

Prima de un Seguro Automovilístico

LAR-963

Mariel Natalia Araujo López

3 de Diciembre 2020

Actuaría
9no semestre

MATERIA Procesos Estocásticos
U LA SALLE FACULTAD DE NEGOCIOS

Impartida por:
Jesús E. Batta

INDIVISA | **LO UNIDO**
MANENT | **PERMANECE**

Índice

Título	1
Contenido	2
1. Introducción	3
1.1. Antecedentes	3
1.2. Objetivos	4
2. Modelo Estocástico	4
2.1. Características	4
2.1.1. Tiempo	4
2.1.2. Conjunto de Estados	5
3. Metodología	5
3.1. Uso de Datos	5
4. Resultados y Discusión	5
5. Conclusiones	9
Referencias	10

1 Introducción

Cada uno de nosotros hace planes y tiene expectativas sobre el camino que seguirá su vida. Sin embargo, la experiencia enseña que los planes no se desarrollarán con certeza y, a veces, las expectativas no se realizarán. Ocasionalmente, los planes se frustran porque se basan en suposiciones poco realistas. En otras situaciones, las circunstancias fortuitas interfieren. El seguro está diseñado para proteger contra regresiones financieras graves que resultan de eventos aleatorios que se entrometen en los planes de las personas. Debemos entender ciertas limitaciones básicas de la protección del seguro. Primero, se limita a reducir las consecuencias de eventos aleatorios que pueden medirse en términos monetarios. Y segundo, una limitación básica es que el seguro no reduce directamente la probabilidad de pérdida. Para poder adquirir un seguro se debe obtener un contrato en el cual se realiza un pago mensual o anual (depende de lo establecido en el contrato) al cual se le conoce como Prima.

La prima es el precio del seguro, es decir, el precio que paga el asegurado por la cobertura que recibe del riesgo asegurado para su compañía de seguros. De esta manera, la compañía de seguros está obligada a cumplir con la cobertura estipulada en la póliza de seguro al cobrar la prima.

La prima del seguro se calcula en función de la estimación del riesgo asegurado de lo que se denomina "prima pura". Este componente inicial es el resultado de calcular la probabilidad teórica promedio de que ocurra un reclamo y estimar el impacto del valor económico, lo que permite conocer el monto promedio a pagar por cada reclamo.

A la prima pura, las compañías agregan otras cantidades adicionales para varios artículos y así es como alcanzamos la prima definitiva, que es la cantidad total pagada por el cliente por el costo del seguro. Además, existe la "prima de inventario", que incluye los costos de administración y utilidades, diseñados para cubrir el costo de toda la operación interna del seguro para la empresa (incluidas las comisiones, gastos de publicidad, etc.).

También se agrega la parte correspondiente al margen de seguridad, que se cubrirá en caso de un cambio significativo en los supuestos hechos en las estimaciones; el margen comercial, que le permitirá obtener un beneficio económico, y los costos de redistribución del riesgo asegurado, el coaseguro y el reaseguro, incurridos por la empresa como resultado de su actividad.

1.1 Antecedentes

Al iniciar la carrera de Actuaría muchos entramos con dudas sobre el campo laboral de esta y se generan aún más dudas cuando iniciamos con las clases sobre seguros, ya que no hay mucha información sobre el tema y en las clases está información no se ve de manera tan detallada y la pregunta de investigación es una duda que he tenido a lo largo de carrera.

¿Cuál es el rango en el que están las Primas para un Seguro de Auto?

En este estudio, basándonos en procesos estocásticos (Remuestreo Bootstrap), se realizarán varios re-muestreos sobre nuestra base de datos, tomando ciertos supuestos sobre la base de datos. La población de análisis son las aseguradoras de León, la marca de todos los vehículos es Chevrolet y la información fue recabada y analizada a lo largo del año 2020.

1.2 Objetivos

Analizar la prima del seguro de autos en la población de aseguradoras en León, Gto. con el fin de obtener un rango aceptable en los precios y así poder continuar con un análisis posterior en el cálculo esta.

