

## Cap. 5 - Circuitos Eléctricos DC



Esfera de plasma "*Eye of the storm*"

Uma **ddp entre 2 e 5 kV** com frequências entre 20 e 50 kHz são aplicadas entre a esfera central e a casca exterior (que está ligada à Terra). O globo contém gases inertes.

A ddp aplicada ioniza parcialmente os gases, criando um plasma que conduz **corrente de cargas eléctricas (corrente eléctrica)**.

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

### Tópicos:

- Corrente eléctrica. Intensidade de corrente eléctrica, Densidade de corrente eléctrica.
- Mecanismos de limitação da velocidade dos electrões na matéria. Velocidade de arrastamento.
- Condutividade eléctrica. Resistência e resistividade. Lei de Ohm
- Energia dissipada numa resistência eléctrica (efeito de Joule).
- Amperímetro. Voltímetro
- Leis de Kirchoff en circuitos dc.
- Circuitos RC.
- Carga e descarga do condensador

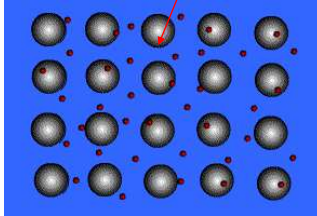
Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

## Condutores, isoladores, semicondutores, supercondutores

Condutores são materiais nos quais há portadores de carga eléctrica que se podem movimentar "livremente"

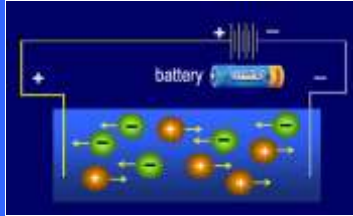
### Exemplos?

Cerne (íões positivos)



#### **Metais ou ligas metálicas**

Portadores de carga:  
**Elétrões**



#### **Solução iônica**

Portadores de carga:  
**Cátions e aniões**



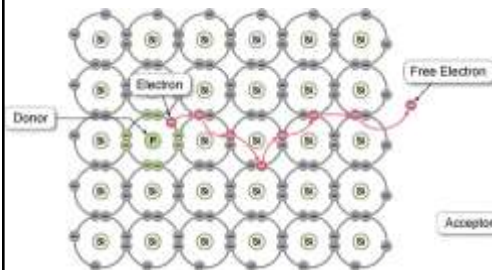
#### **Plasma**

Portadores de carga: **Elétrões e cátions**

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

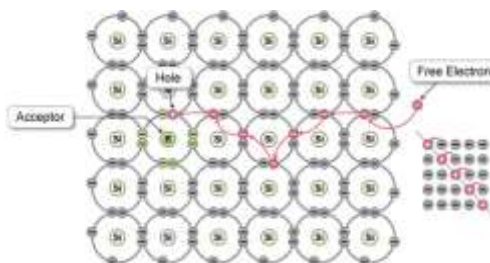
**Semicondutores** a facilidade de transporte de carga é intermédia

**Exemplos?** Silício, Germânio



Semicondutor do tipo n

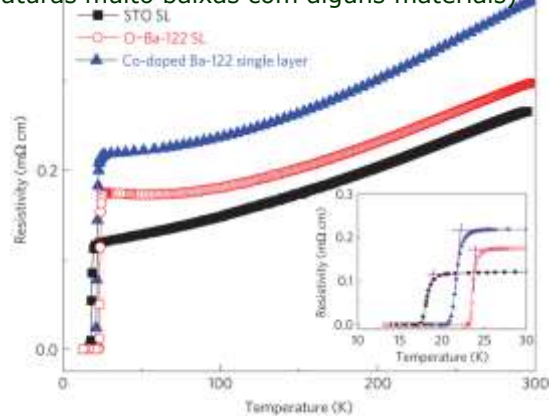
Portadores de carga:  
**Elétrões e lacunas**



Semicondutor do tipo p

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

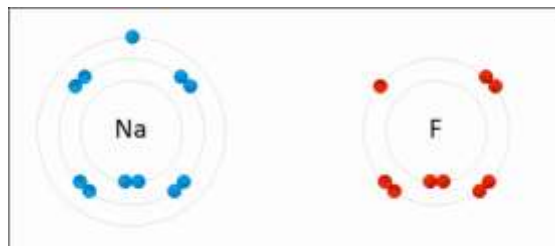
**Supercondutores** Materiais que não oferecem resistência ao movimento das cargas (acontece a temperaturas muito baixas com alguns materiais)



