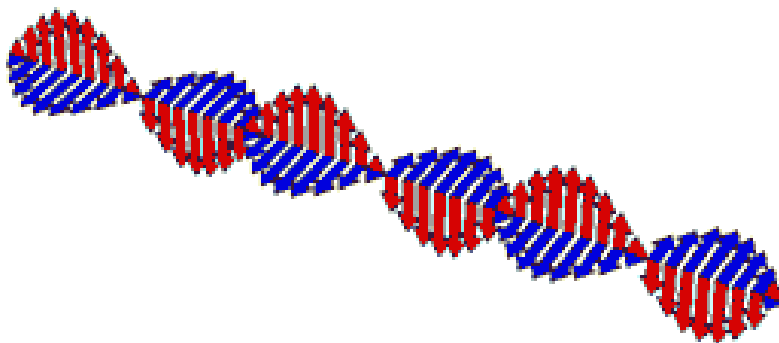


# Electromagnetismo EE



**M. I. em Engenharia de Materiais; Polímeros;  
Telecomunicações e Informática**

**2018/19**

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

## **Mais informação quer dizer menos beleza?**

Por vezes, há quem critique a ciência dizendo que ela retira a beleza às coisas. Ao entrar em explicações e detalhes sobre as coisas, retira-lhe a “beleza da naturalidade”.



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

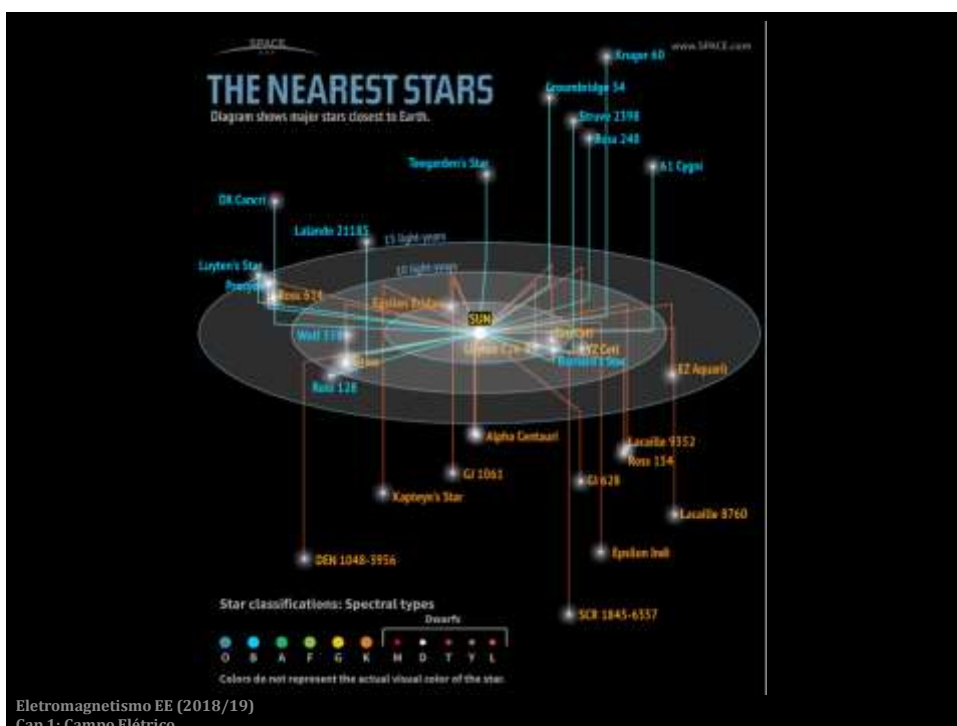
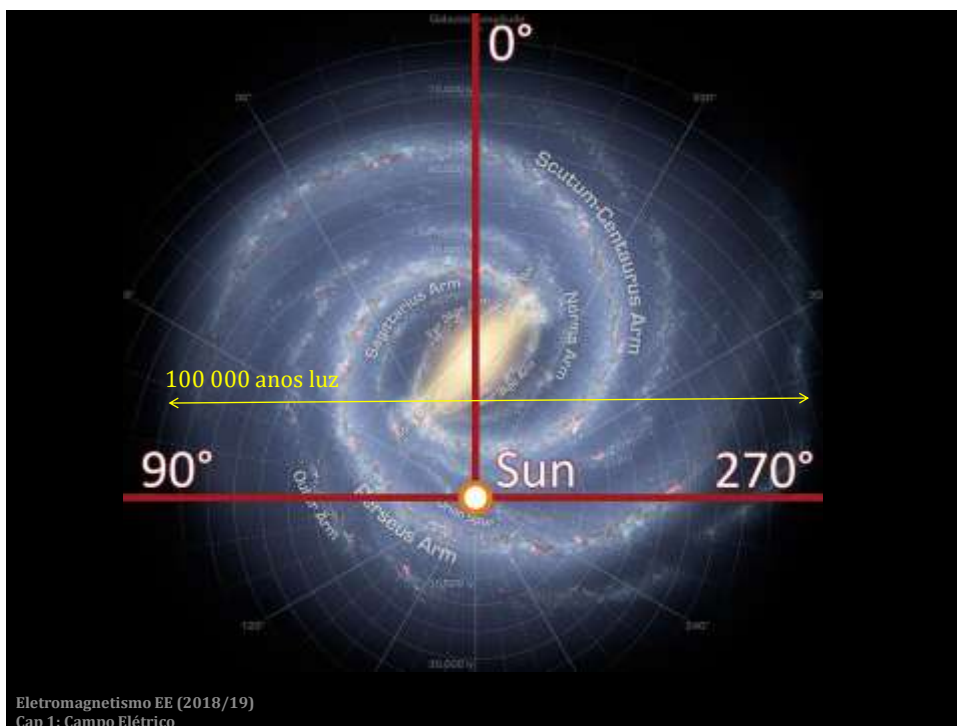


**galáxia de Andrômeda** (Messier 31, NGC 224) localizada a cerca de 2,54 milhões de anos-luz de distância da Terra

$10^{12}$  Estrelas; Diâmetro:  $\sim 220\,000$  anos luz

Via láctea -  $\sim 4 \times 10^{11}$  Estrelas

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico





Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

Eu tenho um amigo que é artista e por vezes ele tem uma opinião com a qual não concordo. Ele pega numa flor e diz “vê como é bela”, e eu concordo. Depois ele diz “Eu sou um artista por isso vejo a beleza da flor, mas tu como cientista queres saber todas as informações da flor e torna-se aborrecido”, e aqui percebo que ele está a ser parvo. Em primeiro lugar, a beleza que ele vê está disponível para toda a gente ver, incluindo para mim. Ele só vê aquilo que toda a gente vê, mesmo que sejam esteticamente refinados. Eu consigo, tal como ele, apreciar a beleza de uma flor. No entanto, ao mesmo tempo, eu consigo ver muito mais sobre a flor do que ele vê. Eu consigo imaginar as suas células, os mecanismos complicados por dentro da flor, que também têm a sua beleza. Não é só a beleza nesta dimensão, de centímetros, mas há beleza nas dimensões menores, na estrutura interior, e nos processos dentro da flor. É muito interessante o facto das cores da flor terem evoluído de modo a atraírem insectos para a polinização; isso quer dizer que os insectos conseguem ver as cores. O que leva à questão: existe sentido estético nas dimensões inferiores? O que é a estética? São questões interessantes que adicionam conhecimento científico ao entusiasmo, mistério e beleza de uma flor. Adicionam. Não retiram beleza à flor.

**Richard Feynman “The pleasure of finding the thing out”**

Eletromagnetismo EE (2018/19) Cap 1: Campo  
Elétrico

# Capítulo 1

## Campo Elétrico

Introdução

Cargas elétricas

Lei de Coulomb.

Campo elétrico

Campo elétrico provocado por de uma distribuição discreta de cargas estáticas e por uma distribuição contínua de carga elétrica.

Linhas de campo elétrico.

Capítulo dos livros da Bibliografia recomendada (Serway, Resnick and Halliday, Tipler): **Campo Elétrico**.

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

# Introdução

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



**Fórum Física**

**José:** Caro Professor, Como funciona o eletromagnetismo?

Tenho uma ideia José. Porque é que não tentas descobrir por ti próprio, como um verdadeiro cientista?

A resposta está nesta “mug”:

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



### Análise de situação



Pai. Porque é que o gelo flutua?



© 1995 Watterson/Dist. by Universal Press Syndicate

Porque o gelo é frio. O gelo quer ficar mais quente, por isso vai para a superfície dos líquidos para ficar mais perto do Sol.



A sério?

Procura a resposta e verás.



Eu devia ter começado por procurar a resposta

Olha que podes aprender muito conversando comigo

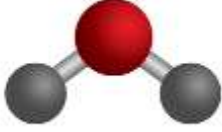




WATTERSON, G. ET




Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### O que acontece?

