15.1

A Empresa Sarilhos, Lda., possui uma unidade fabril em Altatensão, um país do médio oriente que nos últimos tempos se tem confrontado com graves problemas sociais. Informações seguras garantem que as forças revolucionárias estão prestes a atacar a capital para derrubar o regime e a Sarilhos, Lda., está a considerar um plano de emergência para retirar o valioso património existente na empresa.

O único navio capaz de transportar o equipamento dispõe apenas de um porão de carga com a capacidade máxima de 9 toneladas. O peso (em toneladas) e o valor (em milhões de dólares) de cada máquina são os que constam da seguinte lista:

Máquina	Peso	Valor
1	4	8
2	3	7
3	3	6
4	3	6
5	2	3
6	1	2

Usando programação dinâmica, determine quais as máquinas que deverão ser escolhidas de modo a maximizar o valor da carga transportada.

15.1

Estágios → fases de tomada de decisão → cada máquina (o que lhe fazer)
Estados → grandeza física que caracteriza o estado do sistema → toneladas disponíveis
Contribuição de estágio → Valor da máquina, ou 0, se a máquina não for colocada

ESTÁGIOS →

← ESTADOS

15.1

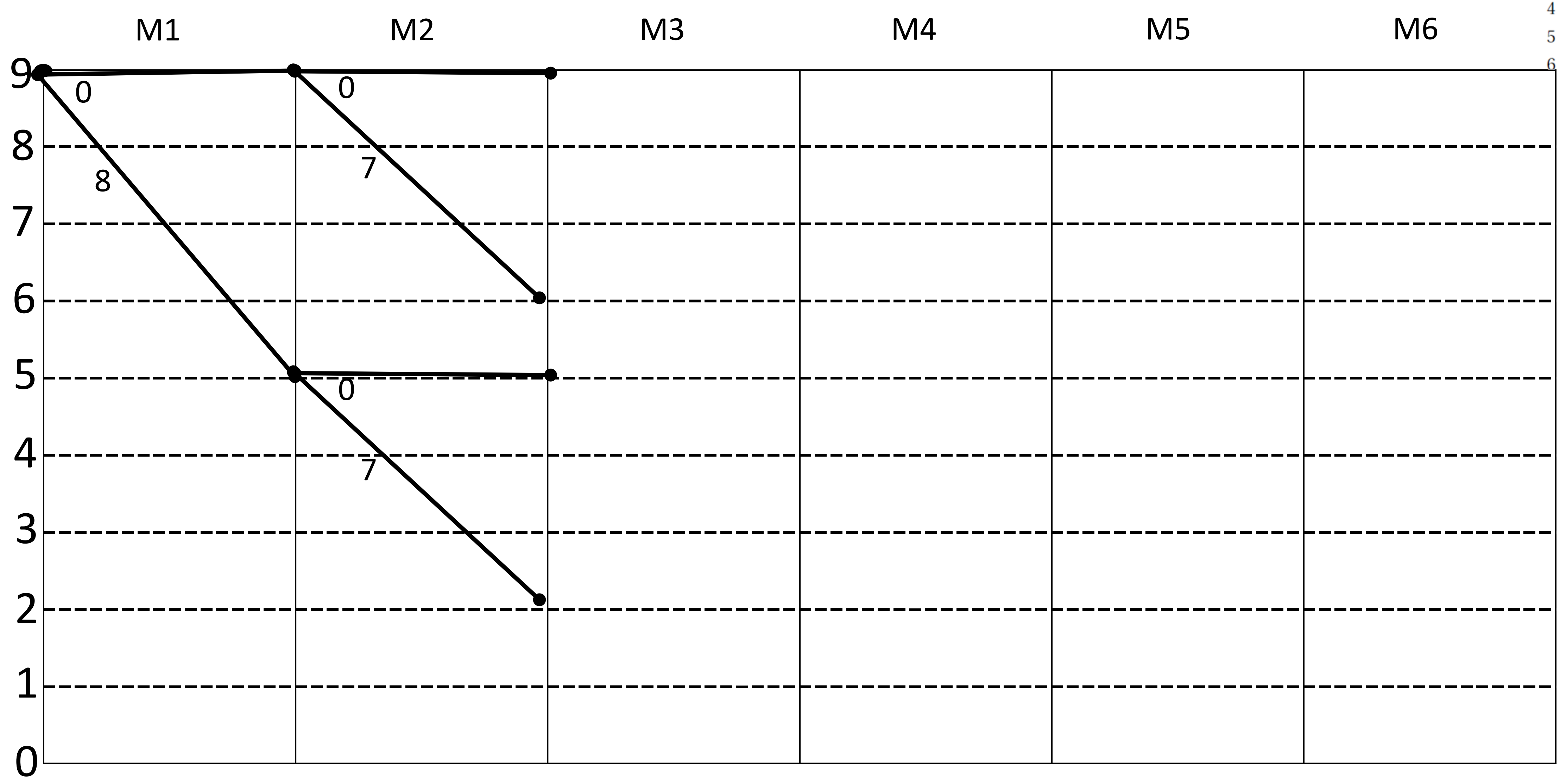
Máquina	Peso	Valor
1	4	8
2	3	7
3	3	6
4	3	6
5	2	3
6	1	2

