Módulo 1. Introducción a las probabilidades

¿Cuántas veces nos vemos frente a un problema y no sabemos cómo abordarlo? A continuación, conoceremos sobre técnicas de conteo que no son más ni menos que estrategias para hacer fácil lo que en un principio era difícil. Además, exploraremos sobre todo lo relacionado al concepto de probabilidad y sus distintas propiedades.

- Video de inmersión
- Unidad 1.1. Técnicas de conteo
- Unidad 1.2. Probabilidades
- Video de habilidades
- Cierre
- Referencias

Lección 1 de 6

Video de inmersión

Verify to continue

We detected a high number of errors from your connection. To continue, please confirm that youâ€™re a human (and not a spambot).

I'm not a robot

reCAPTCHA
Privacy - Terms

Unidad 1.1. Técnicas de conteo

Las técnicas de conteo son diferentes estrategias que te van a servir para resolver problemas. Se utilizan en situaciones en las que tienes que (como su nombre lo indica) contar.

A veces uno no sabe cómo empezar a resolver un problema. Hay varias estrategias de pensamiento útiles en combinatoria que te servirán para toda clase de problemas. Estas estrategias te pueden ayudar mucho y te encaminarán hacia la solución del problema.

En muchas ocasiones un problema es difícil porque su extensión lo hace poco transparente. En estos casos pensar el mismo problema con números más sencillos te puede ayudar a resolver luego el más difícil.

1.1.1 Principio multiplicativo

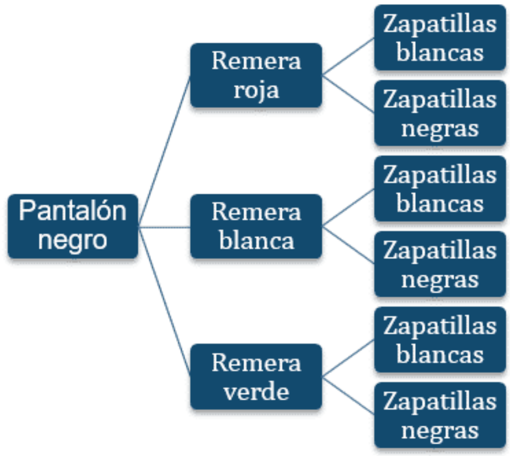
Imaginá que tenés 2 pantalones (uno negro y uno azul), 3 remeras (una roja, una blanca y una verde) y 2 pares de zapatillas (un par blanco y un par negro). ¿De cuántas formas distintas podrías vestirte? Visualizaremos esta situación mediante una estrategia llamada **diagrama de árbol**.

Figura 1: Árbol

Fuente: Olavarrianoticias [usuario], 2016, https://olavarrianoticias.com.ar/se-celebrara-dia-del-arbol-bioparque-la-maxima/

Si un árbol tiene 10 ramas y cada rama tiene 6 brotes, hay en total 10 . 6 = 60 brotes. Si, además, de cada brote salen 8 hojas habrá 60 . 8 = 480 hojas.

Figura 2: Diagrama de árbol pantalón negro



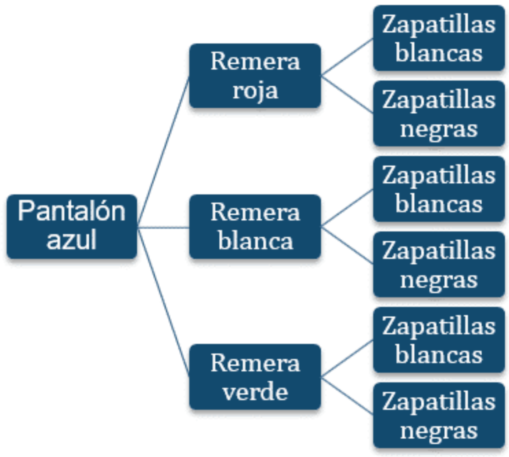
Fuente: elaboración propia.

Si observamos este diagrama, veremos que tenemos 6 maneras diferentes de vestirnos:

1. Pantalón negro con remera roja y zapatillas blancas.
2. Pantalón negro con remera roja y zapatillas negras.
3. Pantalón negro con remera blanca y zapatillas blancas.
4. Pantalón negro con remera blanca y zapatillas negras.
5. Pantalón negro con remera verde y zapatillas blancas.
6. Pantalón negro con remera verde y zapatillas negras.

Haremos otro diagrama de árbol, ahora utilizaremos el pantalón azul.

Figura 3: Diagrama de árbol pantalón azul



Fuente: elaboración propia.

Si elegís el pantalón azul, tenés 6 posibilidades más. Por lo tanto: 6 . 2 = 12 o, lo que es lo mismo, 2 . 3 . 2 = 12. El resultado es: con dos pantalones, tres remeras y dos pares de zapatillas podrás vestirte de 12 maneras diferentes.

Veamos en la siguiente tabla diferentes opciones para salir de vacaciones.

Tabla 1

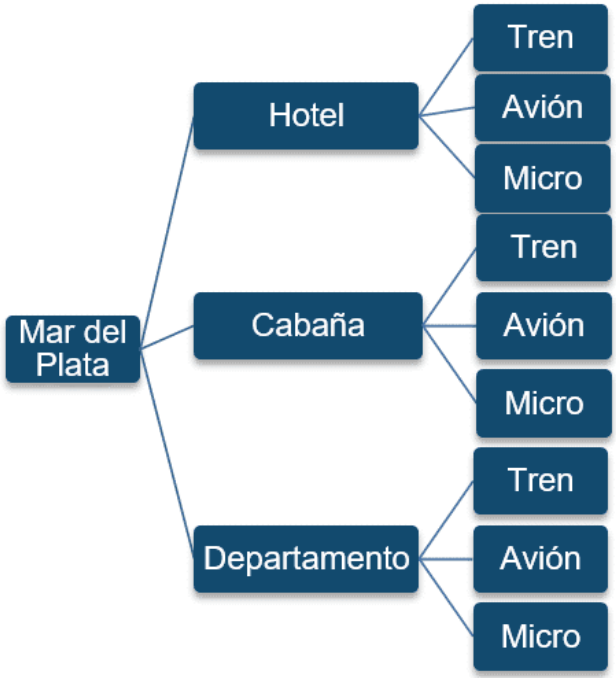
Destino	Alojamiento	Transporte
Mar del Plata	Departamento	Tren
Mendoza	Cabaña	Avión
Córdoba	Hotel	Micro

Fuente: elaboración propia.