1. Comprender cómo encontrar y hacer un análisis completo de un conjunto de datos.
2. Crear un conjunto de datos.
3. Hacerlo mediante el *bootstrapping*.

2 Modelo Estocástico

Remuestreo Bootstrap.

El bootstrapping (o bootstrap) es un método de remuestreo propuesto por Bradley Efron en 1979. Se utiliza para aproximar la distribución en el muestreo de un estadístico. Se usa frecuentemente para aproximar el sesgo o la varianza de un análisis estadístico, así como para construir intervalos de confianza o realizar contrastes de hipótesis sobre parámetros de interés. En la mayor parte de los casos no pueden obtenerse expresiones cerradas para las aproximaciones bootstrap y por lo tanto es necesario obtener remuestras en un ordenador para poner a prueba el método. La enorme potencia de cálculo de los ordenadores actuales facilita considerablemente la aplicabilidad de este método tan costoso computacionalmente.

2.1 Características

El muestreo aleatorio es definido como un método de muestreo en el cual las pruebas sucesivas del experimento son independientes y la función de frecuencias permanece invariable de prueba a prueba. Tales propiedades se expresan matemáticamente de la siguiente manera: $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n)$ donde $f(x)$ es la función de frecuencia de la población que se muestrea y donde x_1, x_2, \dots, x_n son las variables correspondientes a n pruebas de la muestra.

Método de remuestreo (Efron, 1979) utilizado para aproximar características de la distribución en el muestreo de un estadístico:

1. Aproximación del sesgo y de la varianza
2. Construcción de intervalos de confianza
3. Realizar contrastes de hipótesis

De utilidad cuando no se dispone la distribución exacta. La idea es aproximar características poblacionales por las correspondientes de la distribución empírica de los datos observados.

2.1.1 Tiempo

En este caso estaremos tomando una muestra transversal de diversas cotizaciones tomadas de la página "wibe.com".

La idea básica de bootstrap es que la inferencia sobre una población a partir de datos de muestra, (muestra \rightarrow población), puede ser modelada mediante un nuevo muestreo de los datos de la muestra y realizando la inferencia sobre una muestra a partir de datos remuestreados. Como la población es desconocida, el verdadero error en una muestra estadística contra su valor poblacional es desconocido. En las re-muestras de bootstrap, la 'población' es de hecho la muestra, y esto se conoce; por lo tanto, se puede

medir la calidad de la inferencia de la muestra "verdadera." a partir de datos remuestreados, (muestra re-muestreada).

2.1.2 Conjunto de Estados

$$\{X_t\}_{t \in R}$$

Es un proceso discreto, porque el conjunto paramétrico es $T = \{1, 2, 3, \dots\}$ y el posible conjunto de estados es $E = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

3 Metodología

Método Aproximado: Se genera un número grande de muestras bootstrap (10^6). Con 10^6 valores de las medias, es lícito suponer que se tiene la población de estas. En realidad, lo que se hace es obtener la función de distribución de la media por el método de simulación Monte Carlo. Este método aproximado añade una incertidumbre debida a la simulación.

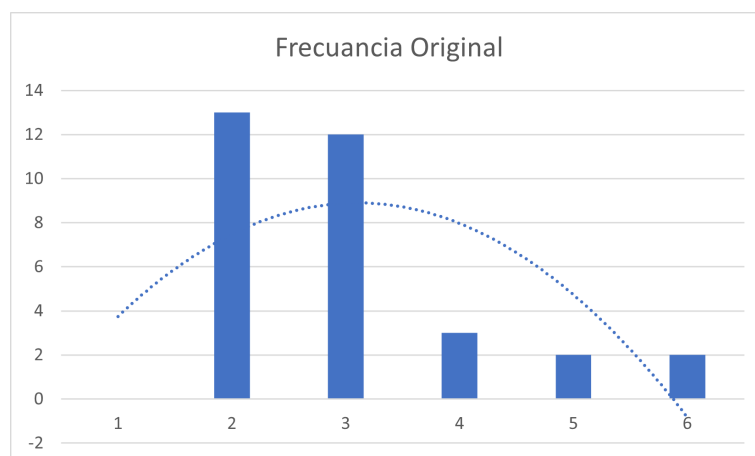
3.1 Uso de Datos

Los datos que vamos a utilizar son una muestra de 32 datos obtenidos de la página web "wibe.com." a lo largo del mismo día, que son los que se muestran en la siguiente imagen:

Prima Mensual							
373.35	390.65	2,687.64	449.91	414.77	895.74	2,460.13	686.13
455.39	770.73	915.20	347.31	1,000.52	1,152.37	1,538.32	801.46
622.72	919.38	924.66	2,120.06	440.86	814.54	1,276.87	994.04
626.89	579.43	283.48	437.38	1,836.86	1,137.79	1,125.86	1,251.83

(1)

Los datos no se distribuyen de manera normal (como se ve en la siguiente imagen) y es una de las razones por las cuales utilizaremos el Bootstrapping.



(2)

4 Resultados y Discusión

Vamos a generar el muestreo en dos aplicaciones diferentes: Excel y RStudio.

En **Excel** lo que se hace es que se genera una tabla de 10x200 (o del número de remuestreos que se quieran/puedan generar) con la fórmula

$$= \text{INDICE}(\text{datos}, \text{ALEATORIO.ENTRE}(1, \text{FILAS}(n)), 1) \quad (3)$$

Dónde *datos* = a la muestra de Primas Mensuales y *n* = al número de datos en la muestra.

Se procede a sacar el **promedio, mediana, intercuartil y desviación estandar de la muestra** de nuestros datos originales y los obtenidos en el **Remuestreo de Bootstrap**.

	Promedio	Mediana	Inter cuartil	Est dev M
Original	960.38	855.14	687.42	605.37
Bootstrap	961.82	832.54	600.14	584.22

(4)

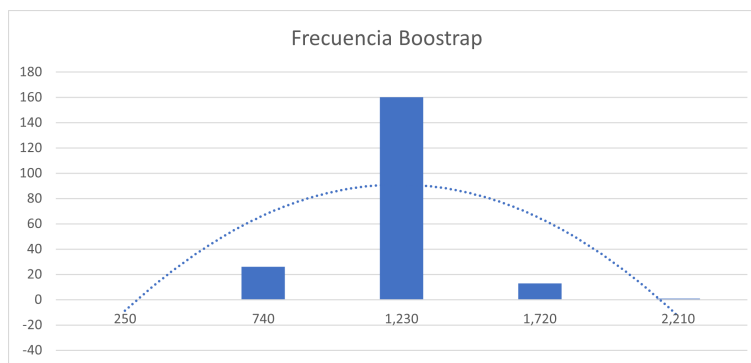
Las fórmulas utilizadas para estos 4 valores fueron:

$$= \text{PROMEDIO}(\text{datos}) \quad (5)$$

$$= \text{MEDIANA}(\text{datos}) \quad (6)$$

$$= \text{CUARTIL.INC}(\text{datos}, 3) - \text{CUARTIL.INC}(\text{datos}, 1) \quad (7)$$

$$= \text{DESVEST.M}(\text{datos}) \quad (8)$$



(9)

Y ahora que tenemos nuestros nuevos 2,000 Primas Mensuales podemos volver a graficar la frecuencia y ver como ahora tiene un comportamiento de una distribución normal.