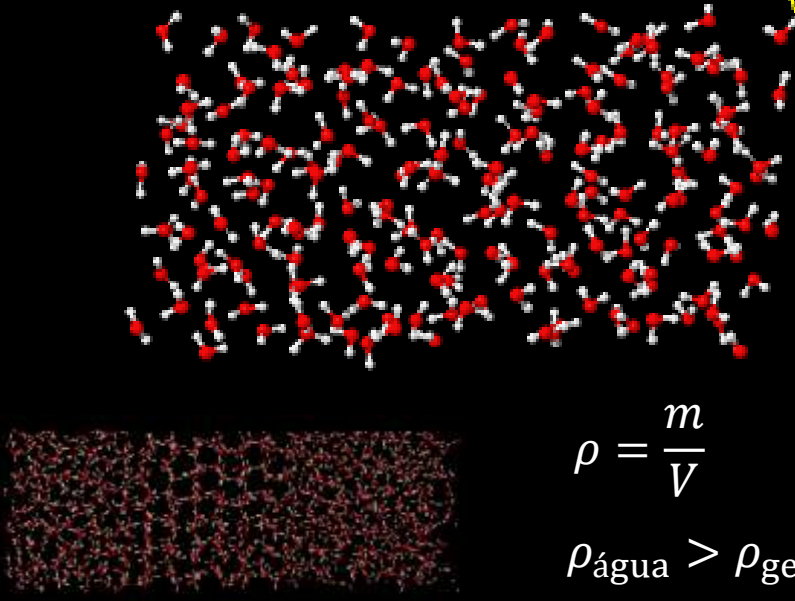


H<sub>2</sub>O no estado líquido (representação)



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

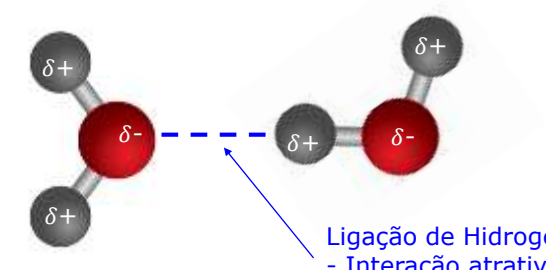
water



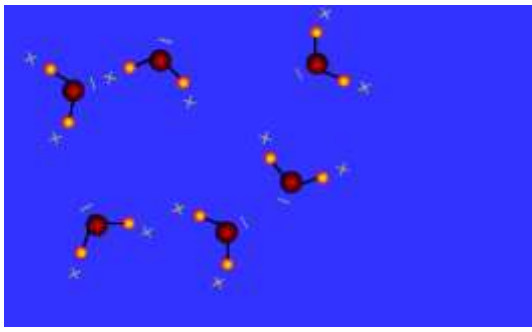
$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho_{\text{água}} > \rho_{\text{gelo}}$$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



Ligação de Hidrogénio  
- Interação atrativa



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



Água líquida:  
As ligações de H estão constantemente a quebrar e a "re-ligar".

Gelo:  
As ligações de H estão estáveis e mantêm a estabilidade estrutural

ligações de H

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### Interações

O que é o peso?

De que depende o peso?

Lei da gravitação universal

$$|\vec{F}_g| = G \frac{m_{\text{Terra}} m_{\text{objeto}}}{r^2}$$

$5.972 \times 10^{24} (\text{SI})$   
 $6.674 \times 10^{-11} (\text{SI})$   
 $\vec{r}_{\text{Terra}} = 6\,378\,100 (\text{SI})$

Exclusivamente atrativa (tanto quanto sabemos)

$|\vec{F}_g (\text{Luís Cunha})| = 735 \text{ N}$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

Então se a atração gravítica é exclusivamente atrativa (tanto quanto sabemos), porque é que a Lua não cai na Terra?

Será que a força gravítica entre a Terra e a Lua é tão fraca que não se faz sentir?



$$|\vec{F}_g(\text{Lua} - \text{Terra})| = G \frac{m_{\text{Terra}} m_{\text{Lua}}}{r^2}$$

$5.972 \times 10^{24} \text{ (SI)}$        $7.349 \times 10^{22} \text{ (SI)}$   
 $6.674 \times 10^{-11} \text{ (SI)}$        $384\,399\,000 \text{ (SI)}$

$$|\vec{F}_g(\text{Lua} - \text{Terra})| = 1.982 \times 10^{20} \text{ N}$$

A força é muito elevada, então porque é que a Lua não cai?

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

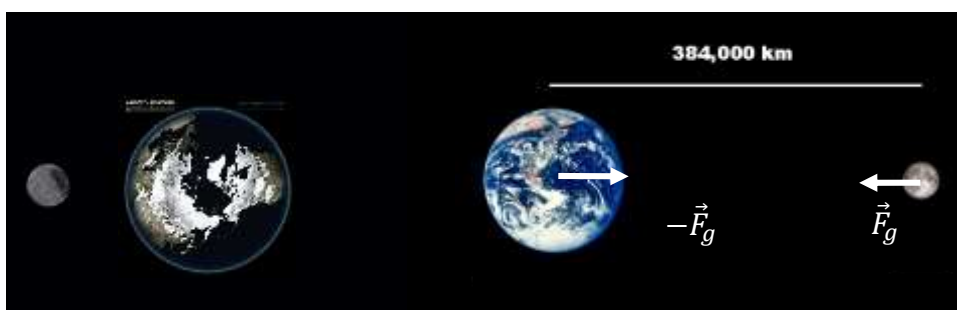


Figura não está à escala

$$|\vec{F}_g(\text{Lua} - \text{Terra})| = m_{\text{Lua}} \frac{v_{\text{Lua}}^2}{r}$$

$$v_{\text{Lua}} = \sqrt{\frac{|\vec{F}_g(\text{Lua} - \text{Terra})| \times r}{m_{\text{Lua}}}} = 1018.3 \text{ m/s}$$

Esta velocidade faz sentido?

$$v_{\text{Lua}} = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v_{\text{Lua}}} = 2.37 \times 10^6 \text{ s} = 27.4 \text{ dias}$$



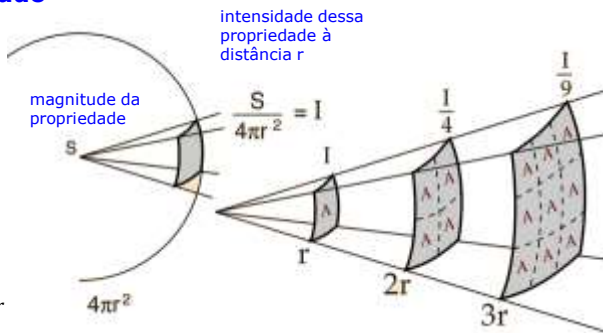
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

## Lei do inverso do quadrado

Qualquer fonte pontual que distribua a sua propriedade homogeneamente em todas as direções, sem que esteja limitada no seu alcance obedece à lei do inverso quadrado.

A magnitude dessa propriedade a uma distância  $r$  da fonte corresponde à magnitude da propriedade dividida pela área da esfera de raio  $r$ .

Esta lei aplica-se a vários fenómenos naturais (campo gravítico, campo elétrico, luz, som, etc.)

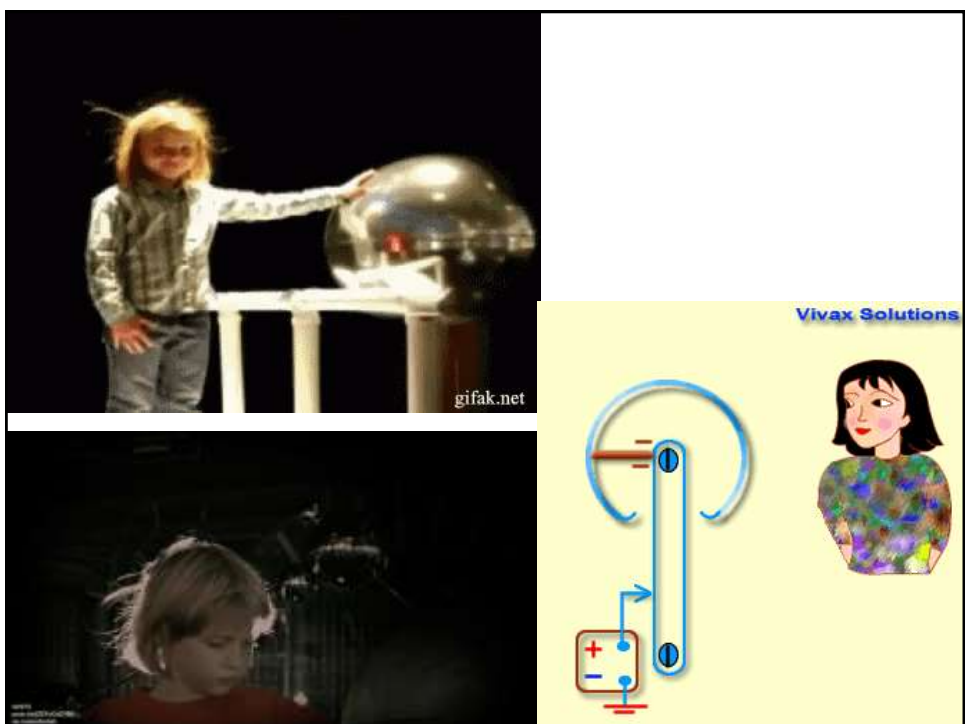


A propriedade a uma distância duas vezes maior espalha-se por uma área quatro vezes maior e portanto a intensidade sentida é quatro vezes menor.

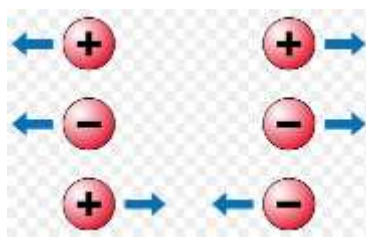
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

## Lei de Coulomb (Cargas elétricas pontuais)

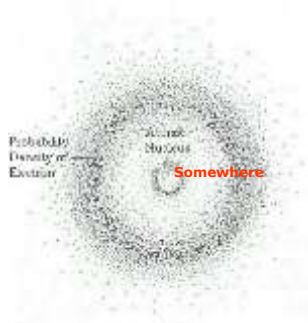
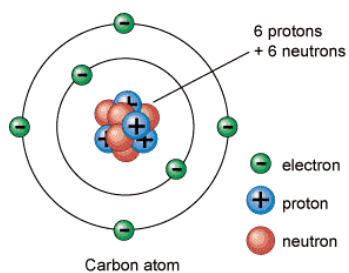
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



Mas a interação elétrica pode ser atrativa e repulsiva



O que é que significa um corpo ser positivo ou negativo?



**A carga eléctrica é uma propriedade fundamental das partículas elementares da matéria**

**(protões electrões neutrões)**

**número de massa:  $A = 235$**   
(nº de protões + nº de neutrões)

**235**  
**U**

**número atómico:  $Z = 92$**   
(nº de protões = nº de electrões)

**92**

O número atómico  $Z = 92$  define o núcleo como sendo um núcleo de Urânio.