¿De cuántas maneras distintas podemos vacacionar?

Podemos visualizar nuevamente el problema con la técnica de diagrama de árbol. Comenzaremos con el destino Mar del Plata.

Figura 4: Diagrama de árbol de Mar del Plata



Fuente: elaboración propia.

Si observamos el diagrama, veremos que, dentro de todas las posibilidades que tenemos, una puede ser: ir a Mar del Plata en tren y alojarse en un hotel. Si contamos las ramas de nuestro diagrama de Mar del Plata, veremos que hay 9 en total. Estas son las 9 maneras distintas de organizar unas vacaciones a este destino.

Podríamos confeccionar dos árboles iguales a este: uno con Mendoza y otro con Córdoba como destino. Pero no será necesario.

La respuesta a la pregunta ¿de cuántas maneras distintas podemos vacacionar? será 9 . 3 = 27. Es decir, podemos vacacionar de 27 maneras distintas.

1.1.2 Permutaciones

“Permutar un conjunto de objetos significa reordenarlos” (Fleming y Varberg, 1991, p. 594). Pensemos un ejemplo: ¿de cuántas maneras distintas pueden sacarse una fotografía 5 personas?

Figura 5: Grupo de 5 personas

Fuente: Lázaro [usuario], 2017, https://www.elegircarrera.net/blog/personas-importantes-que-conoceras-en-la-universidad/

Antes de resolver este problema, vamos a pensar otros más sencillos: comencemos por las letras de la palabra **sol**. Las imaginemos impresas en 3 tarjetas de manera que podemos colocarlas de distintas maneras.

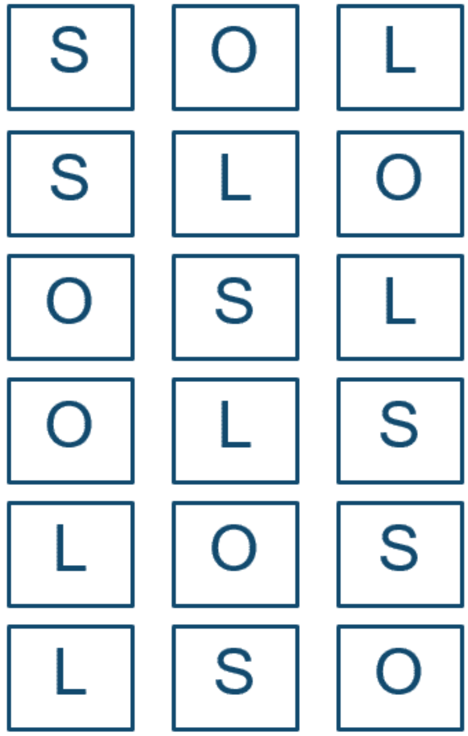
Figura 6

Fuente: elaboración propia.

¿Cuántas palabras de 3 letras podemos armar con las letras de la palabra sol? Respondamos este interrogante desde diferentes estrategias.

1 Movemos imaginariamente las tarjetas y **escribimos todas las posibilidades.**

Figura 7



Fuente: elaboración propia.

Sabemos, de esta manera, que podemos escribir 6 palabras código con las letras de la palabra sol.

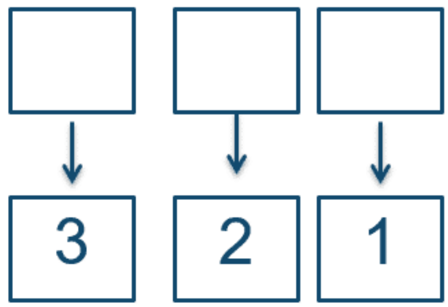
2 Otra estrategia es **llenar casilleros**.

Figura 8

Fuente: elaboración propia.

Podemos llenar el primer casillero de **3** maneras (con la letra S, la letra O o la letra L). Una vez completo el primer casillero, nos quedan **2** posibilidades para llenar el segundo. Y, finalmente, nos quedará **1** posibilidad para completar el último casillero.

Figura 9

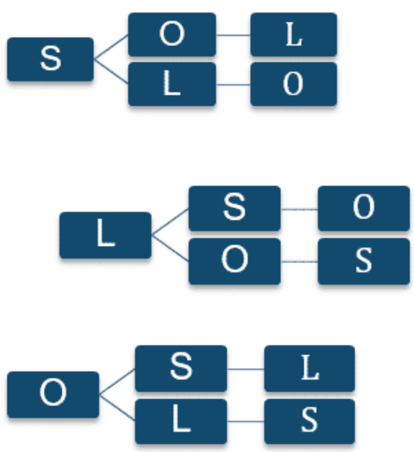


Fuente: elaboración propia.

Para resolver este problema realizamos la multiplicación 3 . 2 . 1 = 6.

Nuevamente, llegamos a la misma respuesta: se pueden escribir 6 palabras código con las letras de la palabra **sol**.

3 Mediante un **diagrama de árbol** se ven también las 6 posibilidades.



Fuente: elaboración propia.