Que podemos fazer à M1? → Inserir ou não no navio.

Contribuição de estágio: valor cj da máquina com o peso pj colocada no estágio j; ou 0, c.c.

15.1

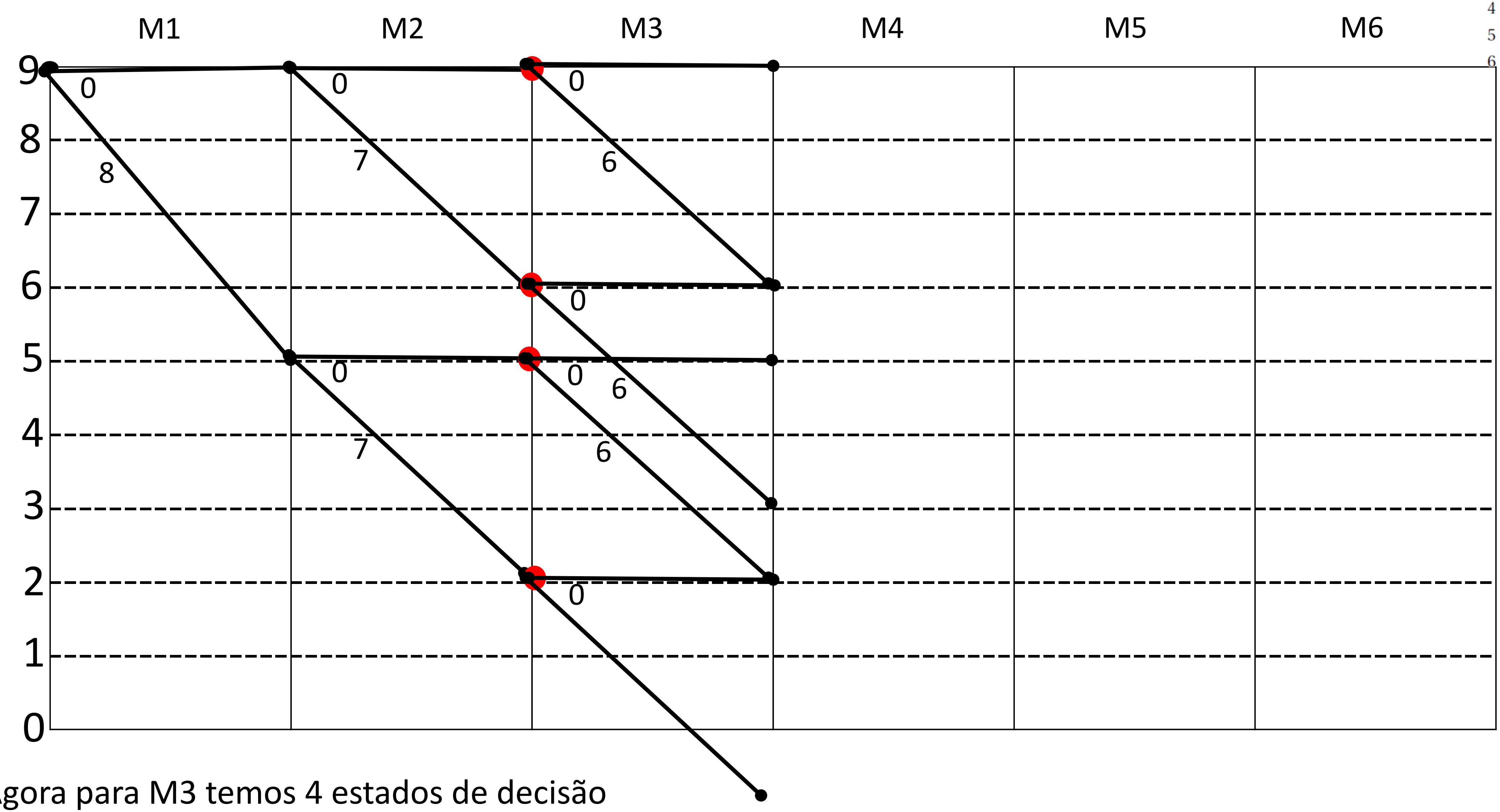
Máquina	Peso	Valor
1	4	8
2	3	7
3	3	6
4	3	6
5	2	3
6	1	2



