Sistemas de comunicação

- Rever Básicos da teoria da informação

- Rever Espectro do Sinal

Limitações fundamentais :

- Largura de banda (Bt finita - limita resposta a variação do sinal, e.g. elétrico)
- Ruído (e.g. ruído térmico) **S/N ratio**

Largura da banda exigida ao sistema de transmissão **proporcional** ao ritmo binário.

- **Ritmo de Nyquist** num sistema de transmissão com largura de banda B_T, o ritmo máximo teórico de símbolos (r_s) digitais que por ele se podem transmitir é de:

$$\boxed{r_s \leq 2 * B_T}$$

Lei de Hartley-Shannon

C_c - quantidade info. por símbolo
r_c - ritmo máximo de símbolos
Bt - largura da banda

Capacidade do canal :

An ideal communication system is one that achieves nearly error-free information transmission at a rate approaching channel capacity

In digital communications, it is sometimes necessary to determine t**he upper limit of the data rate** for a specific digital transceiver design.

Teorema Shannon de codificação do canal : transmissão isenta a erros se débito da fonte
$R \leq C$

lei Hartley-Shannon define a capacidade do canal em função da Largura de Banda e razão Sinal Ruído (SNR):

When the SNR is large (S/N >> 1):

bandwidth-limited regime.

$$C \approx 0.332 \cdot B \cdot \mathrm{SNR\ (in\ dB)}$$

where

$$\mathrm{SNR\ (in\ dB)} = 10 \log_{10} \frac{S}{N}.$$

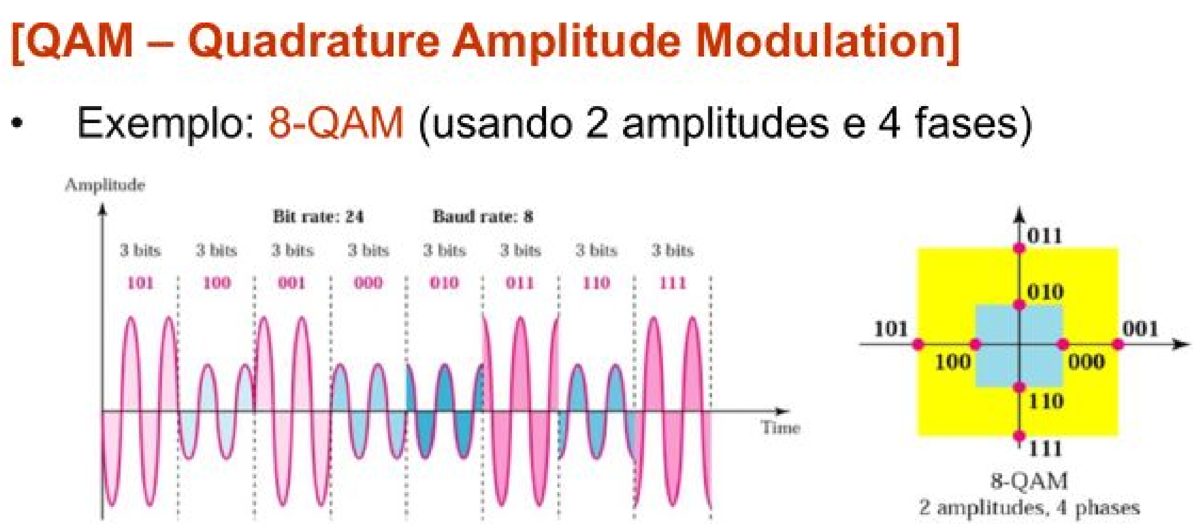
Effective number of distinguishable levels *M*

<u>Modulação</u>

- sinal modulante
- onda portadora

<u>Modular para :</u>

- rentabilização de transmissão (e.g. tamanho da antena) **a = v/ f**
- multiplexagem (eliminar interferência outros sinais , e.g. wireless)
- menos ruído
- aumenta o alcance da comunicação



