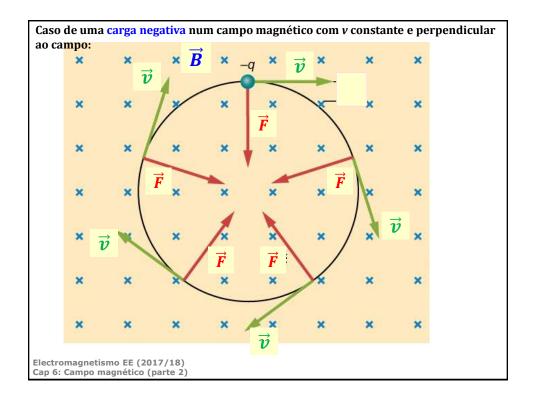
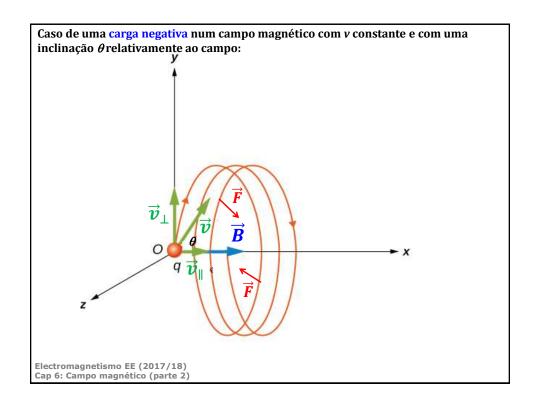
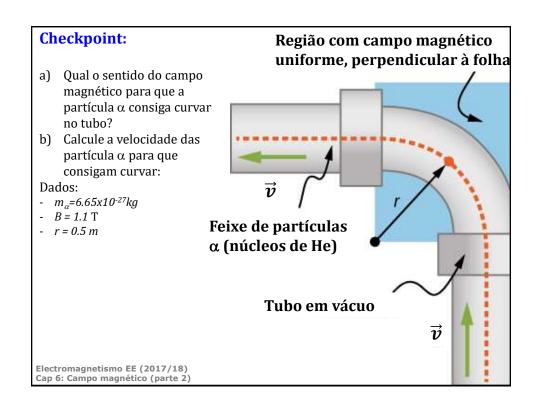
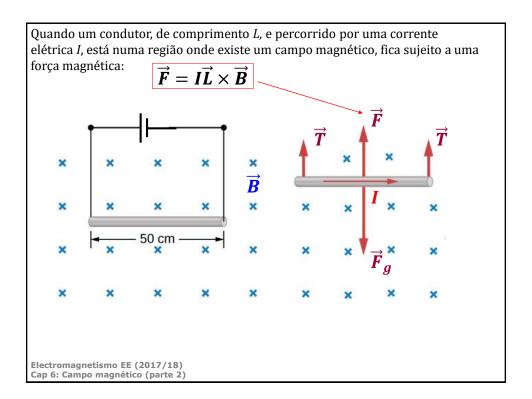
Quando uma carga elétrica entra numa região onde existe um campo magnético, fica sujeito a uma força magnética (força de Lorentz): $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ Caso de uma carga positiva, com v constante, a penetrar num campo magnético, perpendicularmente ao campo: Caso de uma carga negativa, com v constante, a penetrar num campo magnético, perpendicularmente ao (e) campo: \boldsymbol{B} $\circ \vec{B}$ \vec{v} Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)







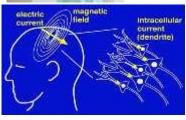


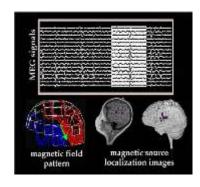
Camo Magnético (parte 2) Fontes de Campo Magnético

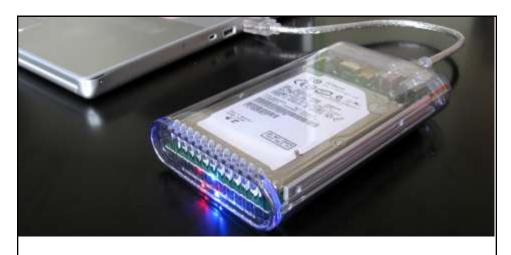
Encefalografia Magnética (*Magnetoencephalography* – MEG) técnica de diagnóstico médico, não invasiva, que faz o mapeamento da actividade cerebral, medindo o campo magnético produzido pelo cérebro.



Ao medir os <u>campos magnéticos criados pela corrente</u> <u>elétrica nos neurónios</u>, a MEG identifica a actividade do cérebro associada às várias funções humanas, em tempo real





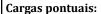


Um disco rígido externo ligado a um computador funciona codificando magneticamente informações que podem ser armazenadas ou recuperadas rapidamente. Uma ideia chave no desenvolvimento de dispositivos digitais é a capacidade de produzir e usar campos magnéticos deste modo.

