

7. Uma empresa agrícola possui três quintas, e pretende planejar a sua produção agrícola para o próximo ano. A produção em cada quinta é limitada pela área de terreno arável, e pela quantidade de água disponível para irrigação, de acordo com a seguinte tabela:

quinta	área arável ( <i>ha</i> )	água para irrigação ( <i>m</i> <sup>3</sup> )
1	40	60
2	60	80
3	30	37.5

Sementeiras apropriadas para esta região incluem o trigo, a aveia e o centeio, que diferem no consumo de água para irrigação e no lucro líquido da colheita (por hectare). Por outro lado há limites em termos da área que pode ser atribuída a cada um destes produtos agrícolas:

produto	área máxima ( <i>ha</i> )	consumo água ( <i>m</i> <sup>3</sup> / <i>ha</i> )	lucro líquido ( <i>U.M./ha</i> )
trigo	60	3	4
aveia	50	2	3
centeio	32.5	1	1

É possível usar a área de cada quinta para apenas uma cultura ou para qualquer combinação de culturas. A empresa pretende usar a mesma proporção de terra arável em cada quinta, para permitir um repouso proporcional de parcelas de terreno. Apresente um modelo de

Dados

- área arável máxima de cada quinta, água máxima disponível em cada quinta, área máxima de cereais em todas as quintas, consumo de água por cereal, lucro líquido por cereal

Variáveis de decisão

$x_{ij}$ : área do produto  $j$  (trigo, aveia, centeio) na quinta  $i$

Restrições

Limita a área arável de cada quinta

Limita a água usada em cada quinta

Limita área de cereais em todas as quintas

--- mesma proporção de terra arada em todas as quintas

Função objectivo

Lucro da venda dos cereais

Variáveis de decisão:

$x_{ij}$ : área do produto  $j$  (trigo=1, aveia=2, centeio=3) na quinta  $i$

quinta	área arável ( <i>ha</i> )	água para irrigação ( $m^3$ )	produto	área máxima ( <i>ha</i> )	consumo água ( $m^3/ha$ )	lucro líquido ( <i>U.M./ha</i> )
1	40	60	trigo	60	3	4
2	60	80	aveia	50	2	3
3	30	37.5	centeio	32.5	1	1

Restrições de área arável de cada quinta não pode ser excedida

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 40$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 60$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 30$$

Variáveis de decisão:

$x_{ij}$ : área do produto  $j$  (trigo, aveia, centeio) na quinta  $i$

quinta	área arável ( <i>ha</i> )	água para irrigação ( <i>m</i> <sup>3</sup> )	produto	área máxima ( <i>ha</i> )	consumo água ( <i>m</i> <sup>3</sup> / <i>ha</i> )	lucro líquido ( <i>U.M./ha</i> )
1	40	60	trigo	60	3	4
2	60	80	aveia	50	2	3
3	30	37.5	centeio	32.5	1	1

Restrições de água disponível em cada quinta:

$$3x_{11} + 2x_{12} + 1x_{13} \leq 60$$

$$3x_{21} + 2x_{22} + 1x_{23} \leq 80$$

$$3x_{31} + 2x_{32} + 1x_{33} \leq 37.5$$

Variáveis de decisão:

$x_{ij}$ : quantidade do produto  $j$  (trigo, aveia, centeio) na quinta  $i$

quinta	área arável ( <i>ha</i> )	água para irrigação ( $m^3$ )	produto	área máxima ( <i>ha</i> )	consumo água ( $m^3/ha$ )	lucro líquido ( <i>U.M./ha</i> )
1	40	60	trigo	60	3	4
2	60	80	aveia	50	2	3
3	30	37.5	centeio	32.5	1	1

Restrições de área máxima de cultivo de cada cereal (vendas no mercado):

$x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 60$  (trigo)

$x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 50$  (aveia)

$x_{31} + x_{23} + x_{33} \leq 37.5$  (centeio)

Variáveis de decisão:

$x_{ij}$ : quantidade do produto  $j$  (trigo, aveia, centeio) na quinta  $i$

quinta	área arável (ha)	água para irrigação (m <sup>3</sup> )	produto	área máxima (ha)	consumo água (m <sup>3</sup> /ha)	lucro líquido (U.M./ha)
1	40	60	trigo	60	3	4
2	60	80	aveia	50	2	3
3	30	37.5	centeio	32.5	1	1

