

Exercices : fractions, puissances et racines carrées.

Exercice 1 : Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{2}{3} + \frac{7}{15} \quad B = -\frac{2}{9} - \frac{-8}{15} \quad C = \frac{13}{30} - \frac{7}{15} + \frac{5}{3} \quad D = \frac{2}{11} + 2$$

Exercice 2 : Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{14}{9} \times \frac{3}{7} \quad B = \frac{-12}{49} \times \frac{7}{-15} \quad C = \frac{15}{21} \times 9 \quad D = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{13}{-12}}$$

Exercice 3 : Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{7}{12} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} \quad B = \frac{\frac{7}{4}}{2} - \frac{1}{6} \times \frac{-2}{-3} \quad C = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2}} \quad D = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{-5}{6}$$

Exercice 4 : Montrer que pour tout entier naturel n non nul,

$$\frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n}} = \frac{1-n}{1+n}$$

Exercice 5 : Montrer que pour tout entier naturel $n \neq 0$, $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)}$

Exercice 6 : Soient a , b , c et d quatre nombres réels non nuls.

$$\text{Montrer que } \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \times \left(\frac{bd}{ad+bc}\right) = 1$$

Exercice 7 : Exercice 1 : Calculer :

$$A = 10^{-3} \quad B = 2^5 \quad C = 10^4 \\ D = (-1)^{27} \quad E = -2^4 \quad F = (-2)^6$$

Exercice 8 : Compléter les phrases suivantes :

a. Le carré de 8 est

b. Le carré de $\frac{1}{5}$ est

c. Le cube de -2 est

Exercice 9 : Simplifier les écritures suivantes :

$$A = 10^4 \times 10^{-5} \quad B = (5^4)^{-3} \quad C = 8^4 \times 2^4 \quad D = \frac{5^8 \times 5^{-3}}{5^4 \times 5^3}$$

Exercice 10 : Calculer :

$$A = 3^2 + 3^4 \quad B = 3^2 + 5^2 \quad C = 3 \times 3^3 \\ D = 5 \times 10^2 \times 7 \times (10^{-2})^3 \quad E = 5 \times 10^2 + 7 \times (10^{-1})^3$$

Exercice 11 : Exprimer sous forme d'une puissance de 10 :

$$\begin{array}{lll} \text{a. } 10000 & \text{b. } 10 \text{ millions} & \text{c. un centième} \\ \text{e. } 10^7 \times 10^2 & \text{f. } 1000^5 & \text{g. } 0,0001^3 \end{array} \quad \text{d. } 0,00001$$

Exercice 12 : Écrire en notation scientifique les nombres suivants :

$$A = 458,9 \quad B = 0,00347 \quad C = 54 \times 10^5 \\ D = 0,03 \times 10^{14} \quad E = 0,65 \times 10^{-4}$$

Exercice 13 : Pour cet exercice, et pour cet exercice seulement, vous avez l'autorisation d'utiliser votre calculatrice.

- Donner les résultats des calculs suivants sous forme de puissances de 10 :
 $A = (0,00001)^3 \quad B = 1000000^5$
- a. Effectuer ces calculs à la calculatrice et recopier l'affichage obtenu à côté du résultat correspondant.
 b. Que remplace l'écriture 1E.. ?
- Écrire sous forme de puissance de 10 les expressions suivantes affichées par la calculatrice :
 $C = 1 \text{ E } 27 \quad D = 1 \text{ E } -12$

Exercice 14 :

- Calculer, en gramme, la somme de $8,6 \times 10^{-4}$ kg et de 9×10^2 g.
- Calculer la valeur exacte, en m^3 , du volume V d'un cône de hauteur

$h=3\times 10^2$ cm et de rayon de base $r=10^2$ dm.

On rappelle que $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Exercice 15 : Un verre de 33 cL contient 0,305L d'eau. On y place trois glaçons cubiques, de 2 cm d'arête, sans que l'eau ne déborde du verre. Quand un glaçon fond, son volume diminue de 10%. L'eau aura-t-elle débordé du verre après la fonte totale des glaçons ?

Exercice 16 : Une année-lumière (al) est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant une année : $1\text{ al} \approx 9\times 10^{15}$ m.

La vitesse de la lumière dans le vide est à peu près égale à 3×10^8 m/s.

1. Yanis a calculé que la lumière mettait 3 ans 333 jours pour parcourir 4 al. A-t-il raison ? On considérera qu'une année dure 365,25 jours et on utilisera $\frac{100000}{26298} \approx 3,8$.
2. La distance entre notre système solaire et le centre de notre galaxie est d'environ 300 millions de milliards de kilomètres. Calculer cette distance en arrondissant à l'unité.

Exercice 17 : La maquette d'une maison parallélépipédique a une hauteur de 30 cm et une surface au sol d'aire $1,2\text{ m}^2$. La maison réelle est un agrandissement de la maquette. Quelle est la hauteur réelle de la maison sachant que son volume réel est 2880 m^3 ?

Exercice 18 : Répondre par Vrai ou Faux aux affirmations suivantes. Si la proposition est fausse, proposer une correction.

- A. Il existe deux nombres dont la racine carrée est 9.
- B. La racine carrée de 16 est 4.
- C. La racine carrée de $(\pi-5)^2$ est $\pi-5$.

Exercice 19 : Calculer les expressions suivantes :

1. $(\sqrt{2})^2$
2. $(-\sqrt{2})^2$
3. $\sqrt{23^2}$
4. $\sqrt{25}$
5. $\sqrt{(-7)^2}$
6. $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

Exercice 20 : Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{array}{llll} A=\sqrt{8} & B=\sqrt{180} & C=\sqrt{4\times 3}\times\sqrt{3} & D=\sqrt{75}\times\sqrt{3} \\ E=\sqrt{2}+\sqrt{50} & F=7\sqrt{3}-5\sqrt{12}+4\sqrt{27} & & \end{array}$$

Exercice 21 : Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$\begin{array}{lll} A=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right) & B=\sqrt{18}\left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{18}}{18}\right) & C=\sqrt{3}(2-5\sqrt{3}) \\ D=5\sqrt{2}(\sqrt{2}-7\sqrt{18}) & E=(\sqrt{6}+2)\sqrt{2} & F=2\sqrt{12}(\sqrt{12}-\sqrt{3}+\sqrt{6}) \end{array}$$

Exercice 22:

1. Calculer la diagonale d'un carré de côté a .
2. Démontrer que chaque hauteur d'un triangle équilatéral ABC de côté a est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Exercice 23 :

1. Écrire $\frac{1}{5\sqrt{2}-3}$ sous la forme $p+q\sqrt{2}$ où p et q sont des nombres entiers.
2. Vérifier l'égalité suivante : $(-3+5\sqrt{2})^2=59-30\sqrt{2}$.
3. Écrire $\frac{1}{\sqrt{59}-30\sqrt{2}}$ sous la forme $p+q\sqrt{2}$ où p et q sont des nombres entiers.