Ficha 1

Especificações

1| a| O algoritmo c, coloca q o quociente da divisão dos valores iniciais de x e y e em r o resto

b| O algoritmo c, coloca em r o valor do resto da divisão dos valores iniciais de x e y, caso ele exista

c| O algoritmo c, coloca em x o máximo dos valores iniciais de x e y.

d| ? (raiz quadrada de x_0 com margem de erro e_0)

e| O algoritmo c, coloca em p o índice do elemento do mesmo valor inicial do array inicial.

2| a| pré-condição: $x == x_0 \wedge y == y_0$

pós-condição: $x_0 + y_0 == r$

b| pré-condição: $y == y_0 \geq 0 \wedge x == x_0$

pós-condição: $r == y_0 \times x_0$

c| pré-condição: $y == y_0 \geq 0 \wedge x == x_0$

pós-condição: $y == y_0 \wedge x == x_0 \wedge r == y_0 x_0$

d|

e| pré-condição: $\forall_{0 \leq i < N} \; A[i] == a_i \wedge B[i] == b_i$

pós-condição: $\left(0 \leq r \leq N \wedge (a_r \neq b_r \vee r = N) \wedge \forall_{0 \leq i < r} \; a_i == b_i \right)$

f| pré-condição: $\forall_{0 \leq i < N} \; A[i] == a_i \wedge B[i] == b_i$

pós-condição: $\left(\forall_{0 \leq i < N} \; a_i \neq b_i \wedge r = -1 \right) \vee$

$\left(\exists_{0 \leq i < N} \; a_i == b_i \wedge r = i \right)$

3)

a) $\begin{cases} \text{pré-condição} \ \forall_{0 \leq i < len(s_1)} \ S1[i] = s1_i \ \wedge \ S2[i] = s2_i \\ \text{pós-condição} \ \forall_{0 \leq i < len(S_2)} \ (S1[i] = s2_i \ \wedge \ S2_i == s2_i) \end{cases}$

b) $\begin{cases} \text{pré-condição} \ \forall_{0 \leq i < len(s_1)} \ S1[i] == s1_i \ \wedge \ \forall_{0 \leq i < len(s2)} \ S2[i] == s2 \\ \text{pós-condição} \ \forall_{0 \leq i < len(s1)} \ S1[i] == s1_i \ \wedge \ \forall_{len(s1) \leq i < len(s1) + len(s2)} \ S1[i] == S2[i - len(s1)] \end{cases}$

c) pré-condição: $\forall_{0 \leq i < len(s1)} \ S1[i] == s1_i \ \wedge \ \forall_{0 \leq i < len(s2)} \ S2[i] == s2_i$

pós-condição: $\cdot \ m = min(len(s_1), len(s2)) \ \wedge \ [$

O maior é aquele q tem menor comprimento → $\cdot \ (\forall_{0 \leq i < m} \ s1_i == s2_i \ \wedge \ (m-1) == i \ \wedge \ len(s1) \neq len(s2) \ \wedge \ r == i - len(s1)) \ \vee$

São iguais → $\cdot \ (\forall_{0 \leq i < m} \ s1_i == s2_i \ \wedge \ (m-1) == i \ \wedge \ len(s1) == len s2 \ \wedge \ r == 0) \ \vee$

$\cdot \ \forall_{0 \leq i < m} \ (s_1 i == s_2 i) \ \wedge \ (m-1) \neq i \ \wedge \ r = s2[i+1] - s_1[i+1])]$

d) ??? $\begin{cases} \text{pré-condição:} \ \forall_{0 \leq i < len(s1)} \ S_1[i] == s1_i \ \wedge \ \forall_{0 \leq i < len(s2)} \ S2[i] == s2_i \\ \text{pós-condição:} \ (\forall_{0 \leq i < len(s1)} \ \forall_{i \leq k < i + len(s2)} \ S1(i+k) \neq S2[k-i] \ \wedge \ r == -1) \end{cases}$

se não ocorrer

$\vee \ (\exists_{0 \leq i < len(s1)} \ \forall_{i \leq k < i + len(s2)} \ S1(1+k) == S2[k-i] \ \wedge$

$0 \leq i < len(s1))$

2 Invariantes de ciclo

1) Inicialização:

$\{x == x_0 >= 0 \; \&\& \; y == y_0 > 0\}$ $r = x$; $q = 0$; $\{I\}$

Preservação:

$\{I \; \&\& \; y <= r\}$ $r = r - y$; $q = q + 1$; $\{I\}$

Utilidade

$\{I \; \&\& \; y > r\}$?? $\{0 \leq r < y_0 \; \&\& \; q * y_0 + r == x_0\}$

$I = 0 \leq r \; \&\& \; qy + r = x$

2) Inicialização: $\{n == n_0 > 0\}$ $i = 1$; $r = 1$; $s = 0$ $\{I\}$

Preservação: $\{I \; \&\& \; i < n\}$ $r = r + s$; $s = r - s$; $i = i + 1$ $\{I\}$

Utilidade: $\{I \; \&\& \; i \geq n\}$?? $\{r == F(n_0)$

$I = i < n \; \&\& \; n > 0 \; \&\& \; r = i!$

3) Inicialização: $\{a == a_0 > 0 \; \wedge \; b == b_0 > 0\}$;; $\{I\}$

Preservação: $\{I \; \&\& \; a != b\}$ If $(a > b)$ $a = a - b$ else $b = b - a$ $\{I\}$

Utilidade: $\{I \; \&\& \; a == b\}$?? $\{a == mdc(a_0, b_0)$

$I = mdc(a, b) == mdc(a_0, b_0)$

3| Determinação de invariantes de ciclo

(1)

a) Estabelecimento : {Pré condição} s = 0 ; p = 0 {I}

Preservação : {I && p < N} s = s + A[p]; p = p + 1 {I}

Utilidade : {I && p ≥ N} {pós-condição}

s	p
0	0
1	1
3	2
6	3
10	4

a = (1, 2, 3, 4) N = 4

$I : 0 \leq p \leq N \;\&\&\; s == \sum_{i=0}^{p-1} A[i]$

$3 \leq N \;\&\&\; s = \sum_{i=0}^{2} A[i] = 1+2+3 = 6$

b) Estabelecimento : {Pré-condição} s = 0 ; p = N ; {I}

Preservação {I && p > 0} p = p - 1 ; s = s + A[p] ; {I}

Utilidade {I && p ≤ 0} {} {pós-condição}

s	p
0	4
4	3
7	2
9	1
10	0

a = (1, 2, 3, 4) N = 4

$I = 0 \leq p \leq N \;\&\&\; \sum_{i=p}^{N-1} A[i] == s$

$\sum_{i=2}^{3} A[i] = 3 + 4 = 7$

(2)

a) Estabelecimento : {Pré-condição} x = 0 ; i = 0 ; {I}

Preservação : {I && i < y} x = x + w , i = i + 1 {I}

Utilidade : {I && i ≥ y} {} {pós-condição}

w	y	x	i
10	5	0	0
10	5	10	1
10	5	20	2
10	5	30	3
10	5	40	4
10	5	50	5

$I = w == w_0 \wedge y == y_0 \wedge x == i \times w \wedge 0 \leq i \leq y$

b) Estabelecimento {pré-condição} $r = 0$ {I}

Preservação {I && y > 0} $r = r + x$; $y = y - 1$ {I}

Utilidade {I && $y \leq 0$} {} {pós-condição}

x	y	r
10	5	0
10	4	10
10	3	20
10	2	30
10	1	40
10	0	50

$I = x == x_0 \ \&\& \ 0 \leq y \leq y_0 \ \&\& \ r = (y_0 - y) \times x$

c) Estabelecimento {pré-condição} $r = 0$ {I}

Preservação {I && y > 0} (if (y % 2 != 0) {y = y - 1; r = r + x;} x = x * 2; y = y / 2) {I}

Utilidade {I && $y \leq 0$} {} {pós-condição

x	y	r
10	16	0
20	8	0
40	4	0
80	2	0
160	1	0
320	0	160

x	y	r
10	15	0
20	7	10
40	3	30
80	1	70
160	0	150

$I = y \geq 0 \ \&\& \ r = x y + r$

3)

a)

x	r	i
5	0	0
5	5	1
5	10	2
5	15	3
5	20	4
5	25	5

$I = x == x_0 \ \&\& \ r = i \times x \ \&\& \ 0 \leq i \leq x$

b)

x	r	i	p
4	0	0	1
4	1	1	3
4	4	2	5
4	9	3	7
4	16	4	9

$I = x == x_0 \ \&\& \ i \leq x \ \&\& \ p = 2i + 1$
$\&\& \ r = i^2 \ \&\& \ (i == x \Rightarrow r = x^2)$

4)