*"Há duas espécies de cargas eléctricas na natureza: positivas e negativas, com a propriedade: as cargas de espécies diferentes atraem-se e as da mesma espécie repelem-se."*

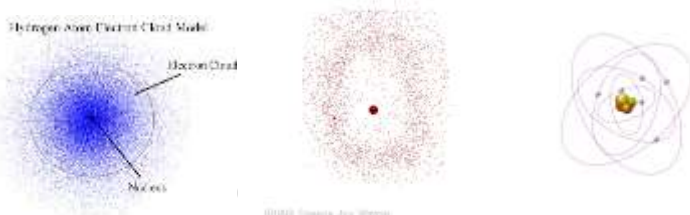
**(Franklin, 1706-1790)**

Eletrromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

## massa e carga eléctrica das partículas atómicas

Neutrão (n):	$m = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg};$	$q = 0$
Protão (p):	$m = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg};$	$q = +1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Electrão (e):	$m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg};$	$q = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$

- **Coulomb (C)** é a unidade SI de **carga eléctrica**.
- os símbolos "**-e**" "**+e**" são usados para a carga do electrão e do protão.  
**carga elementar:  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$**
- Os átomos são eletricamente neutros, porque têm o mesmo número de protões e electrões.
- Os aniões (iões negativos) têm excesso de electrões.
- Os catiões (iões positivos) têm deficiência de electrões.



## quantização da carga

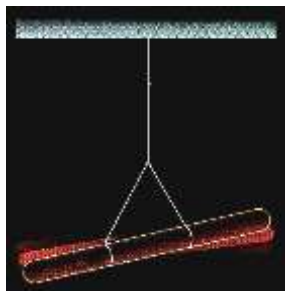
A carga de qualquer objecto,  $q$ , é:

$$q = e \times N_p - e \times N_e$$

$$q = e \times (N_p - N_e)$$

"A carga elétrica é quantificada"

(Millikan, 1909)



$N_n$  neutrões

$N_e$  electrões

$N_p$  protões

A carga é sempre quantificada, no entanto, geralmente, em fenómenos de grande escala as consequências deste efeito são imperceptíveis.

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### Checkpoint 1 – 60 segundos para responder corretamente

Dados:  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;  $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ;  $Z(\text{Na}) = 11$ ;  $Z(\text{Cl}) = 17$

1 - A carga elétrica de um ião sódio ( $\text{Na}^+$ ) é:

- |              |                                      |                                       |
|--------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| (a) +1.0 C   | (b) $+6.02 \times 10^{23} \text{ C}$ | (c) $+1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ |
| (d) +96320 C | (e) 0 C                              | (f) _____                             |

2 - A carga elétrica de um ião Cloro ( $\text{Cl}^-$ ) é:

- |              |                                      |                                       |
|--------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| (a) -1.0 C   | (b) $-6.02 \times 10^{23} \text{ C}$ | (c) $-1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ |
| (d) -96320 C | (e) 0 C                              | (f) _____                             |

3 - A carga elétrica de uma mole de iões sódio ( $\text{Na}^+$ ) é:

- |              |                                      |                                       |
|--------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| (a) +1.0 C   | (b) $+6.02 \times 10^{23} \text{ C}$ | (c) $+1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ |
| (d) +96320 C | (e) 0 C                              | (f) _____                             |

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



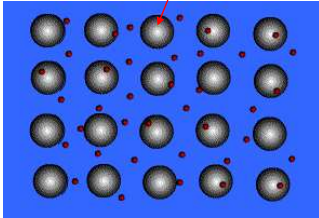
## Condutores, isoladores, semicondutores, supercondutores

Há materiais que conduzem a corrente eléctrica mas outros têm comportamento diferente. Qual a razão deste comportamento?

Condutores são materiais nos quais há portadores de carga eléctrica que se podem movimentar "livremente". O sentido dominante do movimento dessas cargas eléctricas pode ser controlado.

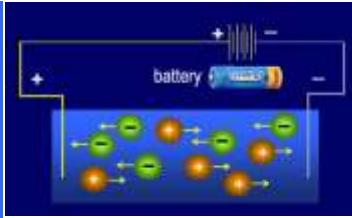
### **Exemplos?**

Cerne (íões positivos)



#### **Metais ou ligas metálicas**

Portadores de carga:  
**Electrões**



#### **Solução iônica**

Portadores de carga:  
**Catiões e aniões**

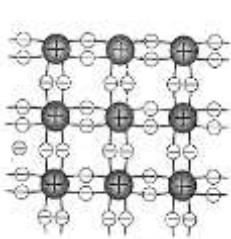


#### **Plasma**

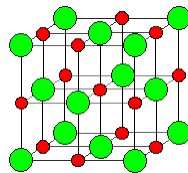
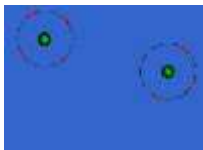
Portadores de carga: **Electrões e cations**

Isoladores são materiais em que não há portadores de carga eléctrica que se possam mover facilmente

### **Exemplos?**



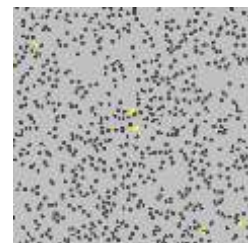
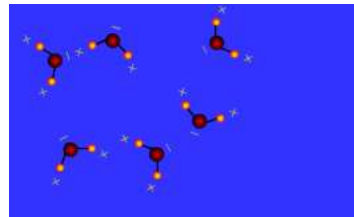
#### **Sólidos com ligações covalentes**



#### **Sólidos com ligações iônicas**



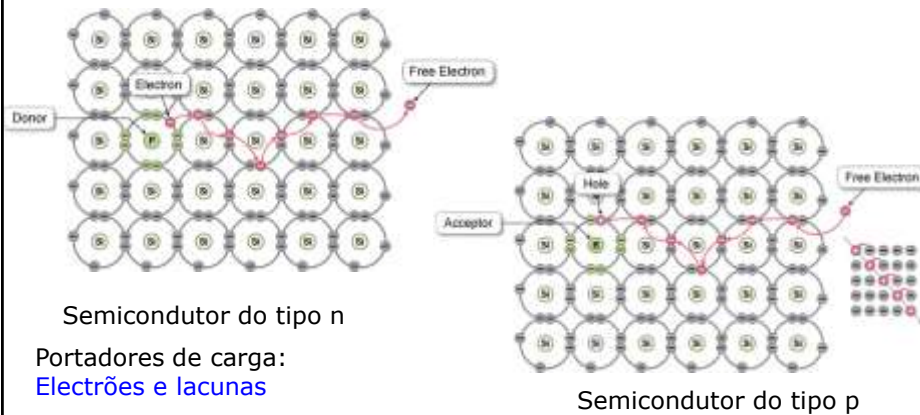
#### **Água pura**



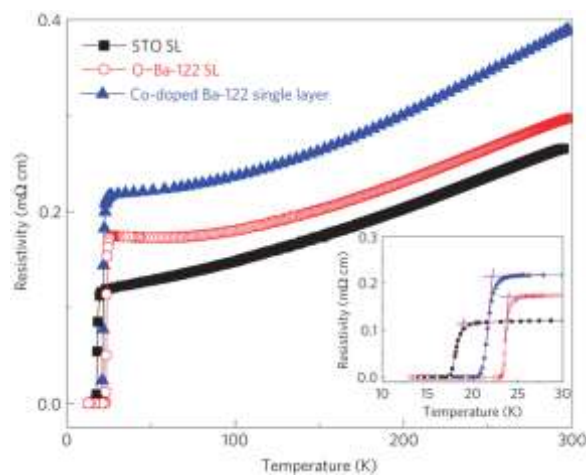
#### **Ar**

**Semicondutores** a facilidade de transporte de carga é intermédia (não tão boa como a dos condutores)

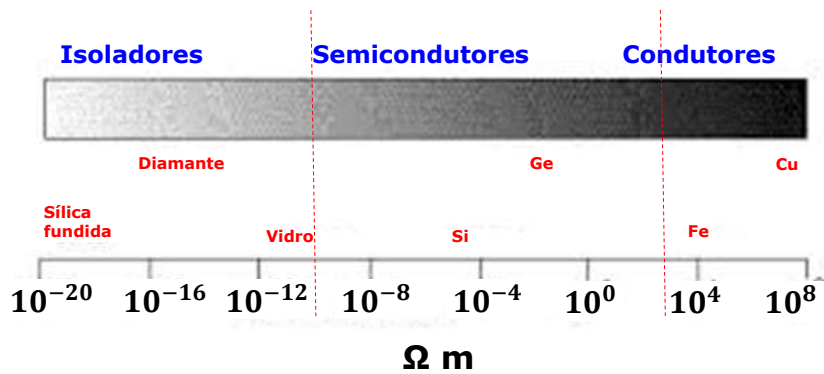
**Exemplos?** Silício, Germânio



**Supercondutores** Materiais que não oferecem resistência ao movimento das cargas

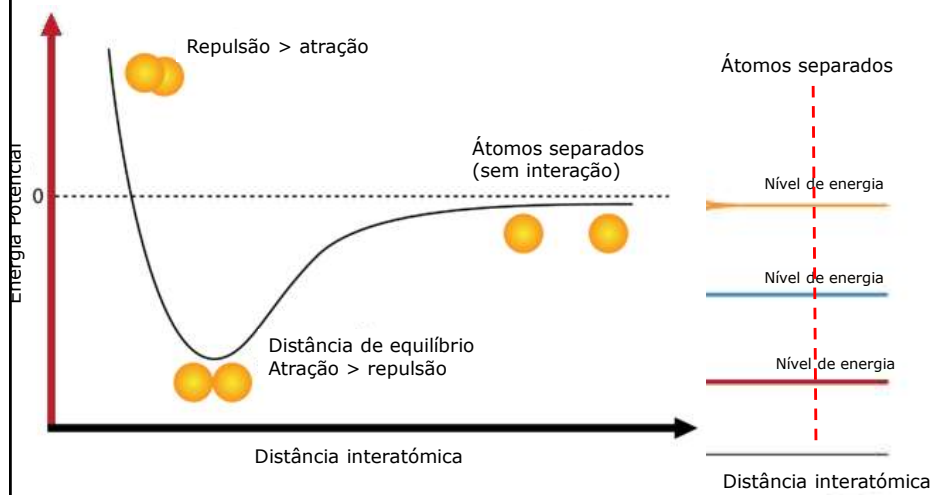


Há uma grandeza, chamada **Condutividade elétrica**, que iremos estudar mais tarde, e que permite relacionar melhor a “qualidade” dos condutores. No SI, a unidade de condutividade elétrica é o Ohm metro ( $\Omega \text{ m}$ )



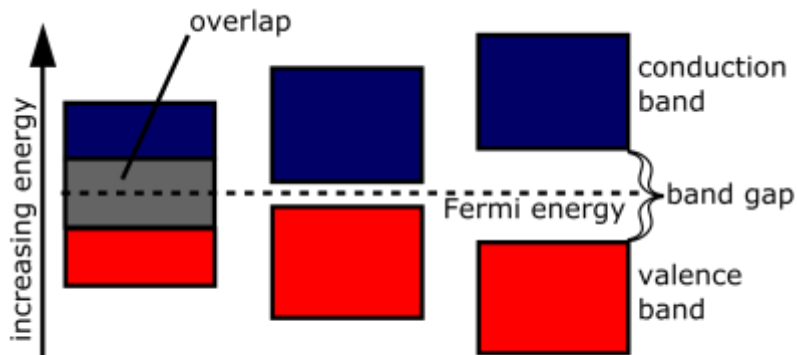
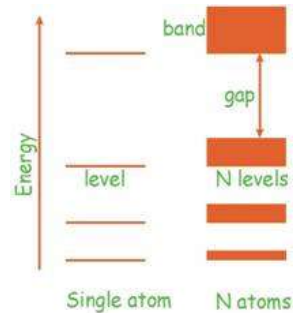
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

## Electrões em sólidos



## Electrões em sólidos

- Num átomo, os electrões distribuem-se em “níveis de energia”.
- Num sólido, os níveis de energia ficam mais largos – “bandas”.
- As orbitais que só podem ser ocupadas no máximo por dois electrões.
- Os níveis e orbitais são preenchidos por ordem crescente de energia.
- Chama-se *nível de Fermi* ao último nível a ser preenchido (o nível de maior energia que está preenchido com electrões).