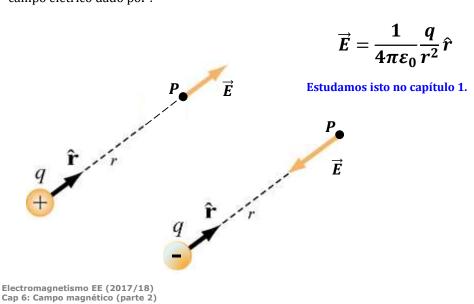
Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Intensidade de algumas fontes de campo magnético

Magnete de laboratório supercondutor forte	30 T
Magnete de laboratório convencional forte	2 T
Equipamento médico de ressonância magnética	1.5 T
Íman em barra	$1 \times 10^{-2} \text{ T}$
Superfície do Sol	$1 \times 10^{-2} \text{ T}$
Superfície da Terra	$0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$
No interior do cérebro humano (devido a impulso nervoso)	$1 \times 10^{-13} \text{ T}$



Uma carga elétrica (<u>em repouso ou em movimento</u>) cria, num ponto P, um campo elétrico dado por :



Experiência de Oersted

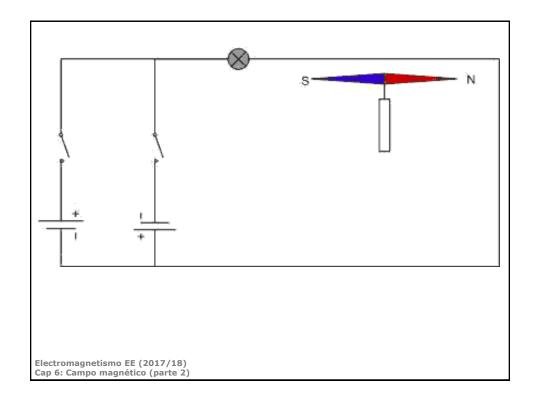
Hans Christian Oersted descobriu, em 1820, que se colocarmos uma bússola perto de uma corrente eléctrica a agulha sofre uma deflexão.

A experiência de Oersted mostrou que as correntes eléctricas (cargas com movimento orientado) produzem um campo magnético à sua volta.





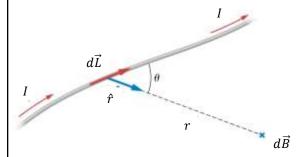




Campo magnético criado por correntes elétricas: Método 1 (através da Lei de Biot-Savart)

<u>Jean-Baptiste Biot</u> e <u>Felix Savart</u> verificam que se um fio condutor transporta uma corrente elétrica constante, o campo magnético $d\vec{B}$ criado num ponto P, associado a um <u>elemento do condutor $d\vec{L}$ </u>, tem as seguintes características:

Lei de Biot-Savart



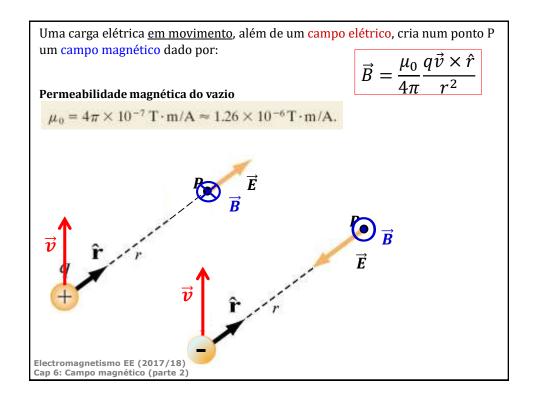
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

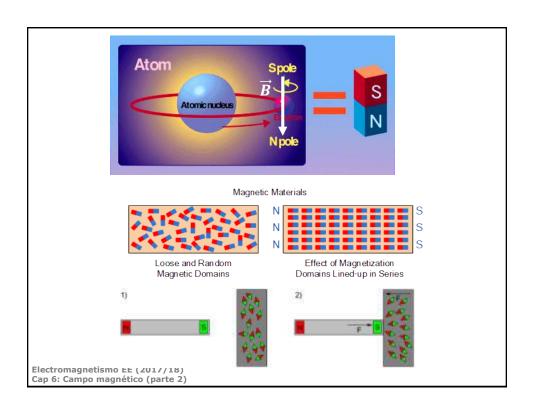
 $\mu_{o}\text{-}$ Permeabilidade magnética do vazio $\approx\!\!4\pi\!\!\times\!\!10^{\text{-}7}$ $TmA^{\text{-}1}$

O campo magnético total no ponto *P,* originado por um condutor de dimensões finitas será:

→

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2) $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$





Lei de Biot-Savart versus lei de Coulomb

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2} \qquad \qquad \vec{E}_P = k \frac{|q_1|}{r^2} \hat{r}_P$$

O elemento de corrente, $Id\vec{L}$, produz um campo magnético $d\vec{B}$. Uma carga pontual, q, em repouso, produz um campo elétrico \vec{E}_P .

O campo magnético criado por um elemento de corrente é inversamente proporcional a r^2 . O campo eléctrico criado por uma carga pontual é, também, inversamente proporcional a r^2 .

O campo eléctrico tem a direcção de r. O campo magnético é perpendicular a r.

