

Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| s_1 | 1 | 2 | 4 | 1 | 0 | 3 |
| s_2 | 3 | 4 | 3 | 0 | 1 | 8 |
| | -2 | -3 | -3 | 0 | 0 | 0 |

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| x_1 | 1 | 0 | -5 | -2 | 1 | 2 |
| x_2 | 0 | 1 | 9/2 | 3/2 | -1/2 | 1/2 |
| | 0 | 0 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 11/2 |

a) Determine as variações admissíveis para o coeficiente b_2 , igual a 8, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$b_2 = ?$
 $b' = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 + \alpha \end{bmatrix}$ sem haver alterações $B^{-1}b \geq 0$

$$B^{-1}b = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 8 + \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 + 8 + \alpha \\ \frac{9}{2} - 4 - \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + \alpha \\ \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \geq 0$$

$$2 + \alpha \geq 0 \wedge \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} \geq 0 \quad (=) \quad \alpha \geq -2 \wedge \alpha \leq 1$$

$$b_2 \in [6, 9] \quad \leftarrow \quad b_2 \in [8-2; 8+1]$$

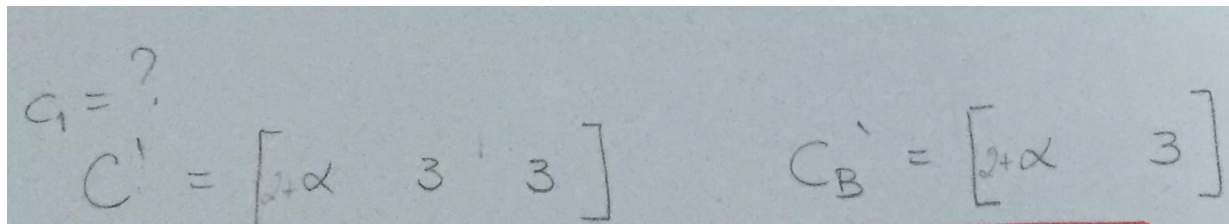
Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| s_1 | 1 | 2 | 4 | 1 | 0 | 3 |
| s_2 | 3 | 4 | 3 | 0 | 1 | 8 |
| | -2 | -3 | -3 | 0 | 0 | 0 |

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| x_1 | 1 | 0 | -5 | -2 | 1 | 2 |
| x_2 | 0 | 1 | 9/2 | 3/2 | -1/2 | 1/2 |
| | 0 | 0 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 11/2 |

b) Determine as variações admissíveis para o coeficiente c_1 , igual a 2, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

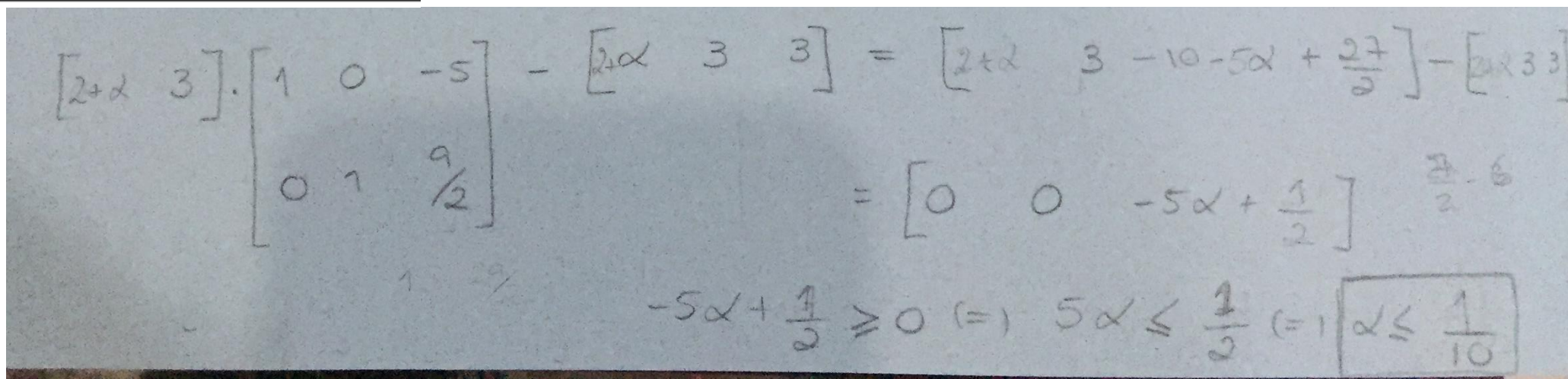


Handwritten notes showing the calculation of the range for c_1 . It starts with $C_1 = ?$ and then shows the objective function coefficients $C' = [2+\alpha, 3, 3]$ and the basic coefficients $C_B' = [2+\alpha, 3]$.