Agora para M2 temos 2 estados de decisão: Se M1 não está ou se M1 está

15.1

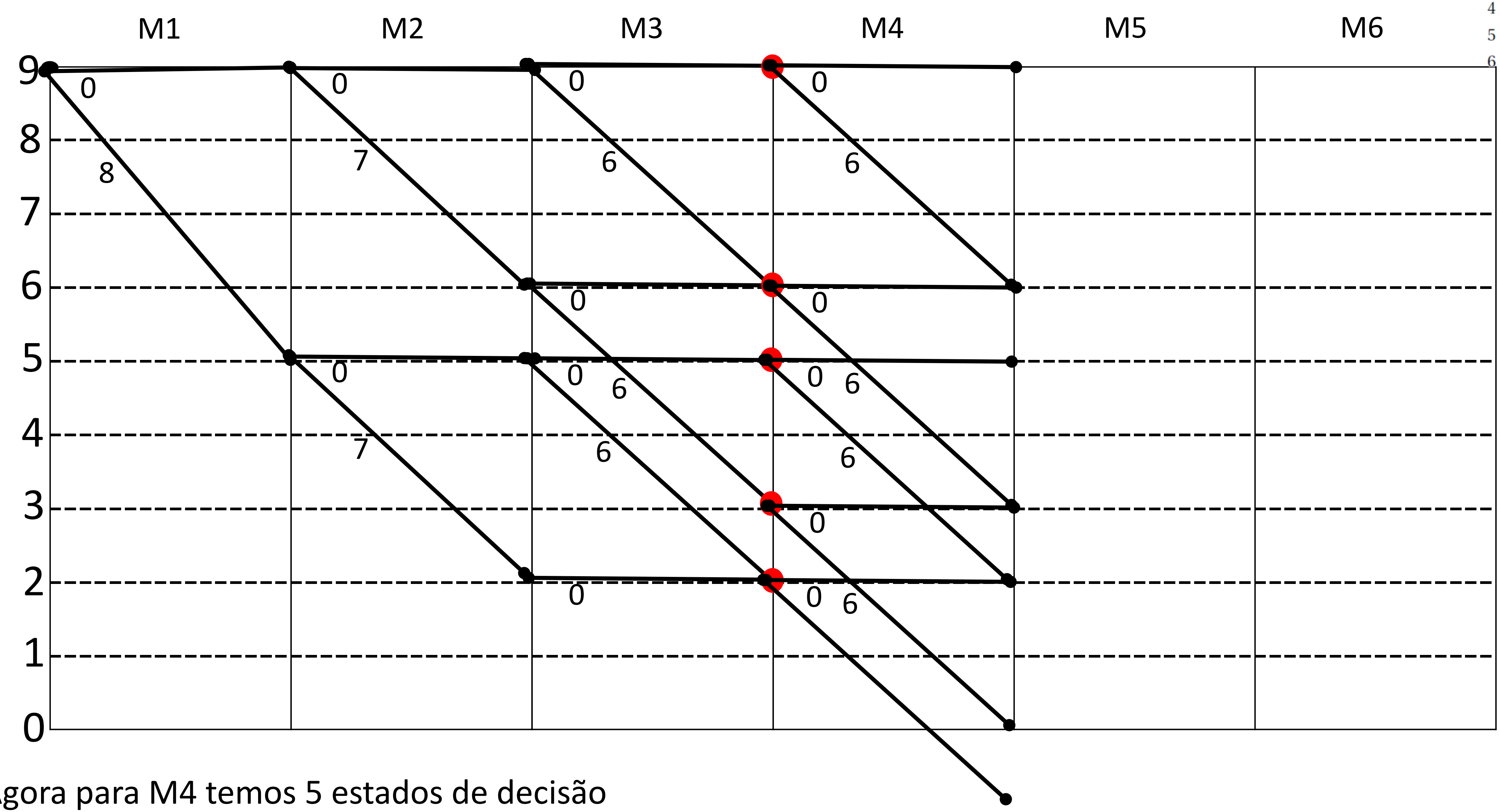
Máquina	Peso	Valor
1	4	8
2	3	7
3	3	6
4	3	6
5	2	3
6	1	2