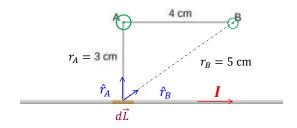
No caso de cargas pontuais:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

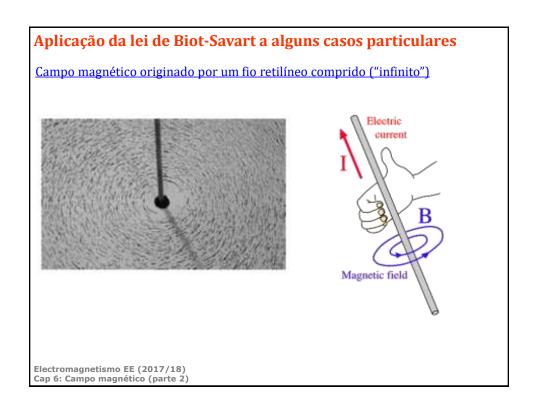
Checkpoint

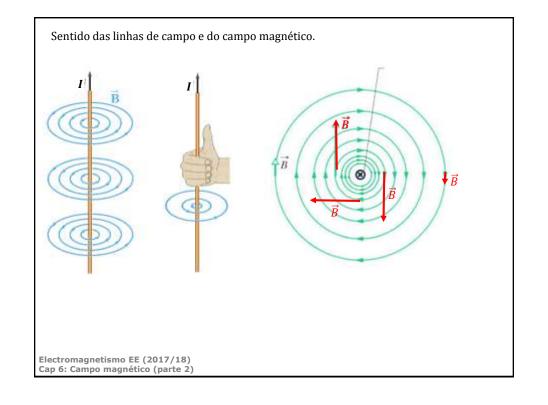
Uma corrente de I = 10~A percorre um conductor linear (ver figura). Qual a magnitude, direção e sentido do campo magnético no ponto A e no ponto B, devido ao segmento amarelo de fio, com comprimento de 0.5~mm?



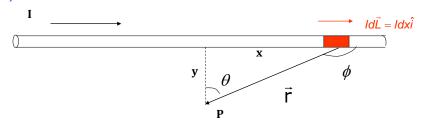
$$d\vec{B}(A) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}_A}{r_A^2} \Rightarrow dB = 10^{-7} \times \frac{10 \times 5 \times 10^{-4} \times \sin 90}{(3 \times 10^{-2})^2} = 5.6 \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$d\vec{B}(B) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}_B}{r_B^2} \Rightarrow dB = 10^{-7} \times \frac{10 \times 5 \times 10^{-4} \times \sin 36.9 \circ}{(5 \times 10^{-2})^2} = 1.2 \times 10^{-7} \text{ T}$$





E qual a intensidade do Campo magnético originado por um fio retilíneo comprido? Dedução:



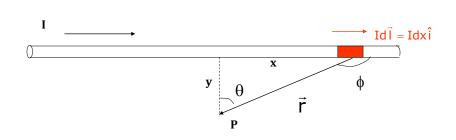
Da lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

A intensidade do campo magnético no ponto ${\bf P}$ provocado pelo segmento dx percorrido pela corrente I.

$$dB = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi r^2} \sin \phi = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi r^2} \cos \theta$$

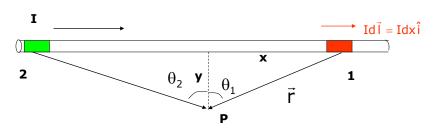
Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)



Em termos geométricos

$$x = ytg\theta \Rightarrow dx = y sec^2 \theta d\theta = y \frac{r^2}{y^2} d\theta = \frac{r^2}{y} d\theta$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi r^2} \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \frac{r^2}{y} d\theta \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \cos \theta d\theta$$



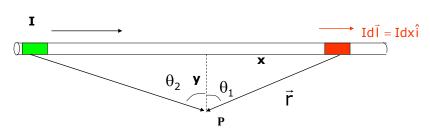
Contabilizando as contribuições de todos os elementos de condutor à direita da vertical de P ao condutor:

$$\vec{B} = \int_0^{\theta_1} \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \sin \theta_1$$

Por raciocínio análogo para a parte esquerda do condutor retilíneo:

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \sin \theta_2$$

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)



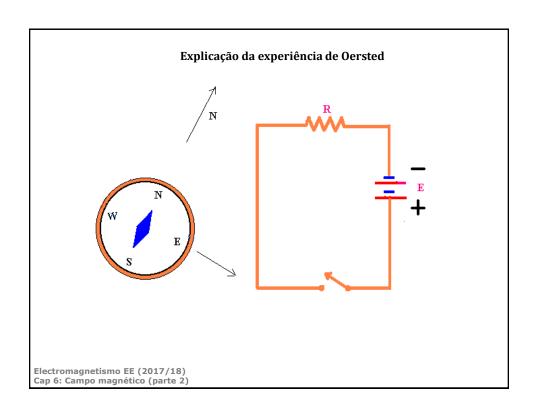
O Campo magnético total no ponto P devido à dimensão total do condutor será (substituindo y por \mathbf{r} , que corresponde à distância perpendicular de P ao fio condutor):

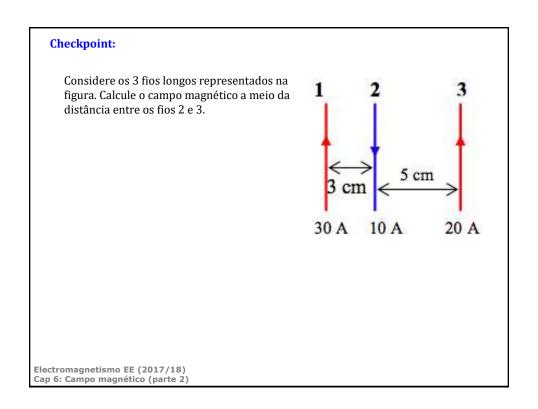
$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \left(sen\theta_1 + sen\theta_2 \right)$$

