equações às diferenças

resolução dos exercícios

9

In[73]:=
```
Clear[f];
f[x_] = 1 - 1.44 x + 1.78 x^2 - 0.73 x^3
```

Out[74]= $1 - 1.44\,x + 1.78\,x^2 - 0.73\,x^3$

existência

In[75]:=
```
sol01 = x /. Solve[f[x] == x]
```

Out[75]= {0.617632, 0.910362 − 1.17863 ⅈ, 0.910362 + 1.17863 ⅈ}

In[76]:=
```
fixos = Part[sol01, 1]
```

Out[76]= 0.617632

In[77]:=
```
sol02 = x /. Solve[f[f[x]] == x]
```

Out[77]= {−0.408226, 0.00981997 − 0.745077 ⅈ, 0.00981997 + 0.745077 ⅈ, 0.617632, 0.910362 − 1.17863 ⅈ, 0.910362 + 1.17863 ⅈ, 1.66558 − 0.895905 ⅈ, 1.66558 + 0.895905 ⅈ, 1.93414}

In[78]:=
```
ciclo2 = Part[sol02, {1, -1}]
```

Out[78]= {−0.408226, 1.93414}

estabilidade

In[79]:=
```
Abs[f '[fixos]]
```

Out[79]= 0.0766481

logo, 0.617632 é um ponto fixo atractivo

In[80]:=
```
Abs[f '[Part[ciclo2, 1]] f '[Part[ciclo2, 2]]]
```
Out[80]= 8.95052

logo, {-0.408226,1.93414} é um 2-ciclo repulsivo

10

In[92]:=
```
Clear[f];
f[x_] = 0.32 - 1.52 x - 0.41 x^2 - 0.15 x^3
```
Out[93]= $0.32 - 1.52\,x - 0.41\,x^2 - 0.15\,x^3$

existência

In[94]:=
```
sol01 = x /. Solve[f[x] == x]
```
Out[94]= {-1.42884 - 3.88764 ⅈ, -1.42884 + 3.88764 ⅈ, 0.124354}

In[95]:=
```
fixos = Part[sol01, -1]
```
Out[95]= 0.124354

In[96]:=
```
sol02 = x /. Solve[f[f[x]] == x]
```
Out[96]= {-2.5379 - 2.9859 ⅈ, -2.5379 + 2.9859 ⅈ, -1.42884 - 3.88764 ⅈ,
-1.42884 + 3.88764 ⅈ, -1.23801 - 2.3544 ⅈ, -1.23801 + 2.3544 ⅈ,
0.124354, 1.04257 - 0.854766 ⅈ, 1.04257 + 0.854766 ⅈ}

In[97]:=
```
ciclo2 = Part[sol02, {1, -1}]
```
Out[97]= {-2.5379 - 2.9859 ⅈ, 1.04257 + 0.854766 ⅈ}

não admite qualquer 2-ciclo

estabilidade

In[98]:=
```
Abs[f '[fixos]]
```
Out[98]= 1.62893

logo, 0.124354 é um ponto fixo repulsivo

11

In[99]:=
```
Clear[f];
f[x_] = -0.82 + 0.15 x + 0.98 x^2 + 0.74 x^3 - 0.28 x^4
```

Out[100]= $-0.82+0.15\,x+0.98\,x^2+0.74\,x^3-0.28\,x^4$

existência

In[101]:=
```
fixos = x /. Solve[f[x] == x]
```

Out[101]= {-0.978656, -0.816203, 1.09768, 3.34003}

In[102]:=
```
sol02 = x /. Solve[f[f[x]] == x]
```

Out[102]= {-1.18845 - 1.18161 i, -1.18845 + 1.18161 i, -1.03522 - 0.712645 i, -1.03522 + 0.712645 i, -0.978656, -0.816203, -0.504752 - 0.816544 i, -0.504752 + 0.816544 i, 0.444022 - 0.554452 i, 0.444022 + 0.554452 i, 1.09768, 1.68102, 3.34003, 3.48079, 3.66779 - 0.0654843 i, 3.66779 + 0.0654843 i}

In[103]:=
```
ciclo2 = Part[sol02, {12, 14}]
```

Out[103]= {1.68102, 3.48079}

estabilidade

In[104]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 1]]]
```

Out[104]= 1.40788

logo, -0.978656 é um ponto fixo repulsivo

In[105]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 2]]]
```