FM Radio Broadcast

→ SDR example

→ wiki page https://en.wikipedia.org/wiki/FM_broadcasting#Stereo_FM

→

Bandwidth of 200 kHz is not needed to accommodate an audio signal — 20 kHz to 30 kHz is all that is necessary for a narrowband FM signal. The 200 kHz bandwidth allowed room for ±75 kHz signal deviation from the assigned frequency, plus guard bands to reduce or eliminate adjacent channel interference. The larger bandwidth allows for broadcasting a 15 kHz bandwidth audio signal plus a 38 kHz stereo "subcarrier"—a piggyback signal that rides on the main signal. Additional unused capacity is used by some broadcasters to transmit utility functions such as background music for public areas, GPS auxiliary signals, or financial market data.

FICHA 4

exe 2

$$C = B_T \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right) \quad bits/s$$

S = 100 * 10^-6 W → Signal = 10^-4 W
n = 10^-8 W/Hz → Noise

a)

Determine o ritmo máximo de transmissão de informação pelo sistema de comunicação (capacidade do canal) se este possuir uma largura de banda de

i) 1 KHz

N = n*1K = 10^-5 ⇒ S/N = 10
C = 3460 bit/sec

ii) 10 KHz

N = n*10K = 10^-4 ⇒ S/N = 1
C = 10 Kbit/sec

iii) 100 KHz.

N = n*100K = 10^-3 ⇒ S/N = 10^-1
C = 13,75 Kbit/sec

b)

Compare as capacidades obtidas na alínea anterior com os ritmos máximos teóricos de símbolos digitais e discuta a sua implicação na codificação do sinal

$B_T = 1$ KHz, $r_S \leq 2 * B_T \Leftrightarrow r_S \leq 2 * 10^3 = 2$ KSímb/seg
$B_T = 10$ KHz, $r_S \leq 2 * 10^4 = 20$ KSímb/seg
$B_T = 100$ KHz, $r_S \leq 2 * 10^5 = 200$ KSímb/seg

Logo, apenas no primeiro caso (quando a largura de banda é 1 KHz) a codificação a utilizar não deverá ser binária, género PCM, para se poder aproveitar o máximo ritmo teórico de símbolos possível. Nos outros dois casos pode utilizar-se uma codificação digital em símbolos binários pois o ritmo teórico de Nyquist é superior à capacidade do canal de transmissão.

exe 3

Considere a Lei de Hartley-Shannon aplicada a um sistema de transmissão com uma largura de banda Bt = 4 KHz e densidade de ruído η = 10^-13 Watt/Hz. Determine o valor mínimo que a potência do sinal deve ter à saída do sistema para se obter uma transmissão fiável de informação nos seguintes ritmos: 64 Kbits/s, 128 Kbits/s e 256 Kbits/s.

N = n*Bt = 4K * 10^-13 = 4 * 10^-10 W

S - ??

$$\boxed{C = B_T \ \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right) \quad bits/s}$$

64k = 4k * log2 (1+S/N) ⇒ 16 = log2 (1+s/n) ⇒ 2^16 = 1+S/N ⇒S =0.26 * 10^-4 W **= 26 µW**

C = 0.332 * Bt * SNR (db)

128 Kbit/s ⇒ S = 1.59 W

256 Kbit/s ⇒ S = 7,571,264,616 **W (GW)**

exe 4

a) Rs <= 2Bt

$$\boxed{C = B_T \ \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right) \quad bits/s}$$

Quanto maior for a relação entre a potência do sinal e a potência do ruído maior será ritmo de Nyquist. **F**

b)

1000 <= 2 * Bt ⇒ Bt = 500 Hz
N = n* Bt = 5 W
1000 = 500 * log2 (1+15/5) **V**

c)

S/N = 7
C = Bt * log2(1+7) = 3 Bt [bit/sec] V

d)

A capacidade do canal aumenta na mesma proporção do aumento da banda de transmissão do sistema.

