Devoir Maison n°2.

Exercice 1 : Soit la fonction f définie par $f(x)=\frac{3x^2-2x}{x^2+1}$.

1. Déterminer l' ensemble de définition de f.
2. Déterminent les variations de la fonction f.
3. Soit C_f la courbe représentative de f dans un repère. Soit T_{-2} la tangente au point d'abscisse -2 à la courbe C_f. Déterminer une équation de T_{-2}.
4. Le point $A\left(1;\frac{61}{25}\right)$ appartient-il à T_{-2} ?

Exercice 2 : Soit la suite (u_n) définie par $u_0=3$ et $u_{n+1}=2u_n-1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n=2^{n+1}+1$

Exercice 3 : Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0=3$, et pour tout entier n, $u_{n+1}=\frac{2}{1+u_n}$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ? Justifier votre réponse.
3. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n>0$.
4. Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n=1-\frac{3}{u_n+2}$.

   a. Calculer les premiers termes de la suite (v_n) puis conjecturer la nature de la suite (v_n). Démontrer cette conjecture.
   b. En déduire une expression de v_n en fonction de n.
   c. Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n=\frac{3}{1-v_n}-2$
   d. En déduire une expression de u_n en fonction de n.