Out[105]= 0.638172

logo, -0.816203 é um ponto fixo atractivo

In[106]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 3]]]
```

Out[106]= 3.49503

logo, 1.09768 é um ponto fixo repulsivo

In[107]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 4]]]
```
Out[107]= 10.2698

logo, 3.34003 é um ponto fixo repulsivo

In[108]:=
```
Abs[f '[Part[ciclo2, 1]] f '[Part[ciclo2, 2]]]
```
Out[108]= 58.7728

logo, {1.68102,3.48079} é um 2-ciclo repulsivo

12

In[120]:=
```
Clear[f];
f[x_] = -1.8 - 0.43 x + 1.2 x^2 + 0.21 x^3
```
Out[121]= $-1.8 - 0.43\,x + 1.2\,x^2 + 0.21\,x^3$

existência

In[122]:=
```
fixos = x /. Solve[f[x] == x]
```
Out[122]= {-6.55375, -0.798479, 1.63795}

In[123]:=
```
sol02 = x /. Solve[f[f[x]] == x]
```
Out[123]= {-6.55375, -5.77129 - 0.247211 ⅈ, -5.77129 + 0.247211 ⅈ, -1.44625,
-0.798479, 0.431826 - 1.65383 ⅈ, 0.431826 + 1.65383 ⅈ, 0.6966, 1.63795}

In[124]:=
```
ciclo2 = Part[sol02, {4, -2}]
```
Out[124]= {-1.44625, 0.6966}

estabilidade

In[125]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 1]]]
```
Out[125]= 10.9005

In[126]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 2]]]
```
Out[126]= 1.94468

In[127]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 3]]]
```
Out[127]= 5.19128

logo, todos os três pontos fixos são repulsivos

In[128]:=
```
Abs[f '[Part[ciclo2, 1]] f '[Part[ciclo2, 2]]]
```
Out[128]= 3.99773

logo, {-1.44625,0.6966} é um 2-ciclo repulsivo

13

In[129]:=
```
Clear[f];
f[x_] = -0.72 + 1.14 x + 1.96 x^2
```
Out[130]= $-0.72 + 1.14\, x + 1.96\, x^2$

existência

In[131]:=
```
fixos = x /. Solve[f[x] == x]
```
Out[131]= {-0.642857, 0.571429}

In[132]:=
```
sol02 = x /. Solve[f[f[x]] == x]
```
Out[132]= {-0.87503, -0.642857, -0.216807, 0.571429}

In[133]:=
```
ciclo2 = Part[sol02, {1, 3}]
```
Out[133]= {-0.87503, -0.216807}

estabilidade

In[134]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 1]]]
```
Out[134]= 1.38

In[135]:=
```
Abs[f '[Part[fixos, 2]]]
```
Out[135]= 3.38

logo, ambos os pontos fixos são repulsivos

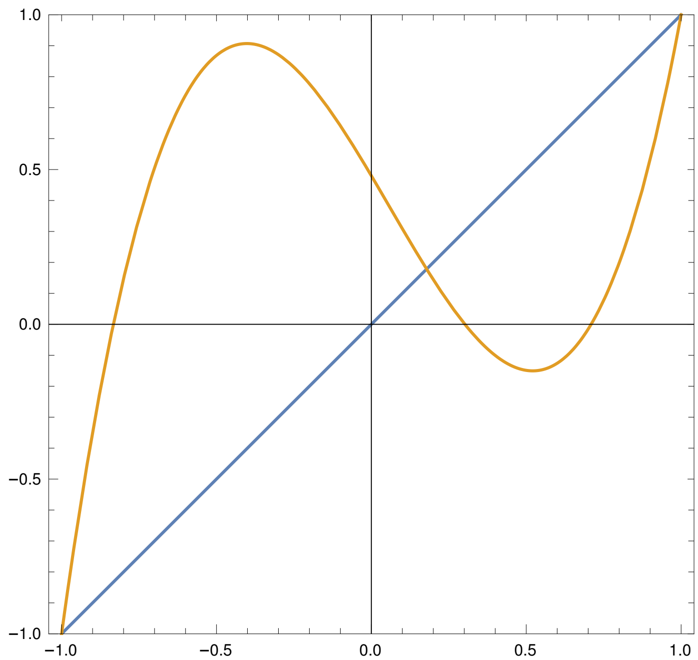
In[136]:=
```
Abs[f '[Part[ciclo2, 1]] f '[Part[ciclo2, 2]]]
```

