Cap 6: Circuitos

6.1 -Força eletromotriz

6.2 -Fontes de força eletromotriz (reais e ideais)

6.3 -Leis de Kirchhoff's (correntes e d.d.p)

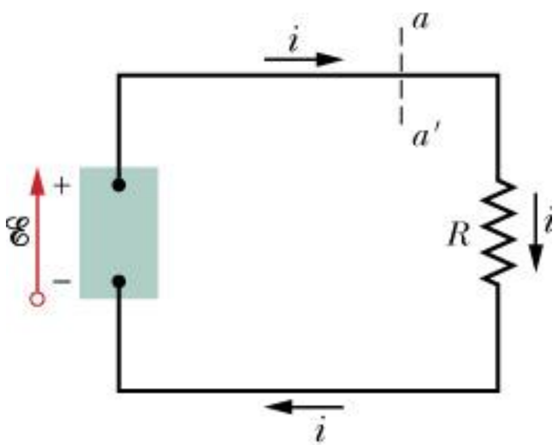
6.4 -Associação de resistencias (série e paralelo)

6.5 - Circuitos RC (carga e descarga de um condensador)

1-Fontes de força electromotriz (emf)

1-1 ?Como criar uma corrente num material/circuito?

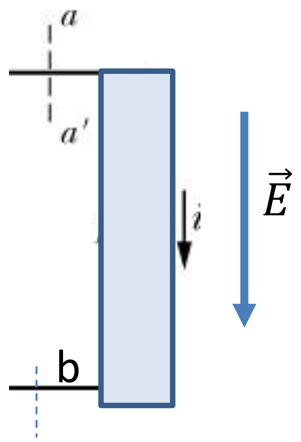
De forma a criar uma corrente num material (por exemplo em R na figura) é necessário criar uma diferença de potencial (d.d.p.) aos seus terminais (ou seja é necessário criar um campo elétrico).



Ligando uma bateria, célula solar, fonte de tensão, …

Os dispositivos capazes de manter uma d.d.p. entre dois terminais denominam-se
Fontes de força electromotriz (emf)

1-2 ?Como manter uma corrente contínua num material/circuito?



Consideremos a figura (representando um material condutor) e por simplicidade consideremos o movimento de cargas positivas (ou seja a moverem-se no sentido da corrente representada).

- **O** sentido da corrente está de *a* para *b*, ou seja: **Va > Vb**
- Haverá movimento de carga de *a* para *b*, ou seja I, enquanto houver cargas no material condutor…ora este número não é infinito e então **passado algum tempo: I=0.**

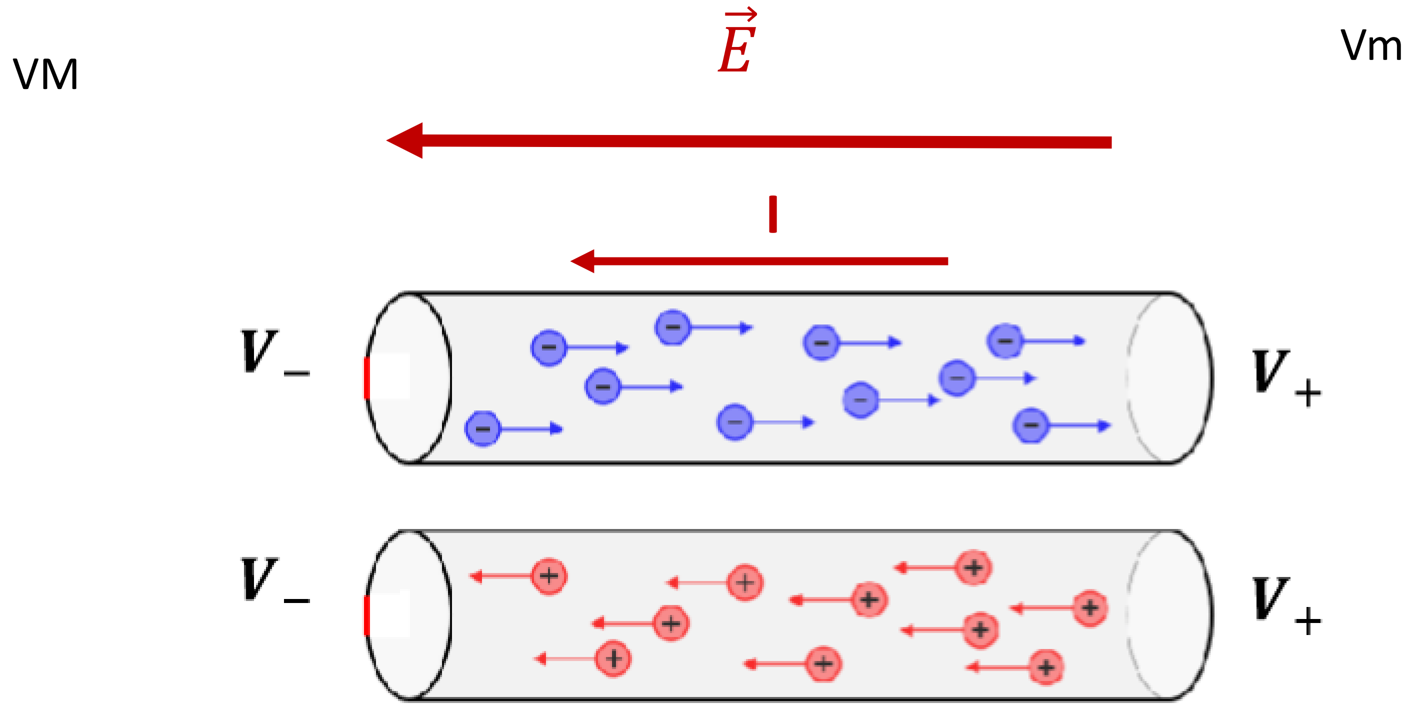
- Para que haja uma corrente continua é necessário que as cargas voltem para a região *a,* ou seja se desloquem de *b* para *a*, ou seja de V menor para V maior !!!!!!

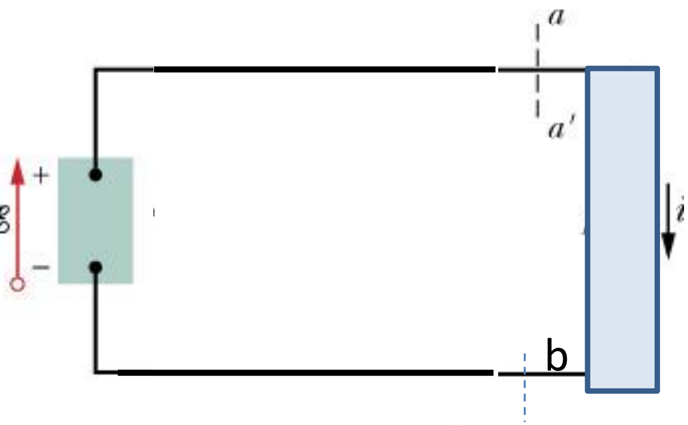
As fontes de f.e.m, além de criarem o campo elétrico para o movimento de carga, ou seja corrente, TAMBÉM garantem uma corrente contínua no circuito pois movem cargas positivas (negativas) de um V menor (maior) para um V maior (menor).

Sabemos que:

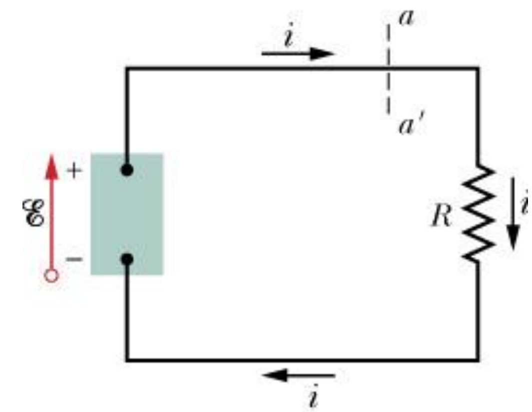
- cargas positivas se deslocam de potenciais maiores para menores (sentido da corrente eletrica) e

-cargas negativas deslocam-se de potenciais menores para maiores.

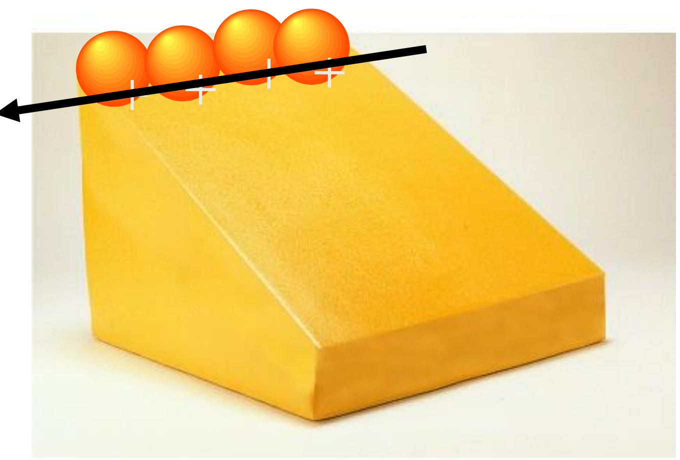




Esse trabalho de deslocar as cargas contra a sua tendência natural é efetuado pela **fonte de força electromotriz (emf)**



Analogia



Pensemos num plano inclinado (E potencial gravítica no topo é diferente da base) e num conjunto de esferas:

- Se largarmos as esferas, elas irão percorrer o plano inclinado terminando na base.

Para que este movimento de esferas seja contínuo temos que

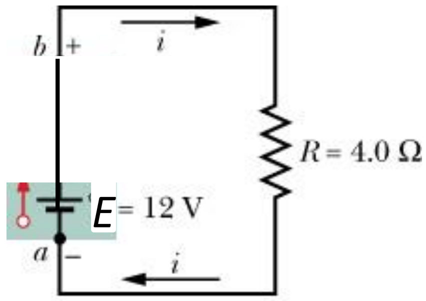
- pegar nas esferas e colocá-las no topo do plano (a sua tendência é cair e não subir), ou seja, transformar energia, por exemplo muscular, em energia potencial gravítica.