Agora para M3 temos 4 estados de decisão

15.1

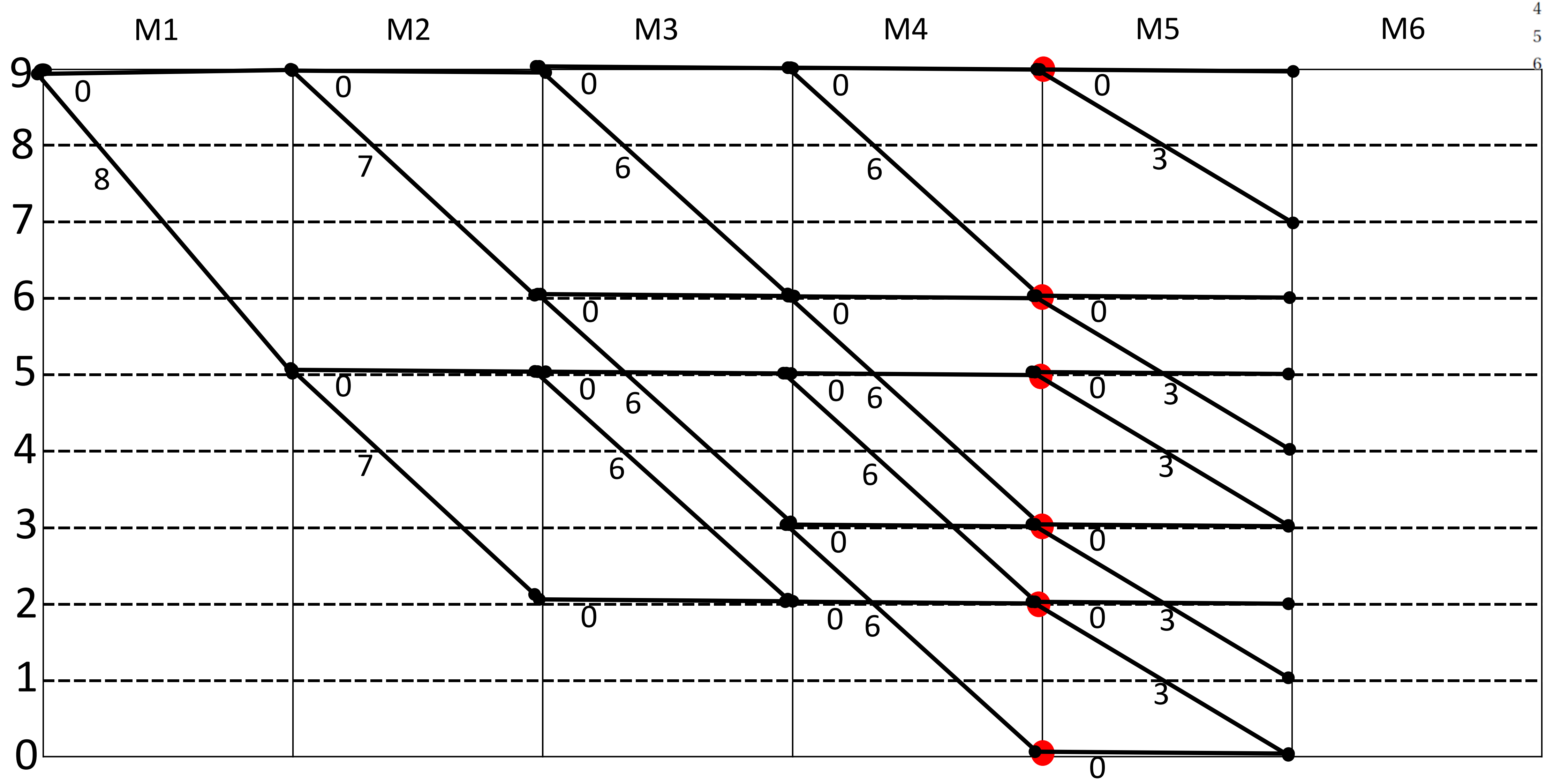
Máquina	Peso	Valor
1	4	8
2	3	7
3	3	6
4	3	6
5	2	3
6	1	2



