1. Considere o seguinte problema de programação linear e a respectiva solução óptima:

$$\begin{array}{lrl} \max & 2x_1 + x_2 & \\ \text{suj.} & x_1 - 2x_2 & \leq 4 \\ & x_2 & \leq 2 \\ & x_1,\ x_2 & \geq 0 \end{array}$$

	z	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	0	1	0	1	2	8
x_2	0	0	1	0	1	2
	1	0	0	2	5	18

a) Desenhe o domínio de soluções admissíveis no espaço (x_1, x_2).

b) Quanto é que estaria disposto a pagar para aumentar o recurso da restrição 1? Justifique.

c) Considere que o valor do recurso 1 passa a ser 5 unidades. Redesenhe o domínio, e determine o valor da nova solução óptima.

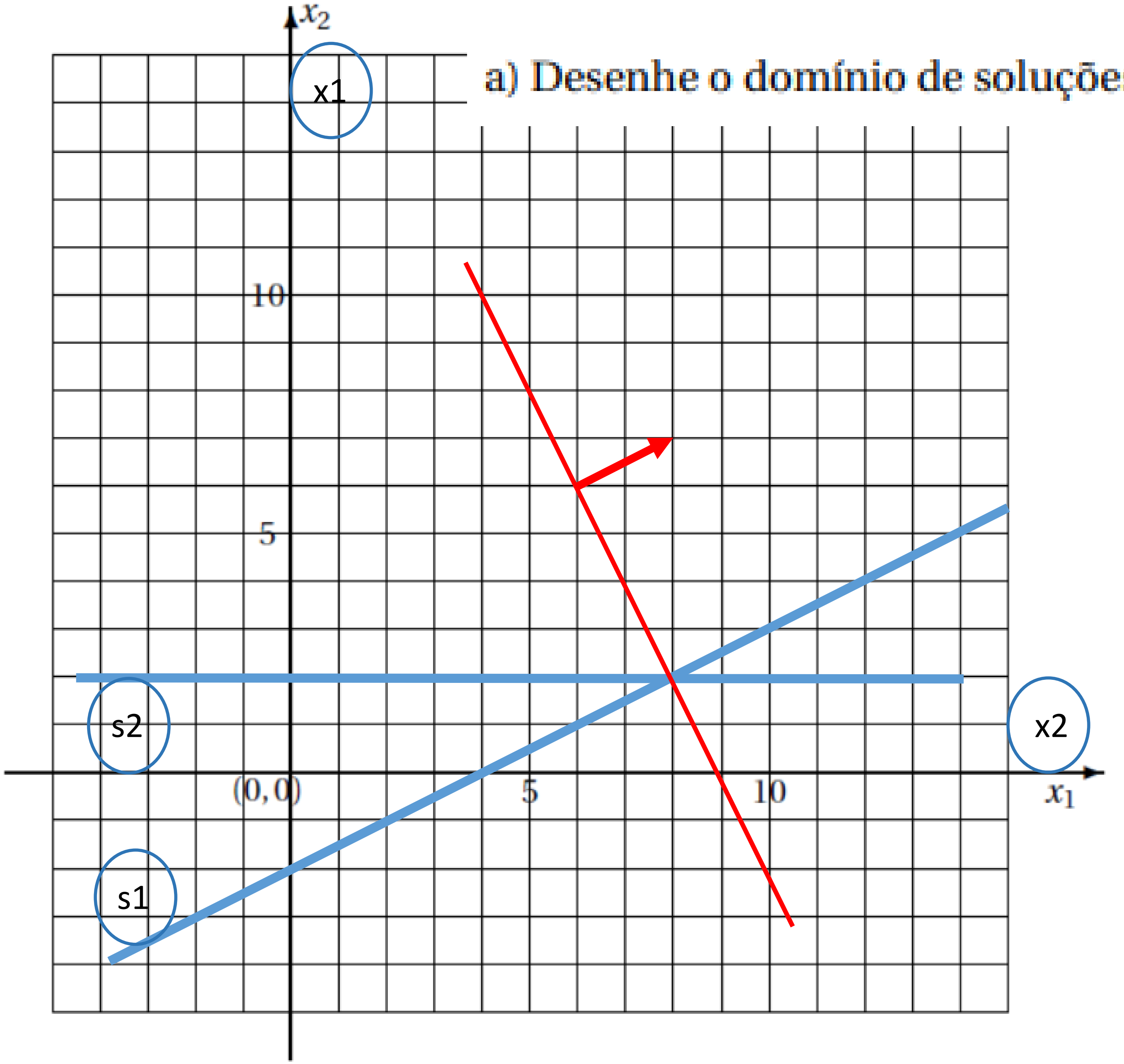
d) Quanto é que estaria disposto a pagar para aumentar o recurso da restrição 2? Justifique.

e) Considere que o valor do recurso 2 passa a ser 3 unidades. Redesenhe o domínio, e determine o valor da nova solução óptima.