No caso de circuitos: Energia potencial gravítica é a energia potencial eletrica (ou Potencial eletrico: $\Delta V = \Delta Epot/q$).
As esferas são as cargas (corrente).

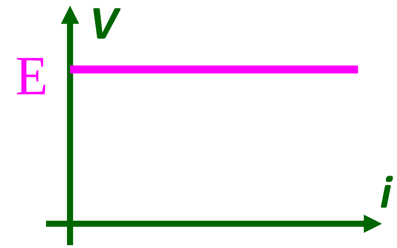
2- Fontes de força eletromotriz: reais e ideais

IDEAL se a d.d.p aos seus terminais (*a* e *b*), não depender da corrente que flui, ou seja:

$V_b - V_a = V_{ab} = E$



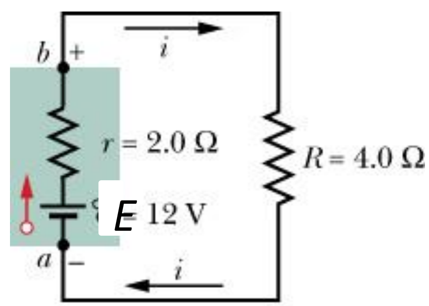
Ideal emf device



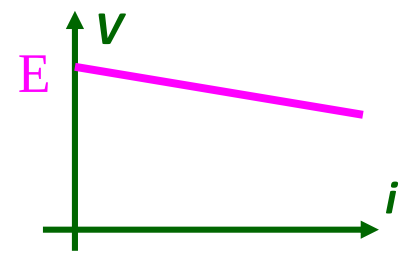
$$\boxed{V = \mathrm{E}}$$

REAL se a d.d.p aos seus terminais (*a* e *b*) depender da corrente que flui (diminuindo), ou seja:

$V_b - V_a = V_{ab} = E - ir$



Real emf device

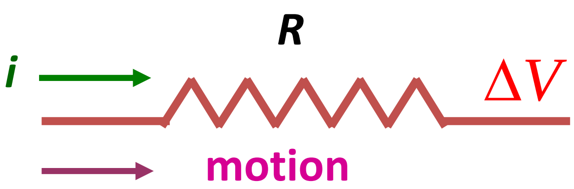


$$\boxed{V = \mathrm{E} - ir}$$

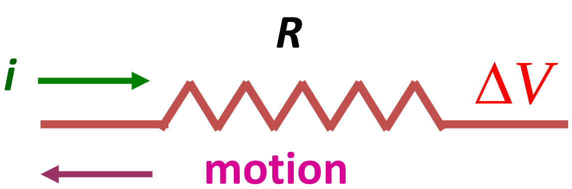
Diferenças de potencial:

valores positivos e negativos

Diferença de potencial para Resistências

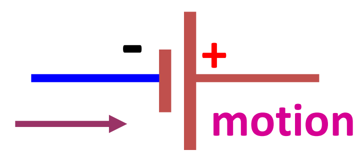


$$\Delta V = -iR = V_R$$

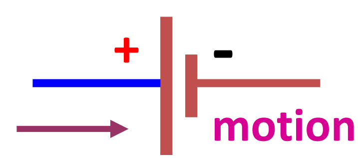


$$\Delta V = +iR = V_R$$

Diferença de potencial para fontes (fem)

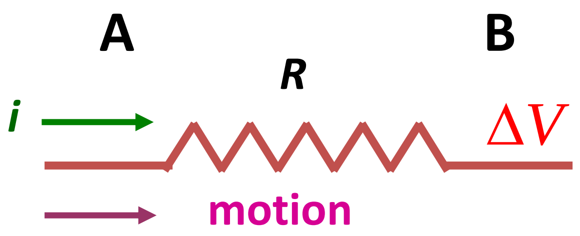


$$\Delta V = +E$$



$$\Delta V = -E$$

PS: Como é que as definições anteriores se comparam com o que já aprendemos???



$\Delta V = -iR$ **= V_R**

Analisando a representação:

i) A corrente está a ir de A para B

ii) As cargas positivas (negativas) estão a ir de A para B (de B para A)

iii) Logo VA>VB

Do que sabemos (em geral)

iV) d.d.p. entre o ponto A e B indo de A para B: $V^{A\text{-}B} = V_B - V_A$

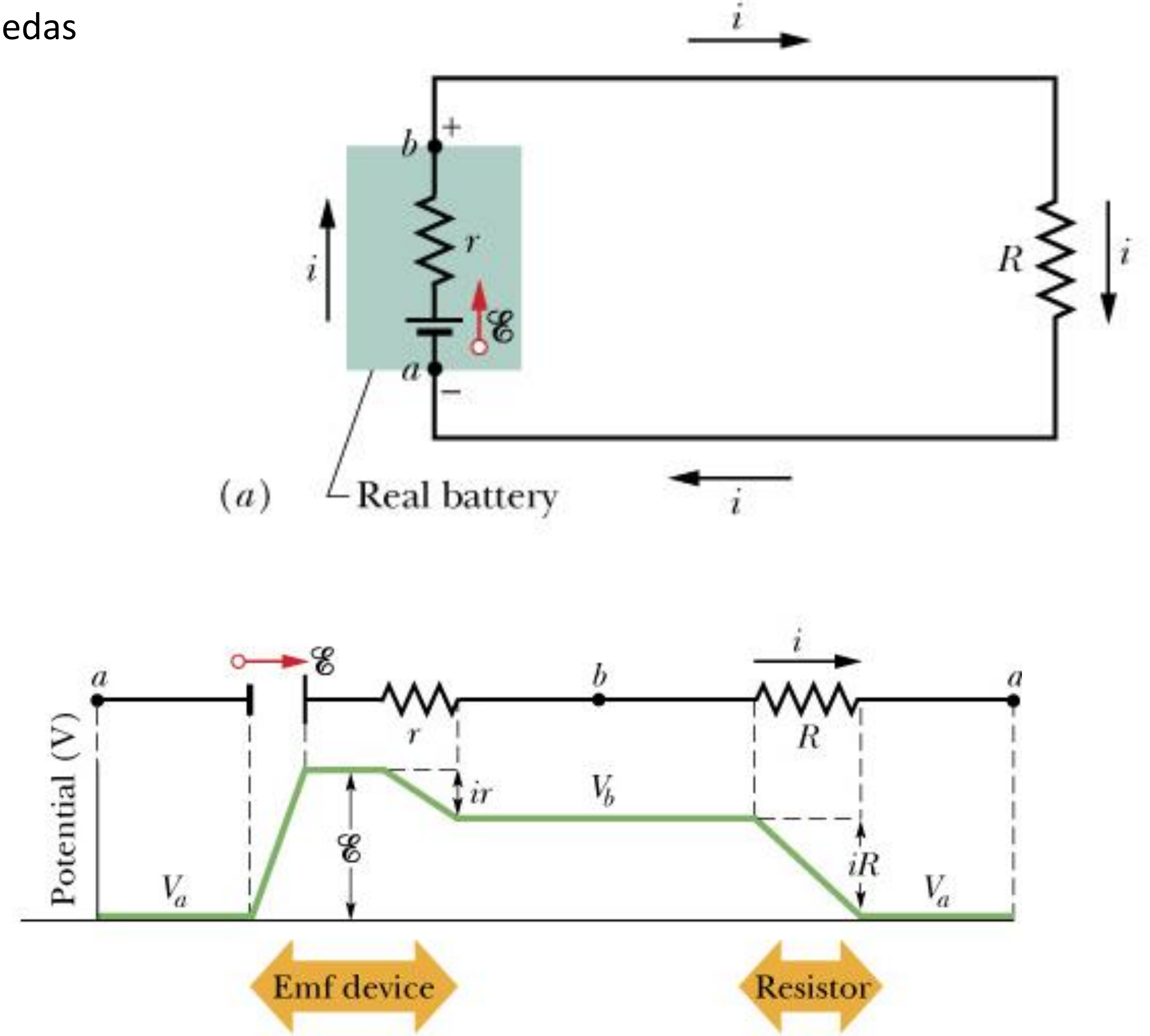
V) d.d.p. aos terminais de uma resistência (Lei de ohm): $V_R = \pm R\, i$

De iii) e iv) conclui-se que $V^{A\text{-}B} = V_B - V_A < 0$

$\boxed{\text{LOGO em v) } V_R = -R\, i}$

OK

Visualização das quedas de potencial:



3 -Leis de Kirchhoff's (correntes e d.d.p)

Lei dos nós (ou nodos)

Conservação de carga

Num nó: $\sum I_{entram} = \sum I_{saem}$

Nó: Qualquer ponto onde haja divisão
ou junção de caminhos

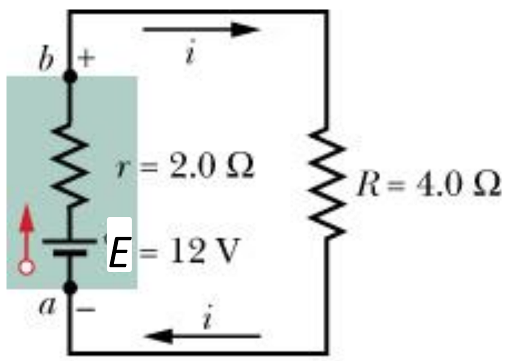
Lei das malhas

Campo elétrico ser conservativo

Numa malha: $\sum V_i = 0$

Malha: Qualquer percurso fechado.