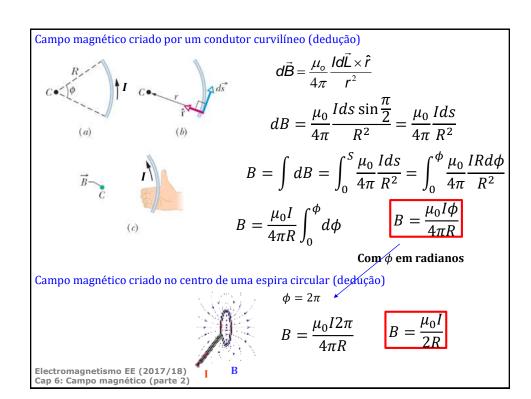
Se o **fio for muito longo** ("infinito"):

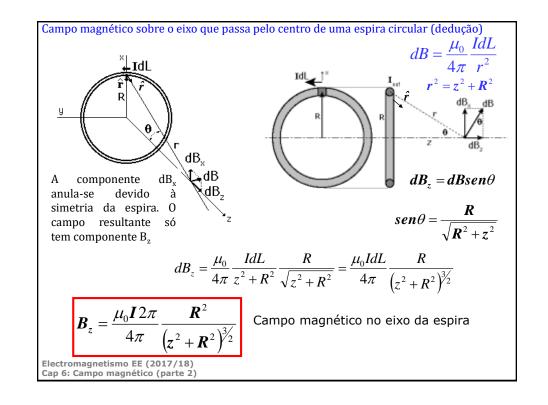
$$\theta_1 \wedge \theta_2 \cong 90^{\circ}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$



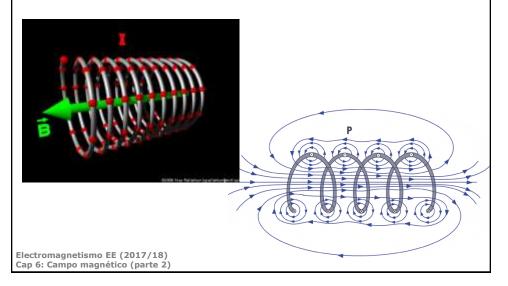


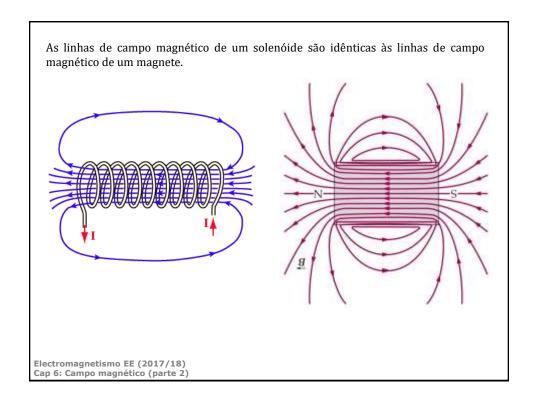




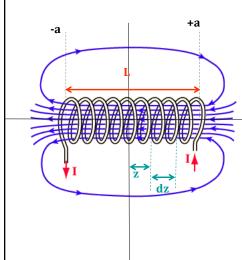
Campo magnético originado por um solenoide (dedução)

Um solenóide corresponde basicamente a uma série de espiras circulares colocadas lado a lado fortemente comprimidas (em forma de hélice). São dispositivos importantes no âmbito do electromagnetismo e usados para criar campos magnéticos fortes e uniformes (no interior do solenóide).





Consideremos um solenóide de comprimento L, com N espiras e percorrido por uma corrente I. O n^{ϱ} de espiras por unidade de comprimento é dado por:



$$n = \frac{N}{L}$$

Se o nº de espiras fosse 1, o campo magnético ao longo do eixo seria:

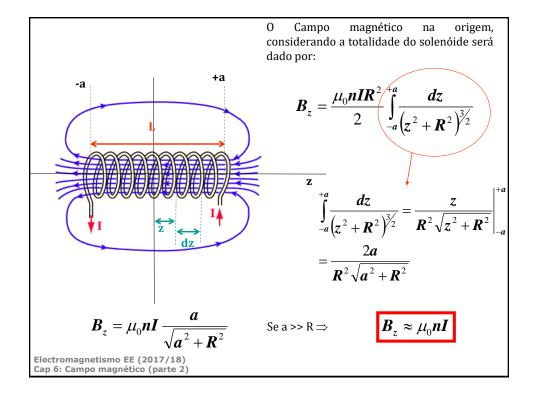
$$\mathbf{B}_{z} = \frac{\mu_{0}\mathbf{I}}{2} \frac{\mathbf{R}^{2}}{\left(z^{2} + \mathbf{R}^{2}\right)^{3/2}}$$

Consideremos um elemento do solenóide dz, a uma distância z da origem \Rightarrow há ndz espiras nesse elemento. O campo magnético criado por esse elemento num ponto do eixo da espira será dado por:

$$dB_z = \frac{\mu_0 nIdz}{2} \frac{R^2}{\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Electromagnetismo EE (2017/18)





Num equipamento de ressonância magnética (RM) um campo magnético intense é gerado por um solenoid. O paciente fica rodeado pelo enrolamento de fio que é percorrido por correntes elevadas que percorem fios supercondutores. O campo eletromagnético é usado para alterar o spin dos protões no corpo do paciente. O tempo que demora os protões demoram a alinhar os spin ou a relaxar depende dos tecidos biológicos a que pertencem. A imagem permite verificar se a estrutura dos tecidos está normal, ou não.

