Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
s_1	1	2	4	1	0	3
s_2	3	4	3	0	1	8
	-2	-3	-3	0	0	0

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
x_1	1	0	-5	-2	1	2
x_2	0	1	9/2	3/2	$-1/2$	1/2
	0	0	1/2	1/2	1/2	11/2

a) Determine as variações admissíveis para o coeficiente b_2, igual a 8, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$b_2 = ?$

$b' = \begin{bmatrix} 3 \\ 8+\alpha \end{bmatrix}$ sem haver alterações $\boxed{B^{-1}b \geq 0}$

$$B^{-1}b = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 8+\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6+8+\alpha \\ \frac{9}{2}-4-\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+\alpha \\ \frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \geq 0$$

$$2+\alpha \geq 0 \wedge \frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2} \geq 0 \Leftrightarrow \alpha \geq -2 \wedge \alpha \leq 1$$

$\boxed{b_2 \in [8-2 ; 8+1]}$

$b_2 \in [6 ; 9]$

Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
s_1	1	2	4	1	0	3
s_2	3	4	3	0	1	8
	-2	-3	-3	0	0	0

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
x_1	1	0	-5	-2	1	2
x_2	0	1	9/2	3/2	$-1/2$	1/2
	0	0	1/2	1/2	1/2	11/2

b) Determine as variações admissíveis para o coeficiente c_1, igual a 2, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$c_1 = ?$

$C' = \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 & 3 \end{bmatrix} \qquad C_B' = \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 \end{bmatrix}$

C1 básica → altera também o Cb

Para não haver alterações, o produto das matrizes tem de ser não negativo

$$\begin{array}{|c|c|} \hline c_B B^{-1} A - c & c_B B^{-1} \\ \hline \end{array} \geq \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 9/2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 & -10-5\alpha+\frac{27}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -5\alpha + \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \frac{7}{2} - 6$$

$$-5\alpha + \frac{1}{2} \geq 0 \;(=)\; 5\alpha \leq \frac{1}{2} \;(=)\; \boxed{\alpha \leq \frac{1}{10}}$$

Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
s_1	1	2	4	1	0	3
s_2	3	4	3	0	1	8
	-2	-3	-3	0	0	0

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
x_1	1	0	-5	-2	1	2
x_2	0	1	9/2	3/2	−1/2	1/2
	0	0	1/2	1/2	1/2	11/2

b) Determine as variações admissíveis para o coeficiente c_1, igual a 2, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$$\begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 9/2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 & -10-5\alpha+\frac{27}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -5\alpha+\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$-5\alpha + \frac{1}{2} \geq 0 \iff 5\alpha \leq \frac{1}{2} \iff \boxed{\alpha \leq \frac{1}{10}}$$

Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
s_1	1	2	4	1	0	3
s_2	3	4	3	0	1	8
	-2	-3	-3	0	0	0

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
x_1	1	0	-5	-2	1	2
x_2	0	1	9/2	3/2	−1/2	1/2
	0	0	1/2	1/2	1/2	11/2

b) Determine as variações admissíveis para o coeficiente c_1, igual a 2, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$$C_B B^{-1} = \begin{bmatrix} 2+\alpha & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4-2\alpha+\frac{9}{2} & 2+\alpha-\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -2\alpha + \frac{1}{2} \geq 0 \\ \alpha + \frac{1}{2} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -2\alpha \geq -\frac{1}{2} \\ \alpha \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha \leq \frac{1}{4} \\ \alpha \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\alpha \leq \frac{1}{10}$$

$$\boxed{C_1 \in \left[2-\frac{1}{2}, 2+\frac{1}{10}\right]}$$

$$C_1 \in \left[\frac{3}{2} ; \frac{21}{10}\right]$$

Ex 7.1

Considere os seguintes quadros inicial e óptimo de um problema de programação linear.

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
s_1	1	2	4	1	0	3
s_2	3	4	3	0	1	8
	-2	-3	-3	0	0	0

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
x_1	1	0	-5	-2	1	2
x_2	0	1	9/2	3/2	−1/2	1/2
	0	0	1/2	1/2	1/2	11/2

c) Determine as variações admissíveis para o coeficiente c_3, igual a 3, sem haver alterações nas variáveis básicas óptimas.

$C_3 = ?$

$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3+\alpha \end{bmatrix}$

$$C_B B^{-1} A - C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 9/2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3+\alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & 7/2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3+\alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} - \alpha \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{2} - \alpha \geq 0 \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{1}{2}$

$\boxed{C_3 \in \left]-\infty, 3 + \frac{1}{2}\right]}$

$C_3 \in \left]-\infty, \frac{7}{2}\right]$