Agora para M4 temos 5 estados de decisão

15.1

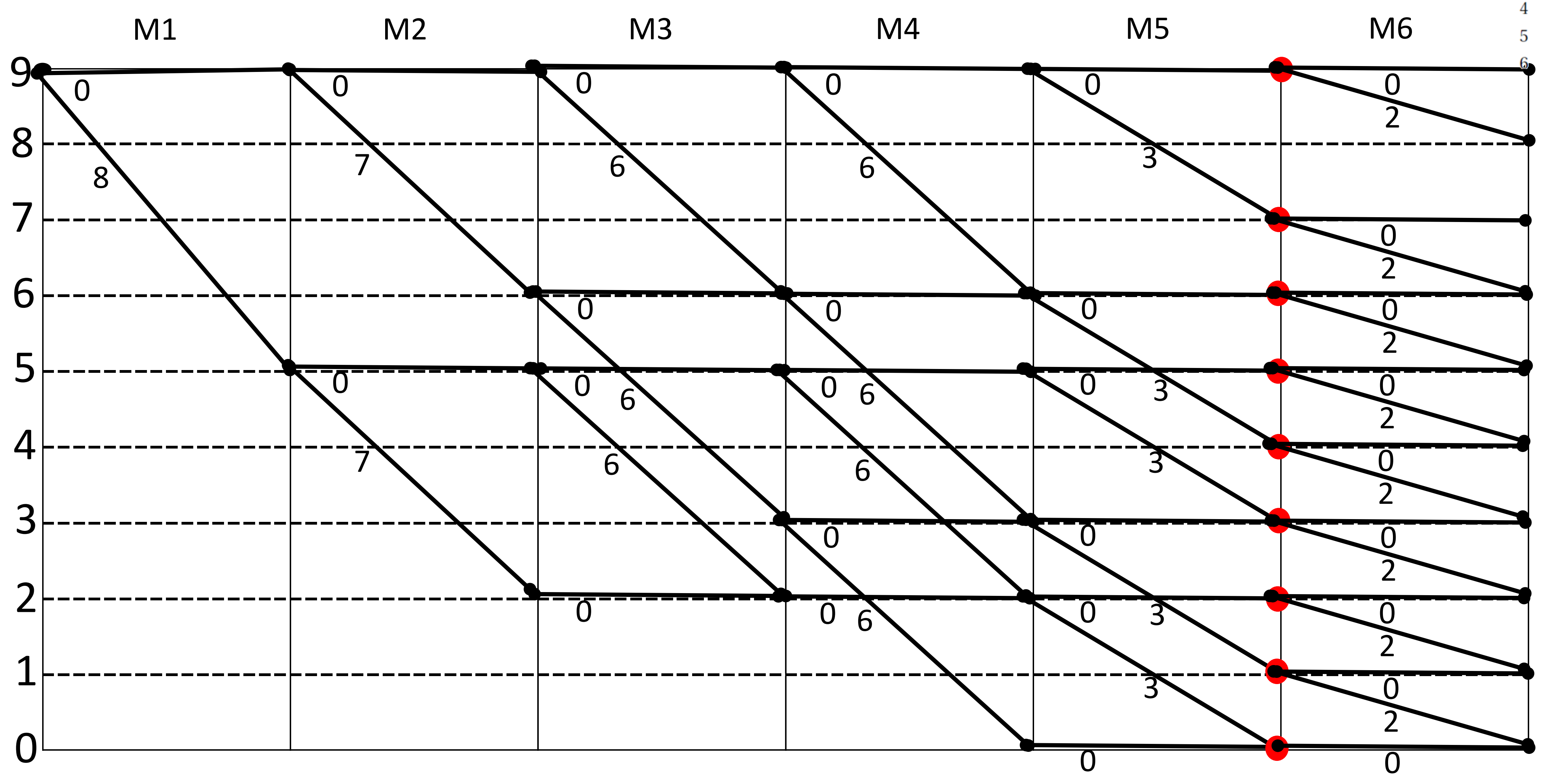
Máquina	Peso	Valor
1	4	8
2	3	7
3	3	6
4	3	6
5	2	3
6	1	2