Ahora pensemos ¿cuántos números de 4 cifras pueden armarse con los dígitos 1, 2, 3 y 4 sin repetir ninguna cifra? Utilicemos diferentes estrategias para resolverlo:

1 Escribir **todas** las **posibilidades**.

Figura 10

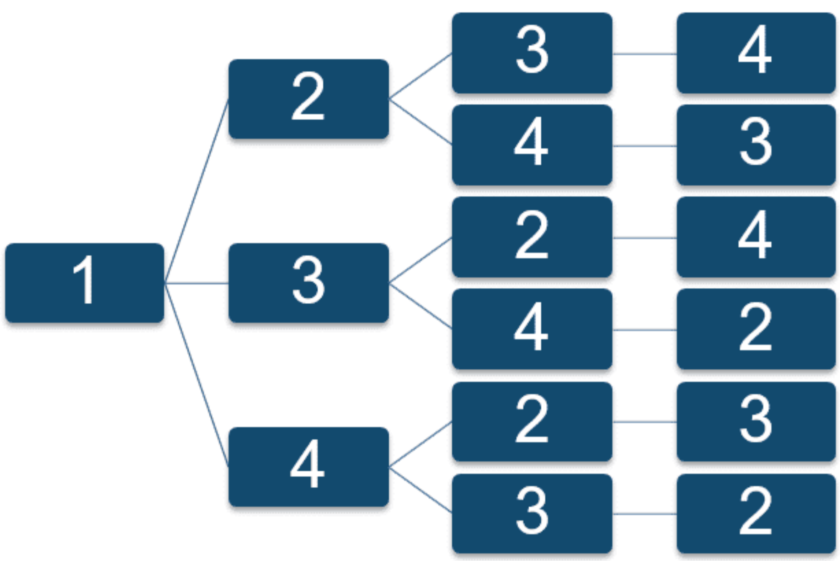
1234	2134	3124	4123
1243	2143	3142	4132
1324	2314	3214	4213
1342	2341	3241	4231
1423	2413	3412	4312
1432	2431	3421	4321

Fuente: elaboración propia.

Podemos ver que se forman 24 números de 4 cifras con los dígitos 1, 2, 3 y 4.

2 **Hacer un diagrama de árbol.**

Figura 11



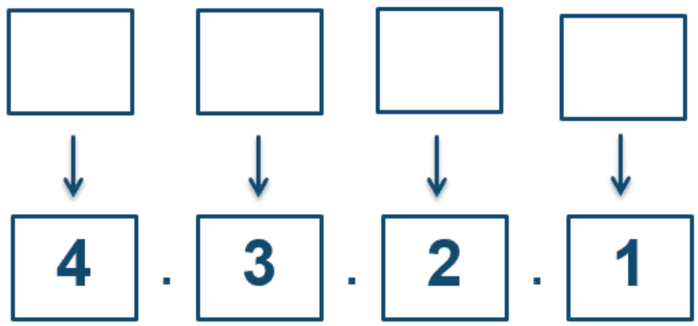
Fuente: elaboración propia.

A partir de este diagrama podemos escribir 6 números de 4 cifras que comiencen con el dígito 1.

Deberíamos confeccionar 3 árboles iguales a este: uno que empiece con el dígito 2, otro con el dígito 3 y, por último, otro que comience con 4. Pero creemos que ya no es necesario. Sabemos que cada árbol tiene 6 posibilidades: 6 . 4 = 24. Por lo tanto, pueden armarse 24 números de 4 cifras con los dígitos 1, 2, 3 y 4.

3 Pensemos ahora en el problema de **llenar** 4 **casilleros**.

Figura 12



Fuente: elaboración propia.

Completamos el primer casillero con uno de los **4** dígitos. Al colocarlo, nos quedan **3** posibilidades para completar el segundo casillero. Luego nos quedan **2** posibilidades, y finalmente nos quedará **1** dígito para colocar en la última posición.

Por lo tanto 4 . 3 . 2 . 1 = 24. Es decir, podemos armar 24 números de 4 cifras con los dígitos 1, 2, 3 y 4.

Hasta el momento, hemos empleado diferentes estrategias para resolver dos problemas donde debíamos **permutar** o **reordenar** 3 elementos y 4 elementos.

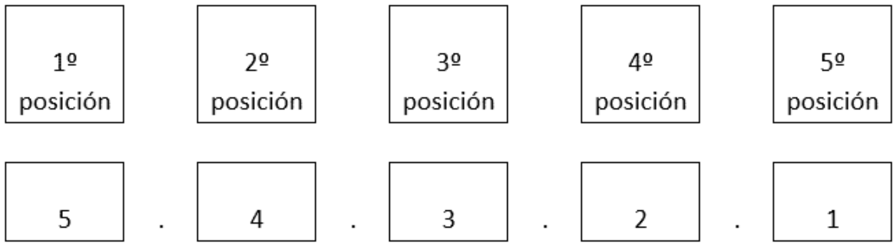
- Contar todas las posibilidades.
- Realizar diagramas de árbol.
- Llenar casilleros.

La práctica te indicará cuál es la más conveniente para abordar cada nuevo problema.

Volvamos al problema inicial, ¿de cuántas maneras distintas pueden 5 personas sacarse una fotografía? Si enumeramos a las personas, podrían variar sus posiciones de las formas 1,2,3,4,5; 2,1,3,4,5; 3,1,2,4,5, etc.

Pensemos el problema de llenar casilleros. En este caso serán 5 casilleros, ya que son 5 personas para 5 posiciones distintas.

Figura 13



Fuente: elaboración propia.

Por lo tanto 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120 ¡Impresionante! 5 personas podrán sacarse 120 fotografías en posiciones diferentes.

Los problemas que hemos resuelto hasta el momento se denominan **permutaciones**.

Las **permutaciones** son **todas** las **posibles formas** en que se pueden ordenar una serie de **elementos distintos**. Son ejemplos de permutaciones:

- Todas las maneras distintas en que pueden llegar 10 corredores a la meta.
- Todas las distintas palabras código que podemos formar con las letras P, A, T, O.
- Todos los números de tres cifras distintas que se pueden formar con 3, 4 y 5.
- Las distintas formas de ordenar 20 libros en una biblioteca.