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Resumo

<u>Lei de Biot-Savart</u> permite calcular o campo magnético criado por um fio condutor que transporta uma corrente eléctrica constante

$$d\vec{B} = \frac{\mu_{\rm o}}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Campo magnético criado por um condutor rectilíneo longo

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

Campo magnético criado por um condutor curvilíneo

$$B=\frac{\mu_{\mathrm{o}}I\varphi}{4\pi R}$$

Campo magnético criado no centro de uma espira condutora circular

$$B = \frac{\mu_o I}{2R}$$

Campo magnético criado ao longo do eixo de uma espira condutora circular

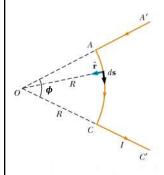
$$\boldsymbol{B}_{z} = \frac{\mu_{0}\boldsymbol{I}}{2} \frac{\boldsymbol{R}^{2}}{\left(z^{2} + \boldsymbol{R}^{2}\right)^{3/2}}$$

Campo magnético criado no eixo de um solenoide:

$$\boldsymbol{B}_{z} \approx \mu_{0} \boldsymbol{n} \boldsymbol{I}$$

Checkpoint

Determinar a magnitude, a direcção e o sentido do campo magnético no ponto O, criado pela corrente que circula no fio A'C'.



B provocado pela porção AA':

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{A'}^{A} \frac{d\vec{\mathbf{L}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \qquad d\vec{\mathbf{L}} \parallel \hat{\mathbf{r}} \qquad \Longrightarrow B = 0$$

$$d\vec{L} \parallel \hat{r} \implies B = 0$$

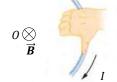
B provocado pela porção CC'

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_c^{c_\prime} d\vec{L} \times \hat{r} \qquad d\vec{L} \parallel \hat{r} \quad \Longrightarrow B = 0$$

$$d\vec{L} \parallel \hat{r} \implies B = 0$$

B provocado pela porção AC

$$B = \frac{\mu_o I \phi}{4\pi R}$$

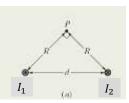


Sentido?

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Checkpoint

Determinar o campo magnético (magnitude e sentido) no ponto P devido às correntes $I_1 = 15$ A e $I_2 = 32$ A, num fio longo separadas por uma distância d = 5.3 cm



Magnitude de B devido a cada uma das correntes.

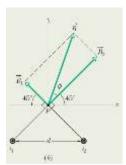
$$\mathbf{B_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d \cos^{\frac{\pi}{2}}} = 8.0 \times 10^{-5} \text{ T}$$

agnitude de B devido a cada uma das c

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d \cos^{\frac{\pi}{4}}} = 8.0 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d \cos^{\frac{\pi}{4}}} = 1.7 \times 10^{-4} \text{ T}$$

 $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 1.9 \times 10^{-4} \text{ T}$ Mas quais os sentidos?



$$\phi = \tan^{-1} \frac{B_1}{B_2} = \tan^{-1} \frac{I_1}{I_2} = 0.44 \text{ rad} = 25^{\circ}$$

$$\vec{B}_1 = -8.0 \times 10^{-5} \cos 45^{\circ} \hat{i} + 8.0 \times 10^{-5} \cos 45^{\circ} \hat{j}$$

$$\vec{B}_1 = -5.7 \times 10^{-5} \hat{i} + 5.7 \times 10^{-5} \hat{j} \text{ T}$$

$$\vec{B}_2 = 1.7 \times 10^{-4} \cos 45^{\circ} \hat{\imath} + 1.7 \times 10^{-4} \cos 45^{\circ} \hat{\jmath}$$

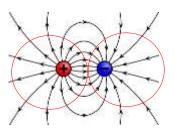
$$\vec{B}_1 = 1.2 \times 10^{-4} \hat{i} + 1.2 \times 10^{-4} \hat{j} \text{ T}$$

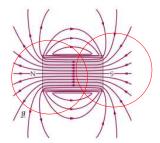
Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2) $\vec{B} = 6.3 \times 10^{-5} \hat{\imath} + 1.8 \times 10^{-4} \hat{\jmath} \text{ T}$

<u>Campo magnético criado por correntes elétricas:</u> <u>Método 2 (através da Lei de Ampère)</u>

Lei de Gauss do magnetismo

As linhas de campo magnético são linhas fechadas (as de campo elétrico começam e acabam em cargas).





Consequência?

