Devoir Maison n°3.

Exercice 1 : On considère une droite D muni d'un repère (O, $\vec{i}$).
Soit (A_n) la suite de points de la droite D ainsi définie :

- A_0 est le point O ;
- A_1 est le point d'abscisse 1 ;
- pour tout entier naturel n , le point A_{n+2} est le milieu du segment $[A_n A_{n+1}]$.

1. a. Placer sur un dessin la droite D , les points A_0 , A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 et A_6 . On prend 10 cm comme unité graphique.
   b. Pour tout entier naturel n , on note a_n l'abscisse du point A_n .
   Calculer a_2 , a_3 , a_4 , a_5 et a_6 .
   c. Pour tout entier naturel n , justifier l'égalité $a_{n+2}=\dfrac{a_n+a_{n+1}}{2}$.
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $a_{n+1}=\dfrac{-1}{2}a_n+1$.
3. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n=a_n-\dfrac{2}{3}$.
   Démontrer que (v_n) est une suite de raison $\dfrac{-1}{2}$.
4. Déterminer la limite de la suite (v_n) , puis celle de la suite (a_n) .

Exercice 2 : Les fonctions avec un paramètre.
Rappel :
Définition : Une fonction f , définie sur un ensemble de définition D symétrique par rapport à 0 est dite paire si, pour tout réel x de D, on a $f(-x)=f(x)$
Définition : Une fonction f , définie sur un ensemble de définition D symétrique par rapport à 0 est dite impaire si, pour tout réel x de D, on a $f(-x)=-f(x)$

Soit λ un réel non nul fixé et g_λ la fonction définie sur $\mathbb{R}$par $g_\lambda=e^{-\lambda x^2}$.

Soit Γ_λ la courbe représentative de g_λ dans un repère.

1. Étudier la parité de la fonction g_λ .
2. Déterminer le sens de variation de g_λ .
3. Déterminer la dérivée seconde de la fonction g_λ . En déduire la convexité de g_λ .
4. La courbe Γ_λ présente-t-elle des points d'inflexion?Si oui, en donner l'abscisse.
5. Tracer la représentation graphique de la fonction Γ_λ .