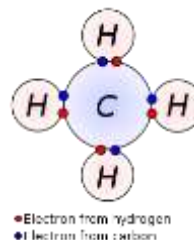
Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

**Isoladores** Materiais que oferecem resistência elevada ao movimento das cargas. Os portadores de carga estão “presos”. Por exemplo, nos compostos iônicos, os elétrons de valência estão “presos” nas ligações químicas. O mesmo se passa com os compostos covalentes.

Fluoreto de sódio  
(composto iônico)



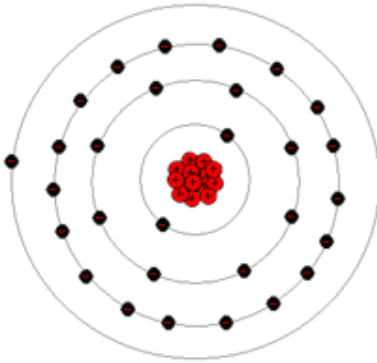
Metano (composto covalente)



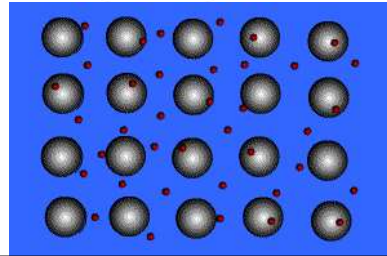
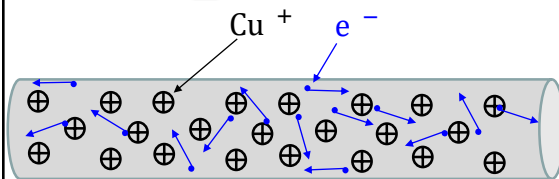
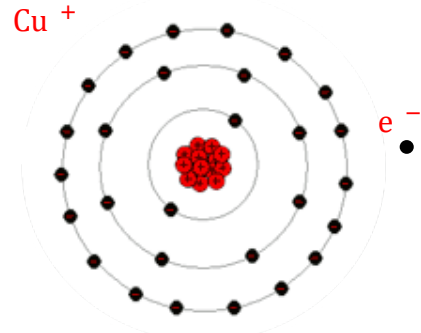
Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