Y, finalmente, sacamos nuestros intervalos de confianza, que son:

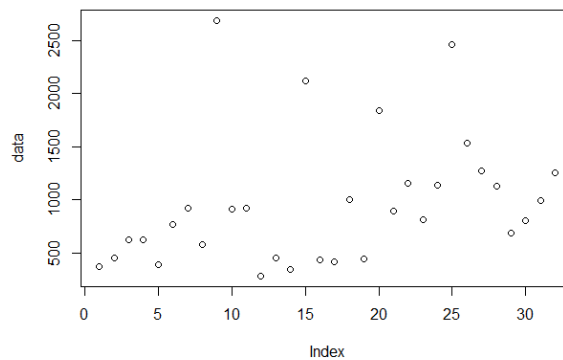
$$= \text{Promedio} \pm \text{Desviación Estándar} \quad (10)$$

	Intervalos de Confianza	
	Original	Bootstrap
Superior	1,565.75	1,529.98
Inferior	355.02	427.90

(11)

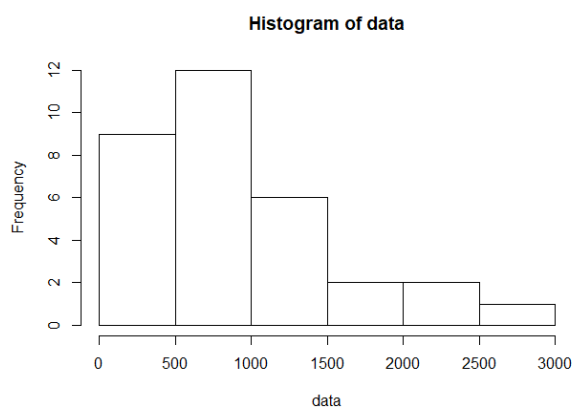
Vamos a repetir en proceso utilizando **RStudio**. Para esta aplicación iniciamos cargando la librería que vamos a utilizar, los datos y graficando estos de la siguiente manera:

```
install.packages("boot")
library(boot)
data <- c(373.35, 455.39, 622.72, 626.89, 390.65, 770.73, 919.38, 579.43, 2687.64, 915.2, 924.66,
283.48, 449.91, 347.31, 2120.06, 437.38, 414.77, 1000.52, 440.86, 1836.86, 895.74, 1152.37, 814.54,
1137.79, 2460.13, 1538.32, 1276.87, 1125.86, 686.13, 801.46, 994.04, 1251.83)
plot(data)
```



(12)

```
hist(data)
```



(13)

Muestra bootstrap

```
xboot <- sample(data, replace = TRUE)
ndat <- 100
datmed <- mean(data)
datsd <- sd(data)
dat <- rnorm(ndat, mean = datmed, sd = datsd)
```

Dónde nos está generando 550 nuevos datos tomados de nuestra Base de Datos original.

Consideramos 1000 réplicas bootstrap.

```
nboot < -1000
```

El valor del estadístico en la muestra es: 963.6675, obtenido con la fórmula:

```
stat.dat < -mean(dat)
```

Generamos las réplicas bootstrap

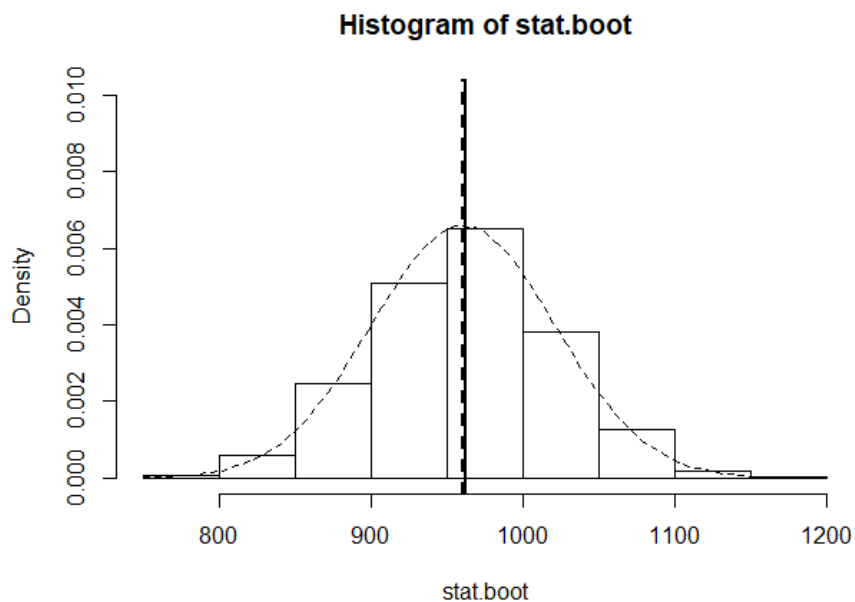
```
stat.boot < -numeric(nboot)
for(iin1 : nboot){
  dat.boot < -sample(dat, replace = TRUE)
  stat.boot[i] < -mean(dat.boot)
}
```