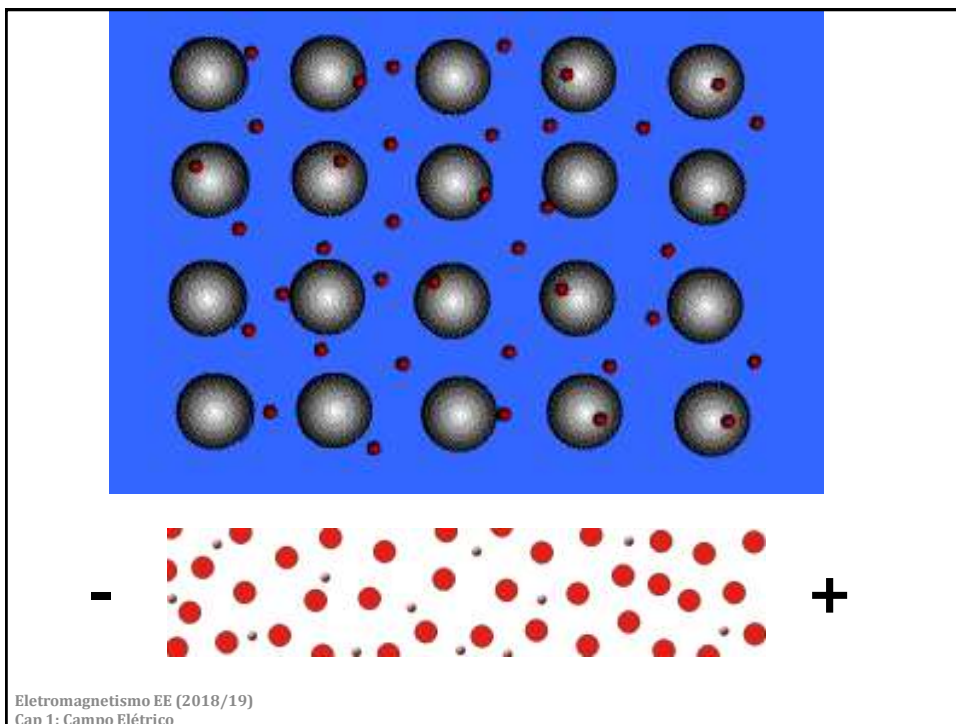


### Metais

metal      semiconductor      insulator

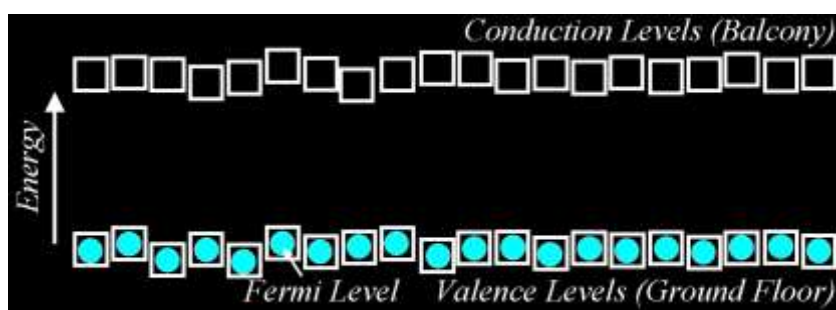
- Nos metais a banda de valência e a banda de condução sobrepõem-se.



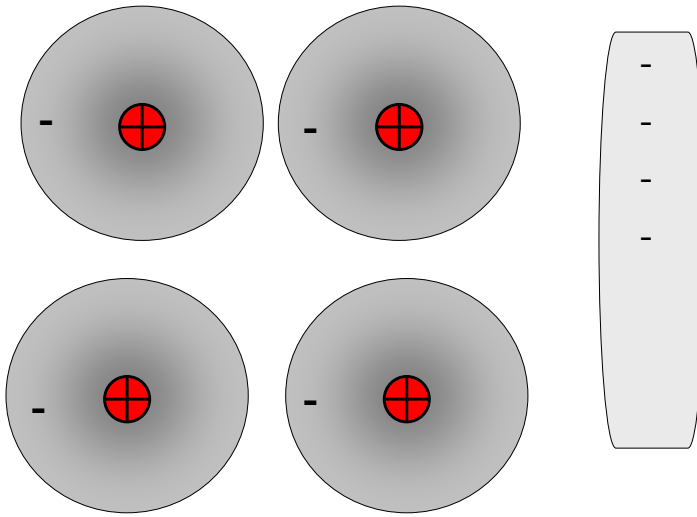


## Isoladores

- Não há níveis vagos próximos do nível de Fermi.
- Os electrões não conseguem mover-se, porque os "lugares acessíveis" estão todos ocupados.

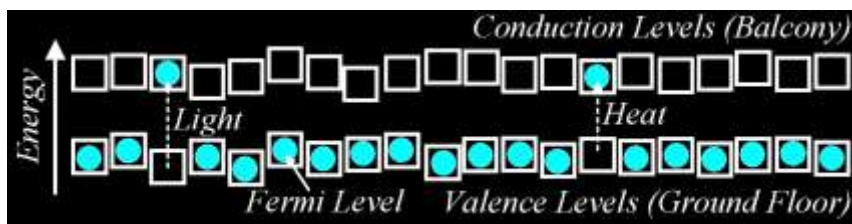


Em isoladores

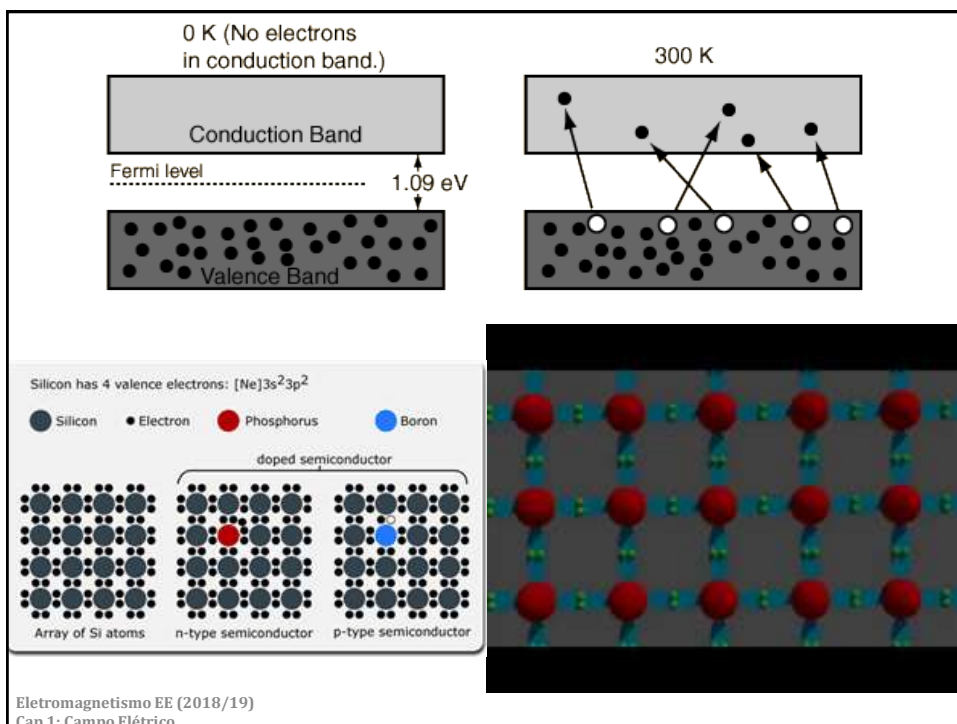


## Semicondutores

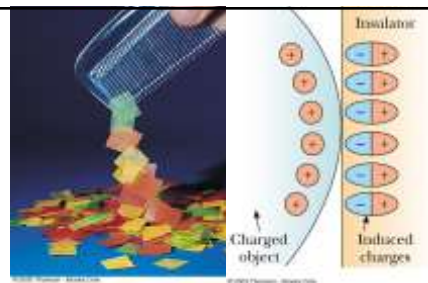
- As bandas de condução e de valência estão relativamente próximas, separadas por um hiato (*gap*).
- Os electrões podem movimentar-se, desde que tenham energia suficiente para saltarem da banda de condução para a banda de valência.



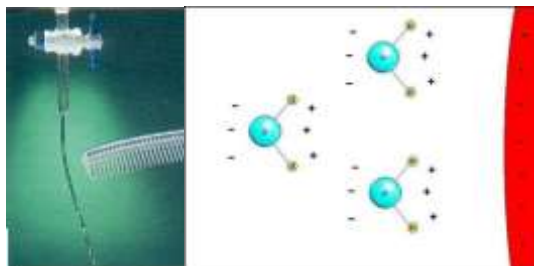




- Em muitos casos, em átomos e moléculas, o centro de cargas positivas coincide com o centro de cargas negativas (sistemas apolares).
- Na presença de um objecto carregado, estes centros podem separar-se um pouco (polaridade induzida).
- Este realinhamento de carga na superfície de um isolador designa-se por *polarização*.