Agora para M5 temos 6 estados de decisão

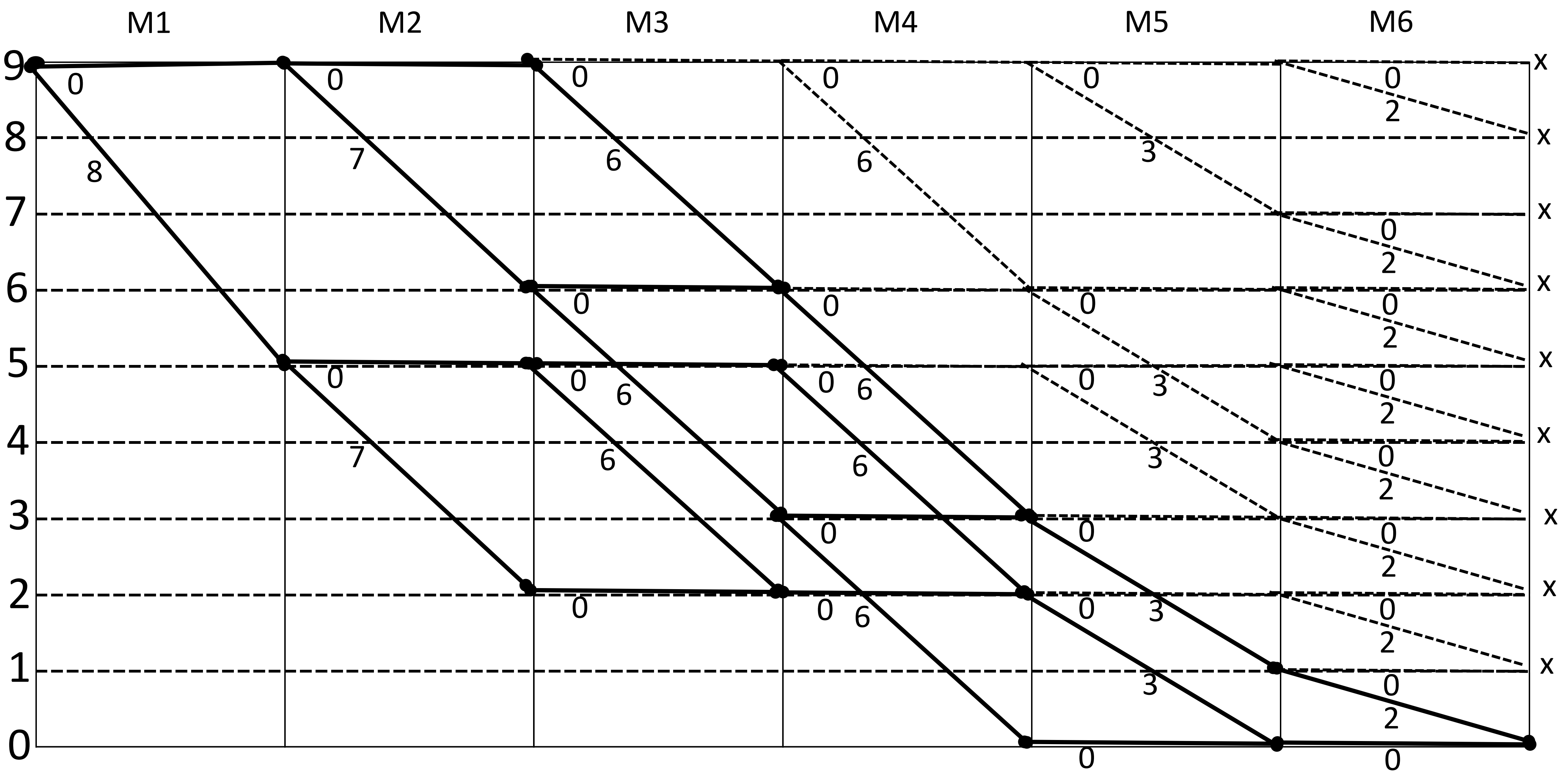
15.1

Máquina	Peso	Valor
1	4	8
