Devoir Maison n°1.

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

1. Calculer $f(1)$ et $f(3)$.
2. Déterminer la dérivée de la fonction f .
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$ en ayant étudié au préalable le signe de $f'(x)$.
4. Déterminer un encadrement de $f(x)$ sur l'intervalle [0;3]. Justifier votre résultat.
5. Résoudre, en utilisant le tableau de variations de f , l'inéquation $f(x)\leqslant 1$.

Exercice 2 :

Une société produit des bactéries pour l'industrie. En laboratoire, il a été mesuré que dans un milieu nutritif approprié, la masse des bactéries, mesurée en grammes, augmente de 20% en un jour. La société met en place le dispositif industriel suivant.

Dans une cuve de milieu nutritif, on introduit initialement 1 kg de bactéries.

Ensuite, chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu nutritif contenu dans la cuve. Durant cette opération, 100g de bactéries sont perdus.

Pour tout entier n , on note u_n le poids, en gramme, des bactéries le jour n .

On a $u_0=1000$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1}=1{,}2\,u_n-100$.
3. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n=u_n-500$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 1,2.
   b. Calculer v_0 .
   c. Exprimer v_n en fonction de n .
   d. Exprimer u_n en fonction de n .
   e. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geqslant 1000$.
4. Montrer que la suite (u_n) est croissante.
5. L'entreprise se fixe pour objectif de produire 30 kg de bactéries.
   a. Compléter le programme python ci-dessous afin qu'il détermine au bout de combien de jours la production aura dépassé 30kg.

```python
n = 0
u = 1000
while ......... :
    u = ......
    n = n+1
return ..........
```

   b. Au bout de combien de jours, la masse de bactéries aura-t-elle dépassé les 30kg ?