Em geral:

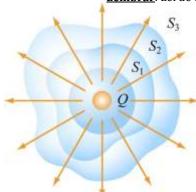
$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \neq 0$$

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

$$\phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Ampère

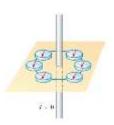
Lembrar: Lei de Gauss do campo elétrico:



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\rm int}}{\varepsilon_0}$$

O fluxo total do campo elétrico através das superficies fechadas depende da carga no interior da superfície

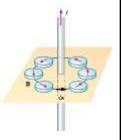
Veja-se esta situação trivial:







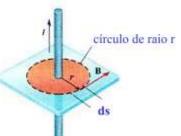




- As linhas de campo magnético são concêntricas ao fio e encontram-se num plano perpendicular ao fio
- A magnitude do campo magnético é constante em qualquer ponto de uma circunferência que esteja centrada no fio
- A direcção do campo magnético é tangente em cada ponto à linha de campo magnético (circunferência)

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Calcule-se o produto $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ sobre uma curva circular centrada num fio condutor longo que transporta uma corrente I:



Em todos os pontos da curva, o campo magnético é tangente à curva, assim:

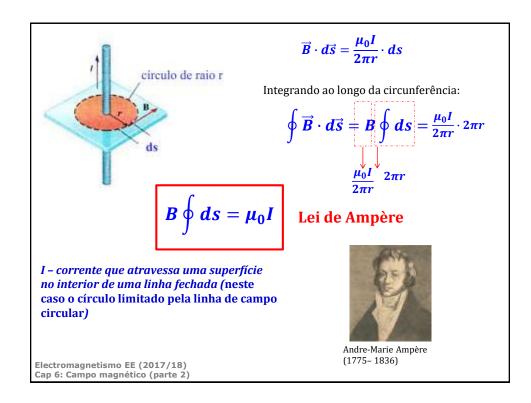
$$d\vec{s} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot ds \cdot \cos 0 = B \cdot ds$$

Como vimos atrás (pela lei de Biot-Savart) a magnitude do campo magnético, em qualquer ponto da circunferência é constante e é dado por:

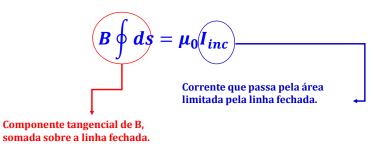
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Então:

$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot ds$$



O resultado pode ser aplicado ao caso geral de uma curva fechada arbitrária atravessada por uma $\underline{\text{corrente constante}}$:

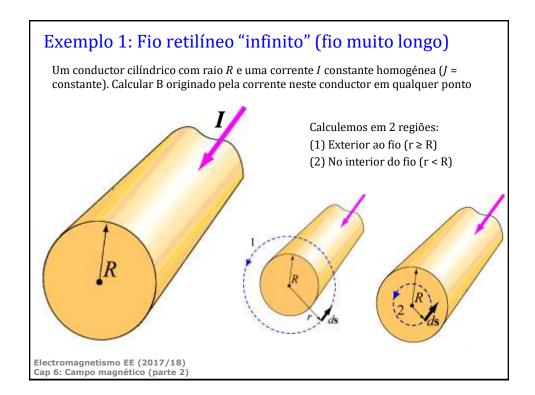


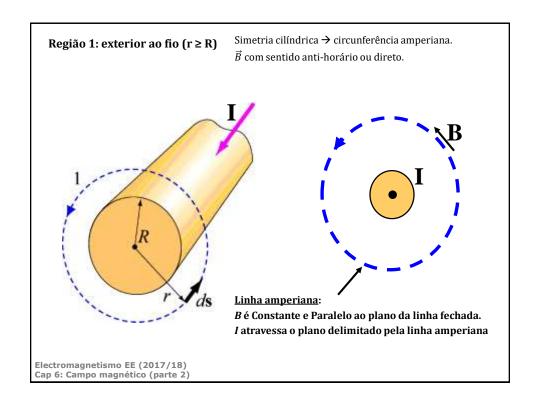
Tal como a lei de Gauss, a Lei de Ampère é sempre válida para qualquer curva fechada, e é útil em algumas situações particulares: situações envolvendo correntes com simetria elevada.

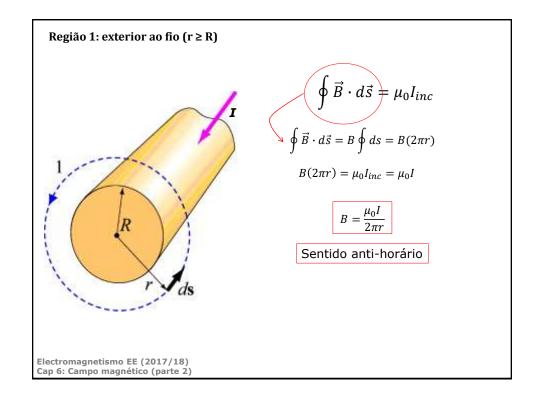
Aplicar a lei de Ampère

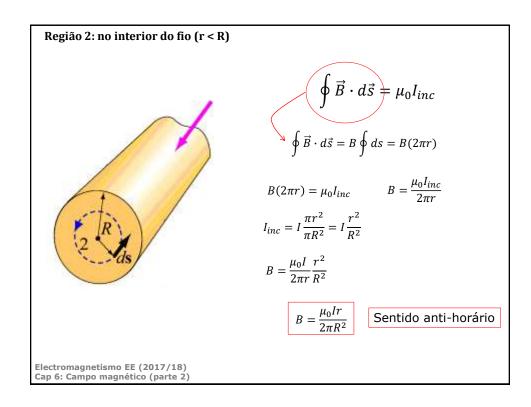
- Identificar regiões em que se pretende calcular B. O sentido é dado pela regra da mão direita
- 2. Escolher a linha fechada (linha amperiana) em que B é nulo ou constante
- 3. Calcular $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$
- Calcular a corrente elétrica que passa através da superfície delimitada pela linha fechada
- 5. Aplicar a lei de Ampère para calcular B