Restrições de mesma proporção de área arável (igual em todas as quintas):

$$(x_{11} + x_{12} + x_{13}) / 40 = (x_{21} + x_{22} + x_{23}) / 60 = (x_{31} + x_{32} + x_{33}) / 30$$

$$1/40 \ x_{11} + 1/40 \ x_{12} + 1/40 \ x_{13} = 1/60 \ x_{21} + \dots$$

// mesma proporção de área arada

$$60 \ x_{11} + 60 \ x_{12} + 60 \ x_{13} - 40 \ x_{21} - 40 \ x_{22} - 40 \ x_{23} = 0$$

$$30 \ x_{11} + 30 \ x_{12} + 30 \ x_{13} - 40 \ x_{31} - 40 \ x_{32} - 40 \ x_{33} = 0$$

Variáveis de decisão:

$x_{ij}$ : quantidade do produto  $j$  (trigo, aveia, centeio) na quinta  $i$

quinta	área arável ( <i>ha</i> )	água para irrigação ( $m^3$ )	produto	área máxima ( <i>ha</i> )	consumo água ( $m^3/ha$ )	lucro líquido ( <i>U.M./ha</i> )
1	40	60	trigo	60	3	4
2	60	80	aveia	50	2	3
3	30	37.5	centeio	32.5	1	1

Função objectivo:

$$\begin{aligned}\text{Max lucro} = & 4 x_{11} + 4 x_{21} + 4 x_{31} \\ & + 3 x_{12} + 3 x_{22} + 3 x_{32} \\ & + 1 x_{13} + 1 x_{23} + 1 x_{33}\end{aligned}$$

```

1  /*
2      xij: quantidade do produto j (trigo, aveia, centeio)
3          na quinta i
4
5  */
6
7  /* Objective function */
8  max: 4 x11 + 4 x21 + 4 x31
9        + 3 x12 + 3 x22 + 3 x32
10       + 1 x13 + 1 x23 + 1 x33;
11
12  // área arável
13  x11 + x12 + x13 <= 40;
14  x21 + x22 + x23 <= 60;
15  x31 + x32 + x33 <= 30;
16
17  // água para irrigação
18  3 x11 + 2 x12 + 1 x13 <= 60;
19  3 x21 + 2 x22 + 1 x23 <= 80;
20  3 x31 + 2 x32 + 1 x33 <= 37.5;
21
22  // área máxima para cada produto
23  x11 + x21 + x31 <= 60;
24  x12 + x22 + x32 <= 50;
25  x13 + x23 + x33 <= 32.5;
26
27  // mesma proporção de área arada
28  60 x11 + 60 x12 + 60 x13 = 40 x21 + 40 x22 + 40 x23;
29  30 x11 + 30 x12 + 30 x13 = 40 x31 + 40 x32 + 40 x33;
30

```



```
/* Objective function */  
max: 4 x11 + 4 x21 + 4 x31  
      + 3 x12 + 3 x22 + 3 x32  
      + 1 x13 + 1 x23 + 1 x33;
```

```
// área arável  
x11 + x12 + x13 <= 40;  
x21 + x22 + x23 <= 60;  
x31 + x32 + x33 <= 30;
```

```
// água para irrigação  
3 x11 + 2 x12 + 1 x13 <= 60;  
3 x21 + 2 x22 + 1 x23 <= 80;  
3 x31 + 2 x32 + 1 x33 <= 37.5;
```

```
// área máxima para cada produto  
x11 + x21 + x31 <= 60;  
x12 + x22 + x32 <= 50;  
x13 + x23 + x33 <= 32.5;
```

```
// mesma proporção de área arada  
60 x11 + 60 x12 + 60 x13 = 40 x21 + 40 x22 + 40 x23;  
30 x11 + 30 x12 + 30 x13 = 40 x31 + 40 x32 + 40 x33;
```

Resultado:

	Trigo	Aveia	centeio		%
Quinta 1	13,333	10	0	23.33	58.33
Quinta 2	10	25	0	35	58.33
Quinta 3	2,5	15	0	17.5	58.33
	25,833	50	0		

Variables	result ▼
	253,3333333333333
x22	25
x32	15
x11	13,33333333333333
x21	10
x12	10
x31	2,499999999999999
x13	0
x23	0
x33	0