C_1 básica \rightarrow altera também o C_b

Para não haver alterações, o produto das matrizes tem de ser não negativo

$$[c_B B^{-1} A - c] \quad [c_B B^{-1}] \geq 0$$



Handwritten calculation showing the derivation of the inequality for α . It starts with the expression $[2+\alpha, 3] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 9/2 \end{bmatrix} - [2+\alpha, 3] = [2+\alpha, 3, -10-5\alpha + \frac{27}{2}] - [2+\alpha, 3, 3]$. This simplifies to $[0, 0, -5\alpha + \frac{1}{2}]$. The inequality $-5\alpha + \frac{1}{2} \geq 0$ is then derived, leading to $5\alpha \leq \frac{1}{2}$ and finally $\alpha \leq \frac{1}{10}$.

Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| s_1 | 1 | 2 | 4 | 1 | 0 | 3 |
| s_2 | 3 | 4 | 3 | 0 | 1 | 8 |
| | -2 | -3 | -3 | 0 | 0 | 0 |

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| x_1 | 1 | 0 | -5 | -2 | 1 | 2 |
| x_2 | 0 | 1 | 9/2 | 3/2 | -1/2 | 1/2 |
| | 0 | 0 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 11/2 |

b) Determine as variações admissíveis para o coeficiente c_1 , igual a 2, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$$\begin{aligned}
 [2+\alpha \quad 3] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 9/2 \end{bmatrix} - [2\alpha \quad 3 \quad 3] &= \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 & -10-5\alpha + \frac{27}{2} \end{bmatrix} - [2\alpha \quad 3 \quad 3] \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -5\alpha + \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \frac{27}{2} - 6 \\
 -5\alpha + \frac{1}{2} \geq 0 & \Leftrightarrow 5\alpha \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{\alpha \leq \frac{1}{10}}
 \end{aligned}$$

Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| s_1 | 1 | 2 | 4 | 1 | 0 | 3 |
| s_2 | 3 | 4 | 3 | 0 | 1 | 8 |
| | -2 | -3 | -3 | 0 | 0 | 0 |

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| x_1 | 1 | 0 | -5 | -2 | 1 | 2 |
| x_2 | 0 | 1 | 9/2 | 3/2 | -1/2 | 1/2 |
| | 0 | 0 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 11/2 |

b) Determine as variações admissíveis para o coeficiente c_1 , igual a 2, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$$C_B B^{-1} = [2+\alpha \quad 3] \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{bmatrix} = \left[4-2\alpha + \frac{9}{2} \quad 2+\alpha - \frac{3}{2} \right]$$

$$\begin{cases} -2\alpha + \frac{1}{2} \geq 0 \\ \alpha + \frac{1}{2} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -2\alpha \geq -\frac{1}{2} \\ \alpha \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha \leq \frac{1}{4} \\ \alpha \geq -\frac{1}{2} \\ \alpha \leq \frac{1}{10} \end{cases}$$

$$C_1 \in \left[2 - \frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{10} \right]$$

$$C_1 \in \left[\frac{3}{2} ; \frac{21}{10} \right]$$

Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| s_1 | 1 | 2 | 4 | 1 | 0 | 3 |
| s_2 | 3 | 4 | 3 | 0 | 1 | 8 |
| | -2 | -3 | -3 | 0 | 0 | 0 |

| | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | s_2 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| x_1 | 1 | 0 | -5 | -2 | 1 | 2 |
| x_2 | 0 | 1 | 9/2 | 3/2 | -1/2 | 1/2 |
| | 0 | 0 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 11/2 |

c) Determine as variações admissíveis para o coeficiente c_3 , igual a 3, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$$c_3 = ?$$

$$C = [2 \quad 3 \quad 3+\alpha]$$

$$\begin{aligned} C_B B^{-1} A - C &= [2 \quad 3] \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 9/2 \end{bmatrix} - [2 \quad 3 \quad 3+\alpha] \\ &= [2 \quad 3 \quad 7/2] - [2 \quad 3 \quad 3+\alpha] \\ &= [0 \quad 0 \quad \frac{1}{2} - \alpha] \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} - \alpha \geq 0 \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{1}{2}$$

$$C_3 \in]-\infty, 3 + \frac{1}{2}]$$

$$C_3 \in]-\infty, \frac{7}{2}]$$