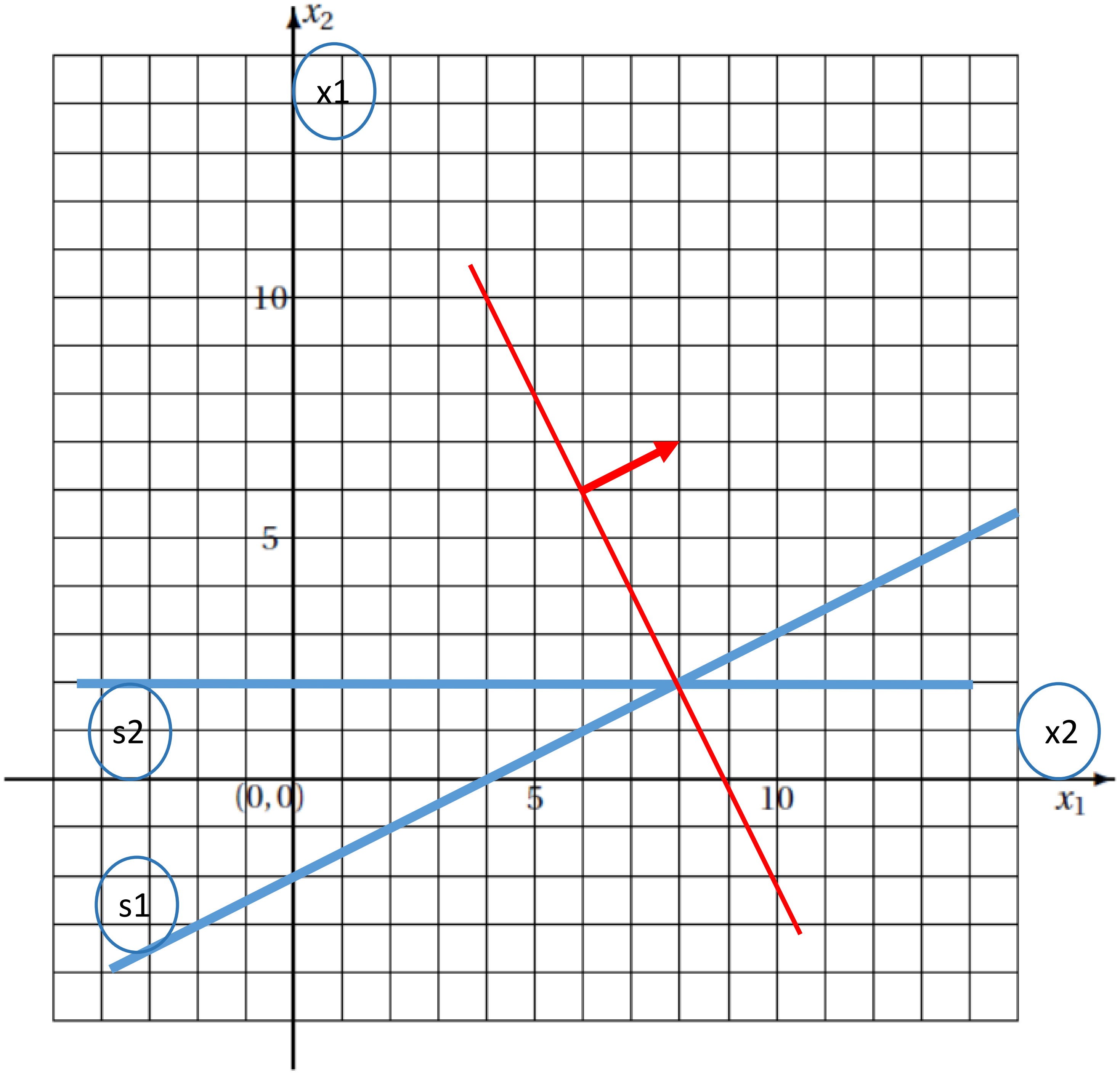
f) Da observação do desenho da alínea a), determine os limites de variação do recurso 1 (que apareceriam no relatório de análise de sensibilidade) dentro dos quais a variação do valor da função objectivo permanece igual à da alínea b). Justifique.

g) Da observação do desenho da alínea a), determine os limites de variação do recurso 2 (que apareceriam no relatório de análise de sensibilidade) dentro dos quais a variação do valor da função objectivo permanece igual à da alínea d). Justifique.

a) Desenhe o domínio de soluções admissíveis no espaço (x_1, x_2).