F

exe 5

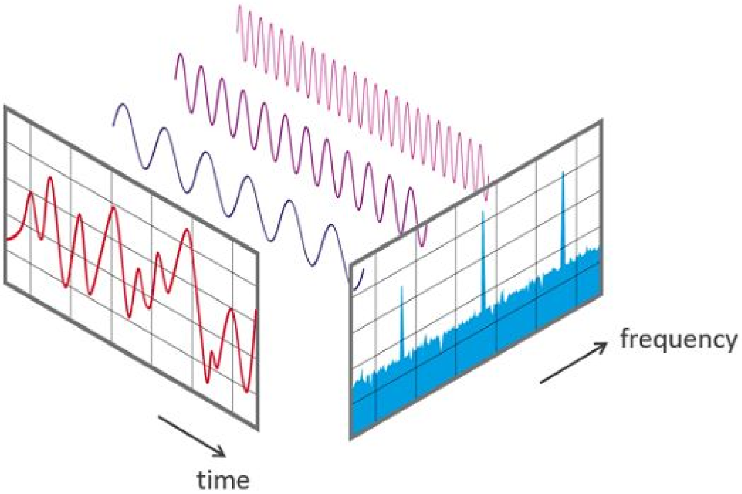
- **Rever a Modulação**

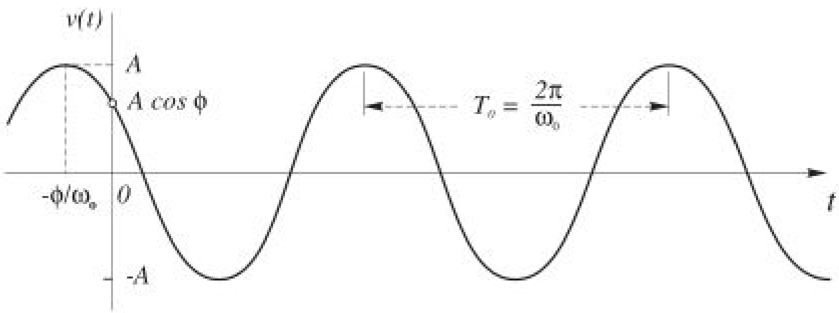
verifique exemplos em Matlab Disponível no BB

Análise de Sinais

Duas formas de representar o mesmo sinal :

- **Domínio do tempo**
- **Domínio da frequência   (Espectro do Sinal)**
- **Análise espectral do Sinal**

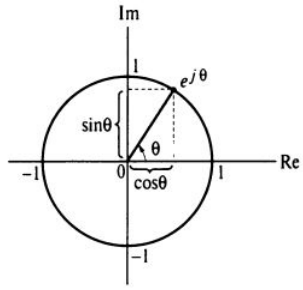
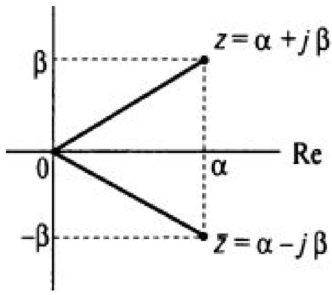




$\sin \omega t = \cos(\omega t - 90°)$	$-A\ \cos(\omega t) = A\ \cos(\omega t \pm 180°)$

Transformadas de Fourier

<table>
<tr><td>Teorema de Euler
$e^{\pm j\theta} = \cos\theta \pm j\sin\theta$
Загрузка…

Cálculos mais simples</td><td></td></tr>
<tr><td>$\boxed{C_{-k} = \bar{C}_k.}$
coof. conjugados</td><td></td></tr>
<tr><td>Transformadas de Fourier usando números complexos</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">$$f(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left(C_k e^{j\omega_0 kt} + C_{-k} e^{\ j\omega_0 kt}\right).$$
$$\boxed{= C_0 + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left|C_k\right|\cos\left(\omega_0 kt + \phi_k\right).}$$</td></tr>
</table>

<u>Potência de Parseval</u> :

