Devoir Maison n°3.

Exercice 1 :

1. Simplifier l'écriture suivante : $A=\dfrac{e^{x+2}}{e^{-x}}$
2. Développer et réduire l'expression suivante :
   $B=(e^{x}-e^{-x})^{2}-e^{-x}(e^{3x}+e^{-x})$
3. Montrer que, quels que soit le réel $x\neq 0$, on a :
   $\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{e^{x}-e^{-x}}=\dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

Exercice 2 : Soit la fonction *f* définie sur ℝpar $f(x)=\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}$.

Soit C sa courbe représentative et T la tangente à C en son point d'abscisse 0.

1. Étudier le sens de variation de *f* sur ℝ
2. Écrire une équation de la droite T.
3. Soit g la fonction définie sur ℝpar : $g(x)=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}-f(x)$.

   a. Monter que, pour tout *x*, $g'(x)=\dfrac{(e^{x}-1)^{2}}{4(1+e^{x})^{2}}$.

   b. En déduire le sens de variation de *g*.

   c. Calculer $g(0)$.

   d. En déduire la position de C par rapport à T.

Exercice 3:Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n ,

$\sum_{k=0}^{n} 2k+1=(n+1)^{2}$

Devoir Maison n°3.

Exercice 1 :

1. Simplifier l'écriture suivante : $A=\dfrac{e^{x+2}}{e^{-x}}$
2. Développer et réduire l'expression suivante :
   $B=(e^{x}-e^{-x})^{2}-e^{-x}(e^{3x}+e^{-x})$
4. Montrer que, quels que soit le réel $x\neq 0$, on a :
   $\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{e^{x}-e^{-x}}=\dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

Exercice 2 : Soit la fonction *f* définie sur ℝpar $f(x)=\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}$.

Soit C sa courbe représentative et T la tangente à C en son point d'abscisse 0.

1. Étudier le sens de variation de *f* sur ℝ
2. Écrire une équation de la droite T.
3. Soit g la fonction définie sur ℝpar : $g(x)=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}-f(x)$.

   a. Monter que, pour tout *x*, $g'(x)=\dfrac{(e^{x}-1)^{2}}{4(1+e^{x})^{2}}$.

   b. En déduire le sens de variation de *g*.

   c. Calculer $g(0)$.

   d. En déduire la position de C par rapport à T.

Exercice 3:Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n ,

$\sum_{k=0}^{n} 2k+1=(n+1)^{2}$