Casos em que o centro de cargas positivas e negativas não coincide (sistemas polares), por ex. Molécula de água, diz-se que existem **dipolos eléctricos**.



## RESUMO



- Num sólido os electrões distribuem-se em bandas de energia
- Os electrões vão ocupando os estados de mais baixa energia e vão preenchendo a banda
- A última banda a ser preenchida é a banda de valência.



©1999 Science Joy Wagon



Ao caminhar, o corpo vai adquirindo carga eléctrica devido à fricção com o chão e com o ar.

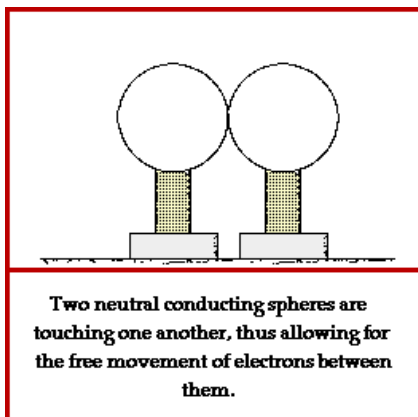
(porque não descarrega?)

Quando se coloca a mão na maçaneta da porta, vai existir um fluxo de cargas eléctricas entre a maçaneta e a mão, e sente-se um choque.

Um corpo está eletrizado quando tem excesso de elétrons (corpo com carga negativa) ou deficiência de elétrons (corpo com carga positiva).

*"A carga elétrica conserva-se."*

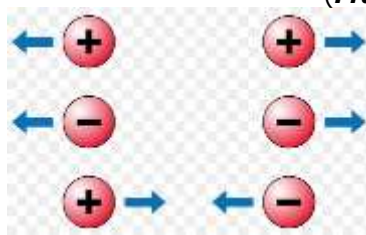
**(Franklin)**



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

*"Há duas espécies de cargas elétricas na natureza: positivas e negativas, com a propriedade: as cargas de espécies diferentes atraem-se e as da mesma espécie repelem-se."*

**(Franklin, 1706-1790)**



$$|\vec{F}_e| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1q_2|}{r^2}$$

$8.85 \times 10^{-12}$  (SI)

**Permitividade elétrica do vazio**

$$|\vec{F}_e| = k \frac{|q_1q_2|}{r^2}$$

$8.99 \times 10^9$  (SI)

**Constante de Coulomb**

**Lei de Coulomb**

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

## Uso da **Lei de Coulomb**

Muito cuidado ao usar a lei de Coulomb e interpretar muito bem o resultado.

Cuidado com o uso dos sinais de carga e o uso dos sinais que indicam sentidos. São coisas diferentes!

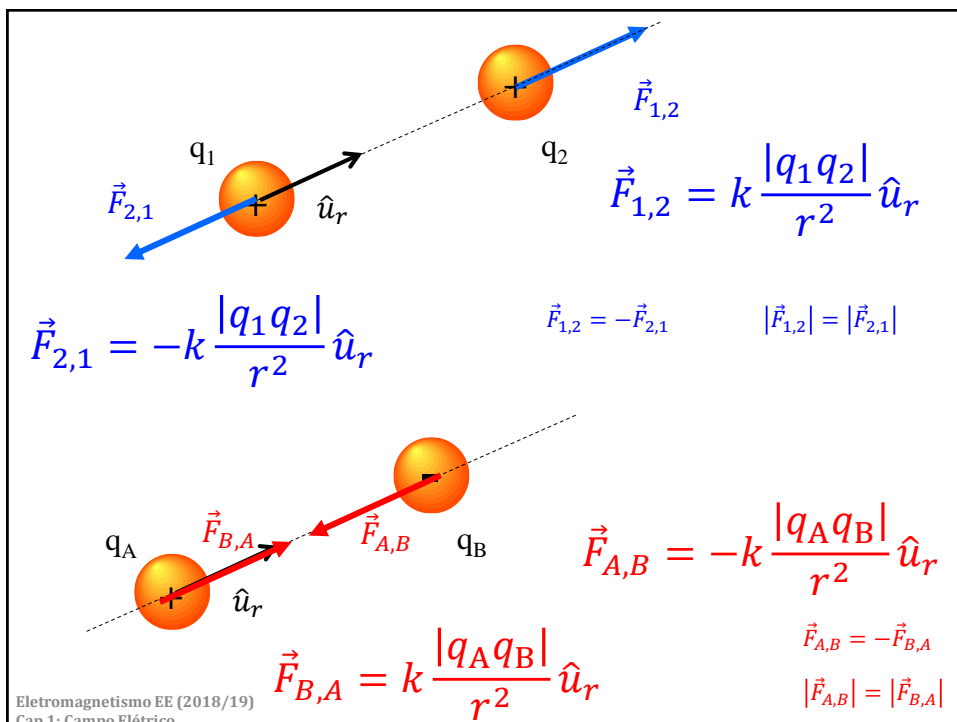
Cuidado com o  $r$ . **Não é raio é distância entre o centro das cargas elétricas!**

Cuidado ao usar a forma vetorial! O vetor está associado a um sistema de referência.

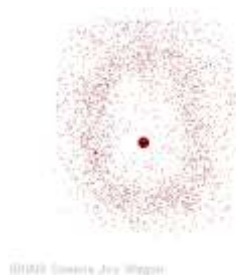
$$|\vec{F}_e| = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad F_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \vec{F}_e = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \hat{u}_r$$

Qual o significado do resultado de cada uma destas 3 operações?

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

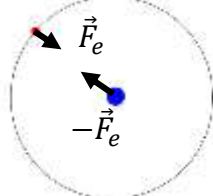
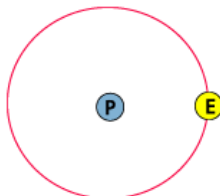


Vamos ver o exemplo do átomo de H. Qual a força de interação entre o elétron e o próton no átomo de H?



© 2008 Science Joy Wagon

Raio atômico do H = 53 pm =  $53 \times 10^{-12}$  m



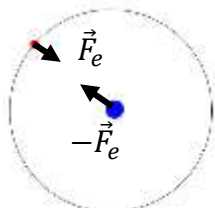
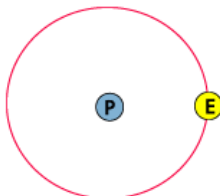
$$|\vec{F}_e| = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$|\vec{F}_e| = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(53 \times 10^{-12})^2} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

Se o elétron está sob o efeito da força elétrica, que é que isso significa?

$$a = \frac{F}{m} = \frac{8.2 \times 10^{-8}}{9.1 \times 10^{-31}} = 9.0 \times 10^{22} \text{ m/s}^2 \quad \text{Que significa?}$$



Qual a velocidade do elétron em torno do núcleo de H?

$$|\vec{F}_e| = m_{\text{elétron}} \frac{v_{\text{elétron}}^2}{r}$$

$$v_{\text{elétron}} = \sqrt{\frac{|\vec{F}_e| \times r}{m_{\text{elétron}}}} = \sqrt{\frac{8.2 \times 10^{-8} \times 53 \times 10^{-12}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 2.2 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Conseguem calcular o período da órbita do elétron do átomo de H, no estado fundamental?

Raio atômico do H = 53 pm =  $53 \times 10^{-12}$  m

$$T = 1.5 \times 10^{-16} \text{ s}$$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

**Para os alunos de MIEPol e MIETI vou marcar uma aula TP extra no dia 4/10, das 10h às 12h.**

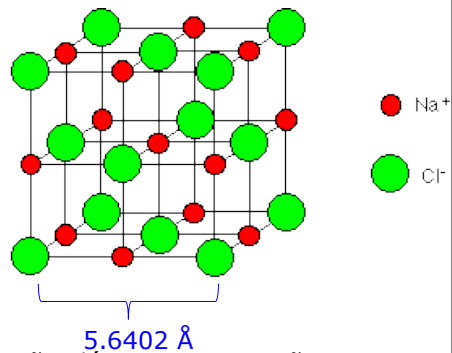
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### Checkpoint 2

A figura representa a estrutura cúbica de um cristal de cloreto de sódio (sal das cozinhas).

$$Z(\text{Na}) = 11$$

$$Z(\text{Cl}) = 17$$



a) Calcular a magnitude da força de interação elétrica entre um íon  $\text{Na}^+$  e um íon  $\text{Cl}^-$  primeiro vizinhos. **Resposta:**  $2.9 \times 10^{-9} \text{ N}$

b) Calcular a magnitude da força de interação elétrica entre um íon  $\text{Cl}^-$  e um outro íon  $\text{Cl}^-$  mais próximo. **Resposta:**  $1.4 \times 10^{-9} \text{ N}$

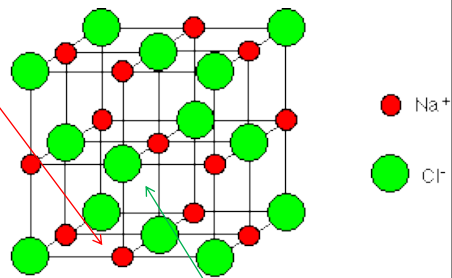
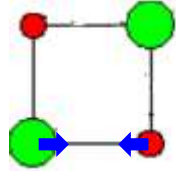
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



c) Calcular os vetores força de interação elétrica entre os íons  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$  assinalados usando uma referência à sua escolha.

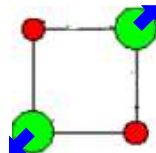
Resposta:  $\vec{F}_e(\text{Na}^+ \rightarrow \text{Cl}^-) = 2.9 \times 10^{-9} \hat{i} \text{ N};$

$\vec{F}_e(\text{Cl}^- \rightarrow \text{Na}^+) = -2.9 \times 10^{-9} \hat{i} \text{ N}$



d) Calcular os vetores força de interação elétrica entre um íon  $\text{Cl}^-$  e um outro íon  $\text{Cl}^-$  assinalados.