3.1- Lei das malhas- Procedimento geral



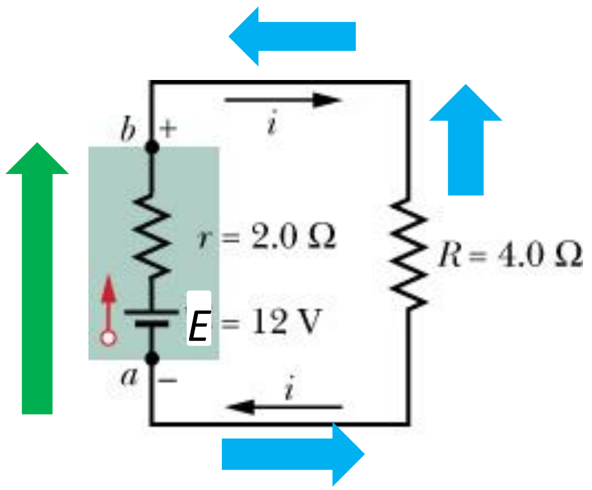
1- Representar o sentido da corrente que passa em cada resistência (um de dois possíveis) e identificar as correntes (I1, I2;…)
2-Identificar a malha (M1: *E,* R e r)
3- Escolher um ponto para iniciar
4- Percorrer a malha no sentido do movimento dos ponteiros do relógio ou no oposto e ir somando todas as d.d.p que apareçam no percurso. No final igualar a zero

1- Está na figura
2-Este circuito só tem uma malha
3-Ponto a
4- $\sum V_i = 0;$ $(+E)+ (-r\ I)+ (-R\ I\ ) = 0$

$$E = (r + R\ )\ I$$

$$I = E/\ (r + R\ ) = 2\ A$$

3.1.1 - Diferença de potencial entre 2 pontos: Outra forma de ver Lei das Malhas



Vb-Va=?

Vb-Va= soma de todas as quedas de potencial ao longo do percurso entre o ponto a e b

Há dois percursos para ir de a para b

Percurso verde: Vb-Va = *E* – r i

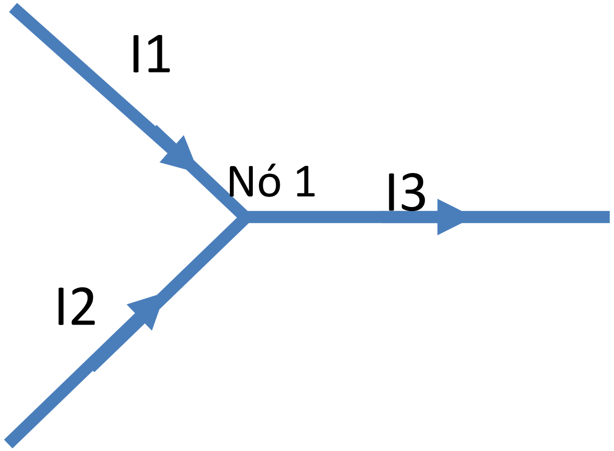
Percurso azul: Vb-Va = R i

***E* – r i = R i**

A mesma equação que no slide anterior

$$\boxed{E - r\,i - R\,i = 0}$$

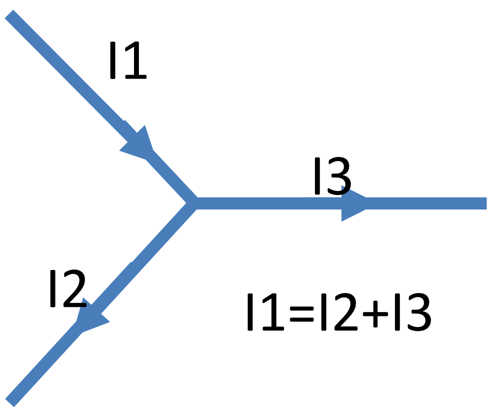
3.2 - Lei dos nós- Procedimento geral



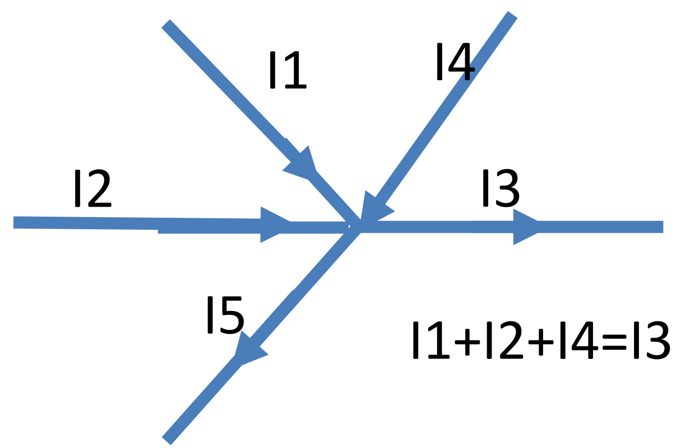
1- Representar o sentido da corrente em cada ramo do nó (um de dois possíveis) e identificar as correntes (I1, I2;…)
2-Identificar o nó (Nó 1,…)

3- Aplicar: $\sum I_{entram} = \sum I_{saem}$

I1+I2=I3



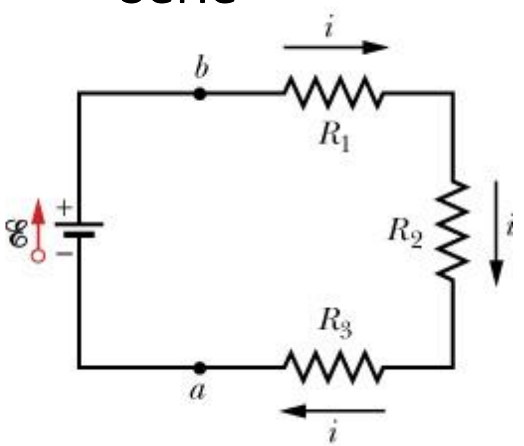
I1=I2+I3



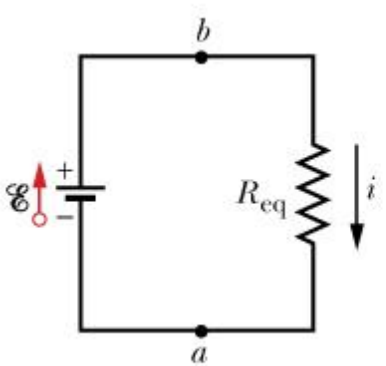
I1+I2+I4=I3+I5

4 –Associação de resistências: Circuitos equivalentes

Série

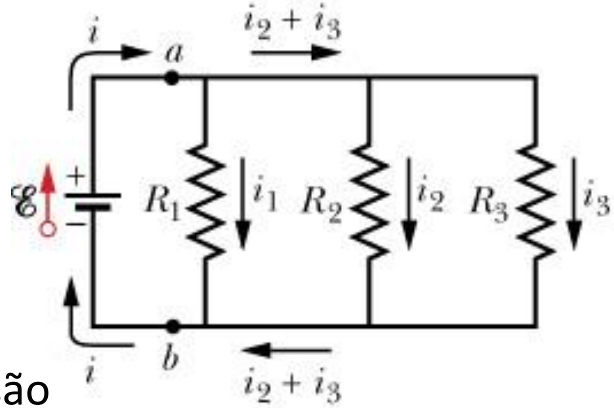


(a)

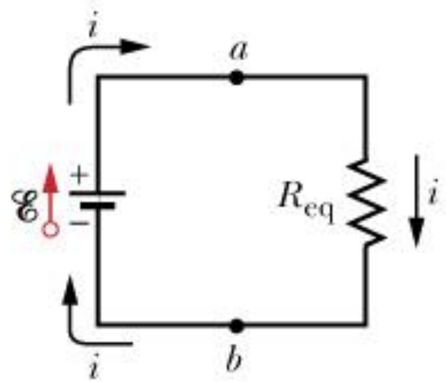


(b)

Paralelo



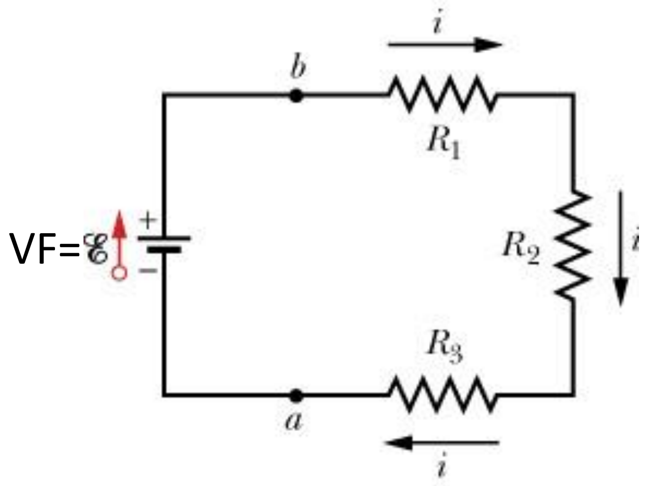
(a)



(b)

São circuitos que são percorridos pela mesma intensidade de corrente para o mesmo valor de fonte de f.e.m.