No caso do sinal periódico o valor médio para todo o tempo é igual a valor médio num período. (Componente constante do sinal)

Potência média associada a um sinal <u>periódico</u> :

$$S = \langle |v(t)|^2 \rangle = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} |v(t)|^2 \, dt$$

Potência de Parseval :

$$S = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |C_n|^2$$

Teorema da potência de Parceval (espectro bilateral):

$$S = \langle |v(t)|^2 \rangle = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |v(t)|^2 dt \Leftrightarrow S = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |C_n|^2 = C_0^2 + 2 * \sum_{n=1}^{+\infty} |C_n|^2$$

https://mathworld.wolfram.com/ParsevalsTheorem.html →

Sinais não-periódicos

Não-periódico == Periódico com período infinito (T = ∞)

Assim, v(t) já não é uma soma de componentes de frequência discreta, mas o integral num intervalo contínuo, com a densidade de amplitude ***[V/Hz]*** , i.e., Espectro contínuo

Em sinais não-periódicos considerar a **energia total**

$$E \doteq \int_{-\infty}^{+\infty} |v(t)|^2 \, dt$$

Por exemplo, a energia normalizada de um pulso retangular de amplitude A : $\boldsymbol{E = A^2\tau}$

Função de densidade espectral de energia ***[Joules/Hz]*** :

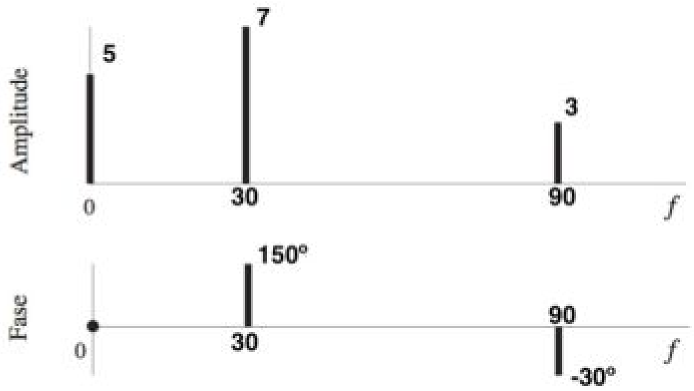
$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |V(f)|^2 \, df$$

Largura de banda (largura espectral) do sinal :
a maior parte (**90%**) de energia dum sinal contida no intervalo de frequência (Banda do sinal)

Exemplo: densidade espectral do pulso retangular. A energia do intervalo [-1/t : 1/t] contém $\boldsymbol{E = 0.92\, A^2\tau}$ [Joules]

Ficha 5

exe 1



a) f(t) = 5*cos(0) + 7 cos (30 * 2pi*t + 150º) + 3 cos (90*2pi*t -30º)

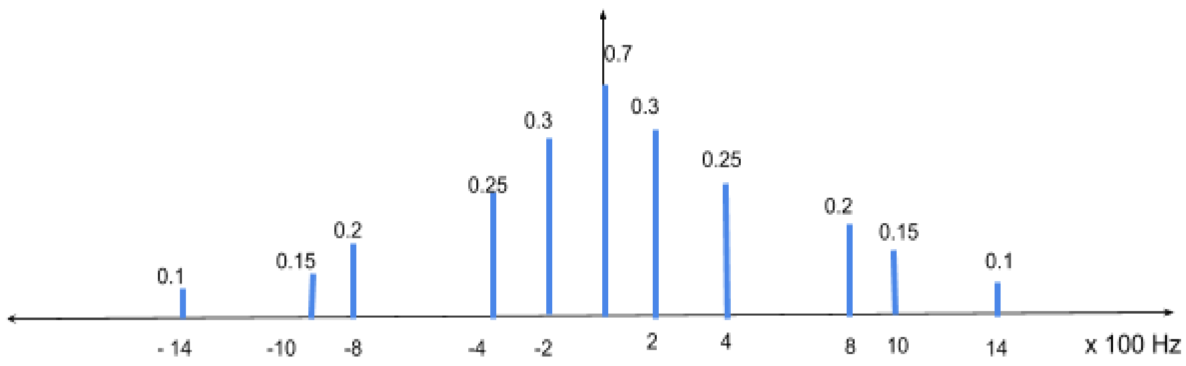
b) O espectro da amplitude tem a simetria par com (**Amplitudes / 2**) , enquanto da fase tem a simetria ímpar (os fasores são conjugados). mas não alterar f = 0 Hz