En una permutación:

- **Entran todos** los **elementos**. Porque si pensamos en ordenar 20 libros en la biblioteca, ordenaremos los 20, no solo algunos.
- Los **elementos no** pueden **repetirse**. Cada libro ocupará un lugar. El que está en primer lugar no puede ocupar el sexto lugar de forma simultánea.
- **Importa** el **orden** de los **elementos**. Si numeramos los libros, por ejemplo, el grupo de elementos 1, 2, 3, 4, 5, etc. Se diferencia en este caso del grupo 2, 1, 3, 4, 5 por el orden en que aparecen sus elementos.

Destacaremos lo siguiente: cuando **permutamos 3 elementos**, el cálculo que hicimos fue:

3 . 2 . 1

Cuando **permutamos 4 elementos**, el cálculo que hicimos fue:

4 . 3 . 2 . 1

Cuando **permutamos 5 elementos**, el cálculo que hicimos fue:

5 . 4 . 3 . 2 . 1

Permutaciones de n elementos se lo simboliza P_n y se resuelve usando

n! (Se lee “n factorial’)

$n! = n\ (n – 1)\ (n – 2)\ (n – 3\ )\ \ldots\ 1$

Entonces:

$P_1 = 1! = 1$

$P_2 = 2! = 2\ .\ 1$

$P_3 = 3! = 3\ .\ 2\ .\ 1$

$P_4 = 4! = 4\ .\ 3\ .\ 2\ .\ 1$

$P_5 = 5! = 5\ .\ 4\ .\ 3\ .\ 2\ .\ 1$

$P_6 = 6! = 6\ .\ 5\ .\ 4\ .\ 3\ .\ 2\ .\ 1$

.

.

.

$P_n = n! = n\ (n – 1)\ (n – 2)\ (n – 3\ )\ \ldots\ 1$

Estos cálculos vas a poder realizarlos con una **calculadora científica**.

Figura 14: Permutaciones en calculadora científica

Fuente: adaptado de DG-RA, s.f. y Cornejo, 2018.

1.1.3 Variaciones

Variaciones sin repetición

Pensemos en la letras de la palabra **factor** ¿cuántas palabras código de 3 letras podemos armar sin repetir ninguna de ellas?

AFC

COT

TRA

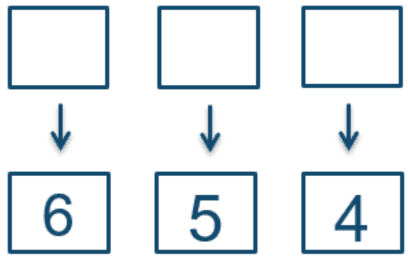
.

.

.

Pensemos esto como el problema de llenar 3 casilleros con 6 letras disponibles.

Figura 15

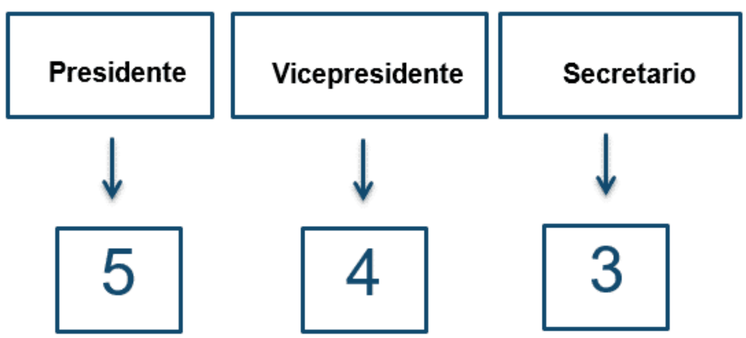


Fuente: elaboración propia.

El cálculo para responder a la pregunta es 6 . 5 . 4 = 120. Es decir, podemos armar 120 palabras código de tres letras con las letras de la palabra **factor**.

Otra situación: de un grupo de 5 personas se quiere elegir un presidente, un vicepresidente y un secretario, ¿de cuántas maneras distintas pueden elegirse? Pensemos en el problema de llenar 3 casilleros con 5 personas disponibles.

Figura 16



Fuente: elaboración propia.

El cálculo para responder a la pregunta es 5 . 4 . 3 = 60. Existen 60 maneras distintas de elegir un presidente, un vicepresidente y un secretario de un grupo de 5 personas.

Ahora pensá en que se presentaron 10 bandas de rock para tocar en el festival de una ciudad, pero la organización del evento decide que solo 3 de ellas podrán actuar y elige, además, el orden de aparición, ¿de cuántas maneras posibles podrán presentarse los 3 grupos seleccionados?

El cálculo para responder a este problema es 10 . 9 . 8 = 720. Existen 720 maneras distintas de que se presenten 3 grupos de rock en diferente orden de un total de 10 grupos.

Al igual que sucede con las permutaciones, en las variaciones sin repetición:

- Los **elementos no** pueden **repetirse**. Por ejemplo, en el problema de la elección de presidente, vicepresidente y secretario; una misma persona no puede ocupar el lugar de presidente y de vicepresidente a la vez.
- **Importa** el **orden** de los **elementos**. Pensemos en las palabras código de 3 letras, por ejemplo, FAC, FCA, ACF, AFC, CAF, CFA. Son 6 palabras códigos diferentes y, en estos casos, las variaciones poseen las mismas letras. Una variación se diferencia de otra solo por el orden en que aparecen sus letras.

