Ficha nº 9 Testes de Hipóteses

Hipótese \ Decisão	Não rej Ho	Rej Ho
Ho é verd	Decisão correta	Erro Tipo I α
Ho é falsa	Erro Tipo II β	Decisão correta

$\alpha = P(\text{erro Tipo I}) = P(\text{rej Ho} \mid Ho)$
$\beta = P(\text{erro Tipo II}) = P(\text{não rej Ho} \mid H_1)$

2.a) $P(\text{não rej Ho}) = 0.2 + 0.3 = 0.5$
   $P(\text{rej Ho}) = 1 - 0.5 = 0.5$

   $P(\text{erro tipo I}) = 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1$
   $= 0.5$

b) $P(\text{erro Tipo II}) = 0.2 + 0.1 = 0.3$
   $\beta = P\{(x=4 \cup x=6) \mid H_1\}$

10. rej Ho = 0.05
    a) Depende de Ho (do valor de prova)
    b) Como $0.10 > 0.05$ rejeita-se logo

    nível de significância
    valor $p < \alpha$ Rej Ho
    valor $p > \alpha$ Não Rej Ho

11.a) $p = 0.0316$
    $\alpha = 0.01$ $p > \alpha$ Não se pode rejeitar
    b) $\alpha = 0.05$ $p < \alpha$ Rejeita-se
    c) $\alpha = 0.10$ $p < \alpha$ Rejeita-se

Teste Unilateral	Teste Bilateral

$H_0: \mu = \mu_0$ $H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu > \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$

ou $(H_1: \mu < \mu_0)$*

$$ET: Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{m}} \approx \frac{\overline{X} - \mu}{\varrho/\sqrt{m}}$$

12. $\mu = 84.3$ $\sigma = 8.6$ $m = 49$

                         $\overline{X} = 87.7$

$H_0: \mu = 84.3$ $Z = \dfrac{87.7 - 84.3}{8.6/\sqrt{49}} = 2.65$

$H_1: \mu > 84.3$

$\alpha = 0.01$ $Z_{1-\alpha} = Z_{0.990} = 2.33$

      $Z > Z_{1-\alpha} \Rightarrow$ Rejeita-se H_0

$Z > Z_{1-\alpha}$ Rej H_0 $|Z| > Z_{1-\alpha/2}$

*$(Z < -Z_{1-\alpha}$ Rej $H_0)$

                         $|T| > t_{\alpha/2}$

$$ET: T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\varrho/\sqrt{m}}$$

$T > t_{\alpha, m-1}$

*$(T < -t_{\alpha, m-1})$

15. $m = 12$ $H_0: \mu = 35$

     $\overline{X} = 33.6$ $H_1: \mu < 35$
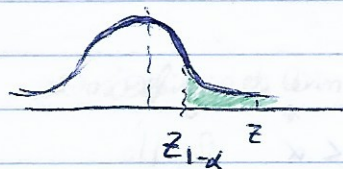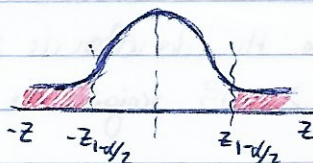
     $\varrho = 2.3$ $\alpha = 0.05$

$$T = \frac{33.6 - 35}{2.3/\sqrt{12}} = -2.11$$

$-t_{\alpha, m-1} = -t_{0.05, 11} = -1.796$

             $t < -t_{\alpha, m-1} \Leftrightarrow -2.11 < -1.796 \Rightarrow$ Rejeitar

17. $\overline{X_1} = 53.8$ $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$\overline{X_2} = 48.6$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$

$\alpha = 0.05$ $t_{\alpha, m-1} = t_{0.05, 9} = 1.833$

$X_2 - X_1$ 9 13 2 5 -2 6 6 5 2 6

$\overline{D_i} = 5.2$ $T = \dfrac{\overline{D_i} - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{D_i}/\sqrt{m}} = \dfrac{5.2}{4.077/\sqrt{10}} = 4.033$

$S_{D_i} = 4.077$

Como $t_{\alpha, m-1} < T$ rejeita-se H_0 para o nível de significância de 5%, logo o programa foi eficaz

19. $m_A = 50$ $m_B = 40$

$\overline{Y_1} = 2.61 \, mg$ $\overline{Y_2} = 2.38 \, mg$

$Q_1 = 0.12 \, mg$ $Q_2 = 0.14 \, mg$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0.2$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0.2$

$\alpha = 0.05$ $Z_{1-\alpha/2} = Z_{0.975} = 1.96$

$Z = \dfrac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{m_1} + \dfrac{S_2^2}{m_2}}} = \dfrac{(2.61 - 2.38) - 0.2}{\sqrt{\dfrac{0.12^2}{50} + \dfrac{0.14^2}{40}}} = 1.08$

$Z < Z_{1-\alpha/2}$ logo não se rejeita H_0 para o nível de significância de 5%

22. $m = 54$ aproximação normal

   25 alta   distribuição binomial

$\rho = \dfrac{25}{54}$ $\alpha = 0.05$ $Z_{1-\alpha} = Z_{0.950} = 1.65$

   $\pi = \dfrac{1}{3}$

   $H_0: \pi = \dfrac{1}{3}$

   $H_1: \pi > \dfrac{1}{3}$

$Z = \dfrac{\rho - \pi}{\sqrt{\dfrac{\pi(1-\pi)}{m}}} = \dfrac{\dfrac{25}{54} - \dfrac{1}{3}}{\sqrt{\dfrac{\dfrac{1}{3}(1-\dfrac{1}{3})}{54}}} = 2.021$

Como $Z > Z_{1-\alpha}$ rejeita-se H_0 para o nível de significância de 5%

25. $m_A = 371$ $\pi_A = 0.25$ $\alpha = 0.05$

$m_B = 459$ $\pi_B = 0.33$ $z_{1-\alpha} = z_{1-0.05} = z_{0.95} = 1.645$

$x_A = 92.75$ $P_A = \dfrac{92.75}{371} = 0.25$ $P_B = \dfrac{151.47}{459} = 0.33$

$x_B = 151.47$

$$P = \frac{92.75 + 151.47}{371 + 459} = 0.29$$

$H_0: \pi_1 - \pi_2 = 0$

$H_1: \pi_1 < \pi_2$ $z = \dfrac{0.25 - 0.33}{\sqrt{0.29(1-0.29)\left(\dfrac{1}{371} + \dfrac{1}{459}\right)}} = -2.53$

Como $|z| > z_{1-\alpha/2}$ rejeita-se H_0

26. $m = 18$ $s^2 = 0.68$ $\alpha = 0.05$

$H_0: \sigma^2 = 0.36$ $c = \chi^2_{17,0.05} = 27.58711$

$H_1: \sigma^2 > 0.36$

$\geq \boxed{Q = 10..502}$

$Q = \dfrac{(m-1)\rho^2}{\sigma^2} = \dfrac{(18-1)\cdot 0.68}{0.36} = 32.11$

Como $Q > c$, rejeitamos H_0

28. $m_1 = 13$ $s_1^2 = 19.2$ $m_2 = 16$ $s_2^2 = 3.5$

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $\alpha = 0.05$ $F = \dfrac{19.2}{3.5} = 5.486$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$F_{\alpha/2} = F_{0.025, 12, 15} = 2.96$

Região de Rejeição $F > F_{\alpha/2}$ Logo rejeita-se H_0