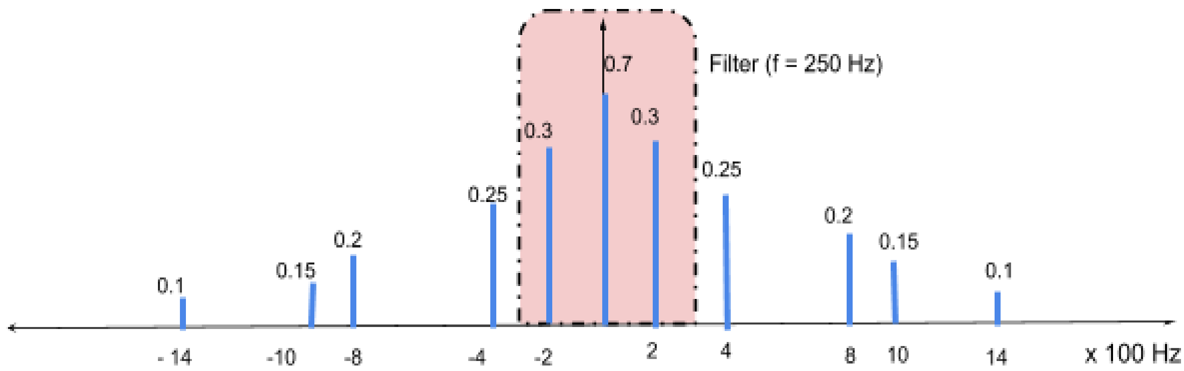
exe 2

a) V
b) F
c) F
d) F

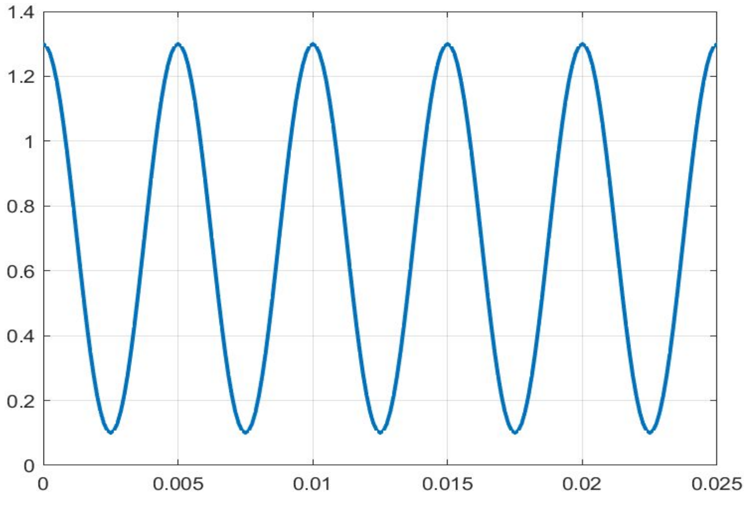
exe 3

f(t) = 0.7 + 0.6 * cos(400*pi * t) + 0.5 * cos(800*pi* t) + 0.4 *cos(1600*pi*t) + 0.3* cos(2000*pi*t) +0.2* cos(2800*pi* t);





Resultado : f(t) = 0.7+ 0.6* cos (2*pi*t*200);



Exe 4 .