Veamos un último ejemplo de variación sin repetición: ¿de cuántas formas distintas pueden 7 maratonistas ocupar el 1º, 2º y 3º puesto de una carrera? Estamos hablando de una **variación sin repetición** que se denota $V_{7,3}$ y se lee: variación de 7 elementos, seleccionados de 3 en 3.

$$V_{6,3} = 7 . 6 . 5 = 210$$

7 maratonistas pueden ocupar el 1º, 2º y 3º puesto de una carrera de 210 maneras distintas. La fórmula es:

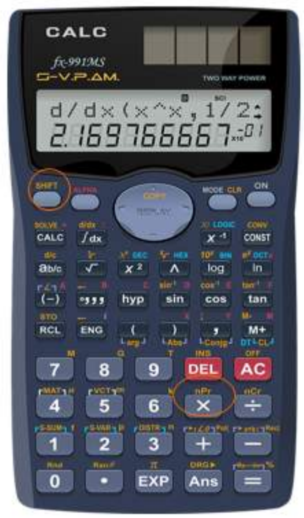
$$\boxed{V_{m,n} = \underbrace{m . (m - 1) (m - 2)}_{n \text{ factores}}}$$

Se llaman

Variaciones sin repetición o variaciones ordinarias de *m* elementos tomados de *n* en *n* (de orden) son los distintos grupos de *n* elementos distintos que se pueden hacer con los *m* elementos que tenemos, de forma que dos grupos se diferencian en algún elemento o en el orden de colocación. Se representa por $V_{m,n}$ ($n \leq m$). (Barrios Calamestra, 2007, http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Combinatoria/variacionessin.htm).

También vas a poder calcular variaciones sin repetición con la calculadora científica, utilizando la tecla ${}_nP_r$.

Figura 17



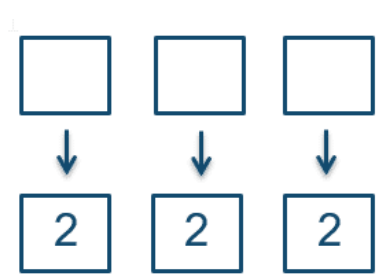
Fuente: adaptado de DG-RA, s.f.

Variaciones con repetición

Pensemos ahora ¿cuántos números de 3 cifras podemos armar con los dígitos 1 y 2? Si escribimos todos los casos posibles, veremos que podemos armar 8 números: 111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222.

Nuevamente pensamos esto como el problema de llenar 3 casilleros con 2 dígitos disponibles.

Figura 18

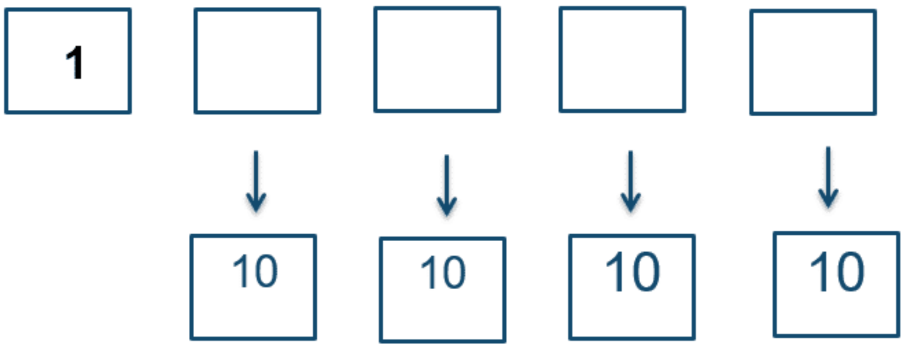


Fuente: elaboración propia.

Existen dos posibilidades para cada casillero: el número 1 o el número 2. El cálculo para responder a la pregunta es $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$.

¿Cuántos números de 5 cifras que empiecen por 1 es posible que se formen? Si los números comienzan por 1, solo queda comprobar qué sucede con las 4 últimas cifras completando los casilleros con los números del 0 al 9.

Figura 19



Fuente: elaboración propia.

El cálculo para responder a la pregunta es 10 . 10 . 10 . 10 = 10^4 = 10.000. Es decir, se podrán formar 10.000 números.

Otros problemas similares

- Números de 6 cifras con los dígitos 1 y 2 = 2^6
- Números de 4 cifras con los dígitos 1, 2 y 3 = 3^4
- Números de 5 cifras con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6 = 6^5
- Números de n cifras con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 …. m = m^n

$$\boxed{VR_{m,\,n} = m^n}$$

> Se **llaman variaciones con repetición** de *m* elementos, tomados de *n* en *n*, a los diferentes grupos que con ellos se pueden formar, de tal modo que en cada grupo entren *n* elementos, pudiendo alguno repetirse una o varias veces y considerando dos grupos distintos si se diferencian en algún elemento, o en el orden de colocación (Pérez Romero, 2004, p. 59).

En las variaciones influye el orden en que aparecen los elementos. Por ejemplo, 112, 121, 211, 212 son variaciones distintas. Aunque tienen los mismos elementos, se encuentran en distintos órdenes (Pérez Romero, 2004). Se llaman **con repetición** porque cada elemento puede aparecer varias veces en cada agrupación.

1.1.4. Combinaciones

Nos preguntemos lo siguiente: ¿de cuántas formas distintas se pueden elegir 2 de entre 6 personas? Llamemos A, B, C, D, E y F a estas 6 personas.

Figura 20

AB	BC	CD	DE	EF
AC	BD	CE	DF	
AD	BE	CF		
AE	BF			
AF				

Fuente: elaboración propia.

Se pueden elegir 2 personas de entre 6 de 15 formas distintas.

Ahora pensemos en elegir de a 3 personas.

Figura 21

ABC	ACD	ADE	AEF	BCD	BDE	BEF	CDE	CEF	DEF
ABD	ACE	ADF		BCE	BDF		CDF		
ABE	ACF			BCF					
ABF									

Fuente: elaboración propia.

En este caso, se pueden elegir 3 personas de entre 6 de 20 formas distintas.

Lo que hemos formado son **combinaciones de *m* elementos** (el total de personas) **tomadas de *n* en *n*** (cantidad de personas que elegimos). En las combinaciones, no importa el orden en que aparecen los elementos. Por ejemplo, A, B, C y B, C, A son dos **variaciones distintas**, pero son la **misma combinación**, ya que contienen los mismos tres elementos.