Out[136]= 0.6644

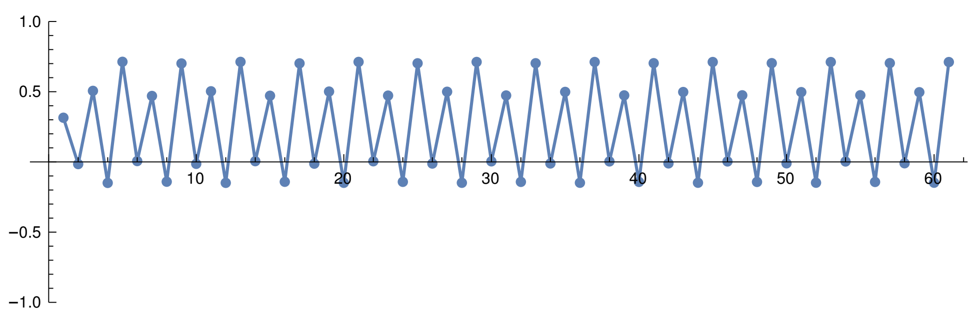
logo, {-0.87503,-0.216807} é um 2-ciclo atractivo

14

In[173]:=
```
Clear[f];
f[x_] = 0.48 - 1.69 x - 0.48 x^2 + 2.69 x^3;
Plot[{x, f[x]}, {x, -1, 1}, Frame → True, AspectRatio → Automatic, PlotRange → {-1, 1}]
```

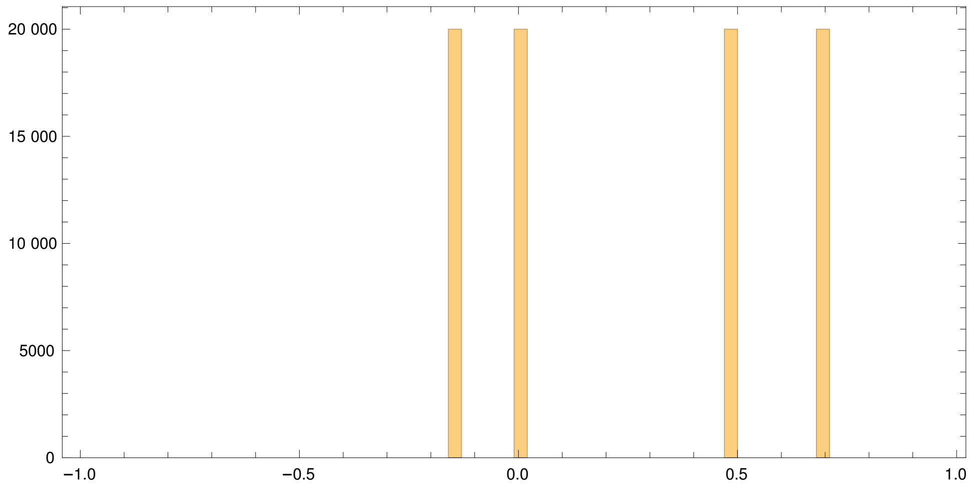
Out[175]=


In[176]:=
```
ListPlot[NestList[f, RandomReal[{-1, 1}], 60], Joined → True,
 Mesh → True, PlotRange → {-1, 1}, ImageSize → 500, AspectRatio → 0.3]
```

Out[176]=


In[181]:=
```
Histogram[Take[NestList[f, RandomReal[{-1, 1}], 110000], -80000],
 {-1, 1, 0.03}, ImageSize → 500, Frame → True, AspectRatio → 0.5]
```

Out[181]=

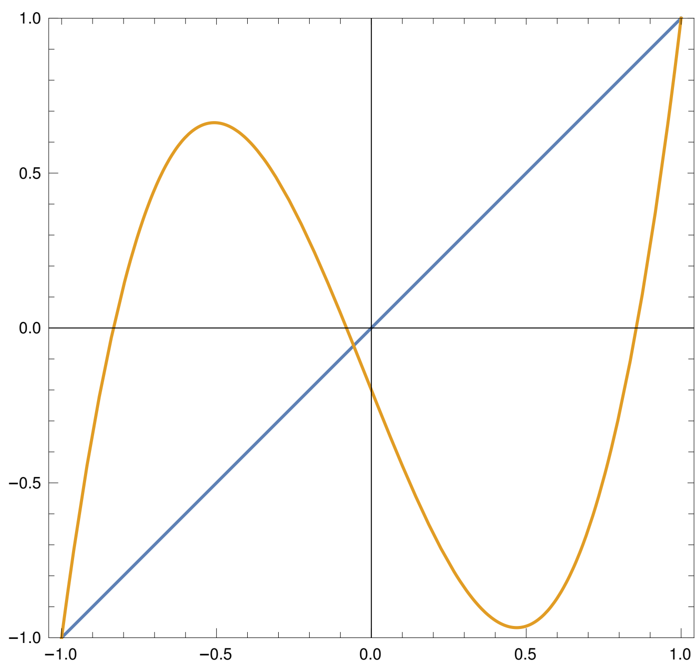


depois de ter determinado os primeiros elementos da órbita de xo, para muitas escolhas no intervalo [-1, 1], posso concluir que o sistema dinâmico tem um 4-ciclo atractor