$$
\begin{array}{lrl}
\max & 2x_1 + x_2 & \\
\text{suj.} & x_1 - 2x_2 & \leq 4 \\
 & x_2 & \leq 2 \\
 & x_1,\ x_2 & \geq 0
\end{array}
$$



$$
\begin{array}{lll}
\max & 2x_1 + x_2 & \\
\text{suj.} & x_1 - 2x_2 & \leq 4 \\
 & x_2 & \leq 2 \\
 & x_1,\ x_2 & \geq 0
\end{array}
$$

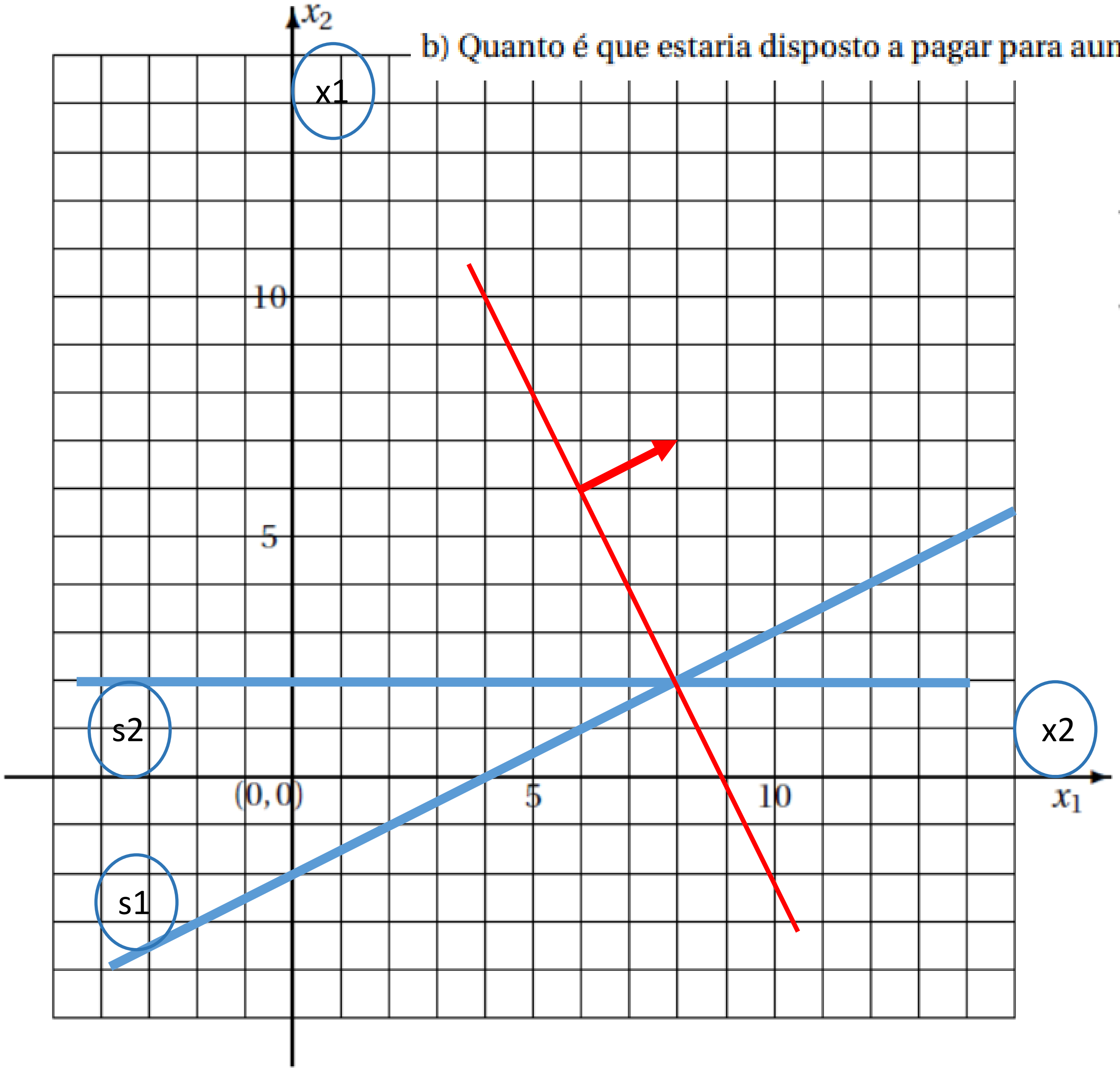
	z	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	0	1	0	1	2	8
x_2	0	0	1	0	1	2
	1	0	0	2	5	18

A solução óptima é:

x1* = 8, x2* = 2

E o valor do óptimo é z* = 18.

b) Quanto é que estaria disposto a pagar para aumentar o recurso da restrição 1? Justifique.

