Exercices :
probabilités conditionnelles et indépendance.

Exercice 1 : Dans la trousse de Sophie, il y a quinze crayons indiscernables au toucher. Cinq sont noirs, trois sont blancs, quatre sont rouges et trois sont verts. Elle choisit ses crayons au hasard. Chaque crayon a la même probabilité d'être choisi.

1. Quelle est la probabilité qu'elle choisisse un crayon noir ?
2. Sophie choisit maintenant deux crayons de manière successive. Sachant que le premier crayon qu'elle a choisi n'est pas noir, quelle est la probabilité que le deuxième crayon soit vert ?

Exercice2 : Dans un lycée, 60% des élèves sont des filles. Lors d'une enquête réalisée par l'infirmière, on apprend que 10% des filles et 15% des garçons sont dépendants au tabac.
On choisit un élève de ce lycée au hasard.

1. On note F « l'élève est une fille » et T « l'élève est dépendant au tabac ».
   a. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
   b. Calculer la probabilité que l'élève soit un garçon dépendant au tabac.
   c. Montrer que la probabilité que l'élève soit dépendant au tabac est égal à 0,12.
   d. Calculer la probabilité que l'élève soit un garçon sachant qu'il est dépendant au tabac.
2. L'enquête permet également de savoir que parmi les élèves dépendants au tabac, la moitié a un parent dépendant au tabac. Parmi les élèves non-fumeurs, 70% ont des parents non fumeurs.
   a. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
   b. Calculer la probabilité que l'élève soit dépendant au tabac ainsi que l'un de ses parents.
   c. Calculer la probabilité que les parents de l'élève choisi soient non fumeurs.

Exercice 3 : Chaque matin, Antoine peut être « victime » de deux événement indépendants : R « il n'entend pas son réveil » et V « son pneu de vélo est victime d'une crevaison ». Il a observé que chaque jour de la semaine P(R)=0,1 et P(V)=0,05.
Lorsqu'au moins un des deux événements se produit, Antoine est en retard au lycée ; sinon il est à l'heure.

1. Donner les probabilités P(R) et $P_R(V)$.
2. Calculer la probabilité qu'Antoine soit à l'heure au lycée un jour donné.

Exercice 4 : Dans un magasin de décoration, les clients achètent soit de la peinture, soit de la tapisserie. On sait que 20% des clients achètent de la peinture. Parmi les clients achetant de la peinture, la moitié paie à crédit. Parmi les clients achetant de la tapisserie, les trois quarts paient à crédit.
Les événements « le client paie à crédit » et « le client achète de la peinture » sont-ils indépendants ?

Exercice 5 : Une fourmi a découvert une source de nourriture et en marque le chemin à l'aide de phéromones. Ainsi, la fourmi suivante aura une probabilité égale à 0,95 de retrouver le chemin de la source de nourriture. Au bout d'un certain temps, la piste de phéromone disparaît et les fourmis suivantes n'ont plus alors qu'une probabilité égale à 0,1 de trouver la source de nourriture. La probabilité que la deuxième fourmi arrive avant la disparition des phéromones est 0,45.

1. Quelle est la probabilité que la seconde fourmi trouve la source de nourriture ?
2. Si la deuxième fourmi a trouvé la source de nourriture, elle dépose à nouveau des phéromones. Une troisième fourmi cherche la nourriture. Elle commence son trajet au moment où les phéromones de la première ont disparu mais où les éventuelles phéromones de la deuxième sont toujours actives. On ignore si la deuxième fourmi a trouvé la nourriture : calculer alors la probabilité que la troisième fourmi trouve la nourriture.

Exercice 6 : Jules vient de passer les tests de dépistage d'une maladie rare qui touche une personne sur 100 000. Malheureusement, le test est positif. Espérant une erreur de diagnostic, Jules a demandé quelle était la probabilité d'une erreur. Le spécialiste lui a répondu que, pour 99% des malades, le résultat est positif, alors que, pour 99,9% des personnes saines, le résultat est négatif.
Soient M et T les événements :

- M : « la personne est malade ».
- T: « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant l'expérience.
2. Déterminer la probabilité qu'une personne choisie ait un test positif.
3. Déterminer la probabilité qu'une personne soit malade, sachant que le test est positif.
4. Après ces résultats que peut-on dire du moral de Jules ?

Exercice 7 : Un sondage est effectué quelques jours avant une élection auprès d'un échantillon représentatif de la population. Au premier tour, un candidat A arriverait en tête avec 28% des intentions de vote. Au second tour, 95% des personnes votant pour ce candidat au premier tour voteraient de nouveau pour lui. On apprend que 43,2% des personnes ayant l'intention de voter aux deux tours ne voteraient pas pour ce candidat ni au premier ni au second tour.
On note respectivement A_1 et A_2 les événements « la personne a l'intention de voter pour le candidat A au premier tour » et « la personne a l'intention de voter pour le candidat A au second tour ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que cette personne n'ait pas l'intention de voter pour ce candidat au second tour sachant qu'elle n'a pas voté pour lui au premier tour.
3. a. Calculer la probabilité que la personne ait l'intention de voter pour le candidat au second tour.
   b. Comment peut-on interpréter ce résultat ?
4. Calculer la probabilité que cette personne n'ait pas l'intention de voter pour ce candidat au premier tour sachant qu'elle a l'intention de voter pour lui au second tour ?