4.1- Resistências em série – são percorridas pela mesma intensidade de corrente: $I_1=I_2=\ldots=In$



i) O circuito só tem uma malha.

ii) A intensidade de corrente que passa nas resistências é a mesma:

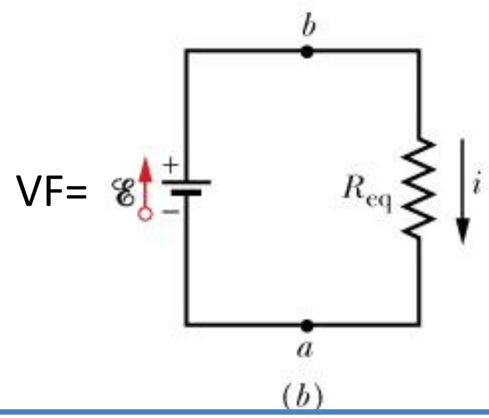
$$I_{R1}= I_{R2}= I_{R3}= I$$

iii) Lei das malhas (começando no ponto *a* e no sentido do movimento dos ponteiros do relógio):

$$V_F + (-R_1\, I) + (-R_2\, I) + (-R_3\, I) = 0$$

$$V_F = (R_1 + R_2 + R_3\,)\, I$$

Lei das malhas neste circuito (equivalente):



$$V_F\ +(- R_{eq}\, I) = 0$$

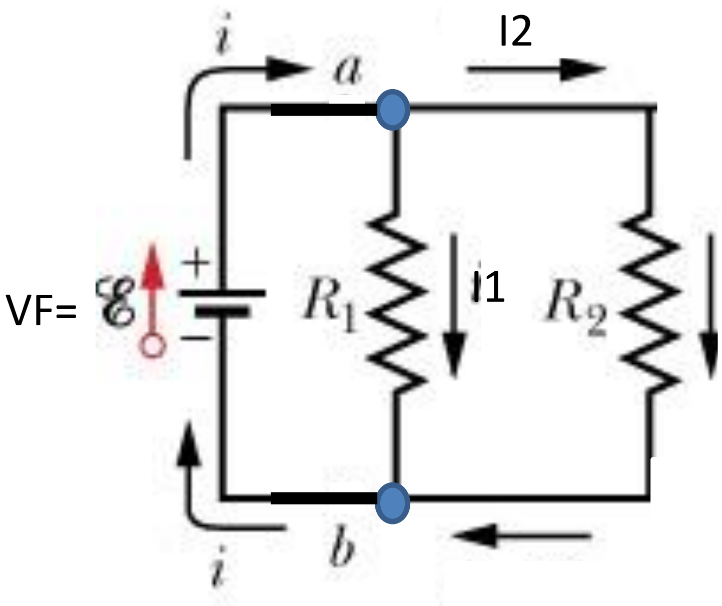
$$V_F\ = R_{eq}\, I$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Generalizando para n Resitências em série:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

4.2- Resistências em paralelo – possuem a mesma diferença de potencial aos seus terminais: $V_{R1}= V_{R2}=\ldots=V_{Rn}$



i) O circuito possui 3 malhas.

ii) O circuito possui 2 nós equivalentes como se vê aplicando a lei dos nós (*a* e *b*).

iii) Lei dos nós

Nó a $\boxed{I = I1+I2}$ *Nó b*: I1+I2= I

iv) Lei das Malhas:

M1 (contém VF e R1); começando no ponto b e no sentido do movimento dos ponteiros do relógio):

$$V_F + (-R_1\, I_1) = 0\ ;\ V_F = R_1\, I_1;\ \boxed{I_1 = {}^{V_F}/_{R_1}}$$

M2 (contém VF e R2); começando no ponto b e no sentido do movimento dos ponteiros do relógio):

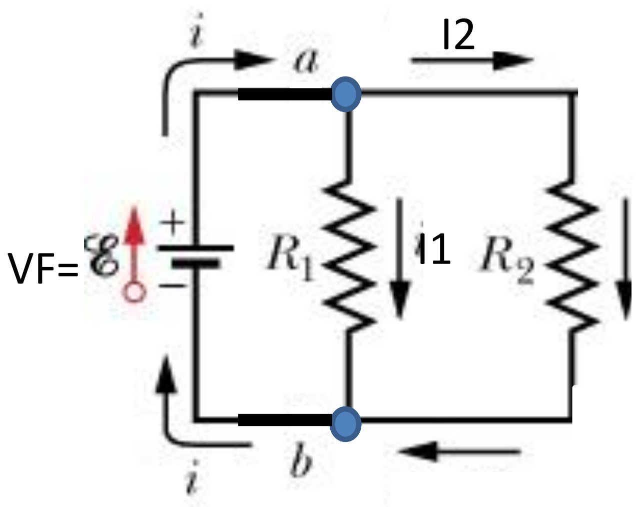
$$V_F + (-R_2\, I_2) = 0\ ;\ V_F = R_2\, I_2;\ \boxed{I_2 = {}^{V_F}/_{R_2}}$$

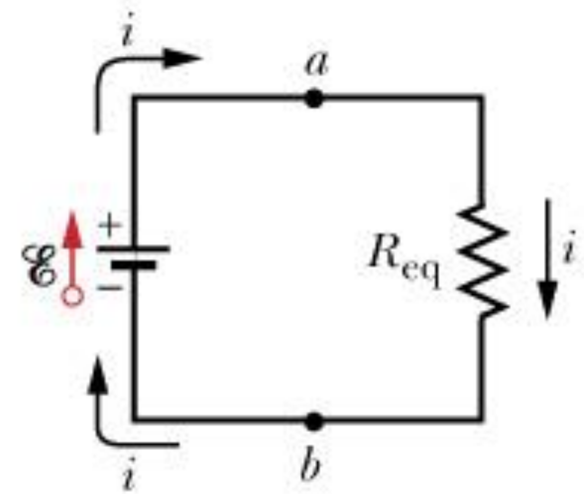
Usando as informações a $\boxed{}$

Vem que:

$$I = {}^{V_F}/_{R_1} + {}^{V_F}/_{R_2}$$

Estes circuitos são equivalentes:





Lei das malhas neste circuito :

$$V_F + (-R_{eq} I) = 0$$

$$V_F = R_{eq} I$$

$$I = {}^{V_F}/_{R_{eq}}$$

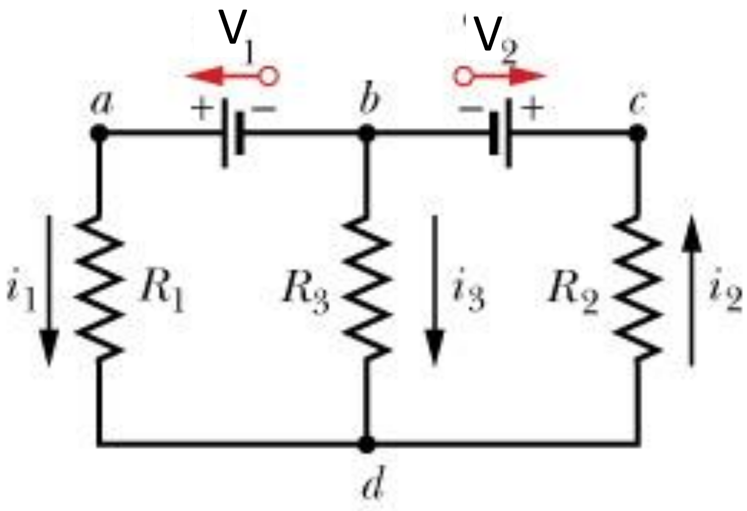
$$I = {}^{V_F}/_{R_1} + {}^{V_F}/_{R_2}$$

$$^{1}/_{R_{eq}} = {}^{1}/_{R_1} + {}^{1}/_{R_2}$$

Generalizando para n Resistências em paralelo:

$$1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n$$

Exemplo 1:



Calcule as intensidades de corrente que passam nas resistências.

R1= 2 Ω
R2= 1 Ω
R3= 2 Ω
V1= 1V
V2= 5V

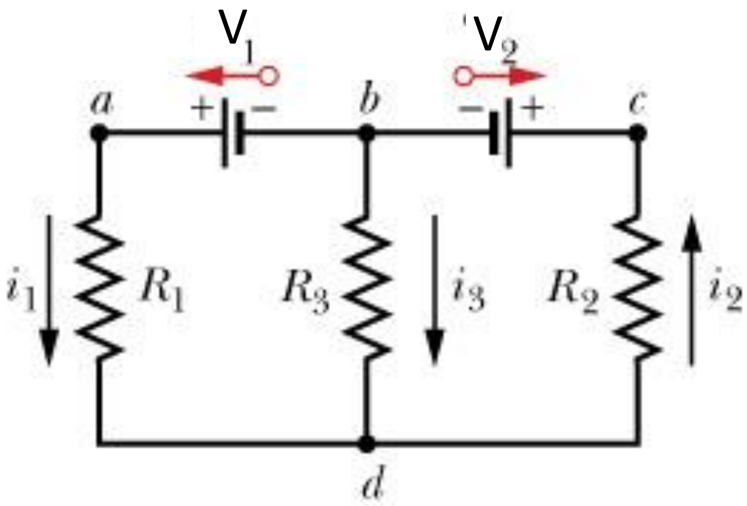
3 incógnitas

3 equações

Quantas malhas?

Quantos nós ?

Exemplo



Lei dos nós

2 nós: *b* e *d*

$I_2=I_3+I_1$ $I_3+I_1=I_2$

Equivalentes

Num nó:

$$\sum I_{entram} = \sum I_{saem}$$

Lei das malhas Numa malha: $\sum V_i = 0$

3 malhas:M1(R1, V1 e R3); M2(V2, R2 e R3); M3(R1, V1, V2 e R2)
Percorrer malhas no sentido dos ponteiros do relógio; começando em d.

M1: $R_1\, i_1 + (-V_1) + (-R_3\, i_3) = 0$

M2: $R_3\, i_3 + V_2 + R_2\, i_2 = 0$

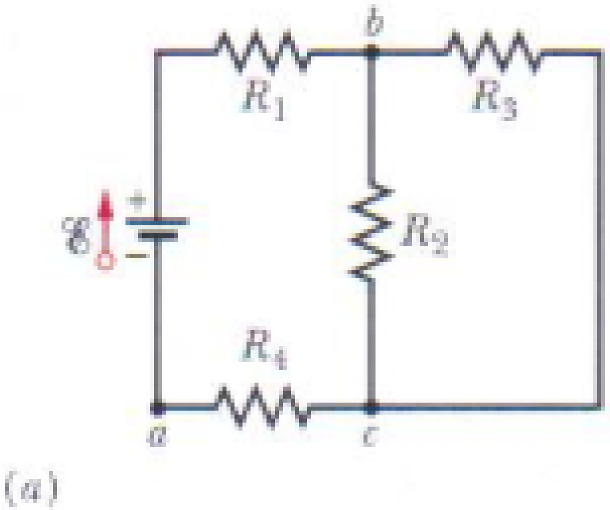
M3: $R_1\, i_1 + (-V_1) + V_2 + R_2\, i_2 = 0$

Temos 4 equações.
Só necessitamos de 3.
Uma delas terá que ser referente à lei dos nós

$$\begin{cases} I_2=I_4+I_1 \\ R_1\ i_1+(-V_1)+(-R_3\ i_3)=0 \\ R_3\ i_3+V_2+R_2\ i_2=0 \end{cases}$$

....