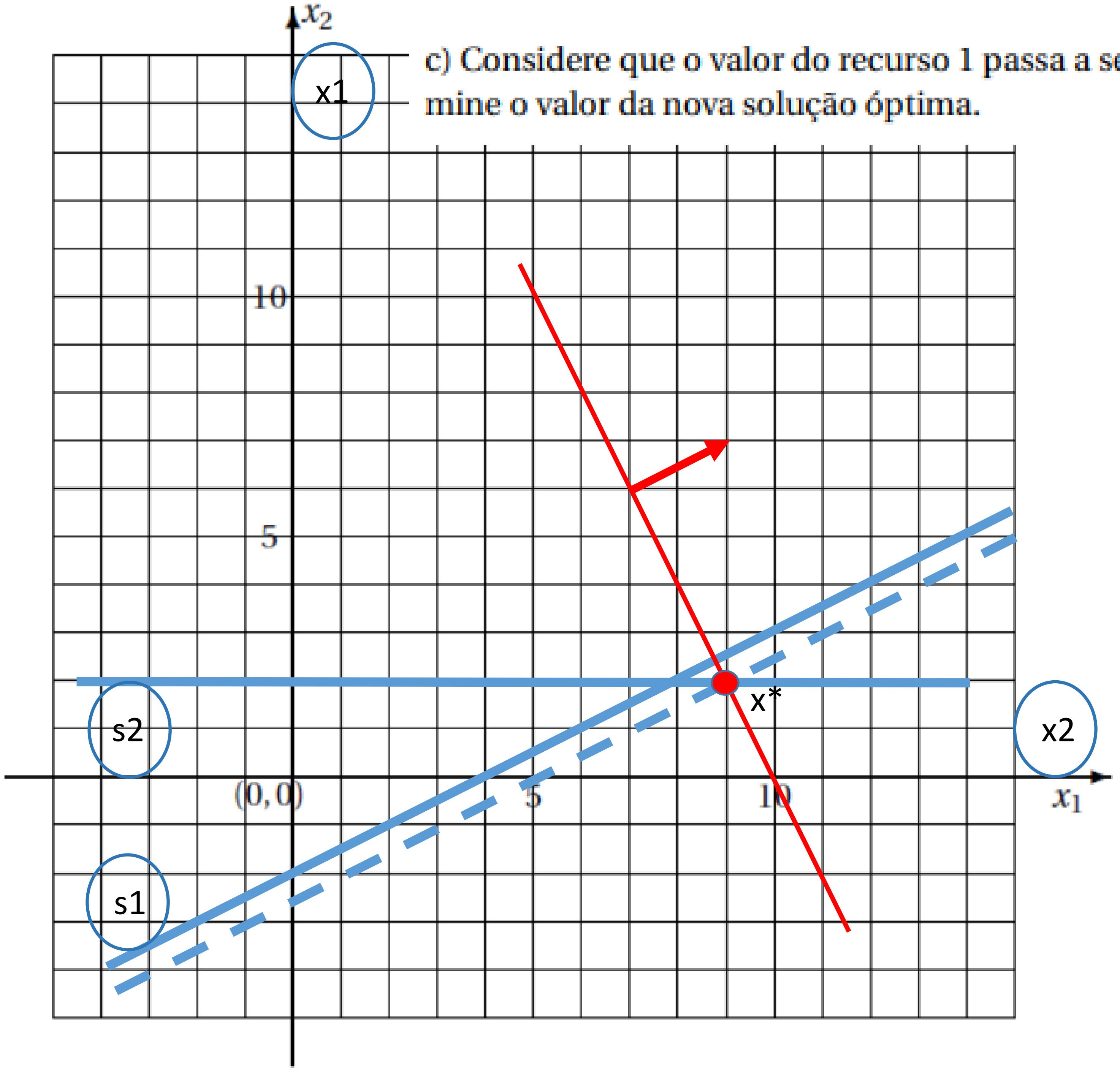


	z	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	0	1	0	1	2	8
x_2	0	0	1	0	1	2
	1	0	0	2	5	18

Por cada unidade de incremento do recurso 1, o valor da função objectivo aumenta 2 unidades.