$I = 0 \leq k \leq (N-1) \&\& ((V[k] != a \Rightarrow \forall_{0 \leq i < k} V[i] != a) \&\&$

$(V[k] == a \Rightarrow \forall_{0 \leq i < k} V[i] != a))$

5)

a)

a	b	i
4	1	0
4	1	1
4	2	2
4	6	3
4	24	4

$I = a_0 == a \;\&\&\; b = i! \;\&\&\; 0 \leq i \leq a_0$

b)

a	b
4	1
3	4
2	12
1	24
0	24

$I = a_0 \geq 0 \;\&\&\; b = \frac{a_0!}{a!}$

6) a) [4, 0, 0, -3, 0, 1]

N	i	r
6	0	0
6	1	$4a^5$
6	2	$4a^5 + 0$
6	3	$4a^5 + 0 + 0$
6	4	$4a^5 + 0 + 0 - 3a^2$
6	5	$4a^5 + 0 + 0 - 3a^2 + 0$
6	6	$4a^5 + 0 + 0 - 3a^2 + 0$

$I = N == N_0 \;\&\&\; i \leq N \;\&\&\; (i == 0 \Rightarrow r == 0) \;\&\&\;$
$(i != 0 \Rightarrow r = \sum_{k=0}^{i-1} a[k] * a^{N-k-1}$

b)

N	i	r
6	0	0
6	1	4
6	2	$4a + 0$
6	3	$4a^2 + 0 + 0$
6	4	$4a^3 + 0 + 0 - 3$
6	5	$4a^4 + 0 + 0 - 3a + 0$
6	6	$4a^5 + 0 + 0 - 3a^2 + 0 + 1$

$i = 4$

$\underbrace{4a^3}_{a[0]\, a^{4-3-1}}$ $\underbrace{-3}_{a[3]\, a^{4-3-1}}$

$I = N == N_0 \;\&\&\; i \leq N \;\&\&\; (i == 0 \Rightarrow r == 0) \;\&\&\;$
$(i \neq 0 \Rightarrow \sum_{k=0}^{i} a[k] \times a^{i-k-1})$

[4 , 0, 0, -3, 0, 1]
0 1 2 3 4 5

c)

i	p	r
6	1	0
5	a	1
4	a^2	1 + 0
3	a^3	$1 + 0 - 3a^2$
2	a^4	$1 + 0 - 3a^2 + 0$
1	a^5	$1 + 0 - 3a^2 + 0 + 0$
0	a^6	$1 + 0 - 3a^2 + 0 + 0 + 4a^5$

I : $a == a0$ && $(i+1 \geq 0)$ && $p = a^{N-i}$ &&
$(i == N \Rightarrow (p == 1$ && $r == 0))$ &&
$(i != N \Rightarrow r = \sum_{k=i}^{N-1} a[K]\, a^{N-K}$

4) Correção total

1) a)

a	y	i	r
4	2	0	0
4	2	1	4
4	2	2	8
4	2	3	12
4	2	4	16

r = 16 o que é falso, visto que

$r == \underbrace{a0 \times y0}_{4 \times 2 = 8}$ $8 \neq 16$

b)

a	y	i	r
-2	2	0	0
-2	2	1	2

→ O comportamento seria um ciclo infinito, visto que o $i \geq 0$ e o $a < 0$ então o i nunca seria igual a a.

c) Pre-condição : $a0 >= 0$

while (i != y)

- Mudando o invariante : // $r = a0^2$

2) Feito no próprio exercício.

3) Estabelecimento $\{N > 0\}$ r = False; i = 0; j = 1 $\{I\}$

Preservação

$\{I$ && $(i < (N-1)$ && $!r)\}$ if (a[i] == a[j]) r = True;
j = j + 1;
if (j == N) {i = i++; j = i+1;} $\{I\}$

Utilidade

$\{I$ && $(i \geq (N-1) \ || \ r)\}$

{}

$\{(r == 1 \Rightarrow \exists_{0 \leq i < N} \ \exists_{i < k < N} \ a[i] == a[j])$ &&

$(r == 0 \Rightarrow \forall_{0 \leq i < N} \ \forall_{i < k < N} \ a[i] \ != a[j])$

$I = (r == 0 \Rightarrow \forall_{0 \leq k < i} \ \forall_{i \leq L < j} \ a[k] \ != a[L])$

$r == 1 \Rightarrow \exists_{0 \leq i < N} \ \exists_{i < k < N} \ a[i] == a[j]$