En las combinaciones **no se pueden repetir elementos**. En los casos que hemos trabajado vemos esto con claridad: si elegís la terna de personas A, B, C; es la misma que B, C, A. Además, en una terna de personas, no podés repetir gente.

La forma que hemos adoptado para contar las posibilidades es poco práctica. Vamos a hacerlo de una manera más práctica mediante la siguiente fórmula:

$$\boxed{C_{m,n} = \frac{V_{m,n}}{n!}}$$

En las combinaciones no influyen el orden en que aparecen los elementos. Por ejemplo, A, B, C, D y B, A, C, D son dos variaciones distintas, pero son la misma combinación, pues contienen los mismos cuatro elementos.

Asimismo, **en las combinaciones no se pueden repetir los elementos.** Apliquemos la fórmula en los dos ejemplos trabajados: en el primer caso, resolvimos una combinación de 6 elementos tomados de 2 en dos:

$$C_{6,2} = \frac{V_{6,2}}{2!} = \frac{6.5}{2.1} = \frac{30}{2} = 15$$

Y en la segunda una combinación de 6 elementos tomados de 3 en 3.

$$C_{6,3} = \frac{V_{6,2}}{3!} = \frac{6.5.4}{3.2.1} = \frac{120}{6} = 20$$

Tabla 2: Síntesis

	¿Entran todos los elementos?	¿Pueden repetirse los elementos?	¿Importa el orden de los elementos?	¿Cómo se calcula?
Permutaciones	Sí	No	Sí	Pn = n!
Variaciones sin repetición	No	No	Sí	Vm, n = m (m-1) (m-2) … *n* veces
Variaciones con repetición	No	Sí	Sí	VR m, n = mn
Combinaciones	No	No	No	$C_{m,n} = \frac{V\ m.n}{n!}$

Fuente: elaboración propia.

Unidad 1.2. Probabilidades

1.2.1. Probabilidad clásica

Una moneda normal que cae sobre una superficie plana mostrará cara o cruz y, además, tiene la misma oportunidad de caer cara o como de caer cruz. Esto es, cuando se la lanza una y otra vez un gran número de veces (digamos, un millón de veces) caerá cara más o menos la mitad de las veces y caerá cruz más o menos la otra mitad de las veces.

Hay muchas situaciones en las cuales la suposición de que ciertos eventos son igualmente probables parece aceptable. Por ejemplo, al lanzar un dado, ¿hay motivos para pensar que una cara tiene más ventaja que otra? Claro que no. Tomar una carta de un mazo perfectamente barajado, otorga a cada carta la misma oportunidad de ser elegida.

Cuando se realiza una **experiencia aleatoria** (es decir, al **azar**) pueden ocurrir varias **posibilidades**. A cada una de ellas la llamamos **suceso**. Al **conjunto** de **todos los resultados posibles** de una experiencia se le llama **espacio muestral** y se representa con el símbolo S. Consideremos el experimento de lanzar un dado: si nos interesara el número que aparece en la cara superior, el espacio muestral sería:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Y si solo nos interesaran las caras pares:

$Sp = \{2, 4, 6\}$

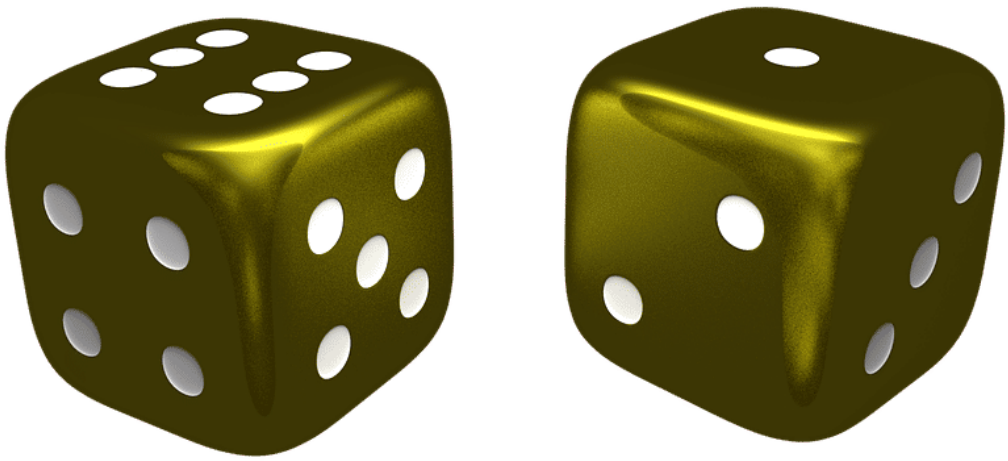
Se dice que, al lanzar un dado, la probabilidad de obtener el número 5 es igual a uno entre 6 casos posibles; es decir, 1/6. De 6 resultados posibles, tres muestran un número par. Por lo tanto, la probabilidad de que salga el número 2 será uno entre 3 casos posibles; esto significa, 1/3.

Si llamamos *S* al suceso, la probabilidad de que ocurra *S* la calcularemos de la siguiente manera:

$$P\,(S) = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{números\ de\ casos\ posibles}$$

Propiedades de la probabilidad

Figura 22



Fuente: Daily Makan [usuario], s.f., https://www.kindpng.com/imgv/JTwRbR_dice-double-golden-white-3d-rendered-layered-/

Usaremos dos dados para ilustrar las propiedades más importantes de la probabilidad. Como un dado puede caer de 6 maneras, dos dados pueden caer de 6 . 6 = 36 (recordemos el problema de llenar casilleros).

Al lanzar dos dados, ¿qué probabilidad hay de obtener un total de 7? Veamos los casos posibles:

1. 1 y 6.
2. 2 y 5.
3. 3 y 4.
4. 4 y 3.
5. 5 y 2.
6. 6 y 1.