O máximo que estaria disposto a pagar por cada unidade adicional do recurso 1 deve ser um valor inferior ao aumento do valor da função objectivo, para o incremento ser compensador.

c) Considere que o valor do recurso 1 passa a ser 5 unidades. Redesenhe o domínio, e determine o valor da nova solução óptima.



$$
\begin{array}{lll}
\max & 2x_1 + x_2 & \\
\text{suj.} & x_1 - 2x_2 & \leq \cancel{4}\ 5 \\
& x_2 & \leq 2 \\
& x_1,\ x_2 & \geq 0
\end{array}
$$

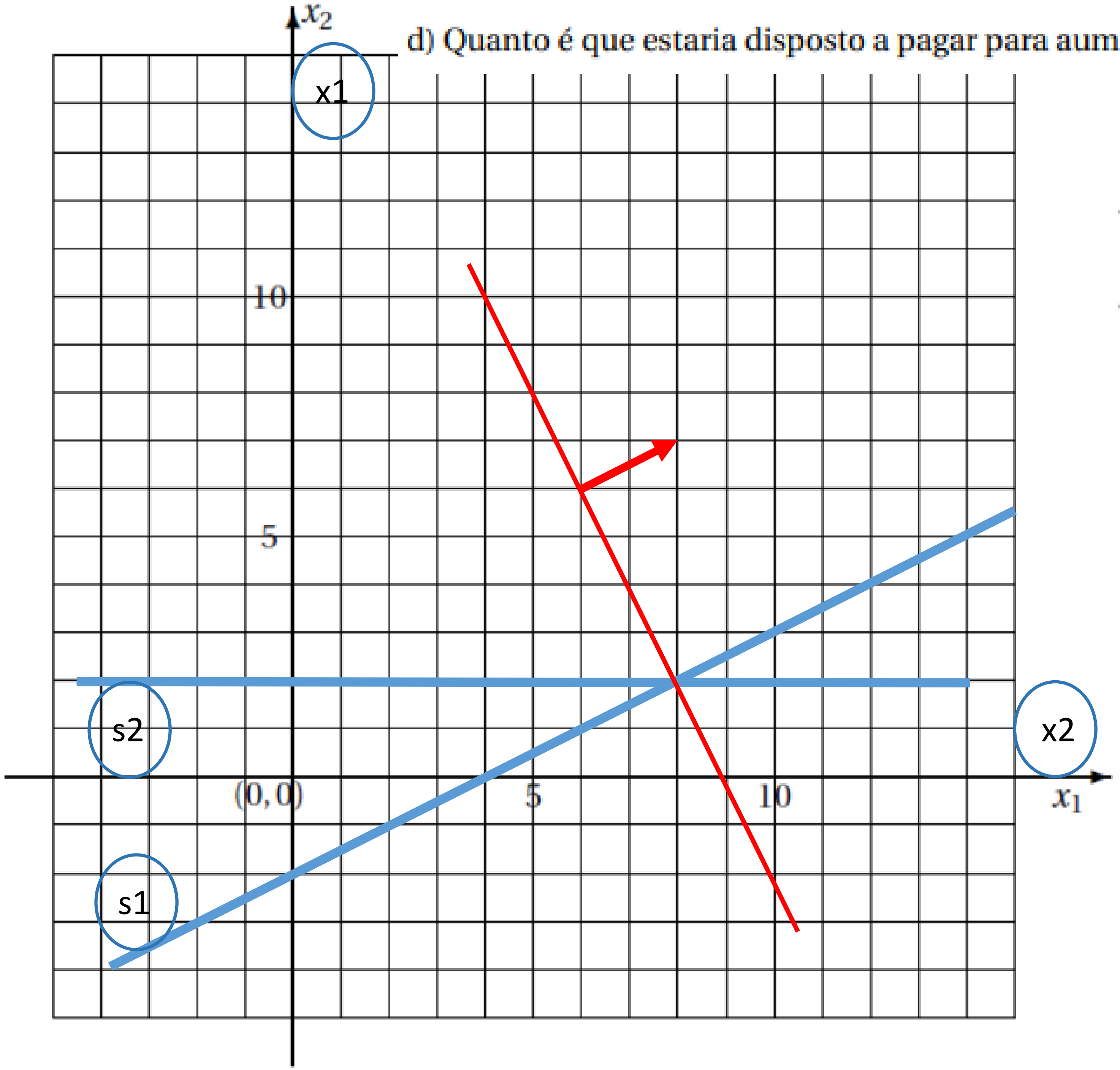
A nova solução óptima é:

x1* = 9, x2* = 2

E o novo valor do óptimo é z* = 20.

Como o quadro simplex indica, o aumento do valor da função objectivo é de 2 unidades.

d) Quanto é que estaria disposto a pagar para aumentar o recurso da restrição 2? Justifique.