## 5.1 Corrente eléctrica. Densidade de corrente

Representação de um átomo de **Cu**

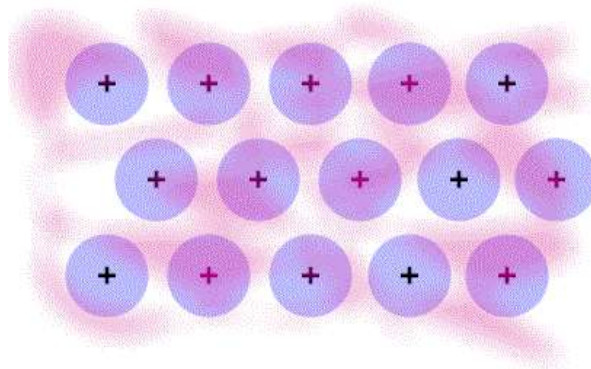


Representação de um Catião  $\text{Cu}^+$  e um electrão



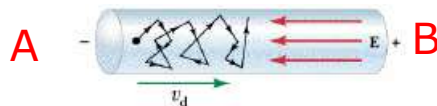
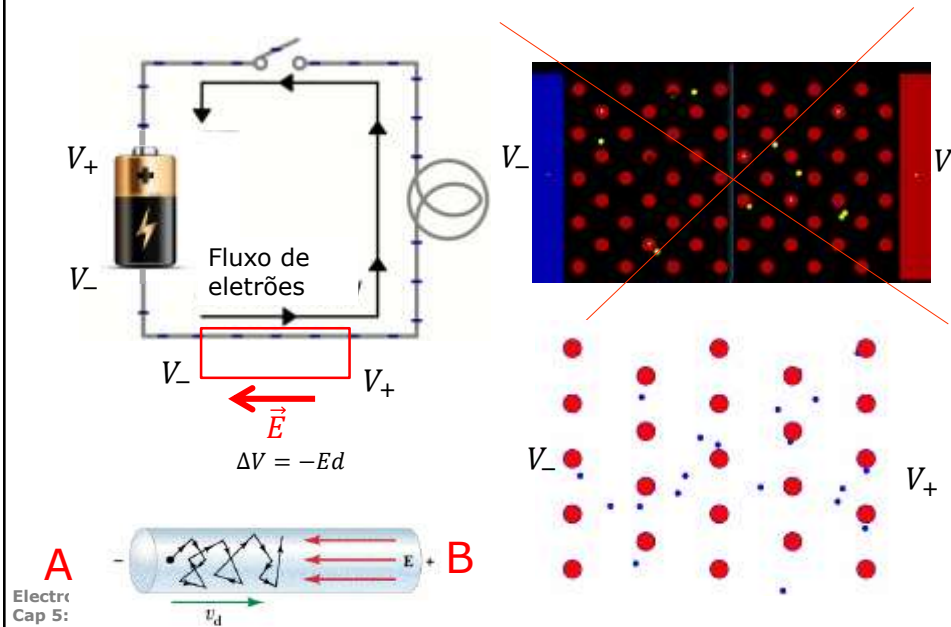
Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

- Os metais possuem **electrões (os electrões livres)**, que se podem mover "livremente".
- Os electrões livres movem-se **aleatoriamente** a uma velocidade  $\sim 10^6$  m/s.
- **Em média**, não existe um sentido preferencial no movimento do "gás de electrões".



Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

Quando se aplica um campo eléctrico a um metal, os electrões livres adquirem movimento preferencial no **sentido oposto** ao campo aplicado.

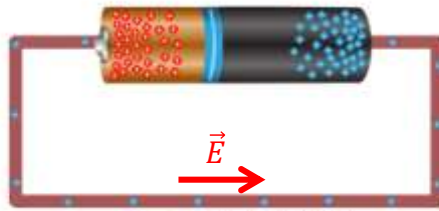


**A corrente eléctrica entre A e B** mantém-se apenas enquanto houver uma diferença de potencial entre A e B.

No caso de uma ddp provocada por um condensador carregado, quando se ligam as placas através de um condutor, a corrente de cargas eléctricas é transitória

Para haver uma **corrente eléctrica constante permanente** entre A e B seria necessário um mecanismo que mantenha a diferença de potencial entre A e B.

Algo que forneça energia ao sistema: uma bateria, uma pilha, ...  
uma fonte ...

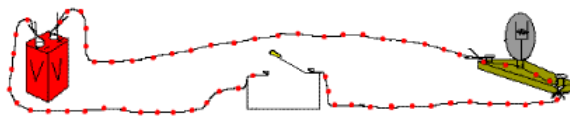


Sentido do fluxo de eletrões

O sentido da corrente eléctrica convencionalmente é o oposto ao sentido preferencial dos eletrões! Que é o sentido do campo eléctrico.

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

OPEN CIRCUIT



CLOSED CIRCUIT

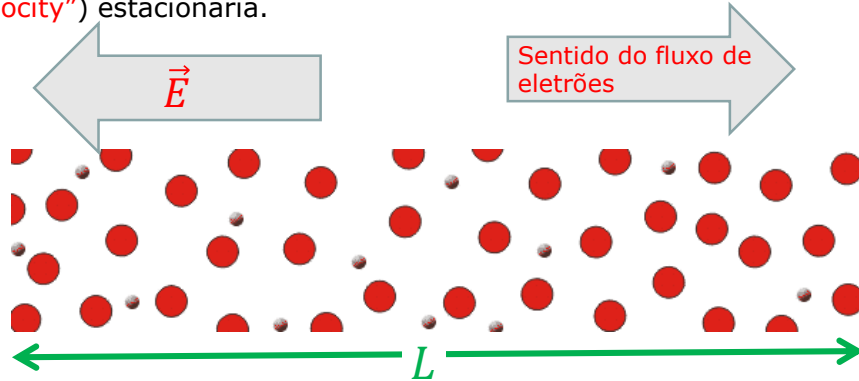


Quando as cargas eléctricas negativas (ou positivas) têm sempre o mesmo sentido, a corrente eléctrica é contínua (dc = *direct current*).