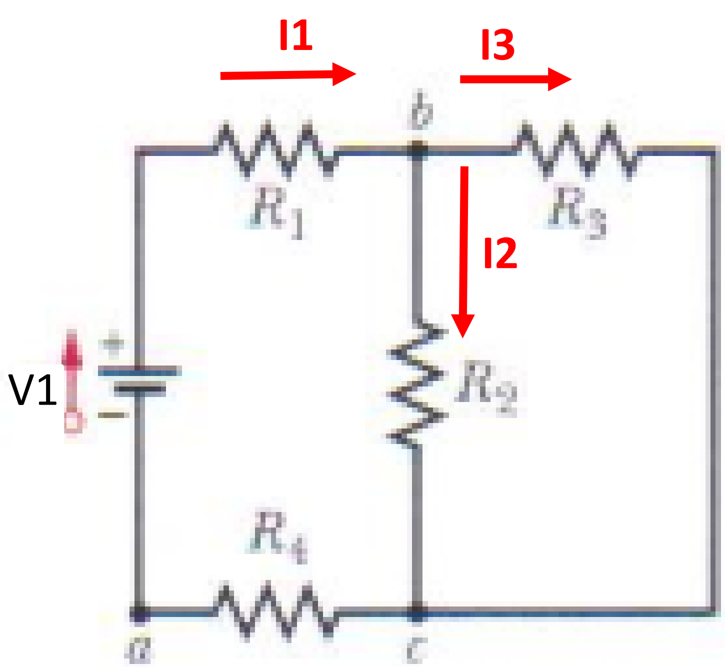
Exemplo2: Calcule a corrente que passa em cada resistência



R1 =20 Ω
R2 =20 Ω
R3 =30 Ω
R4 =8 Ω
V1= 12V

I- **4 Resistências, MAS unicamente 3 incógnitas** ⇒ 3 equações

II- Identificar e representar as correntes no circuito

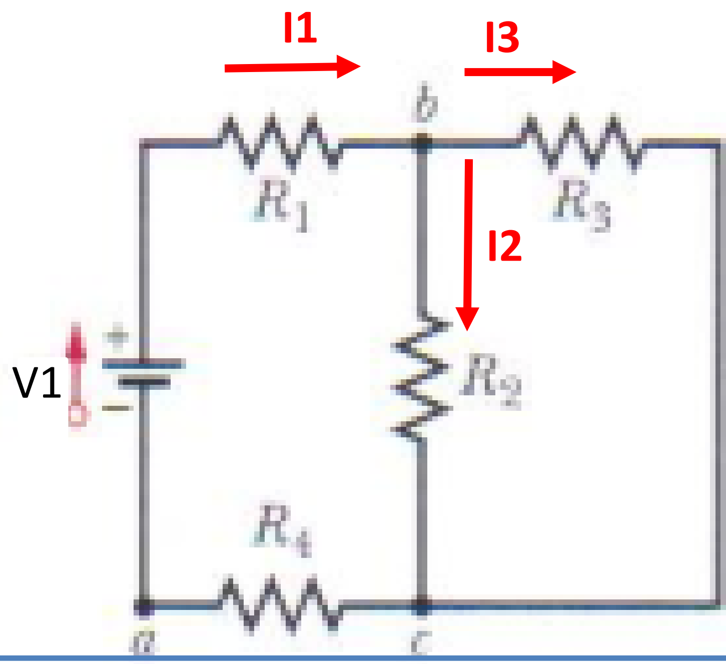


III- Lei dos nós + identificação de correntes e sentidos

2 nós: *b* e *c*

$I_1=I_2+I_3$ $I_3+I_2=I_1$

Equivalentes



IV- Lei das malhas

- 3 malhas:

M1 (R1, R2, V1 e R4);
M2 (R2 e R3);
M3 (R1, V1, R3 e R4)

- Percorrer malhas no sentido dos ponteiros do relógio; começando em c.

M1: $-R_4 I_1 + V_1 + (-R_1 I_1) + (-R_2 I_2) = 0$

M2: $\mathbf{R_2 I_2 + (-R_3 I_3) = 0}$

M3: $-R_4 I_1 + V_1 + (-R_1 I_1) + (-R_3 I_3) = 0$

Temos 4 equações.
Só necessitamos de 3.
Uma delas terá que ser referente à lei dos nós

$$\begin{cases} I_1=I_2+I_3 \\ R_2\ I_2 + (-R_3\ I_3\ ) = 0 \\ -R_4\ I_1+ V_1+ (-R_1\ I_1) +(-R_2\ I_2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1=I_2+I_3 \\ R_2\ I_2 = R_3\ I_3 \\ V_1- R_2\ I_2 = (R_4 +R_1)\ I_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1=I_2+I_3 \\ 20\ I_2 = 30\ I_3 \\ 12- 20\ I_2 = 28\ I_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1=I_2+I_3 \\ \boldsymbol{I_3 = (2/3)\ I_2} \\ 12- 20\ I_2 = 28\ I_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{I_1= (5/3)I_2} \\ I_3 = (2/3)\ I_2 \\ 12 = 20\ I_2 + 28\ I_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{I_1 = (5/3) I_2} \\ I_3 = (2/3)\, I_2 \\ 12 = 20\, I_2 + 28\, I_1 \end{cases}$$

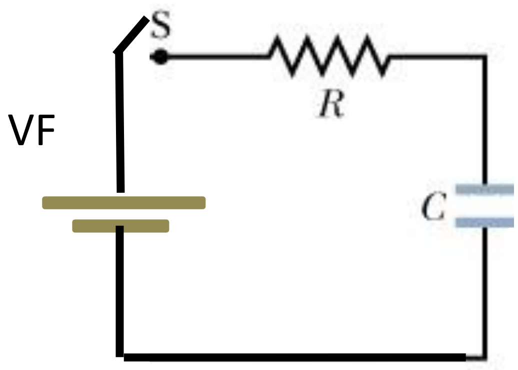
$$\begin{cases} I_1 = (5/3) I_2 \\ I_3 = (2/3)\, I_2 \\ 12 = 20\, I_2 + 28\, (\boldsymbol{(5/3) I_2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = (5/3) I_2 \\ I_3 = (2/3)\, I_2 \\ 12 = 20\, I_2 + 28\, (\boldsymbol{(5/3) I_2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = 0.3 \text{ A} \\ I_3 = 0.12 \text{ A} \\ I_2 = 0.18 \text{ A} \end{cases}$$

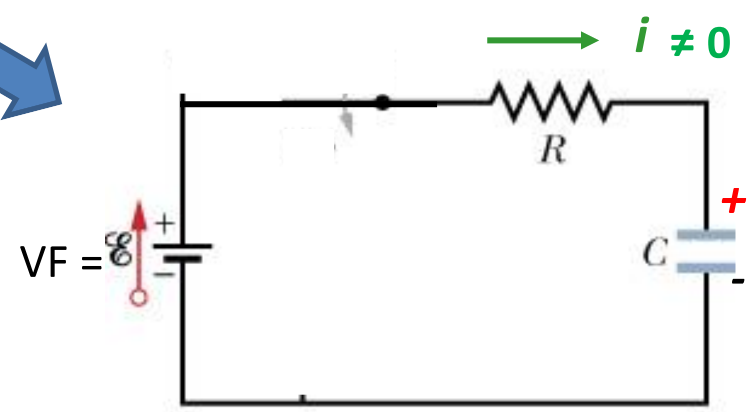
5 – Circuitos RC

5.1 -Carga de um condensador



Condensador inicialmente descarregado; $V_C = Q/C = 0$

Fechando S: circuito fechado; I ≠0, logo C carrega



<u>Com o tempo:</u>

i) Vc (= Q(t)/C)vai aumentando

ii) V_F é constante, R é constante

ENTÃO

iii) I tem que diminuir como tempo

Lei das malhas:

$V_F + (-R\ I) + (-V_C) = 0$

$$\mathbf{V_F = R\ \underset{\swarrow}{I} + \underset{\nearrow}{Vc}}$$

Lei das malhas:

$V_F + (-R\,I) + (-V_C) = 0$

$V_F = R\,I\,(t) + Vc\,(t)$

No instante t=0:

$V_F = R\,I + 0$

$V_F = R\,I$

$I = I_{máx} = V_F/R$

t=0

$V_C = 0$

$V_C = \frac{Q}{C}$

$Q = 0$

$I_{máx} = V_F/R$

Lei das malhas:

$$V_F+(-R\ I)+(-V_C)=0$$

$$V_F = R\ I\ (t)+Vc\ (t)$$

$t = tf$

Após condensador carregado ($t=tf$):

$$V_C = V_{C\ Max}$$
$$V_C = Q_{Max}/C$$

$$V_C = V_F$$

$t=tf$

$$V_C = V_{C\ Max} = V_F$$

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

$$Q = Q_{Max} = V_F\ C$$

$$I = 0$$

Lei das malhas:

$V_F = R\, I\,(t) + V_C\,(t)$

$V_C = \frac{Q}{C}$

0< t< tf

$V_F = R\, I\,(t) + \frac{Q(t)}{C}$ e $I = \frac{dq}{dt}$

$V_F = R\,\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$

Eq diferencial……Integrando

$Q(t) = C\, V_F\,(1 - e^{-t/\tau})$

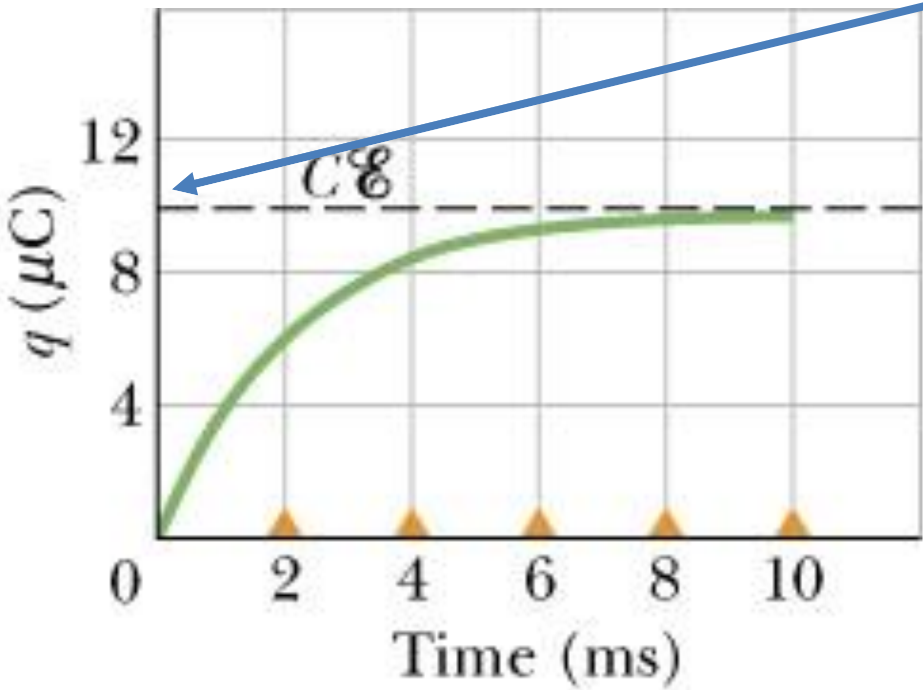
$\tau = RC$

τ (s): constante de tempo do circuito.

- Corresponde ao tempo necessário para o condensador atingir o valor de 1/e (63%) da carga total.
- Redra geral o condensador está carregado apos t=(5τ) (99.3%)

e= base do logaritmo neperiano (2,7182818...).

0< t< tf



$$Q(t) = C\,V_F\,(1-e^{-t/\tau})$$

Qmáx
(t=tf)

RC=τ

Será que esta equação é verdadeira para t=0 e t=tf?
Qual o valor para t=τ?

$$Q(t) = C\,V_F\,(1-e^{-t/\tau})$$

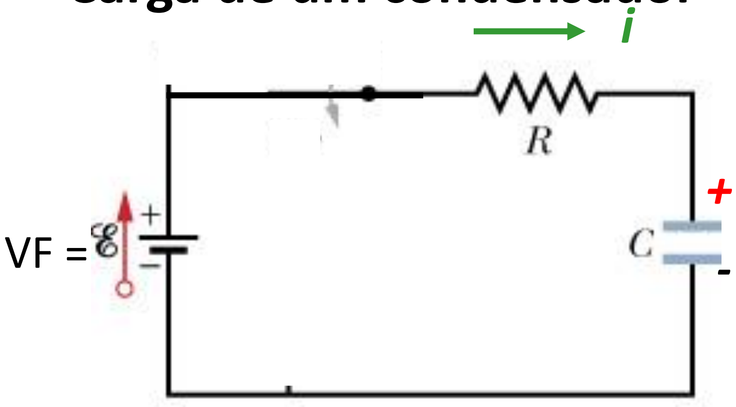
$$V_C = Q/C$$

$$Q(t=0) = C\,V_F\,(1-e^{-0/\tau})$$
$$Q(t=0) = C\,V_F\,(1-1)$$
$$Q(t=0) = 0$$

$$Q(t=\infty) = C\,V_F\,(1-e^{-\infty/\tau})$$
$$Q(t=\infty) = C\,V_F\,(1-0)$$
$$Q(t=\infty) = C\,V_F$$

$$Q(t=\tau) = C\,V_F\,(1-e^{-\tau/\tau})$$
$$Q(t=\tau) = C\,V_F\,(1-0.37)$$
$$Q(t=\tau) = 0.63\,C\,V_F$$

Carga de um condensador



$$Q(t) = C\,V_F\,(1-e^{-t/\tau})$$

$V_C = \frac{Q}{C}$

$I = \frac{dq}{dt}$

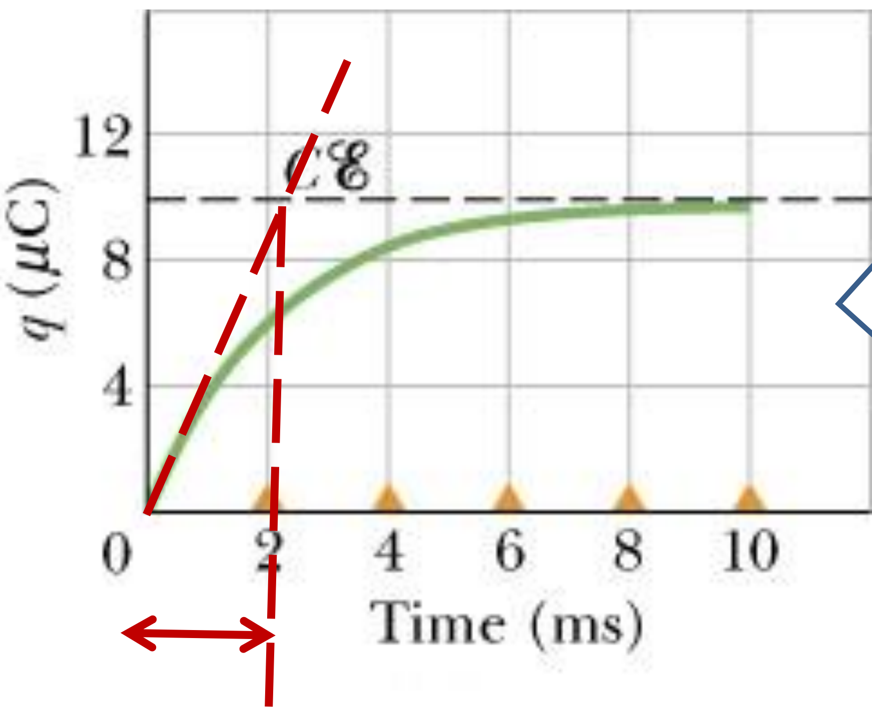
$$V_C(t) = \frac{Q\,(t)}{C} = \frac{1}{C}\,C\,V_F\,(1-e^{-t/\tau})$$

$$V_C(t) = V_F\,(1-e^{-t/\tau})$$

$$I\,(t) = \frac{d(C\,VF\,(1-e^{-t/\tau})}{dt} = \frac{C\,VF}{RC}\;e^{-t/\tau}$$

$$I(t) = \frac{V_F}{R}\;e^{-t/\tau}$$

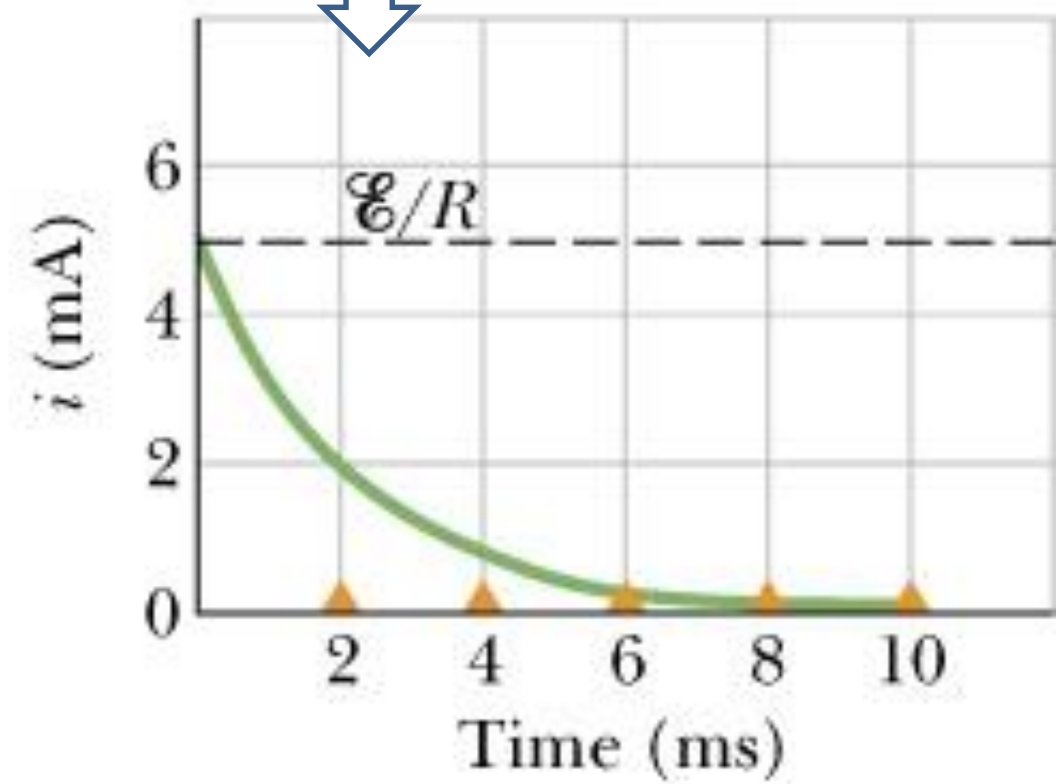
Lei das malhas:
$V_F = R\,I\,(t) + V_C\,(t)$