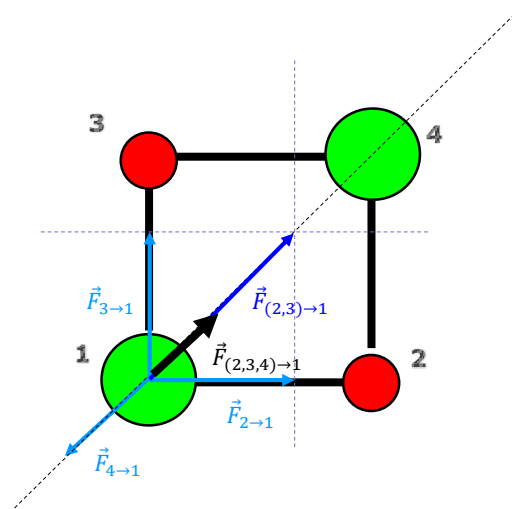
$\vec{F}_e(\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}^-)_2 = (9.90 \times 10^{-10} \hat{i} + 9.90 \times 10^{-10} \hat{j}) \text{ N}$



$\vec{F}_e(\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}^-)_1 = (-9.90 \times 10^{-10} \hat{i} - 9.90 \times 10^{-10} \hat{j}) \text{ N};$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### Princípio da sobreposição



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

- Existem dois tipos de carga eléctrica: positiva e negativa
  - Cargas de sinal contrário atraem-se
  - Cargas do mesmo sinal repelem-se
- A carga é conservada
- A carga é quantificada
- A Lei de Coulomb descreve a força electrostática entre cargas eléctricas pontuais em repouso.
- O princípio da sobreposição permite determinar a força eléctrica resultante que actua numa carga devido um sistema de cargas pontuais.

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

# Campo Elétrico

Não se vê!!!!

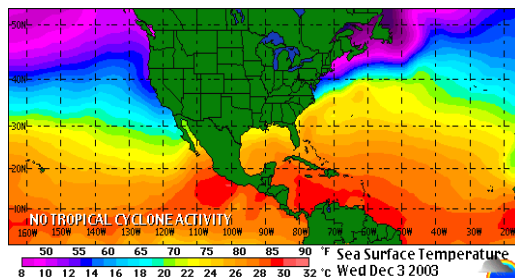
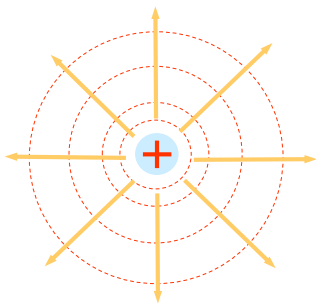
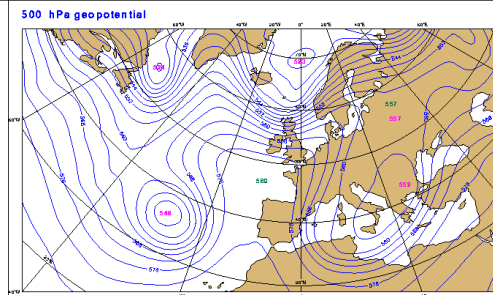
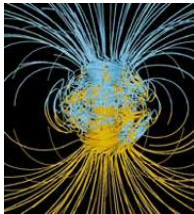
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

## outros campos

De um modo geral pode dizer-se que em Física, **campo** é uma **propriedade física que se estende por uma região do espaço**.

A cada ponto desse espaço corresponde uma grandeza associada à propriedade em causa, que é função da posição e por vezes do tempo.

Se a propriedade física diz respeito a uma grandeza vectorial, o campo é um **campo vectorial** (forças, velocidades, etc). Se a propriedade diz respeito a uma grandeza escalar, o campo é um **campo escalar** (temperatura, pressões, etc)



## Campos eléctricos causados por cargas pontuais

As forças electrostáticas, tal como as gravíticas, são **forças que actuam à distância** (sem que os corpos entrem em contacto). O conceito de acção à distância é fisicamente desconfortável. Porquê?

Com que velocidade se propaga esta interacção?



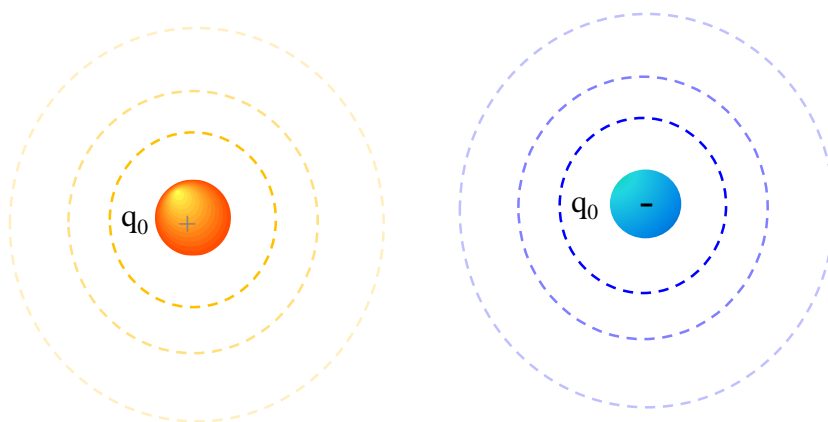
Introdução ao conceito de Campo. Neste caso **Campo Eléctrico**

Cada partícula cria uma perturbação no espaço em seu redor (Campo). Esse campo interactua com outras partículas (nomeadamente através da aplicação duma força).

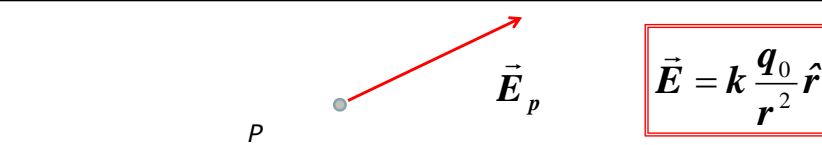
O campo criado por uma partícula propaga-se no vazio com a velocidade  $c$  (velocidade da luz). Se uma carga se move, a força exercida noutra carga situada a uma distância  $r$ , só varia uns instantes mais tarde. Qual tempo que demora a segunda carga a sentir o efeito dessa variação?

$$c = \frac{r}{t} \Rightarrow t = \frac{r}{c}$$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

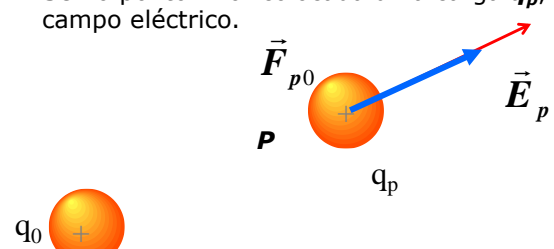


Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico



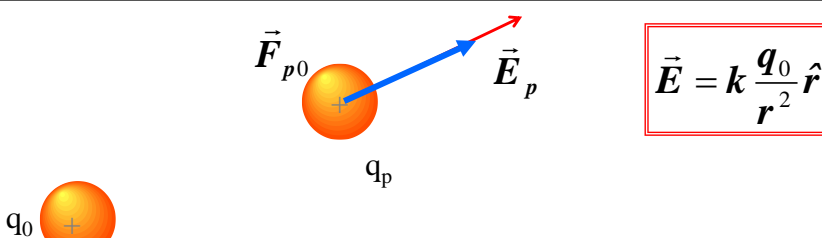
Campo eléctrico criado por  $q_0$  num ponto  $P$  a uma distância  $r$  da carga  $q_0$ .

Se no ponto  $P$  for colocada uma carga  $q_p$ , ela vai sentir o efeito do campo eléctrico.



$$\vec{F}_{p0} = k \frac{q_p q_0}{r^2} \hat{r} = q_p k \frac{q_0}{r^2} \hat{r} = q_p \vec{E}_p \Rightarrow \vec{E}_p = \frac{\vec{F}_{p0}}{q_p}$$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico



O campo eléctrico a uma determinada distância da carga criadora desse campo existe independentemente de haver ou não uma carga de prova nesse ponto.

Se existir uma carga  $q$ , ela sente o efeito do campo.

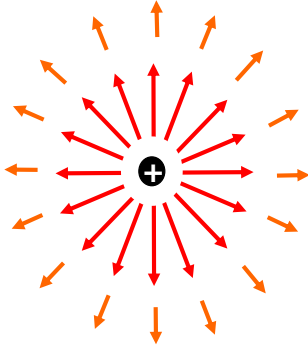
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

**E se  $q_0$  for negativa?**

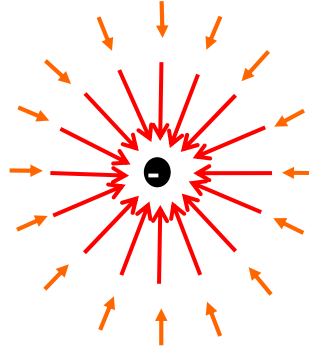
[https://phet.colorado.edu/sims/html/charges-and-fields/latest/charges-and-fields\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/charges-and-fields/latest/charges-and-fields_en.html)

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

Cargas pontuais positivas  
originam campos eléctricos  
radiais centrífugos



Cargas pontuais negativas  
originam campos eléctricos  
radiais centrípetos



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

Podemos olhar para as forças entre cargas de duas formas:

**Carga/carga:**

A carga 1 exerce uma força na carga 2

**Carga/campo/carga:**

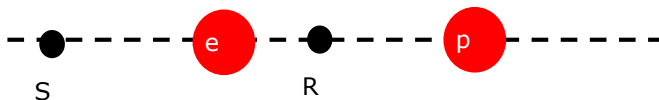
A carga 1 cria um campo eléctrico

O campo eléctrico exerce uma força a carga 2.

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico



### Checkpoint 3



A figura representa um próton (p) e um elétron (e).

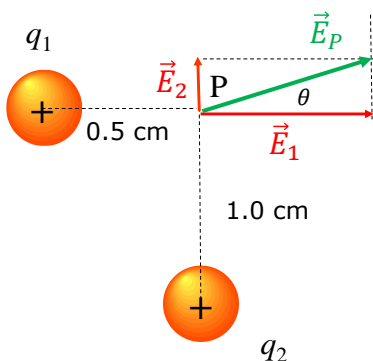
Qual o sentido do campo elétrico no ponto S e no ponto R?

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### Checkpoint 4

Duas esferas carregadas com a mesma carga  $q$  positiva ( $1\mu\text{C}$ ) estão colocadas num mesmo plano, como indicado na figura.