2	3	7
3	3	6
4	3	6
5	2	3
6	1	2



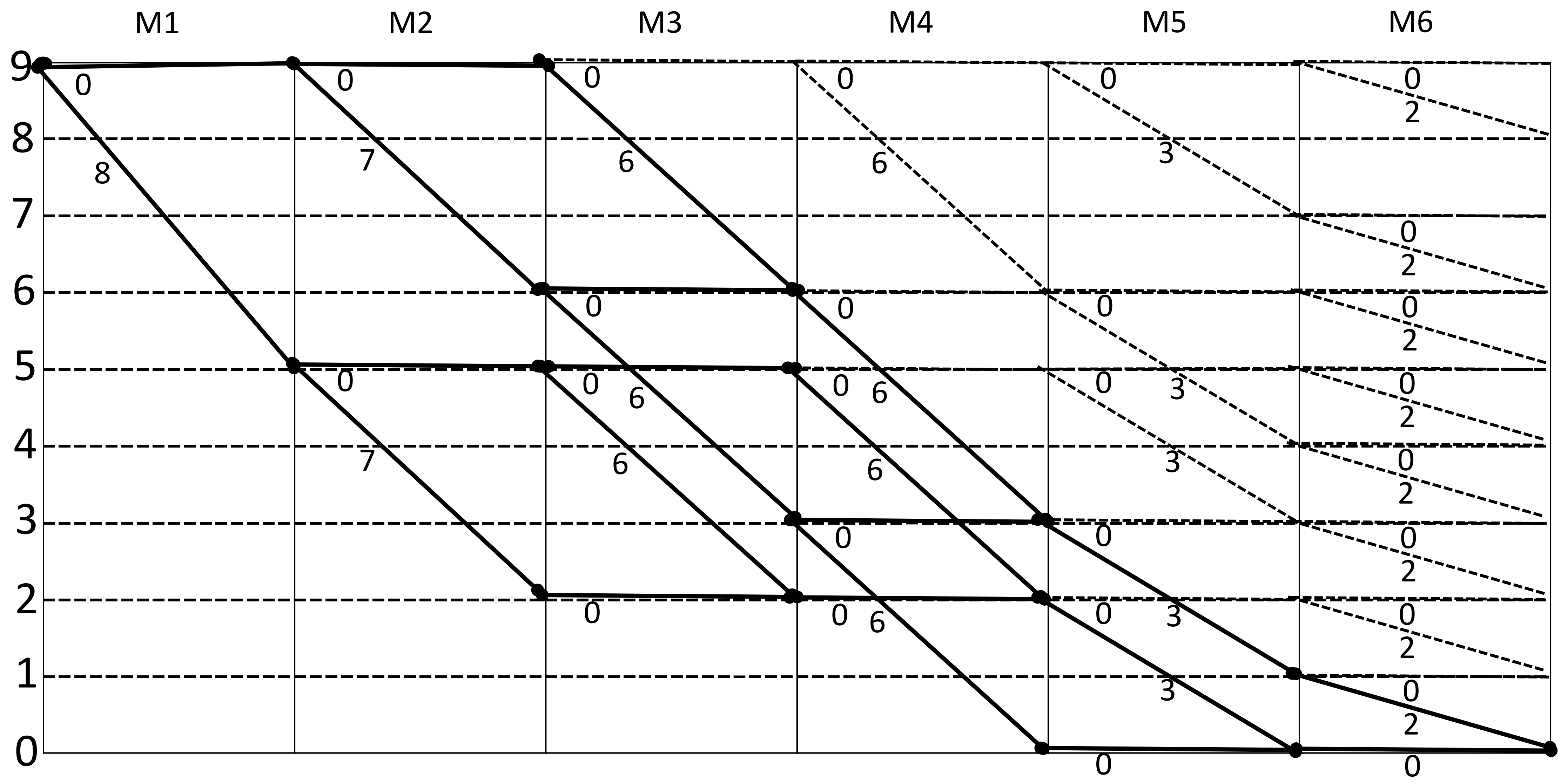
Agora para M6 temos 9 estados de decisão