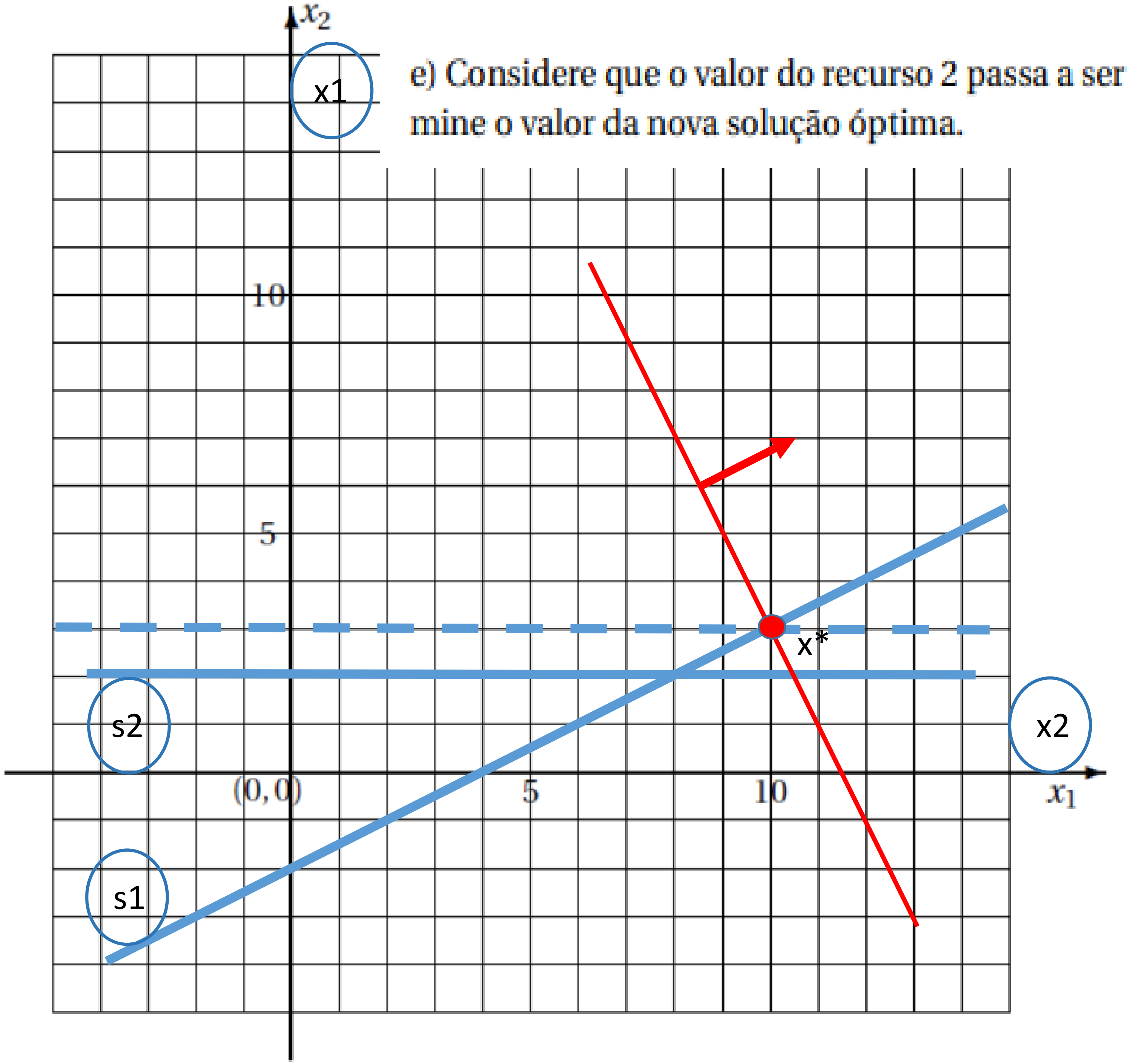


	z	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	0	1	0	1	2	8
x_2	0	0	1	0	1	2
	1	0	0	2	5	18

Por cada unidade de incremento do recurso 2, o valor da função objectivo aumenta 5 unidades.

O máximo que estaria disposto a pagar por cada unidade adicional do recurso 2 deve ser um valor inferior ao aumento do valor da função objectivo, para o incremento ser compensador.

e) Considere que o valor do recurso 2 passa a ser 3 unidades. Redesenhe o domínio, e determine o valor da nova solução óptima.



$$
\begin{array}{lll}
\max & 2x_1 + x_2 & \\
\text{suj.} & x_1 - 2x_2 & \le 4 \\
 & x_2 & \le \cancel{2}\ 3 \\
 & x_1,\ x_2 & \ge 0
\end{array}
$$

