-1)^2 - 9 \quad M$
2	developper(f(x))
	$4 \cdot x^2 - 8 \cdot x - 5 \quad M$
3	factoriser(f(x))
	$(2 \cdot x - 5) \cdot (2 \cdot x + 1) \quad M$
4	developper(f(x)-7)
	$4 \cdot x^2 - 8 \cdot x - 12 \quad M$
5	factoriser(f(x)-7)
	$4 \cdot (x-3) \cdot (x+1) \quad M$

Exercice 23 : M est un point variable du segment [CD] et les triangles ADM et BCM sont rectangles.

Déterminer la distance CM afin que $MA = MB$



Exercice 24 : Montrer que, pour tous nombres réels a , b , c et d ,
 $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$