τ=RC

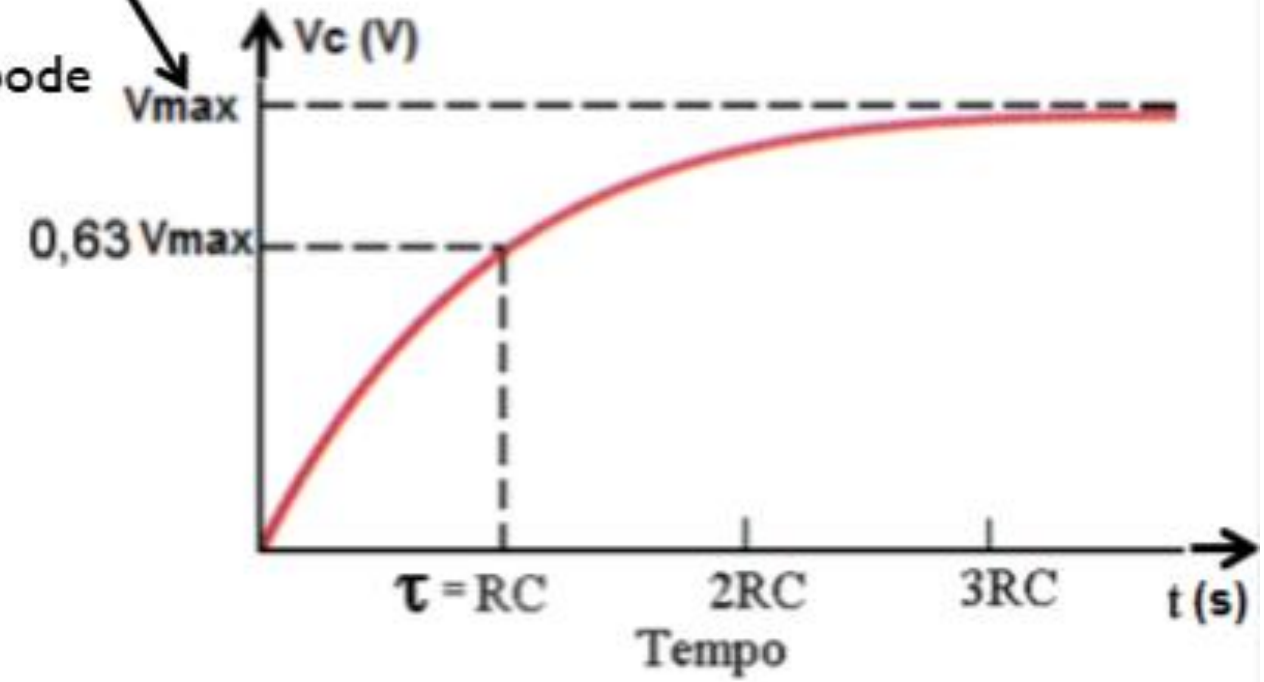
$Q(t) = C\,V_F\,(1-e^{-t/\tau})$

$I(t) = (V_F/R)\,(e^{-t/\tau})$



$$V_C(t) = V_F\,(1-e^{-t/\tau})$$

Máxima tensão que o condensador pode alcançar.

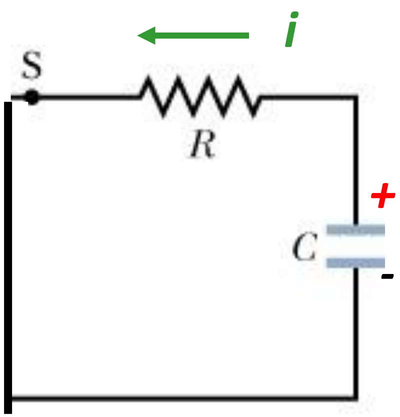


τ : constante de tempo = RC

Na carga:

Valor de 1τ = 63,2% do Vmax do condensador

5.2 – Descarga de um condensador



Condensador carregado; $V_C = \frac{Q_{Max}}{C} = V_{CMáx}$

Lei das malhas:

$RI - V_C = 0$

$V_C = R\,I$

R é Cte

$V_C(t) = Q(t)/C$

Logo I (t)

t=0

t=tf

0< t< tf

No instante t=0 $V_C = V_{CMáx} = V_F$:

$R\,I = V_{CMáx}$; $R\,I = V_F$

$I = I_{máx} = V_F/R$

0 < t < tf

$R\,I(t) = V_C(t)$

$R\frac{dq}{dt} = \frac{Q}{C}$

....

$Q(t) = C\,V_F\,(e^{-t/RC})$; $RC = \tau$

Após condensador descarregado (**t=tf**):

$V_C = 0$ logo $I = 0$

Será que esta equação é verdadeira para t=0 e t=tf?
Qual o valor para t=τ?

$$\boxed{Q(t) = C\, V_F\, (e^{-t/\tau})}$$

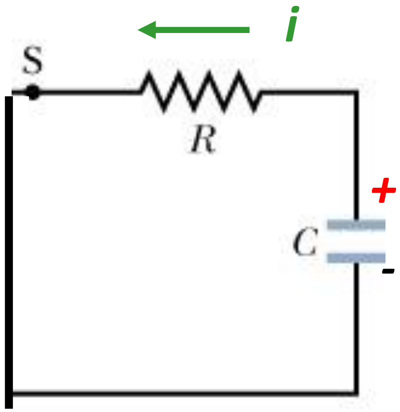
$$V_C = Q/C$$

$$Q(t=0) = C\, V_F\, (e^{-0/\tau})$$
$$Q(t=0) = C\, V_F\, (1)$$
$$Q(t=0) = C\, V_F = V_{Max}$$

$$Q(t=\infty) = C\, V_F\, (e^{-\infty/\tau})$$
$$Q(t=\infty) = C\, V_F\, (0)$$
$$Q(t=\infty) = 0$$
(descarregado)

$$Q(t=\tau) = C\, V_F\, (e^{-\tau/\tau})$$
$$Q(t=\tau) = C\, V_F\, (0.37)$$
$$Q(t=\tau) = 0.37\, C\, V_F$$

Descarga de um condensador



$$Q(t) = C\,V_F\,(e^{-t/\tau})$$

$V_C = \frac{Q}{C}$

$$V_C(t) = \frac{Q\,(t)}{C} = \frac{1}{C}\,C\,V_F\,(e^{-t/\tau})$$

$$\mathbf{V_C(t) = V_F\,(e^{-t/\tau})}$$

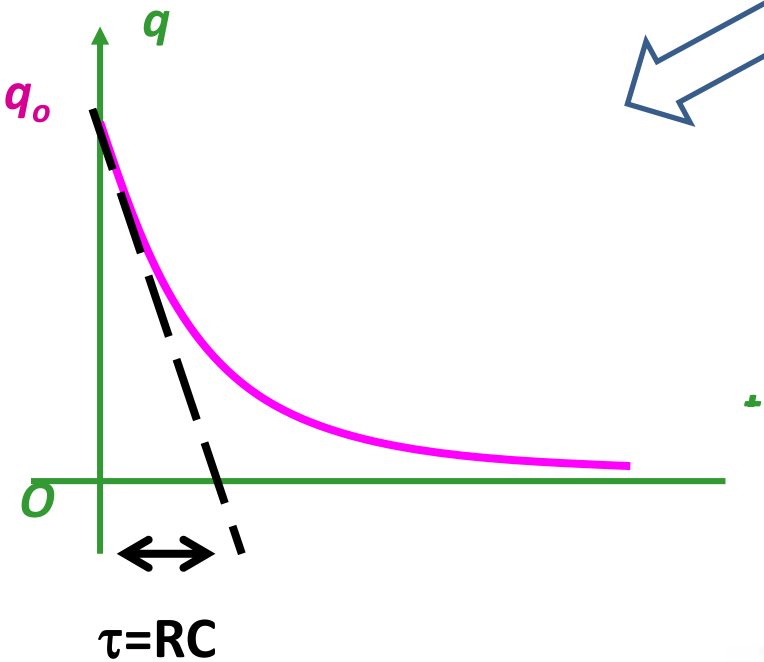
$I = \frac{dq}{dt}$

$$I\,(t) = \frac{d(C\,VF\,(e^{-t/\tau})}{dt} = \frac{C\,VF}{RC}\,e^{-t/\tau}$$

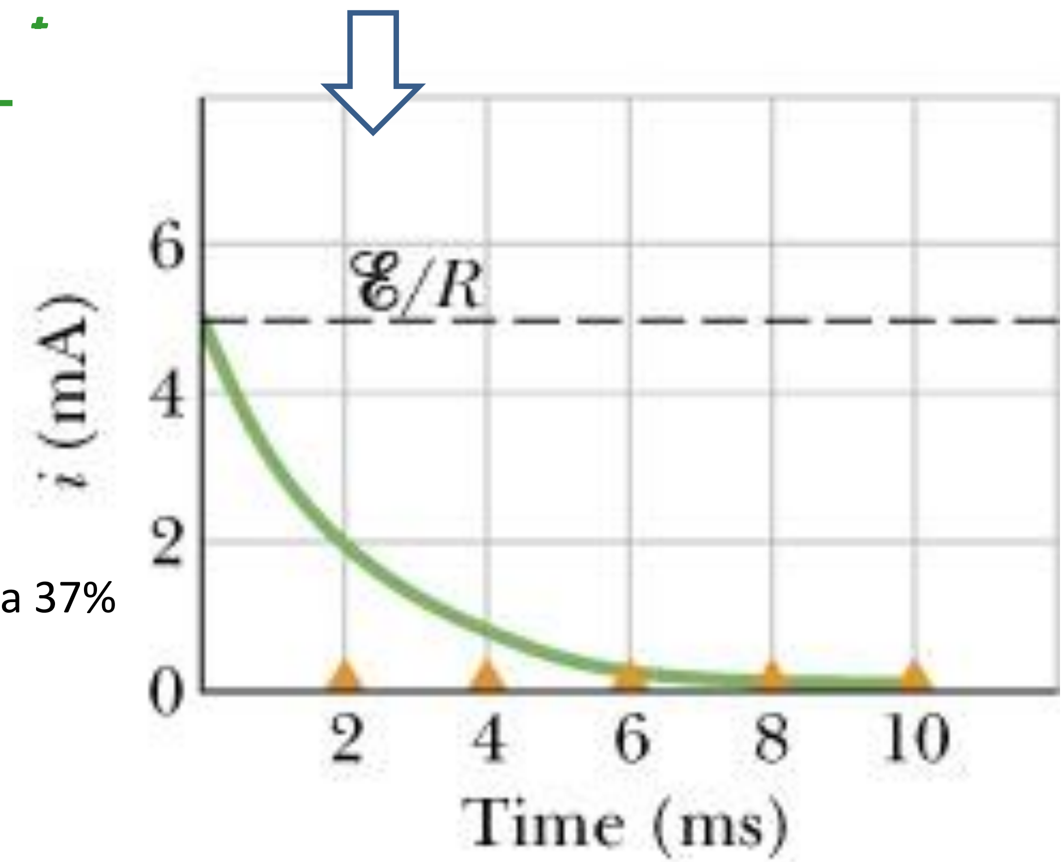
$$\mathbf{I(t) = \frac{V_F}{R}\,e^{-t/\tau}}$$