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

Os electrões livres movem-se **aleatoriamente** a uma velocidade  $\sim 10^6$  m/s.

Quando é aplicado um campo eléctrico, os electrões colidem frequentemente com os **iões da rede cristalina metálica** e rapidamente atingem uma **velocidade de arrastamento** ( $v_d$  - "drift velocity") estacionária.



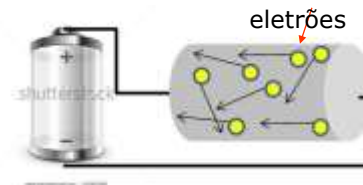
Se em média os eletrões percorrerem  $L$  num tempo  $\Delta t$ , a **velocidade de arrastamento** é:

$$v_d = \frac{L}{\Delta t}$$

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

## Intensidade de Corrente eléctrica ( $I$ )

A **intensidade corrente eléctrica** ( $I$ ), normalmente designada por **corrente eléctrica** ou simplesmente **corrente**, é a quantidade de carga que atravessa a secção reta de um condutor por unidade de tempo.



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Ampere

$$1A = 1C/s$$

Corrente instantânea

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

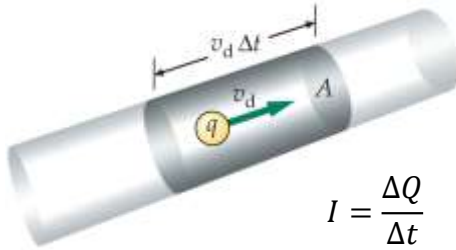


Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

André-Marie Ampère  
(1775-1836)

## .Velocidade de arrastamento( $v_d$ )

Num curto intervalo de tempo  $\Delta t$ , todas as partículas com velocidade de arrastamento (*drift velocity*)  $v_d$ , no volume  $v_d \Delta t A$  cruzam a área  $A$



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\Delta Q = nqAv_d\Delta t$$

volume

Supondo que existem  $n$  partículas por unidade de volume, cada uma com carga  $q$ , como poderemos obter a carga total que cruza a área  $A$ ?

$$I = nqAv_d$$

Carga de cada portador  
Número de portadores / unidade de volume

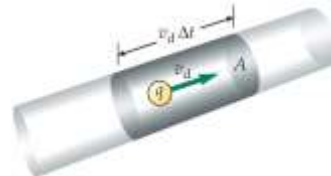
E a corrente será...

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqAv_d$$

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

### Exemplo:

O metal usado nos fios condutores geralmente é o cobre. Alguns fios de laboratório tem um raio de 0.815mm. Calcule a velocidade de arrastamento (*drift velocity*) dos elétrons quando o fio é percorrido pela corrente de 1 A. Admita que por cada átomo de cobre existe um electrão livre. ( $M_{\text{cobre}} = 63.5 \text{ g/mol}$ ;  $\rho_{\text{cobre}} = 8.93 \text{ g/cm}^3$ )



densidade de portadores de carga ( $\text{m}^{-3}$ )

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

Uma vez que há 1 electrão livre por átomo de Cu:

$$\rho = \frac{nM}{N_A} \Leftrightarrow n = \frac{\rho N_A}{M}$$

$$n = \frac{8.93 \times 6.02 \times 10^{23}}{63.5} = 8.5 \times 10^{28} \text{ Átomos/m}^3 \text{ ou } \text{elétrons livres/m}^3$$

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC



$n = 8.47 \times 10^{28} \text{ electrões livres / m}^3$

$v_d = \frac{I}{nqA}$


secção do fio  $(\pi \times (0.815 \times 10^{-3})^2)$

carga do electrão  $(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$

$v_d = 3.5 \times 10^{-5} \text{ m/s}$        $v_d = 3.5 \times 10^{-2} \text{ mm/s} = 0.035 \text{ mm/s}$

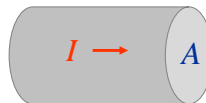
A velocidade de arrastamento é muito baixa!

E uma corrente de 1 A é uma corrente elevada!