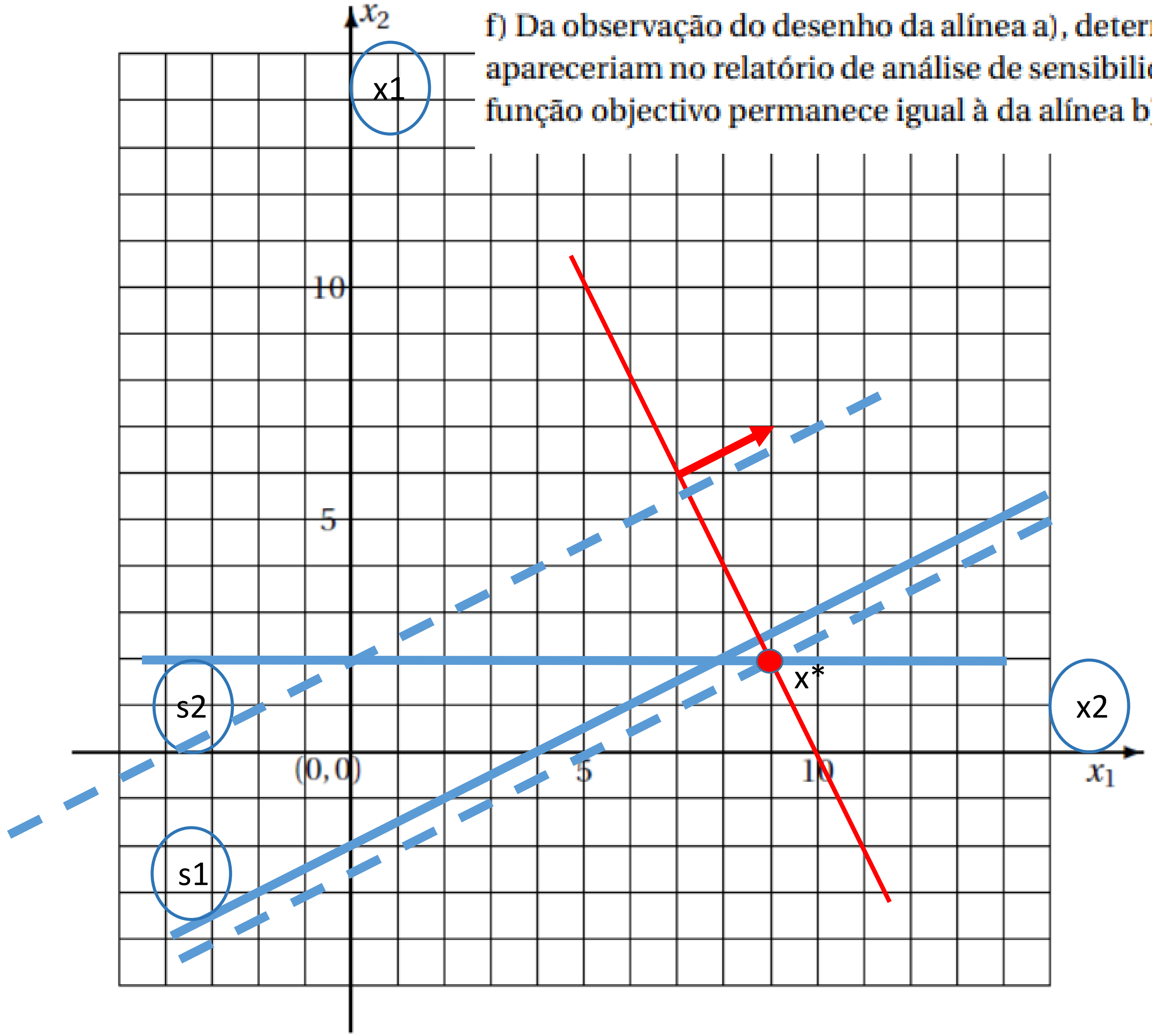
A nova solução óptima é:

x1* = 10, x2* = 3

E o novo valor do óptimo é z* = 23.

Como o quadro simplex indica, o aumento do valor da função objectivo é de 5 unidades.

f) Da observação do desenho da alínea a), determine os limites de variação do recurso 1 (que apareceriam no relatório de análise de sensibilidade) dentro dos quais a variação do valor da função objectivo permanece igual à da alínea b). Justifique.