La cantidad de casos favorables es igual a 6, sobre un total de 36 casos posibles.

$$P(7) = \frac{6}{36}$$

De manera similar, la probabilidad de obtener un total de 11. Veamos los casos posibles:

1. 5 y 6.
2. 6 y 5.

La cantidad de casos favorables es igual a 2, sobre un total de 36 casos posibles.

$$P(11) = \frac{2}{36}$$

1.2.2 Regla de la unión (∪)

Tomemos los dos ejemplos anteriores, la probabilidad de al lanzar dos dados obtener 7 u obtener 11, esto se escribe de la siguiente manera:

$$P(7 \cup 11) = P(7) + P(11) = \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36}$$

Cuando un suceso es descripto mediante la conjunción o se puede encontrar su probabilidad **sumando** las **probabilidades** de las dos partes. En este caso, obtener 11 y obtener 7 son sucesos excluyentes, ya que un total de 7 y uno de 11 no pueden ocurrir en el mismo lanzamiento.

$$\boxed{\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}}$$

1.2.3 Regla de la intersección (∩)

Al lanzar dos dados, la probabilidad de obtener un 6 en un dado y un 5 en el otro es igual a 1/36. Es decir:

$$P(6 \cap 5) = P(6)P(5) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{36}$$

Cuando un suceso es descripto mediante la conjunción y se puede encontrar su probabilidad **multiplicando** las **probabilidades** de las dos partes. En este caso, obtener 6 y obtener 5 son sucesos que pueden ocurrir al mismo tiempo.

$$\boxed{\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A).P(B)}}$$

Fuente: elaboración propia.

Otras propiedades de la probabilidad

- **P (suceso seguro) =1**

  La probabilidad de obtener un número menor que 13, **ocurre siempre** (en los 36 casos). La suma de las caras de los dos dados siempre será menor que 13. Lo llamamos **suceso seguro**.

  $$P(menor\ a\ 7) = \frac{36}{36} = 1$$

- **P(suceso imposible) =0**

  La probabilidad de obtener un total de 13, es un **suceso imposible**.

  ***P*(13)= 0**

- **0 ≤ *P*(S) ≤ 1**

  La **probabilidad** de un **suceso** siempre será un número **mayor o igual que cero y menor o igual que 1**. Basta observar cualquiera de los ejemplos anteriores:

$$P(7) = \frac{6}{36} \approx 0{,}17$$

$$P(11) = \frac{2}{36} \approx 0,06$$

Fuente: adaptado de DG-RA, s.f.

1.2.4 Condicionalidad

La posibilidad de que un suceso A ocurra cuando se sabe que ya ocurrió un suceso B se llama **probabilidad condicional** y se denota P(A|B) y se lee “probabilidad de que ocurra A dado que ocurrió B” o la “probabilidad de A dado B”.

Ejemplo 1

Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener el número 5 si se sabe que el número obtenido es impar? Si la cara del dado lanzado es impar, las posibilidades son 3: puede ser un 1, un 3 o un 5. Por lo tanto, la probabilidad de obtener un 5 dentro de un resultado impar será:

$$P(5 \mid \text{impar}) = \frac{1}{3}$$

Fuente: elaboración propia.

¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par, si se sabe que el número obtenido no es 3? Los resultados posibles pueden ser 1, 2, 4, 5, 6 y los números pares 2, 4 o 6. Por lo tanto

$$P(par/no\ es\ 3) = \frac{3}{5}$$

En símbolos

$$\boxed{P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

La barra vertical I indica “bajo la condición” o “dado que”.

Ejemplo 2

“Suponga que tenemos un espacio muestral S constituido por la población de adultos de una pequeña ciudad que cumplen con los requisitos para obtener un título universitario” (Walpole, Myers y Myers, 2012, p. 65). Tomaremos esta situación y clasificaremos a esta población según su lugar de residencia y situación laboral. Los datos se presentan en la tabla 3.

Tabla 3

	Empleados	Desempleados	Total
CABA	460	40	500
Gran Buenos Aires	140	260	400
Total	600	300	**900**

“Se seleccionará al azar a uno de estos estudiantes para que realice un viaje a través del país con el objetivo de promover las ventajas de establecer industrias nuevas en la ciudad” (Walpole, Myers y Myers, 2012, p. 65). Nos interesaremos en los siguientes sucesos:

A: se elige a un estudiante que viva en CABA

B: el estudiante tiene empleo.

Calcularemos la probabilidad de elegir a un estudiante que viva en CABA bajo la condición que el estudiante tenga empleo.

Esto es

$$P(A|B) = \frac{460}{600} \approx 0,77$$

Volvamos a verificar P(A|B) utilizando la fórmula.

Calcularemos P (A ∩ B) y P(B) a partir del espacio muestral original S (los 900 estudiantes).

Calculamos P(A ∩ B), es decir, la probabilidad de elegir un estudiante que vive en CABA y tiene empleo; serían 460 sobre un total de 900.

$$P(A \cap B) = \frac{460}{900}$$

Calculamos P(B); es decir, la probabilidad de elegir un estudiante que tenga empleo. Esto es 600 sobre un total de 900 estudiantes.

$$P(B) = \frac{600}{900}$$

Ahora reemplazaremos en

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{460}{900} \div \frac{600}{900} = \left(\frac{460}{900}\right)\left(\frac{900}{600}\right) = \frac{460}{600} \approx 0,77$$

Vemos, finalmente, que hemos llegamos al mismo resultado.

Resumen

Probabilidad clásica

$$P\ (S) = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{números\ de\ casos\ posibles}$$

Regla de la unión (A o B)

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Regla de la intersección (A y B)

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A).P(B)}$$

Condicionalidad (A dado B)

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Glosario

Aleatorio: que depende del azar.

Diagrama de árbol: herramienta visual que permite resolver problemas de conteo.

Espacio muestral: es el conjunto de todos los resultados posibles de una experiencia.