Electromagnetismo EE (2018/19)  
 Cap 5: Corrente eléctrica DC

### Densidade de Corrente eléctrica ( $J$ )

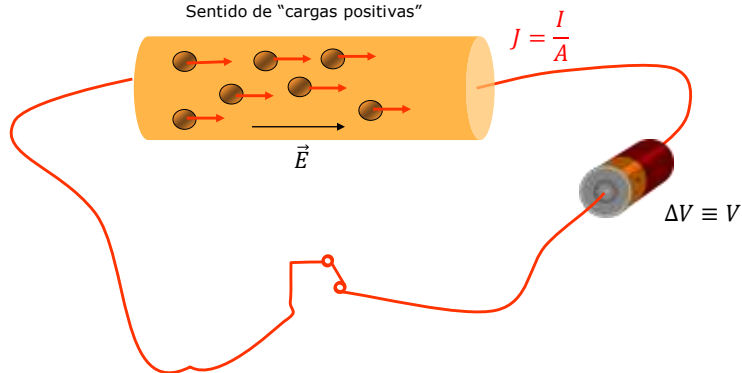


Dividindo a corrente pela área da secção reta do condutor, obtém-se a **densidade de corrente ( $J$ )**:  $J = \frac{I}{A} = nqv_d$

A densidade de corrente é importante em termos de projectos de sistemas eléctricos. Veremos que **os condutores eléctricos possuem uma resistência eléctrica finita, e por isso dissipam energia como calor.** A densidade de corrente deve permanecer suficientemente baixa para prevenir que o condutor funda ou queime, ou que o isolamento do condutor se degrade.

## 5.2. Condutores óhmicos. Lei de Ohm. Resistência Eléctrica ( $R$ ). Condutividade ( $\sigma$ ) e Resistividade ( $\rho$ ) eléctricas

Quando é estabelecida uma ddp ( $\Delta V$ ) entre os terminais de um condutor, estabelece-se um campo eléctrico ( $\vec{E}$ ), uma corrente eléctrica ( $I$ ).



Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

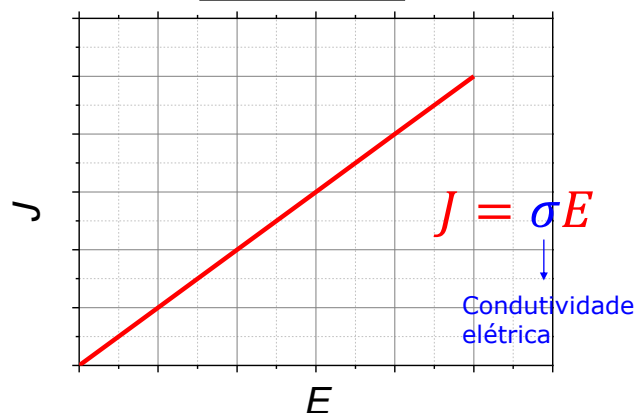
Se a **ddp** ( $\Delta V$ ) é constante, o módulo do **campo eléctrico** ( $E$ ) e a **intensidade de corrente** ( $I$ ) são também constantes.

Quando num condutor, a densidade de corrente ( $J$ ) é directamente proporcional ao módulo do campo eléctrico aplicado ( $E$ ), diz-se que o condutor é Ohmico.