$$C_k = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, e^{\ j\omega_0 k t}\, dt \quad (\omega_0 = 2\pi/T)\,.$$

$$C_k = \frac{1}{T}\int_{-1}^{1} 1\cdot e^{\ j\omega_0 k t}\, dt = \frac{1}{T}\frac{1}{-j\omega_0 k}\left[e^{-j\omega_0 k t}\right]_{1}^{1} = \frac{1}{T}\frac{1}{-j\omega_0 k}\left(e^{-j\omega_0 k} - e^{j\omega_0 k}\right).$$

$$\sin\omega_0 k = \frac{1}{2j}\left(e^{j\omega_0 k} - e^{-j\omega_0 k}\right),$$

from Euler formula

$$C_k = \frac{2}{T}\frac{1}{\omega_0 k}\sin\omega_0 k \quad (k = \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots).$$

$$C_0 = \frac{1}{T}\int_{-1}^{1} 1\cdot dt = \frac{2}{T}.$$

Verifique exemplo em Matlab

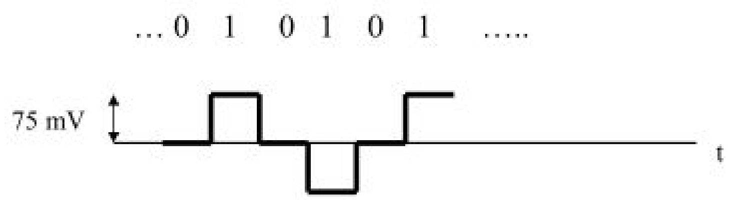
```
y = sin(t) + sin(3*t)/3 + sin(5*t)/5 + sin(7*t)/7 + sin(9*t)/9;
```

```
%% square wave from sine waves
P = 100;
n=1;
fas = 0; % em rad/seg
t = 0:.1:10;
x = zeros(size(t));
for k = 1:2:P
```

```
   x = x + n*sin(k*t - fas)/k;
end
plot(x);
title('The building of a square wave');
```

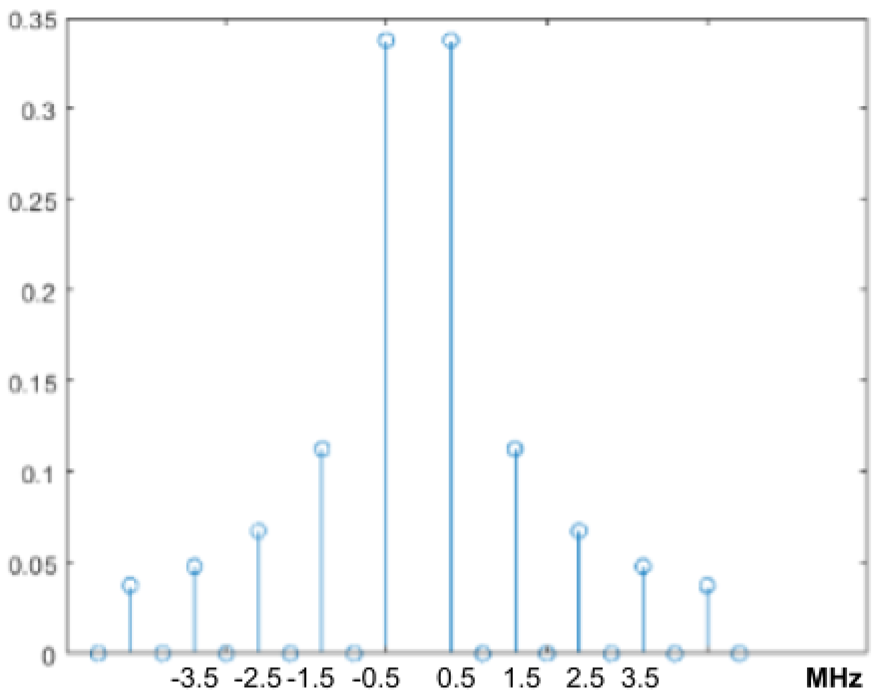
exe 7

sinal periódico



Durante um período transferidos **4 bits**

Dado que ritmo = 2Mbps → T = 2 μSec →
Fo = 1/ T = 0.5 MHz
A potência média do sinal : 0.075^2 / 2 = 0.0028 [**watt**]
no gráfico escalar 0Y por 0.1 ou seja → 0.035