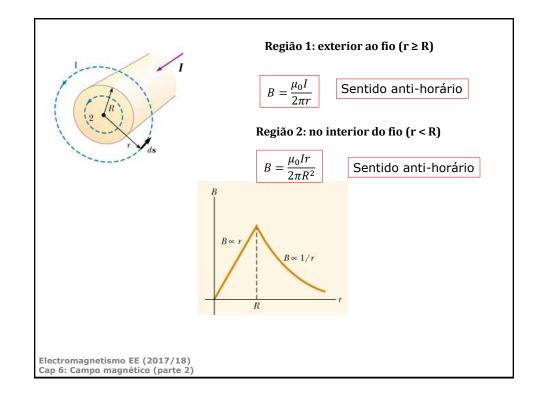
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{inc}$$











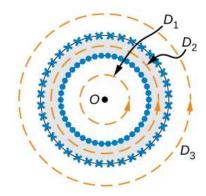
Exemplo 2: Condutor num enrolamento toroidal

Um conductor enrolado toroidalmente é percorrido por uma corrente I constante homogénea (J = constante). Calcular B originado pela corrente neste conductor em qualquer ponto

Calculemos em 3 regiões:

- (1) Na zona interna do enrolamento toroidal (D₁)
- (2) No interior do toroide (D₂)
- (3) Na zona externa do enrolamento toroidal (D₁)





Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

No interior do toróide (D_2)

No toróide ("donut") estão ${\it N}$ voltas de fio percorrido pela corrente ${\it I}$.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r)$$

$$B(2\pi r)=\mu_0 I_{inc}$$

A corrente total entre que atravessa qualquer circunferência concêntrica à azul, mas com $\mathbf{b} < \mathbf{r} < \mathbf{c}$ (no interior do toróide é : I_{inc} = NI

$$B2\pi r = \mu_0 I_{inc} = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

Consequências:

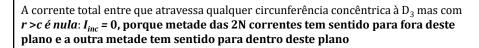
No interior do toróide (b < r < c) – A magnitude do campo magnético diminui com aumento de r. Mas se c-b << r, B é \sim constante

Na zona interna do enrolamento toroidal $(D_1 - r < b)$

A corrente total entre que atravessa qualquer circunferência concêntrica à D_1 mas com r < b \acute{e} nula: $I_{inc} = 0$

$$B = \frac{\mu_0 0}{2\pi r} \qquad \Longrightarrow B = 0$$





$$B = \frac{\mu_0(NI - NI)}{2\pi r} \qquad \Rightarrow B = 0$$

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Confinamento das cargas

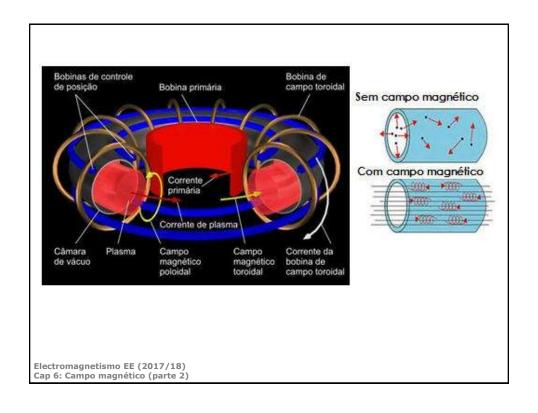
Tokamak - reactor experimental de fusão nuclear

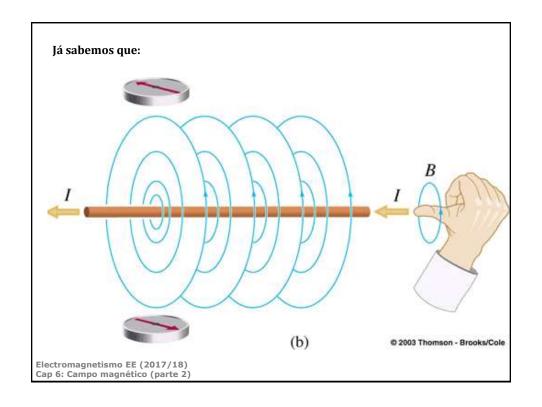




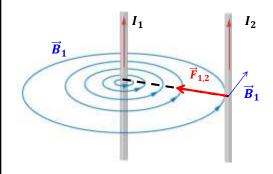
Contém cerca de $10~\rm km$ de enrolamento de cobre (arrefecido a água), com corrente pulsada, que pode atingir picos de $73~000~\rm A$, produzindo campos magnéticos de $5.2~\rm T$ durante $3~\rm s$.

Os campos magnéticos produzidos confinam as partículas carregadas.





Quais as consequências de colocar um fio condutor, com uma corrente elétrica I_2 , a uma distância d paralelamente a outro fio condutor com corrente elétrica I_1 ?



O segundo fio condutor fica sob a ação do campo magnético criado pelo primeiro fio. Que é que isso provoca?

