

Kolokwium I – 23 stycznia 2025, r. – Zestaw A

1. W zbiorze \mathbb{N}^2 określono relację porządku

$$(a, b) \prec (c, d) \quad \Leftrightarrow \quad c \mid a \quad \wedge \quad b \leq d.$$

Wyznacz elementy wyróżnione i kresy zbioru

$$A = \{(2, 3), (1, 2), (4, 3), (2, 1), (8, 1)\}.$$

2. Uzasadnij, że relacja

$$a \sim b \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1$$

w zbiorze $X = \{-2, -1, 0, 1, \dots, 4\}$ jest relacją równoważności. Wypisz jej klasy abstrakcji.

3. Znajdź resztę z dzielenia liczby

7^{2025}

przez 27.

– Strona 4 z 4 –

4. Rozwiąż układ kongruencji

$$\begin{cases} x \equiv 3 & (\text{mod } 13), \\ x \equiv 5 & (\text{mod } 21), \\ x \equiv 2 & (\text{mod } 25). \end{cases}$$

Podaj najmniejsze rozwiązanie dodatnie oraz wzór ogólny na wszystkie rozwiązania.