A) Determine o **campo elétrico** no ponto P:



$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{10^{-6}}{(0.5 \times 10^{-2})^2} = 36 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{10^{-6}}{(1.0 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^7 \text{ N/C}$$

Princípio da sobreposição

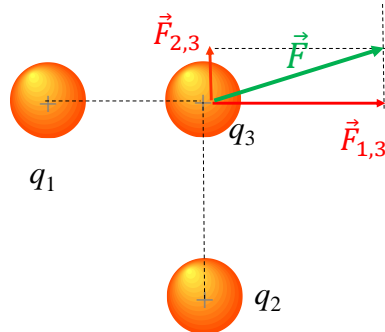
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

$$\vec{E}_p = 36 \times 10^7 \hat{i} + 9 \times 10^7 \hat{j} \text{ N/C}$$

$$E_p = 37.1 \times 10^7 \text{ N/C} \quad \theta = 14^\circ$$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

B) Se no ponto P for colocada uma terceira carga ( $q_3 = 1 \mu\text{C}$ ), calcule a força resultante sobre essa carga devido à presença das outras duas.



$$\vec{F} = \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{2,3} \quad \text{ou} \quad \vec{F} = q_3 \vec{E}_P$$

$$\vec{F} = 10^{-6} \times (36 \times 10^7 \hat{i} + 9 \times 10^7 \hat{j}) \text{ N}$$

$$\vec{F} = 360 \hat{i} + 90 \hat{j} \text{ N}$$

E se a carga colocada em P for negativa?

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

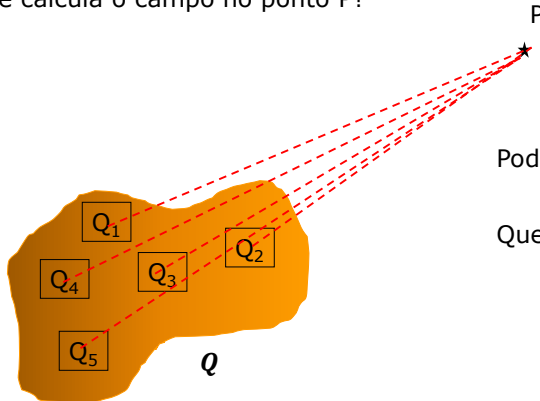
## Campo Elétrico devido a distribuições contínuas de carga

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

Frequentemente a distância entre as cargas é muito menor que a distância do conjunto de cargas ao ponto onde se pretende calcular o campo elétrico. Neste caso pode-se considerar que o conjunto de cargas é uma distribuição contínua de cargas.

**Campo eléctrico criado por uma distribuição contínua de cargas eléctricas.**

Se o corpo representado na figura estiver carregado com carga  $Q$ , como se calcula o campo no ponto P?

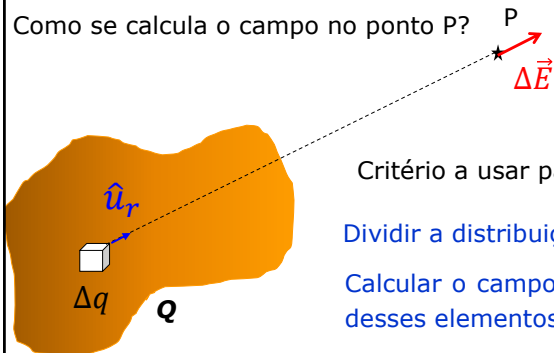


Poderemos usar a lei de Coulomb?

Que distância usar?

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

Como se calcula o campo no ponto P?



Critério a usar para o cálculo de  $\vec{E}$

Dividir a distribuição de carga em elementos  $dq$ .

Calcular o campo eléctrico em P devido a cada um desses elementos.

$$\Delta \vec{E} = k \frac{\Delta q}{r^2} \hat{u}_r$$

Utilizar o princípio da sobreposição:  $\vec{E} = k \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{u}_{ri}$

Mas como a distribuição de carga é contínua:

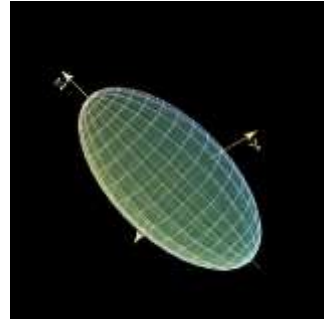
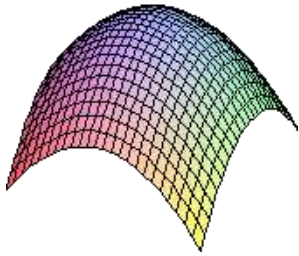
$$\vec{E} = k \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{u}_{ri} = k \int \frac{\Delta q_i}{r^2} \hat{u}_{ri}$$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### Casos particulares de distribuição de cargas:

Se a carga  $Q$  está uniformemente distribuída num volume de **densidade volumétrica de carga**:

$$\rho = \frac{Q}{V} \quad [\text{C/m}^3]$$



Se a carga  $Q$  está uniformemente distribuída numa superfície de **densidade superficial de carga**:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad [\text{C/m}^2]$$

Se a carga  $Q$  está uniformemente distribuída numa fio de **densidade linear de carga**:

$$\lambda = \frac{Q}{l} \quad [\text{C/m}]$$

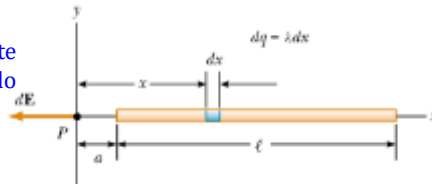


Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### Exemplo 1:

Calcular o campo criado no ponto  $P$ , pela haste carregada positivamente (de um modo uniforme).

A porção da haste  $dx$  de carga  $dq$  origina o campo  $d\vec{E}$  no ponto  $P$



$$d\vec{E} = -k \frac{dq}{x^2} \hat{i} \quad dE = k \frac{dq}{x^2} \Leftrightarrow dE = k \frac{\lambda dx}{x^2} \quad \text{Porque: } \lambda = \frac{Q}{l} = \frac{dq}{dx}$$

Para calcular o campo elétrico  $\vec{E}$  no ponto  $P$  devido a toda a haste

$$E = \int_a^{a+l} k\lambda \frac{dx}{x^2} \quad E = k\lambda \left[ -\frac{1}{x} \right]_a^{a+l} = k\lambda \left[ -\frac{1}{a+l} + \frac{1}{a} \right] = k\lambda \left[ -\frac{(a+l)-a}{a(a+l)} \right]$$

$$E = k \frac{\lambda l}{a(a+l)}$$

$$E = k \frac{Q}{a(a+l)}$$

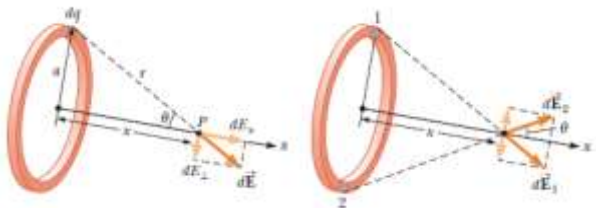
Que acontece quando  $a \gg l$ ?

$$E = k \frac{Q}{a^2}$$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

### Exemplo 2:

Calcular o campo criado no ponto  $P$ , pelo anel carregado positivamente (de um modo uniforme).



$$dE_x = k \frac{dq}{r^2} \cos \theta = k \frac{dq}{a^2 + x^2} \cos \theta \quad \text{mas} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$dE_x = k \frac{dq}{a^2 + x^2} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = k \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dq$$

$$E_x = \int k \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dq = k \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \int dq$$

$$E = k \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} Q$$

Que acontece quando se coloca uma carga elétrica  $-q$  no ponto  $P$ ?

$$F = -k \frac{xQq}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

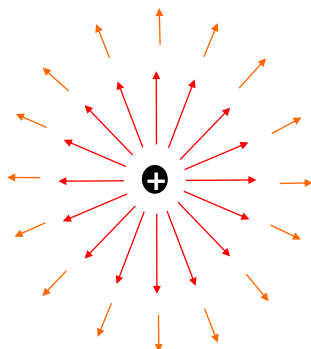
Se  $a \gg x$   $F = -k \frac{xQq}{a^3}$

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

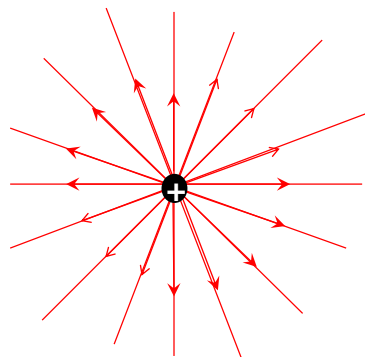
## Linhas de Campo Elétrico

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

## Linhas de campo eléctrico (Cargas pontuais)



Representação através de vetores campo eléctrico

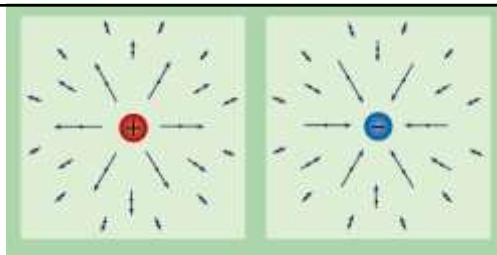


Representação através de linhas de campo eléctrico

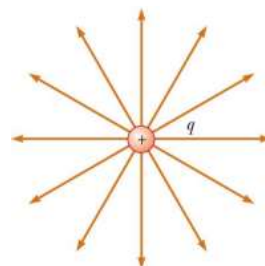
As linhas de campo eléctrico têm o mesmo sentido do campo eléctrico

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

$$\vec{E}_P = k \frac{q_C}{r^2} \hat{r}_P$$

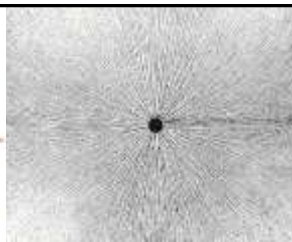
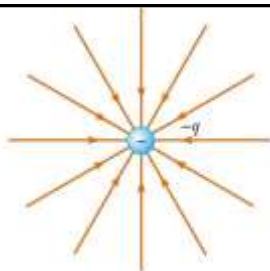


- As linhas de campo eléctrico são uma ajuda para visualizar os padrões de campo eléctrico. Correspondem a linhas tangentes ao campo eléctrico em cada ponto, com o sentido deste.
- As linhas de campo foram introduzidas por Michael Faraday



- Carga pontual positiva isolada
- As linhas irradiam em todas as direcções centrifugamente

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico



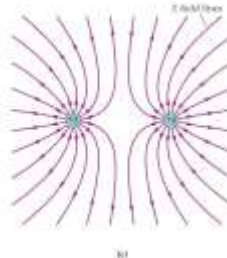
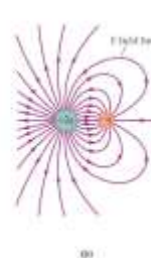
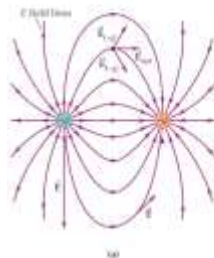
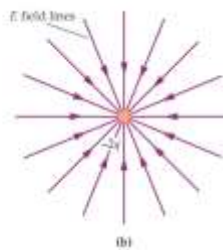
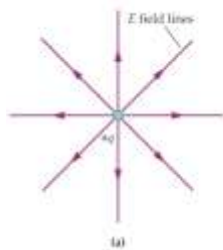
Carga pontual negativa isolada.