### Lei de Ohm



Georg Simon Ohm  
1789-1854

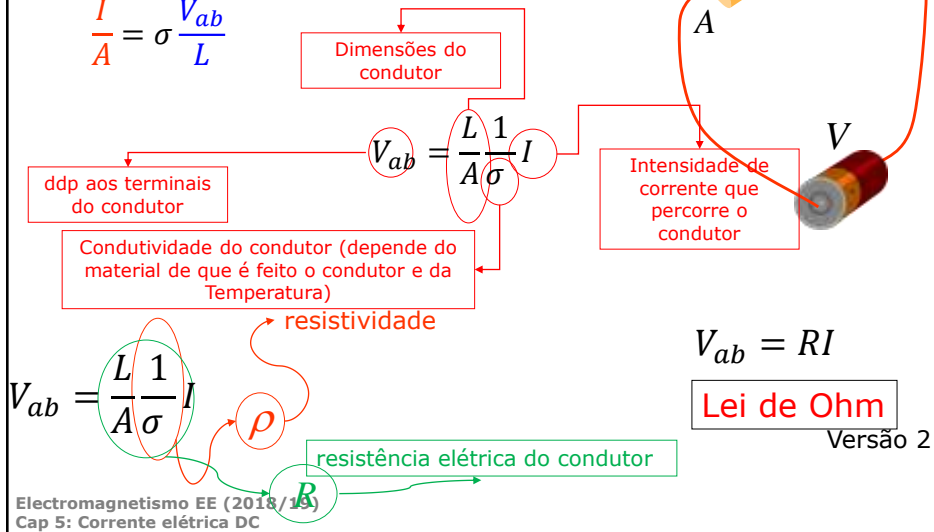


Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

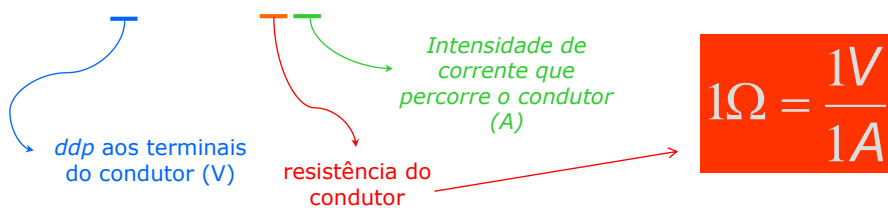
Se o condutor tem secção reta  $A$  e comprimento  $L$ ,  
como  $\Delta V = V_{ab} = E \cdot L$ , podemos escrever:

$$J = \sigma E$$

$$\frac{I}{A} = \sigma \frac{V_{ab}}{L}$$



$$V_{ab} = RI$$



$$J = \sigma E$$

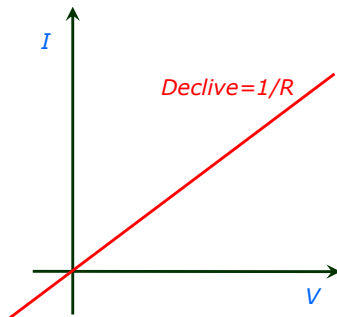
Quais as unidades SI de  
condutividade elétrica ( $\sigma$ )?

Dentro de determinados limites, para muitos materiais condutores, a ddp nos terminais condutor é directamente proporcional à corrente eléctrica que o percorre.

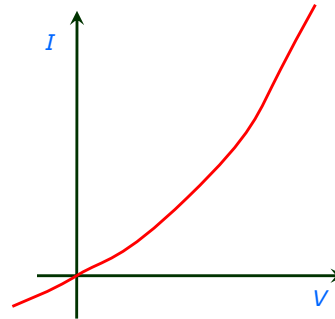
$$V = RI$$

Versão da Lei de Ohm

Estes são materiais óhmicos.



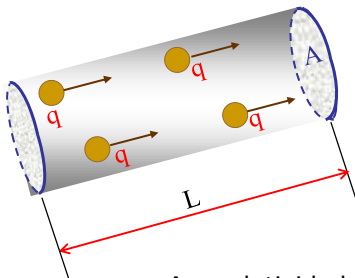
Exemplo de um material não óhmico.



Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

Os condutores apresentam uma resistência eléctrica finita.

A resistência eléctrica dos condutores óhmicos depende do material que o constituem, mas também da geometria dos condutores.



Vimos que: 
$$R = \frac{L}{A} \frac{1}{\sigma}$$

mas: 
$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$
 Resistividade (característica dos materiais)

A condutividade eléctrica ( $\sigma$ ) é o inverso da resistividade

Quais as unidades SI de resistividade?

$$R = \frac{L}{A} \frac{1}{\sigma} = \rho \frac{L}{A}$$

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC

## Resumo: Factores que afetam R

1. O **comprimento L** do condutor.



2. A **área A** da secção recta do condutor.



Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

3. A **temperatura T** a que o condutor se encontra



4. O **material** de que é feito o condutor.



Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

### Checkpoint

Um determinado condutor ôhmico cilíndrico de níquel-crômio ( $\rho = 10^{-6} \Omega \text{ m}$ ) tem um raio de 0.65 mm.