Igual à obtida para a carga

$$Q(t) = C\,V_F\,(e^{-t/\tau})$$

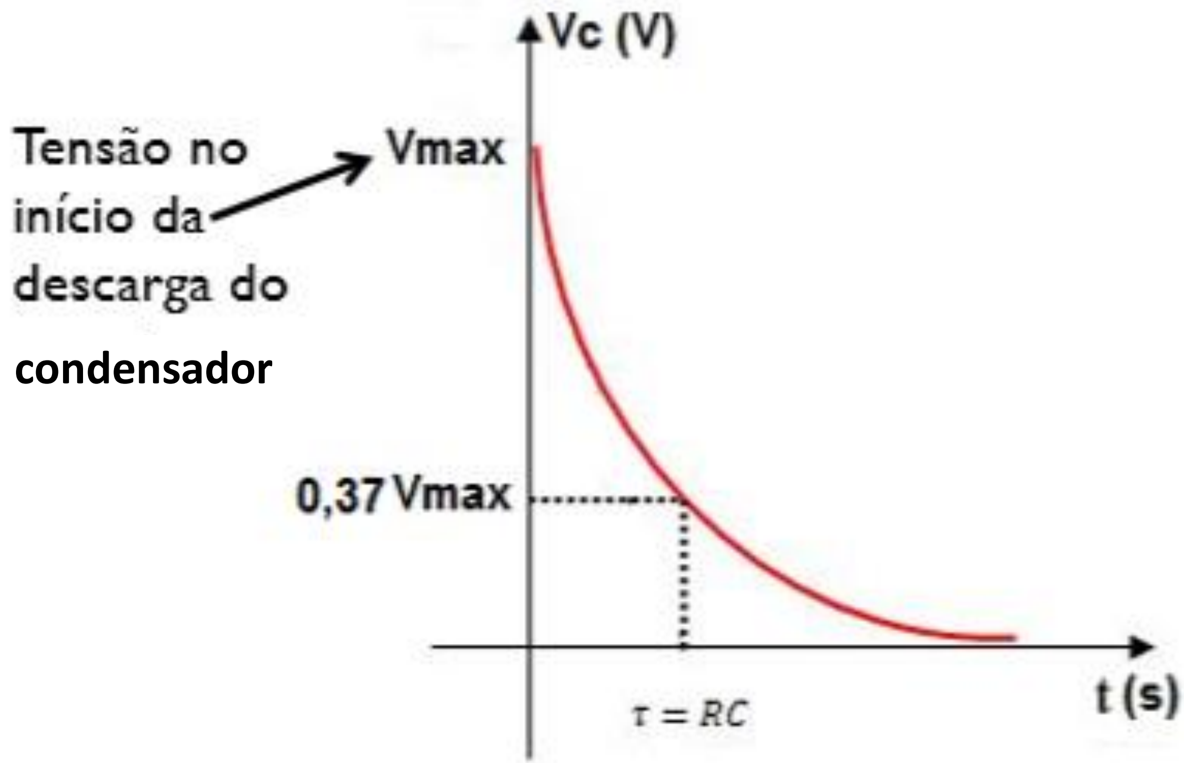


$$I(t) = (V_F/R)(e^{-t/\tau})$$



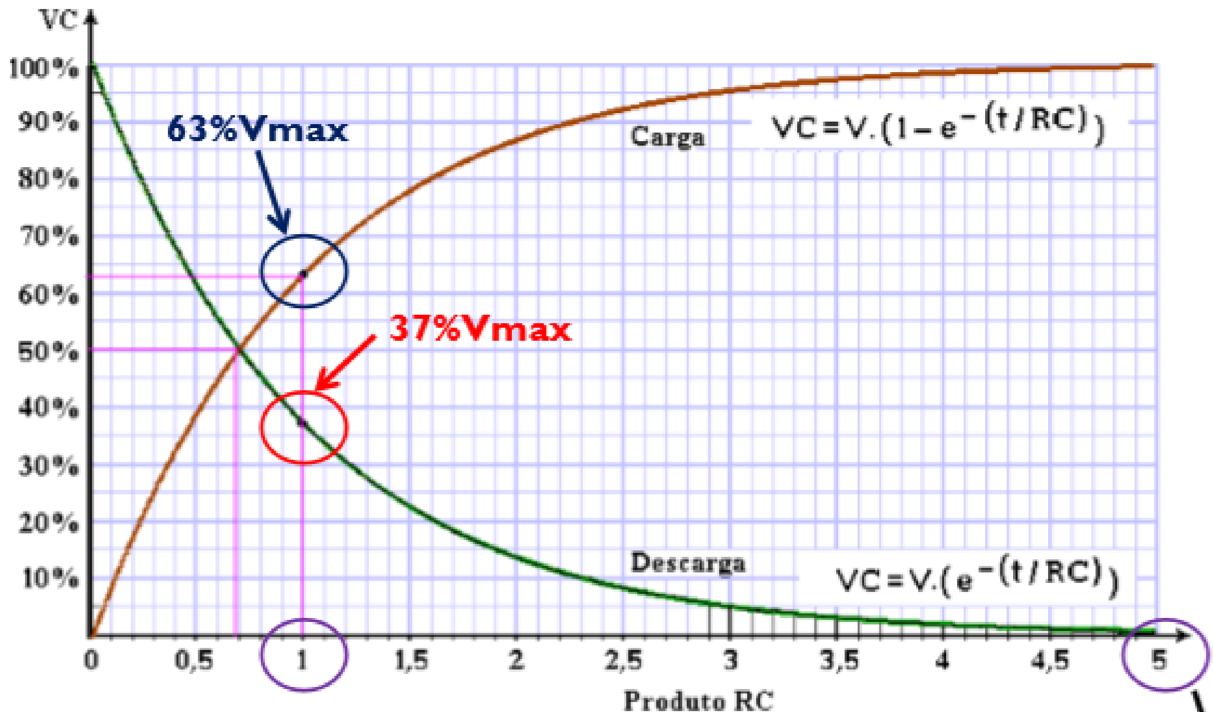
τ (s): Corresponde ao tempo reduzir para 37% do valor inicial de carga total.

$$V_C(t) = V_F\,(e^{-t/\tau})$$



Descarga:
Valor de 1τ = 37% do Vmax do condensador

Carga e Descarga de um capacitor



CARGA

$$V_C = \mathbf{V_F} \left(1 - e^{-\left(t/RC\right)}\right)$$

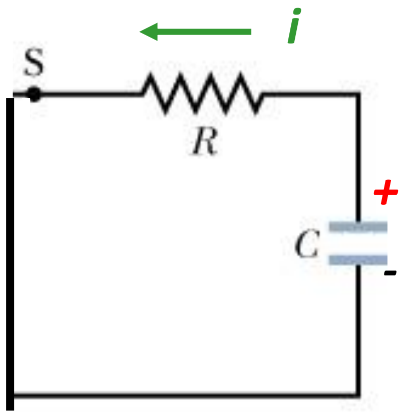
DESCARGA

$$V_C = \mathbf{V_F} \left(e^{-\left(t/RC\right)}\right)$$

Carga completa ou Descarga completa em 5τ.

Exemplo 1:

Quanto tempo demora um condensador de 20μF carregado a 150V para se descarregar através de uma resistência de 3MΩ?



Resposta:
Um tempo t = 5τ, corresponde a 99.3% de carga total ou descarga total do condensador.

Assim considera-se que ocorre a

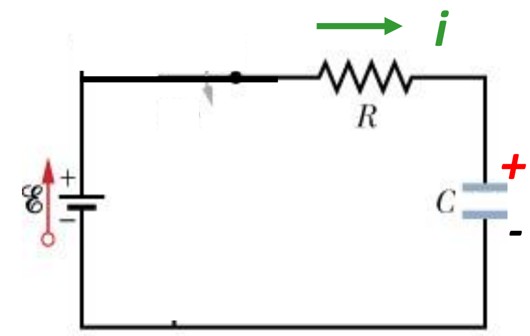
descarga completa pós 5 τ $\Longrightarrow$ t= 5 R C = 5 $(3\times10^{6})(20\times10^{-6})$ = 300 s

Exemplo2:

Um condensador ($C=2.4\mu F$) está ligado em série a uma resistência ($R=6.2M\Omega$) e a uma bateria de 12V.

a) Determine a constante de tempo deste circuito

b) Qual o tempo necessário até que Vc atinja 5.6 V



Resposta:

a) A constante de tempo deste circuito é $\tau = R\,C = 2.4\text{x}10^{-6}\,(6.2\text{x}\,10^{6}) = 14.88$ s

b) t=?; $V_C(t=\,?) = 5.6$ V e $V_F = 12$ V

$$5.6 = 12\,(1-e^{-t/15})$$
$$0.47 = 1-e^{-t/15}$$
$$-0.53 = -e^{-t/15}$$
$$\ln(0.53) = -t/15$$
$$0.64 = \tau/15$$
$$t = 9.6 \text{ s}$$

$$V_C(t) = V_F\,(1-e^{-t/\tau})$$