A força magnética atua num fio com uma corrente:

$$\vec{F}_{1,2} = I_2 \vec{L} \times \vec{B}_1$$

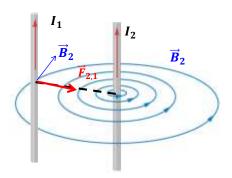
$$F_{1.2} = I_2 L_{B_1} \sin 90^\circ$$

$$F_{1,2} = I_2 L \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

Fio 2 é puxado para o fio 1

Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Por outro lado o fio com uma corrente elétrica I_2 , também origina um campo magnético em torno de si B_2 ?



Agor o primeiro fio condutor fica sob a ação do campo magnético criado pelo segundo fio.

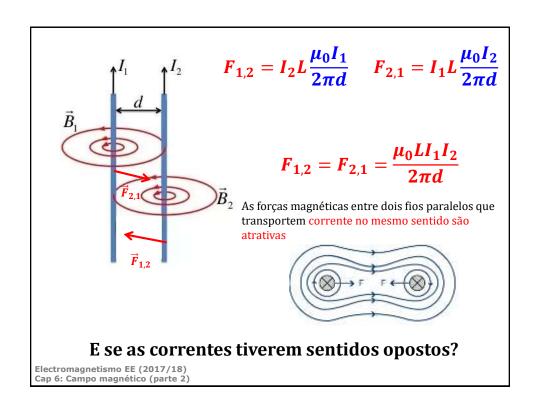
A força magnética atua num fio com uma corrente:

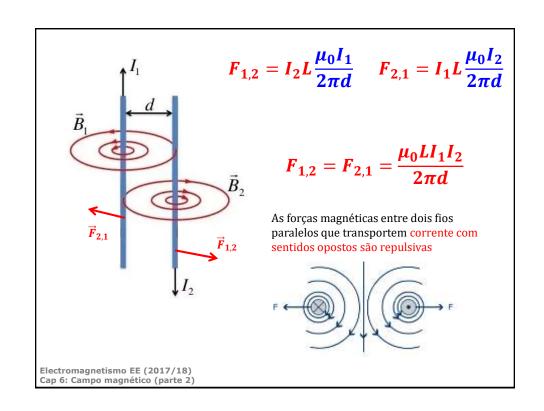
$$\vec{F}_{2,1} = I_1 \vec{L} \times \vec{B}_2$$

$$F_{2,1} = I_1 LB_2 \sin 90^\circ$$

$$F_{2,1} = I_1 L \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

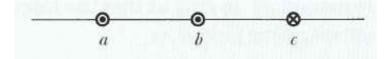
Fio 1 é puxado para o fio 2





Checkpoint

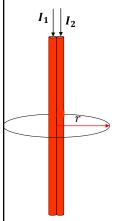
A figura representa 3 fios longos paralelos e equidistantes percorridos por correntes elétricas idênticas com sentidos para fora (a e b) e para dentro da folha (c). Ordene os fios por ordem decrescente de magnitude da força magnética resultante, devido às correntes dos outros dois fios.



Electromagnetismo EE (2017/18) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Checkpoint

Calcular o campo magnético em qualquer ponto r suficientemente afastado dos fios, sabendo que (r = 2 m) :



$$I_1=10 \text{ A}$$
 $I_2=25 \text{ A}$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r)$$

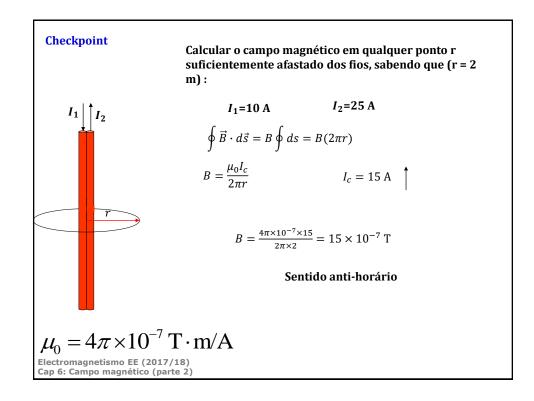
$$B = \frac{\mu_0 I_c}{2\pi r}$$

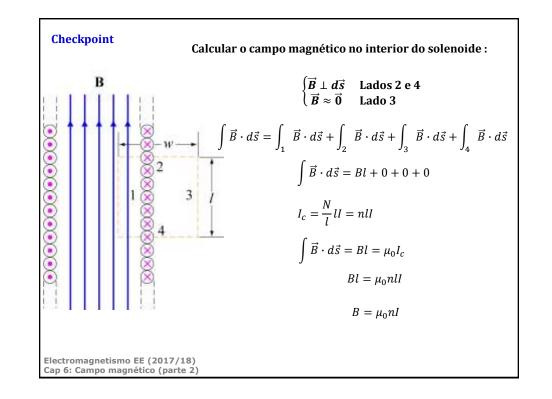
$$I_c = 35 \text{ A}$$

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 35}{2\pi \times 2} = 35 \times 10^{-7} \text{ T}$$

Sentido horário

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \,\mathrm{T} \cdot \mathrm{m/A}$$





Electromagnetes

Um electromagnete consiste num "núcleo" de Ferro (permeabilidade magnética elevada) colocado no interior de um enrolamento de fio (por exemplo um solenóide). O Campo Magnnético no núcleo é superior ao que seria sem núcleo de Ferro e é proporciona ao n^{o} de espiras do enrolamento.