Para calcular a largura de banda do sinal temos que utilizar o teorema da potência de Parceval até atingirmos 90% do valor de $S_{v(t)}$, i.e., $0,9 * 0.0028 = 0.0025$ watt

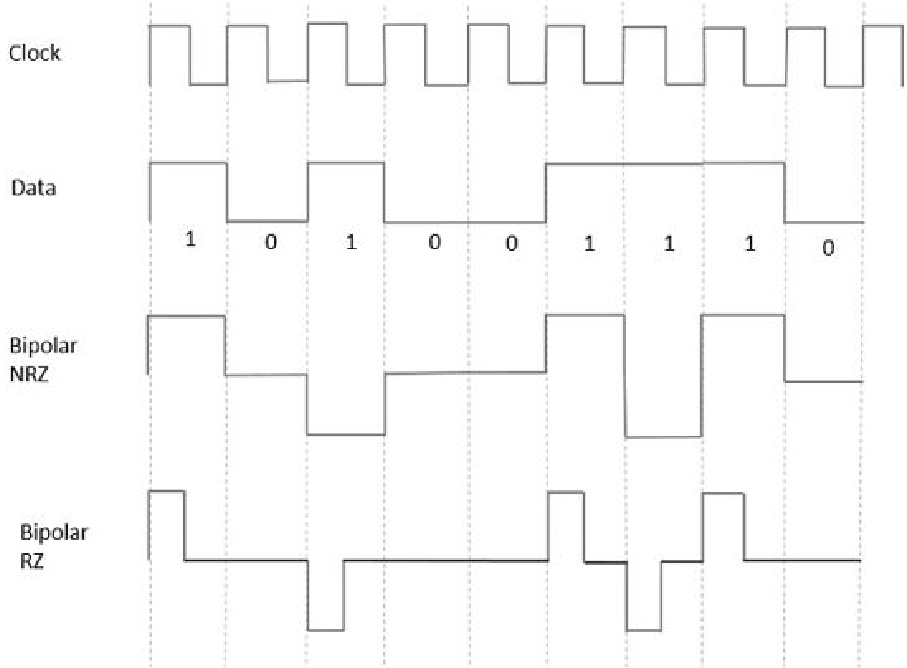
$$S_{C_n} = C_0^2 + 2 * \sum_{n=1}^{+\infty} |C_n|^2 = 2 * \sum_{n=1,3,\ldots}^{+\infty} |C_n|^2$$

$$n = 1 \rightarrow S_1 = 2 * |C_1|^2 = 2 * 0.034^2 = 0.0023 < 0.0025$$

$$n = 1,3 \rightarrow S_{1,3} = 2 * |C_1|^2 + 2 * |C_3|^2 = 0.0023 + 2 * 0.011^2 = 0.00254 \geq 0.0025$$

Então, a largura de banda do sinal é o intervalo das frequências positivas não nulas entre $f_0 = 500$ KHz e $3 * f_0 = 1500$ KHz, $B = [500 * 10^3, 1500 * 10^3] = 1$ MHz.

Largura de Banda = 1 MHz



https://en.wikipedia.org/wiki/Line_code

Exe 8

A) F (sinal é periódico)

B) V (1/50 = 0.02)

C) F (cos(2*pi*f))

D) V

exe 9

$$z(t) = v(t) \cdot \cos(2\pi f_p t)$$

Multiplicação no domínio do tempo ←→ Convolução no espectro
(https://www.youtube.com/watch?v=HW4IamyQnzw) exemplo convolução

$$v(t) \cdot \cos(2\pi f_p t) \leftrightarrow \frac{1}{2}\,[V(f - f_p) + V(f + f_p)]$$

Fp = 10Mz
1/tau = 1MHz