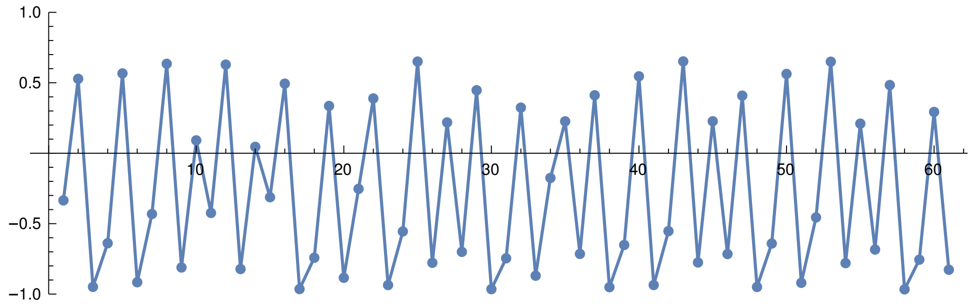
15

In[164]:=
```
Clear[f];
f[x_] = -0.2 - 2.5 x + 0.2 x^2 + 3.5 x^3;
Plot[{x, f[x]}, {x, -1, 1}, Frame → True, AspectRatio → Automatic, PlotRange → {-1, 1}]
```

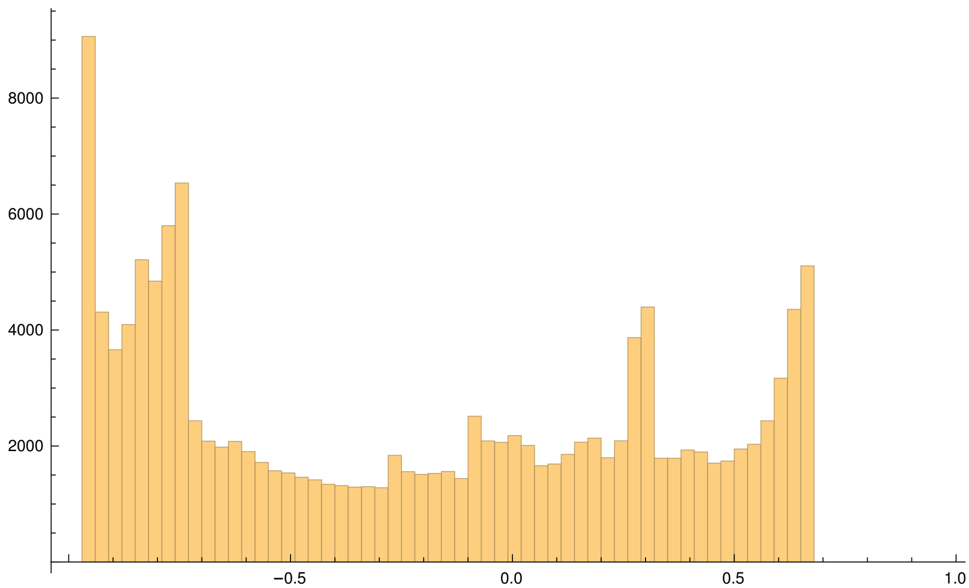
Out[166]=



In[170]:=
```
ListPlot[NestList[f, RandomReal[{-1, 1}], 60], Joined → True,
 Mesh → True, PlotRange → {-1, 1}, ImageSize → 500, AspectRatio → 0.3]
```

Out[170]=


In[171]:=
```
Histogram[Take[NestList[f, RandomReal[{-1, 1}], 180 000], -140 000],
 {-1, 1, 0.03}, ImageSize → 500]
```

