6. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 - 6x_2 - 7x_3 \\ \text{suj.} & x_1 + 5x_2 - 3x_3 \geq 15 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{array}$$

a) Resolver pelo método das duas fases.

Método das 2 Fases:

- na Fase I, resolve-se um *problema auxiliar* para tentar encontrar um vértice admissível inicial.

- Se se conseguir, na Fase II, aplica-se o algoritmo simplex; caso contrário, o problema é impossível.

$$
\begin{array}{ll}
\max & 5x_1 - 6x_2 - 7x_3 \\
\text{suj.} & x_1 + 5x_2 - 3x_3 \geq 15 \\
& x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\
& x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0
\end{array}
$$

I Fase:

Usar função objectivo auxiliar za = a1 + a2

		x1	x2	x3	s1			
		1	5	-3	-1			15
		1	1	1	0			5

	za	x1	x2	x3	s1	a1	a2	
a1	0	1	5	-3	-1	1	0	15
a2	0	1	1	1	0	0	1	5
za	1	0	0	0	0	-1	-1	0

	za	x1	x2	x3	s1	a1	a2		
a1	0	1	5	-3	-1	1	0	15	L1
a2	0	1	1	1	0	0	1	5	L2
za	1	0	0	0	0	-1	-1	0	L3

L1	0	1	5	-3	-1	1	0	15
+L2	0	1	1	1	0	0	1	5
+L3	1	0	0	0	0	-1	-1	0
=	1	2	6	-2	-1	0	0	20

	za	x1	x2	x3	s1	a1	a2		
a1	0	1	5	-3	-1	1	0	15	L1
a2	0	1	1	1	0	0	1	5	L2
za	1	2	6	-2	-1	0	0	20	L3

	za	x1	x2	x3	s1	a1	a2	
x2	0	1/5	1	-3/5	-1/5	1/5	0	3
a2	0	4/5	0	8/5	1/5	-1/5	1	2
za	1	4/5	0	8/5	1/5	-6/5	0	2

	za	x1	x2	x3	s1	a1	a2	
x2	0	1/5	1	-3/5	-1/5	1/5	0	3
a2	0	4/5	0	8/5	1/5	-1/5	1	2
za	1	4/5	0	8/5	1/5	-6/5	0	20

	za	x1	x2	x3	s1	a1	a2	
x2	0	1/2	1	0	-1/8	1/8	3/8	15/4
x3	0	1/2	0	1	1/8	-1/8	5/8	5/4
za	1	0	0	0	0	-1	-1	0

FIM da I FASE : za = a1 + a2 = 0

		x1	x2	x3	s1	
x2		1/2	1	0	-1/8	15/4
x3		1/2	0	1	1/8	5/4

Existe um vértice admissível inicial.
Podemos iniciar a II Fase.

Sol.	Ópt.:
x1* =	0
x2* =	15/4
x3* =	5/4
s1* =	0
a1* =	0
a2* =	0
za* =	0

$$
\begin{array}{ll}
\max & 5x_1 - 6x_2 - 7x_3 \\
\text{suj.} & x_1 + 5x_2 - 3x_3 \geq 15 \\
& x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\
& x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0
\end{array}
$$

Verificação: a solução obtida na I Fase é uma solução admissível para a II Fase:

(0) + 5(15/4) – 3(5/4) – (0) = 15
(0) + 15/4 + 5/4 = 5

Também é uma solução básica, porque existe uma matriz identidade

	x1	x2	x3	s1	
x2	1/2	1	0	-1/8	15/4
x3	1/2	0	1	1/8	5/4

II Fase:

Usar função objectivo original z = 5 x1 – 6 x2 – 7x3

	z	x1	x2	x3	s1		
x2	0	1/2	1	0	-1/8	15/4	L1
x3	0	1/2	0	1	1/8	5/4	L2
z	1	-5	6	7	0	0	L3

-6 L1 -	0	-6/2	-6	0	6/8	-90/4
- 7 L2 +	0	-7/2	0	-7	-7/8	-35/4
+ L3 =	1	-5	6	7	0	0
=	1	-23/2	0	0	-1/8	-125/4

	z	x1	x2	x3	s1	
x2	0	1/2	1	0	-1/8	15/4
x3	0	1/2	0	1	1/8	5/4
z	1	-23/2	0	0	-1/8	-125/4

	z	x1	x2	x3	s1	
x2	0	1/2	1	0	-1/8	15/4
x3	0	1/2	0	1	1/8	5/4
z	1	-23/2	0	0	-1/8	-125/4

	z	x1	x2	x3	s1	
x2	0	0	1	-1	-1/4	5/2
x1	0	1	0	2	1/4	5/2
z	1	0	0	23	11/4	-5/2

sol.	ópt.:
x1* =	5/2
x2* =	5/2
x3* =	0
s1* =	0
z* =	-5/2

- É interessante ver que o valor do óptimo é negativo neste problema de maximização.

- Isso está correcto, e resulta do modelo:

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 - 6x_2 - 7x_3 \\ \text{suj.} & x_1 + 5x_2 - 3x_3 \geq 15 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{array}$$

- Temos de produzir 5 unidades.
- Só a primeira é que tem contribuição positiva para a função objectivo.
- Mas produzir só a primeira unidade não é suficiente para obedecer à primeira restrição.