Valor esperado bootstrap del estadístico = 961.6134 obtenido de:

```
mean.boot < -mean(stat.boot)
```

Bootstrap percentil y Distribución poblacional:

```
hist(stat.boot, freq = FALSE, ylim = c(0, .01))
abline(v = mean.boot, lwd = 2)
curve(dnorm(x, datmed, datsd/sqrt(ndat)), lty = 2, add = TRUE)
abline(v = datmed, lwd = 2, lty = 2)
```



(14)

Sesgo y error estándar bootstrap: -2.054118 obtenido de:

```
mean.boot - stat.dat
```


Error estándar: 61.04141 obtenido de:

$$estdev < -sd(stat.boot)$$

Intervalos de confianza bootstrap a un 95%

```
boot.ci(stat.boot, type = c("norm", "basic", "perc"))
```

Normal	Básico	Percentil
(837.4, 1,091.0)	(839.3, 1,086.9)	(840.4, 1,088.0)

[15]

5 Conclusiones

Como podemos ver en la figura 2 y 13 al iniciar, con solo 32 datos, podíamos ver como nuestra información está sesgada a la izquierda y solo 32 datos es una muestra apenas aceptable con la cual poder trabajar, por ejemplo, para hacer un análisis econométrico confiable, que es el siguiente paso en esta investigación.

Después de haber realizado nuestro remuestreo de Bootstrap en Excel y en RStudio podemos confirmar que es un buen modelo a aplicar si requieres generar más datos y necesitas una distribución normal en estos.

Finalmente llegamos a la comparación de los *Intervalos de Confianza* (IC), esto nos va a decir que rango de precios es el correcto para la Prima de un Seguro de Auto, con sus excepciones como automóviles de Alta Gamma o Clásicos, los cuales tendrían que estar del lado derecho de nuestra gráfica (precios más caros).

En la figura 11, que son los Intervalos de Confianza obtenidos por Excel, el que fue creado con la información obtenida del método de Bootstrap nos da un rango más delimitado y con menos variación; que es lo que podemos ver en la figura 4 en la línea de *Inter Cuartil* y *Est dev M*.

En la figura 15, el cual fue generado con RStudio nos muestra 3 Intervalos de Confianza diferentes, de los cuales todos son más pequeños que los generados en Excel, ya que creamos una base de datos mucho más grande, por lo cual nuestra desviación de los datos es más pequeña.

Con todo esto podemos concluir que un rango aceptable en el precio para una Prima de un Seguro de Autos está entre 837 y 1,091 pesos por mes, esto si tu coche está dentro de los parámetros de un automovil promedio.

Referencias

- [1] Emilio Hernández-Abreu. *EL MÉTODO BOOTSTRAP EN LA ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRES*. 2012. url: <https://www.redalyc.org/pdf/2230/223023835002.pdf>.
- [2] Luis Rincón. *Introducción a los procesos estocásticos*. Facultad de Ciencias UNAM, 2012.
- [3] María Isabel Alarcón. *¿Qué es la prima de seguros? ¿Cómo se calcula?* 2011. url: <https://www.rankia.com/blog/mejores-seguros/2457639-que-prima-seguros-comocalcula>.
- [4] Newton I. Bowers, J. H. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries, 1997.
- [5] Ruben Casal. *Remuestreo Bootstrap*. 2019. url: <https://rubenfcasal.github.io/simbook/remuestreo-bootstrap.html>.

[3] [4] [2] [1] [5]