Out[171]=


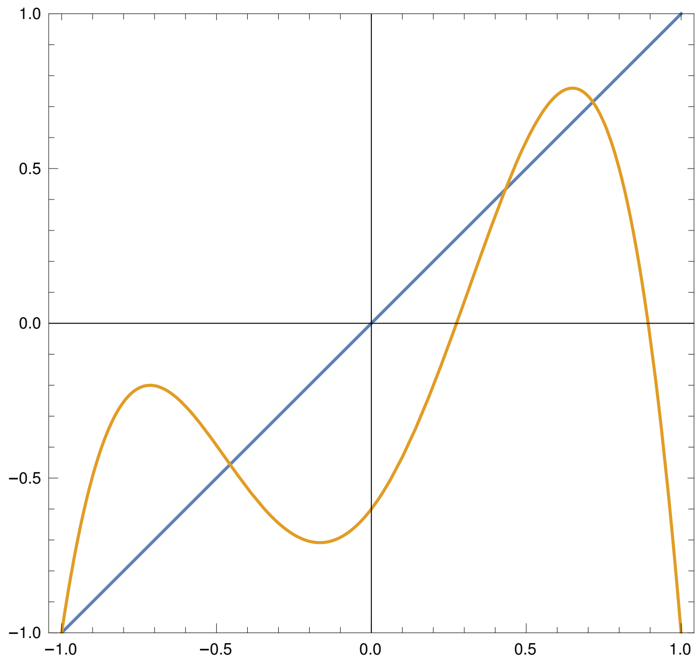
depois de ter determinado os primeiros elementos da órbita de xo, para muitas escolhas no intervalo [-1, 1], posso concluir que o sistema dinâmico tem um atractor aperiódico

16

In[151]:=

```
Clear[f];
f[x_] = -0.6 + 1.31 x + 3.85 x^2 - 1.31 x^3 - 4.25 x^4;
Plot[{x, f[x]}, {x, -1, 1}, Frame → True, AspectRatio → Automatic, PlotRange → {-1, 1}]
```

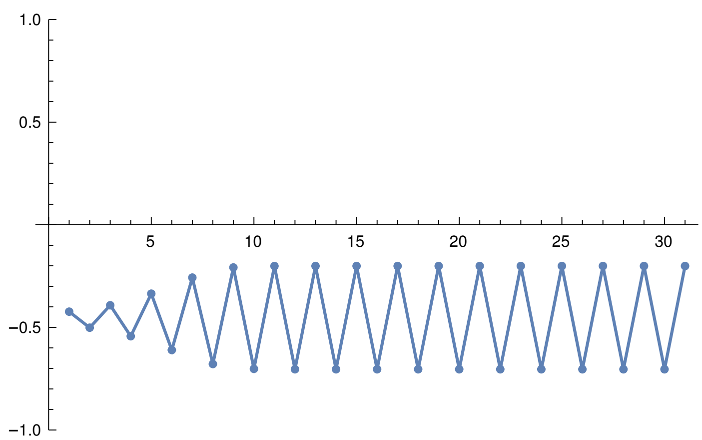
Out[153]=



In[154]:=

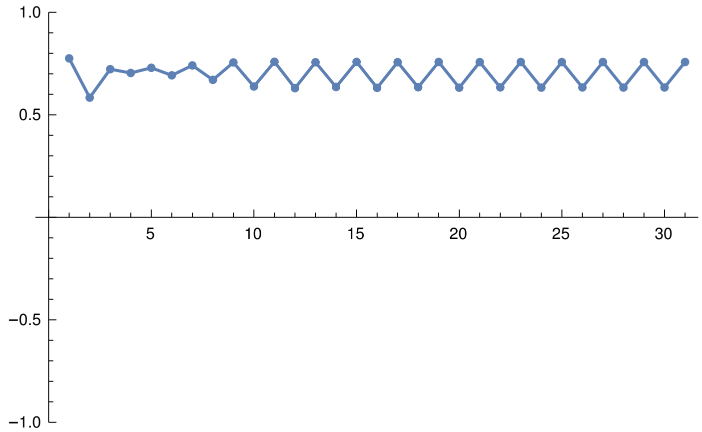
```
ListPlot[NestList[f, RandomReal[{-1, 1}], 30],
 Joined → True, Mesh → True, PlotRange → {-1, 1}]
```

Out[154]=



In[157]:=
```
ListPlot[NestList[f, RandomReal[{-1, 1}], 30],
 Joined → True, Mesh → True, PlotRange → {-1, 1}]
```

