Le raisonnement par récurrence.

Notons P_n la proposition « $1^3+2^3+...+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ » pour n ≥ 1.

1. Vérifier que P_1 est vraie.
2. Vérifier que P_2 est vraie.
3. Vérifier que P_3 est vraie.
4. Puisque P_1 , P_2 et P_3 sont vraies, peut-on dire que P_n est vraie quelque soit n ?
   Peut-on le justifier ?
5. Pour démontrer que P_n est vraie quelque soit n , nous allons utiliser un raisonnement par récurrence.

Pour démontrer par récurrence qu'une proposition P_n est vraie pour tout entier naturel n , on procède en deux étapes:
- **Première étape:** initialisation: on vérifie que la propriété P_1 est vraie.
- **Deuxième étape:** hérédité: on suppose que pour un entier naturel k quelconque, la proposition P_k est vraie et on démontre alors que la proposition P_{k+1} est vraie.

Conclusion: lorsque les deux étapes sont franchies, on conclut que la proposition P_n est vraie.

Le raisonnement par récurrence « est un instrument qui permet de passer du fini à l'infini » (Henri Poincaré).

Démontrer l'étape hérédité du raisonnement par récurrence, puis conclure.

Le raisonnement par récurrence.

Notons P_n la proposition « $1^3+2^3+...+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ » pour n ≥ 1.

1. Vérifier que P_1 est vraie.
2. Vérifier que P_2 est vraie.
3. Vérifier que P_3 est vraie.
4. Puisque P_1 , P_2 et P_3 sont vraies, peut-on dire que P_n est vraie quelque soit n ?
   Peut-on le justifier ?
5. Pour démontrer que P_n est vraie quelque soit n , nous allons utiliser un raisonnement par récurrence.

Pour démontrer par récurrence qu'une proposition P_n est vraie pour tout entier naturel n , on procède en deux étapes:
- **Première étape:** initialisation: on vérifie que la propriété P_1 est vraie.
- **Deuxième étape:** hérédité: on suppose que pour un entier naturel k quelconque, la proposition P_k est vraie et on démontre alors que la proposition P_{k+1} est vraie.

Conclusion: lorsque les deux étapes sont franchies, on conclut que la proposition P_n est vraie.

Le raisonnement par récurrence « est un instrument qui permet de passer du fini à l'infini » (Henri Poincaré).

Démontrer l'étape hérédité du raisonnement par récurrence, puis conclure.