As linhas irradiam em todas as direcções centripetamente

Regras para representar linhas de campo eléctrico:

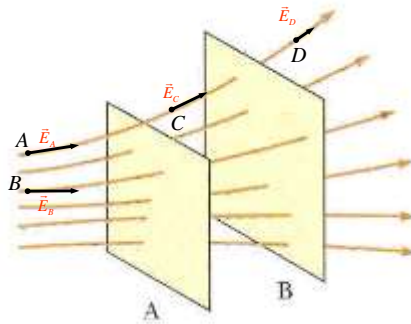
- As linhas de campo eléctrico iniciam-se em cargas positivas (ou no infinito) e acabam nas cargas negativas (ou no infinito).
- Num esquema, o nº de linhas de campo que partem de uma carga positiva ou chegam a uma carga negativa é proporcional ao valor da carga.
- A densidade de linhas de campo num (nº de linhas por unidade de superfície perpendicular às linhas de campo) em qualquer ponto é proporcional à intensidade do campo eléctrico nesse ponto.
- As linhas de campo nunca se cruzam. Isso significaria que nas intersecções ocorreriam 2 diferentes direcções de campo eléctrico.

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

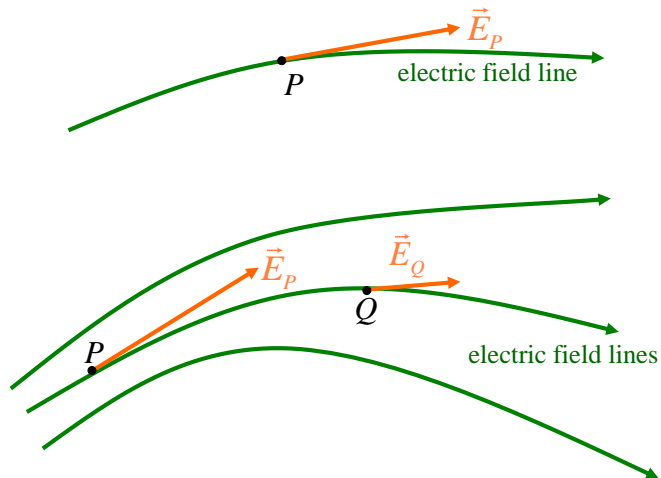


Eletromagnetismo EI  
Cap 1: Campo Eléctrico

O campo numa dada região de espaço pode ser representado por **linhas de campo**.



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

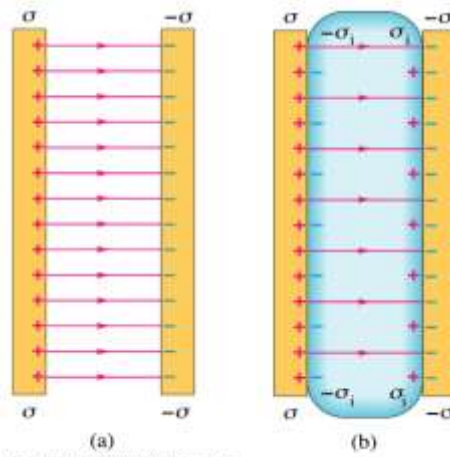
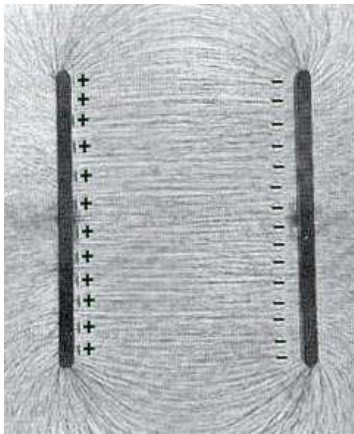


As **linhas de campo** são linhas tangentes ao vector campo em cada um dos seus pontos.

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico



Outros exemplos de linhas de campo eléctrico



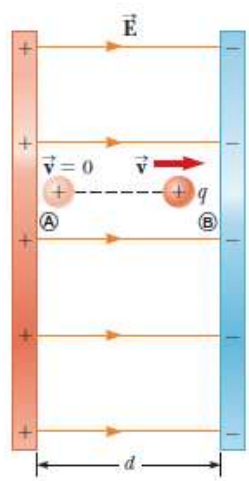
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Linhas de campo eléctrico paralelas, igualmente separadas  $\Rightarrow$  **Campo eléctrico uniforme**

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

## Movimento de cargas pontuais em Campos Eléctricos

Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico



Na figura está representado um campo elétrico uniforme entre duas placas paralelas distanciadas  $d$ . Uma carga positiva  $q$ , de massa  $m$  é largada do repouso em A. Qual o valor da velocidade com que chega a B?

Se o campo elétrico é uniforme, a carga sofre o efeito de uma força constante:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Se a força é constante a carga sofre uma aceleração constante:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad a = \frac{qE}{m}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x_f - x_0) = 0 + 2ad$$

$$v = \sqrt{2ad} = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

ou

$$W = \Delta E_c$$

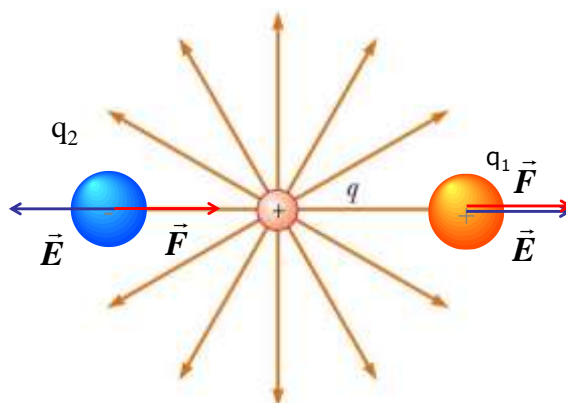
$$\int_A^B F dx = E_{cf} - E_{c0}$$

$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Leftrightarrow qEd = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

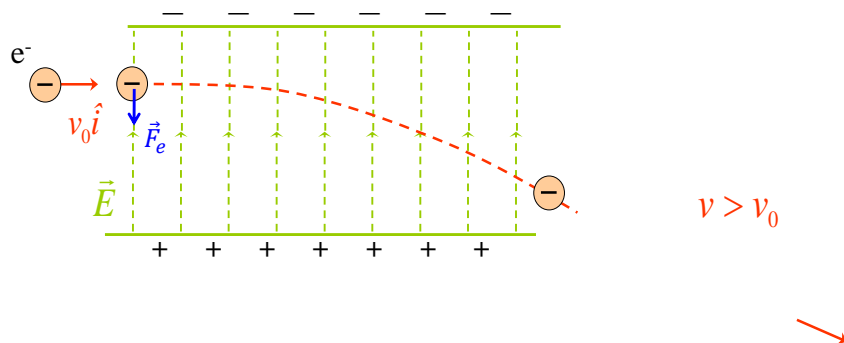
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

O que acontece a cada uma das cargas pontuais situada num determinado ponto dum campo elétrico criado pela carga  $q$ ?



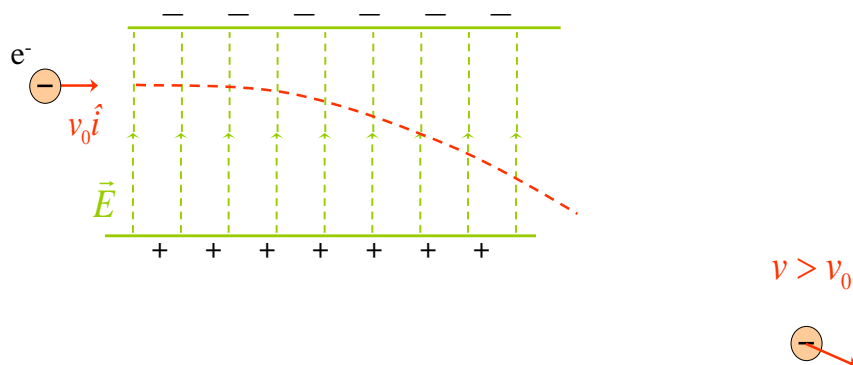
Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Elétrico

## movimento de cargas num campo eléctrico uniforme



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

## movimento de cargas num campo eléctrico uniforme



Eletromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 1: Campo Eléctrico

- A intensidade do campo eléctrico é proporcional à intensidade da força que actua numa carga de teste;
- A direcção e o sentido do campo são os da força eléctrica que actua numa carga de prova positiva.
- As linhas de campo são linhas tangentes ao vector campo em cada ponto e iniciam-se em cargas positivas (ou no infinito) e acabam nas cargas negativas (ou no infinito).
- A densidade de linhas de campo (nº de linhas por unidade de superfície perpendicular às linhas de campo) em qualquer ponto é proporcional à intensidade do campo eléctrico nesse ponto.
- O campo eléctrico devido a uma distribuição continua de carga é determinado tratando os elementos de carga como cargas pontuais e depois fazendo a soma, pelo princípio da sobreposição, utilizando a integração.

$$\vec{E}_Q = \frac{\vec{F}}{q_0}$$