Out[157]=

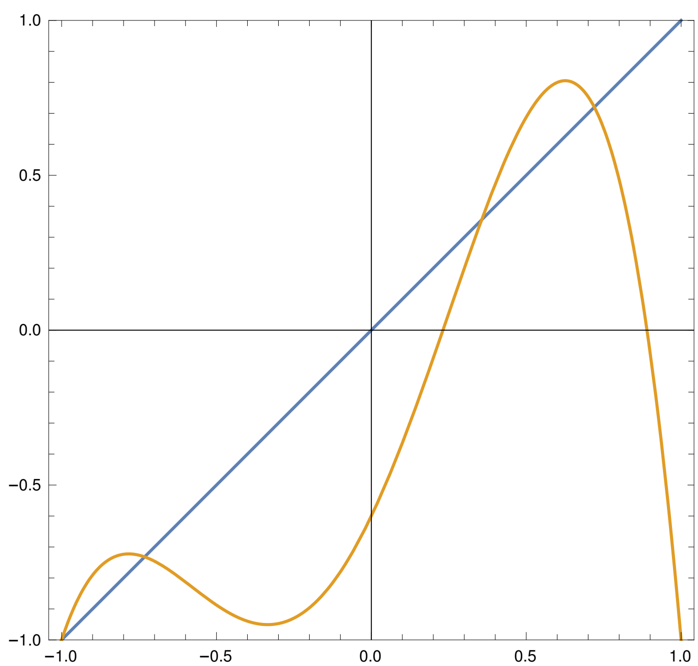


depois de ter determinado os primeiros elementos da órbita de xo, para muitas escolhas no intervalo [-1, 1], posso concluir que o sistema dinâmico tem dois 2-ciclos atractores

17

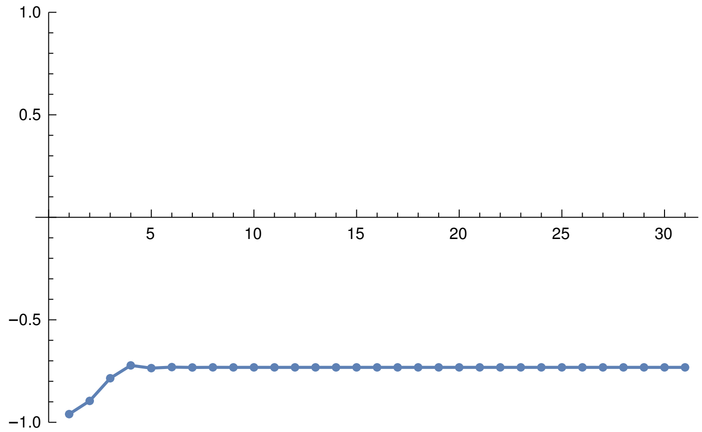
In[158]:=
```
Clear[f];
f[x_] = -0.6 + 2.1 x + 2.8 x^2 - 2.1 x^3 - 3.2 x^4;
Plot[{x, f[x]}, {x, -1, 1}, Frame → True, AspectRatio → Automatic, PlotRange → {-1, 1}]
```

Out[160]=



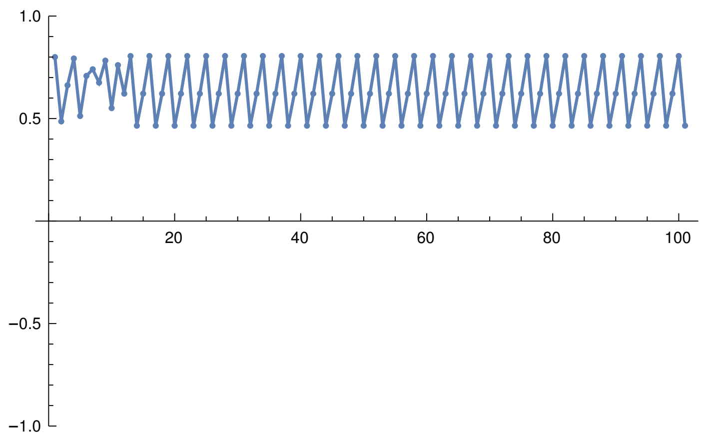
In[161]:=
```
ListPlot[NestList[f, RandomReal[{-1, 1}], 30],
 Joined → True, Mesh → True, PlotRange → {-1, 1}]
```

Out[161]=



In[162]:=
```
ListPlot[NestList[f, RandomReal[{-1, 1}], 100],
 Joined → True, Mesh → True, PlotRange → {-1, 1}]
```

Out[162]=



depois de ter determinado os primeiros elementos da órbita de xo, para muitas escolhas no intervalo [-1, 1], posso concluir que o sistema dinâmico tem dois atractores: um ponto fixo e um 3-ciclo