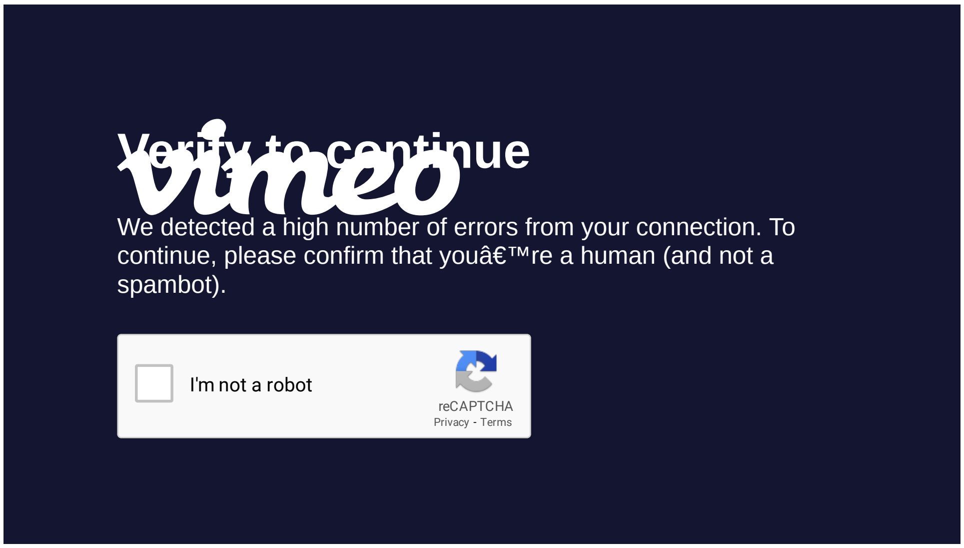
Permutación: reordenar objetos.

Probabilidad: en un proceso al aleatorio, es la razón (el resultado de dividir) el número de casos favorables y el número de casos posibles.

Suceso: cada uno de los resultados posibles de una experiencia.

Lección 4 de 6

Video de habilidades



Permutar significa reordenar un conjunto de elementos.

- Verdadero.
- Falso.

SUBMIT

En una permutación se reordenan:

- Algunos elementos.
- Todos los elementos.

- Todos los elementos menos uno.
- Los primeros elementos del conjunto.
- Los elementos que se deseen.

SUBMIT

En una permutación...

- Puede haber elementos repetidos.
- Todos los elementos son iguales.
- Puede haber pocos elementos repetidos.
- No puede haber elementos repetidos.
- Puede haber un elemento que se repita.

SUBMIT

En una permutación...

- [ ] Importa el orden de los elementos.
- [ ] No importa el orden de los elementos.
- [ ] TECLAB y ETCLAB son dos reordenamientos distintos.
- [ ] LABTEC y TECBAL no son dos permutaciones distintas.
- [ ] Importa el orden si los elementos a reordenar son letras.

SUBMIT

Tanto en una permutación como en una variación se reordenan todos elementos.

- Verdadero.
- Falso.

SUBMIT

Cierre

Técnicas de conteo

Son diferentes estrategias que sirven para resolver problemas relacionados a situaciones en las que hay que contar.

Permutaciones

Permutar un conjunto de objetos significa reordenarlos. Las permutaciones son todas las posibles formas en que se pueden ordenar una serie de elementos distintos.

En una permutación:

- Entran todos los elementos.
- Los elementos no pueden repetirse.
- Importa el orden de los elementos.

Variaciones con y sin repetición

Lo que diferencia a ambas es si puede o no repetirse un elemento en cada agrupación. Sí tienen en común que en ambas influye el orden en que aparecen los elementos.

Combinaciones

Se caracterizan por:

- no importa el orden en que aparecen los elementos;
- no se pueden repetir elemento.

Probabilidad clásica

Si llamamos ***S*** al suceso, la probabilidad de que ocurra *S* la calcularemos de la siguiente manera:

$$P\ (S) = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{números\ de\ casos\ posibles}$$

Condicionalidad

La posibilidad de que un suceso A ocurra cuando se sabe que ya ocurrió un suceso B se llama probabilidad condicional y se denota P(A|B).

Referencias

Barrios Calamestra, L. (2007). *Variaciones sin repetición.* Recuperado de http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Combinatoria/variacionessin.htm

Cornejo, R. (27 de abril de 2018). *¿Qué es el valor del dinero en el tiempo?* Recuperado de https://krakenfinancial.com/blog/finanzas-corporativas/que-es-el-valor-del-dinero-en-el-tiempo/?utm_campaign=que-es-el-valor-del-dinero-en-el-tiempo&utm_medium=social_link&utm_source=missinglettr-twitter

Daily Makan [usuario] (s.f.). *Dice, Double, Golden, White, 3d, Rendered.* Recuperado de https://www.kindpng.com/imgv/JTwRbR_dice-double-golden-white-3d-rendered-layered-/

DG-RA (s.f.). *Algebra Arithmetic Calculator Free Photo.* Recuperado de https://www.needpix.com/photo/895442/algebra-arithmetic-calculator-casio-casio-calculator-casio-fx-991ms-science-scientific-calculation

Fleming, W. y Varberg, D. (1991). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica.* Tercera edición. México: Pearson Educación.

Lázaro [usuario] (7 de noviembre de 2017). *Las 5 personas más importantes que conocerás en la universidad.* Recuperado de https://www.elegircarrera.net/blog/personas-importantes-que-conoceras-en-la-universidad/

Olavarrianoticias [usuario] (2016). *Se celebrará el Día del Árbol en el Bioparque "La Máxima".* Recuperado de https://olavarrianoticias.com.ar/se-celebrara-dia-del-arbol-bioparque-la-maxima/

Pérez Romero, J. T. (2004). *Estadística.* Parte específica. Sevilla: MAD.

Walpole, R., Myers, R. y Myers, S. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias.* Novena edición. México: rial Pearson Educación.