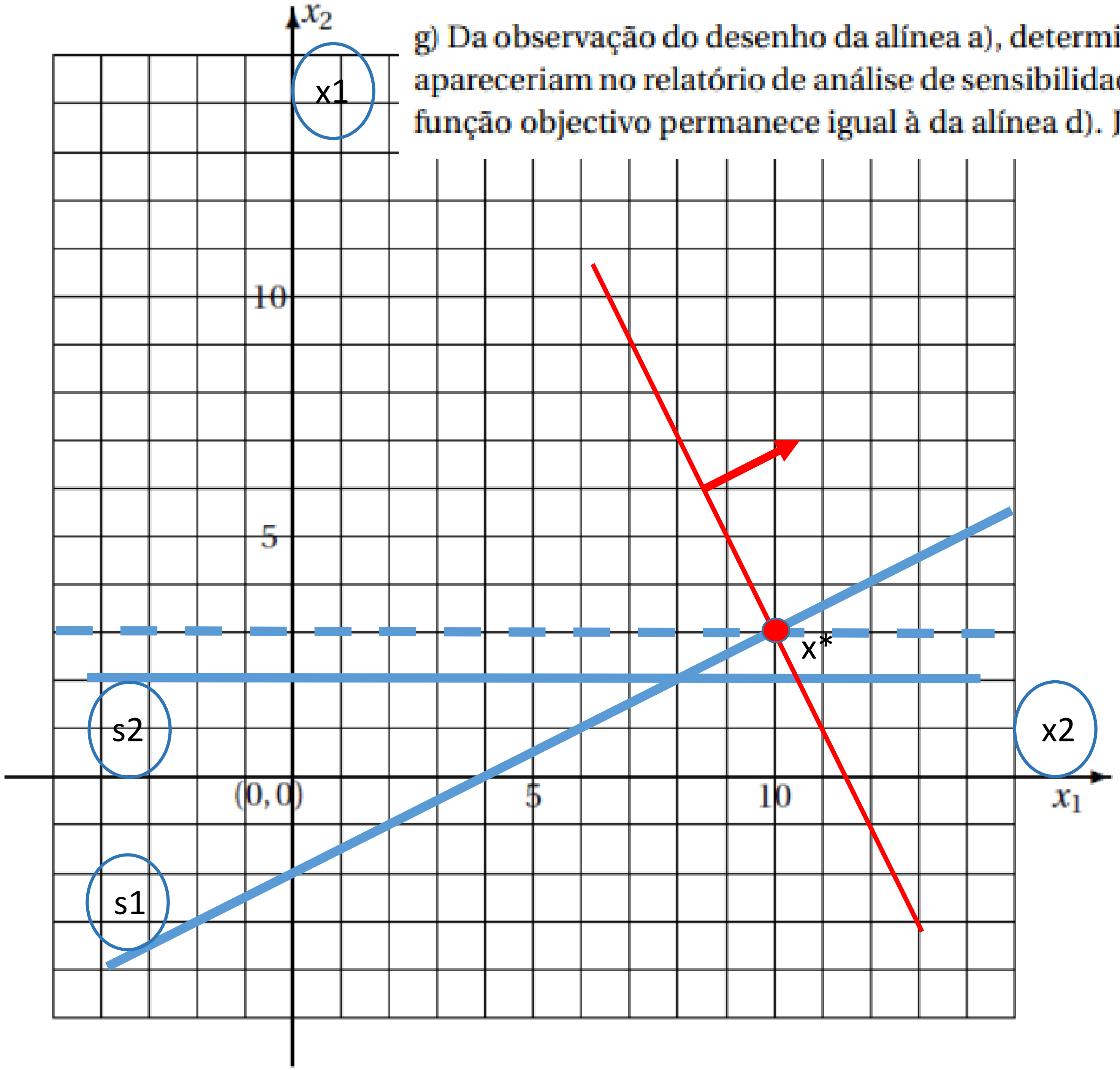
$$
\begin{array}{lll}
\max & 2x_1 + x_2 & \\
\text{suj.} & x_1 - 2x_2 & \leq \cancel{4}\ b1 \\
 & x_2 & \leq 2 \\
 & x_1,\ x_2 & \geq 0
\end{array}
$$

Por cada unidade de incremento do recurso 1, o valor da função objectivo aumenta 2 unidades dentro do intervalo [-4, +∞[

O limite esquerdo ocorre para b1 = -4, para a restrição x1 – 2 x2 <= - 4. Para valores de b1 mais baixos, o problema é impossível.

À direita, o aumento é sempre de 2 unidades qualquer que seja o valor de b1.

g) Da observação do desenho da alínea a), determine os limites de variação do recurso 2 (que apareceriam no relatório de análise de sensibilidade) dentro dos quais a variação do valor da função objectivo permanece igual à da alínea d). Justifique.



$$
\begin{array}{lll}
\max & 2x_1 + x_2 & \\
\text{suj.} & x_1 - 2x_2 & \le 4 \\
 & x_2 & \le \cancel{4}\ b2 \\
 & x_1,\ x_2 & \ge 0
\end{array}
$$

Por cada unidade de incremento do recurso 2, o valor da função objectivo aumenta 5 unidades dentro do intervalo [0, +∞[

O limite esquerdo ocorre para b2 = 0, para a restrição x2 <= 0. Para valores de b2 mais baixos, o problema é impossível.

À direita, o aumento é sempre de 5 unidades qualquer que seja o valor de b2.

Fim