- Calcule o comprimento necessário para que o condutor tenha uma resistência elétrica de  $2 \Omega$ .
- Preencha a tabela abaixo, tendo em conta que  $V$  representa uma ddp aplicada nos terminais de um condutor cilíndrico de níquel-crômio

| L (m) | r (mm) | V (V) | I (A) |                 |
|-------|--------|-------|-------|-----------------|
| 2.65  | 0.65   | 1     | 0.5   | $R = 2\Omega$   |
| 5.30  | 0.65   | 1     | 0.25  | $R = 4\Omega$   |
| 2.65  | 1.30   | 1     | 2.0   | $R = 0.5\Omega$ |
| 2.65  | 0.65   | 2.0   | 1     | $R = 2\Omega$   |

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$L = \frac{RA}{\rho}$$

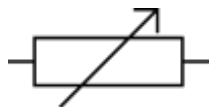
$$L = \frac{2 \times \pi (0.65 \times 10^{-3})^2}{10^{-6}} = 2.65 \text{ m}$$

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

Símbolos de resistência elétricas:

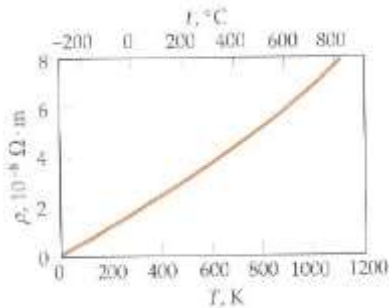


Símbolos de resistência elétricas variáveis:



Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

A resistividade, e consequentemente a condutividade e a resistência, variam com a temperatura



A figura mostra a resistividade do Cu em função da temperatura. A variação é praticamente linear. A muito baixas temperaturas há uma quebra desta linearidade, o que acontece para muitos metais ("supercondutividade"). Este efeito não é revelado nesta figura.

A variação da resistividade com a temperatura pode ser descrita por (desde que não seja a temperaturas muito baixas):

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

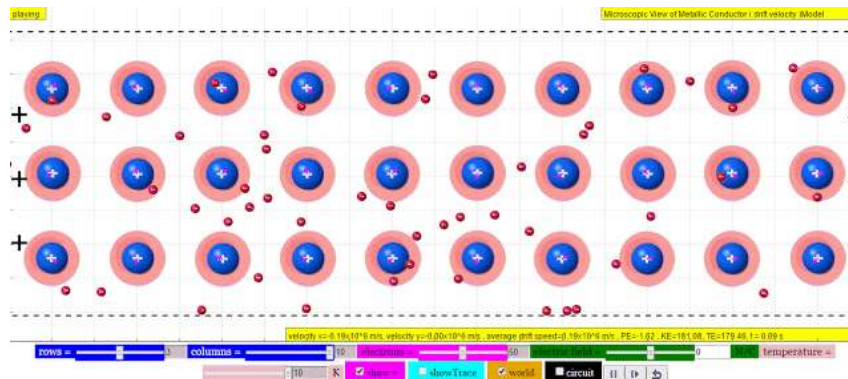
resistividade à temperatura  $T$

resistividade a uma temperatura de referência  $T_0$

Coefficiente de resistividade/temperatura

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

Os átomos vibram em torno das posições de equilíbrio das redes cristalinas. Com o aumento da temperatura, as amplitudes de vibração aumentam, aumentando a dificuldade de progressão dos elétrões.

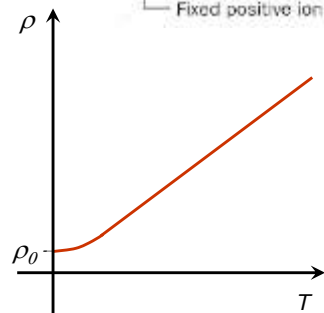
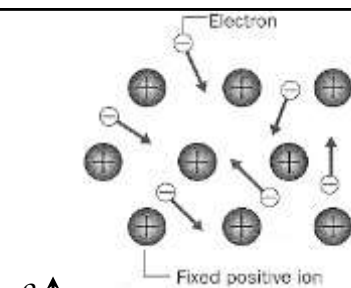


Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC

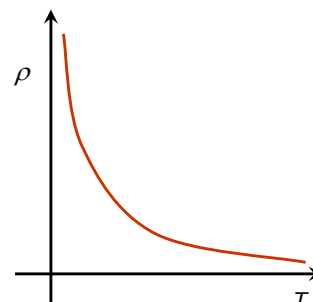
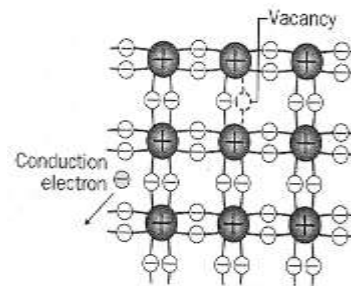
### Resistividade de alguns materiais

| Material         | $\rho$ @ $\sim 20^\circ\text{C}$ ( $\Omega \text{ m}$ ) | Coefficiente de temperatura ( $\text{K}^{-1}$ ) |
|------------------|---|---|
| Cu               | $1.7 \times 10^{-8}$                                    | $3.9 \times 10^{-3}$                            |
| Ag               | $1.6 \times 10^{-8}$                                    | $3.8 \times 10^{-3}$                            |
| Al               | $2.8 \times 10^{-8}$                                    | $3.9 \times 10^{-3}$                            |
| Fe               | $10 \times 10^{-8}$                                     | $5.0 \times 10^{-3}$                            |
| Ge               | 0.45  | $-4.8 \times 10^{-2}$                           |
| Si               | 640   | $-7.5 \times 10^{-2}$                           |
| Madeira          | $10^8 - 10^{14}$  | -   |
| Vidro            | $10^{10} - 10^{14}$                                     | -   |
| Água do mar      | 0.2   | -   |
| Água engarrafada | 20 a 2000   | -   |
| Água desion.     | $1.8 \times 10^5$                                       | -   |
| Teflon           | $10^{14}$   | -   |

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC



$\rho(T)$  para um metal tóico  
(por exemplo, cobre)

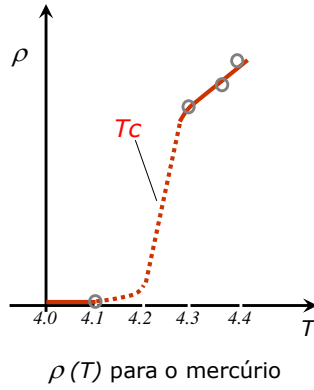


$\rho(T)$  para um semiconductor  
(como por exemplo o Si ou Ge)

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC



## supercondutores



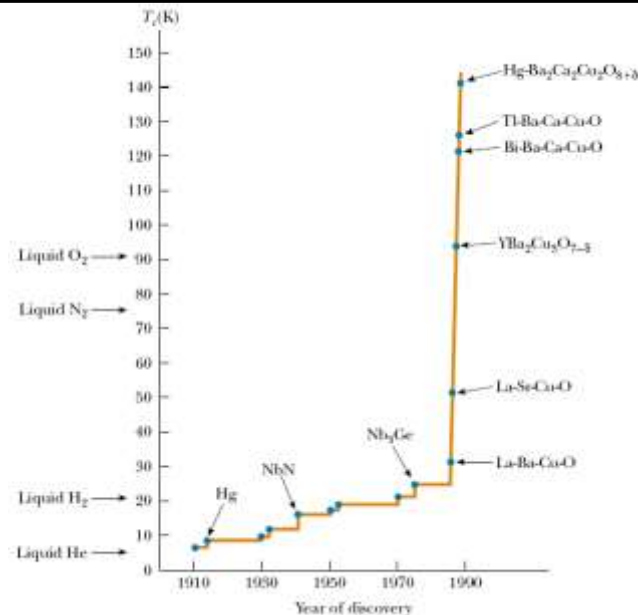
Em alguns materiais a resistividade cai abruptamente para baixas temperaturas, para valores quase nulos (cerca de  $4 \times 10^{-25}$  W.m, valores cerca de  $10^{17}$  vezes menores que a resistividade do cobre).

Como  $R \approx 0$  a corrente pode persistir num supercondutor sem existir um diferença de potencial aplicada.



Pequeno magnete que levita sobre um disco supercondutor de  $\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ , a 77 K.

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC



Evolução da temperatura crítica de supercondutividade ao longo do tempo, desde a descoberta do fenómeno, em 1911, por Kamerlingh-Onnes (1853–1926).

Electromagnetismo EE (2018/19)  
Cap 5: Corrente elétrica DC