15.1



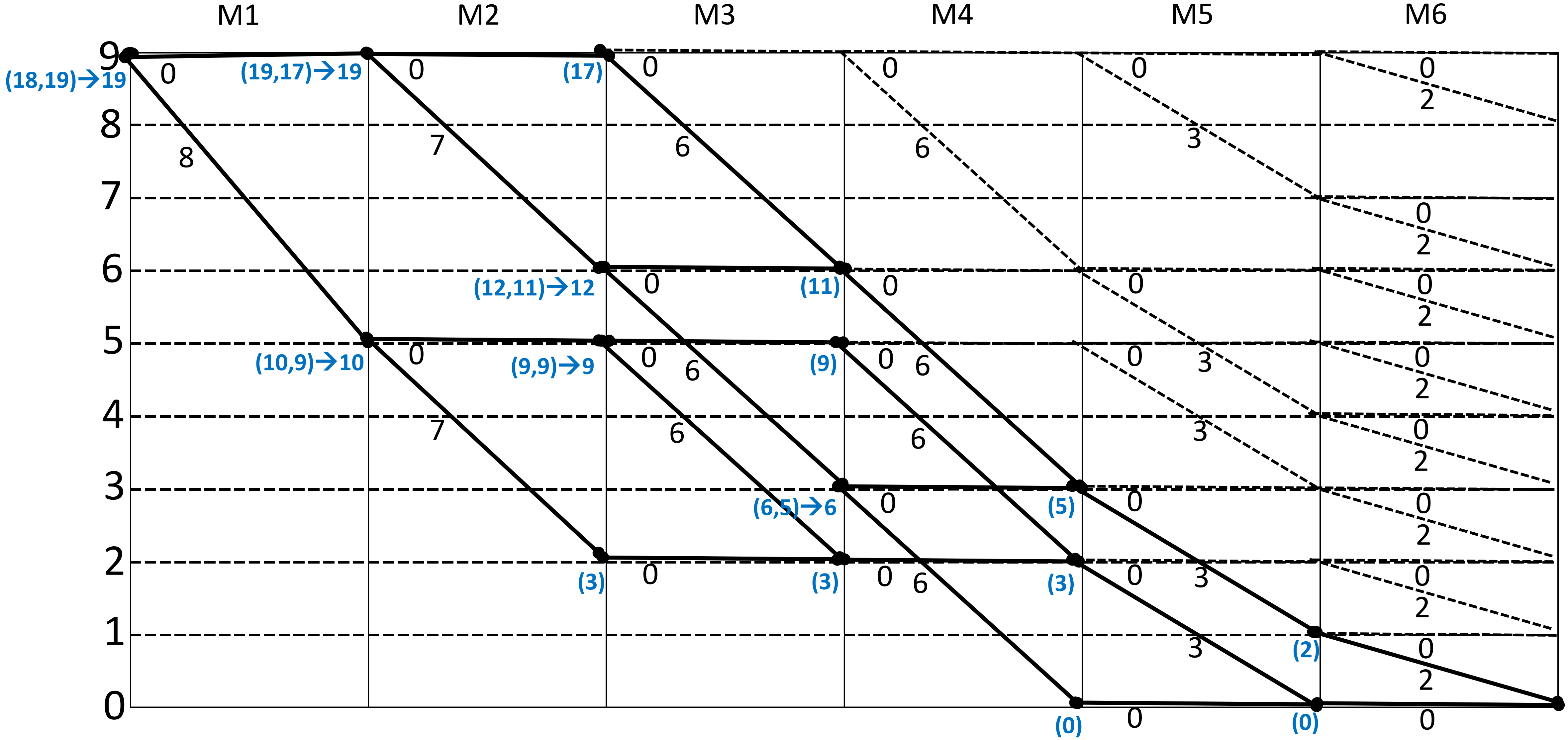
Agora para M6 temos 9 estados de decisão → no entanto alguns poderiam ser ignorados visto que certamente não levam à solução ótima, pois pretende-se maximizar a carga no porão

15.1

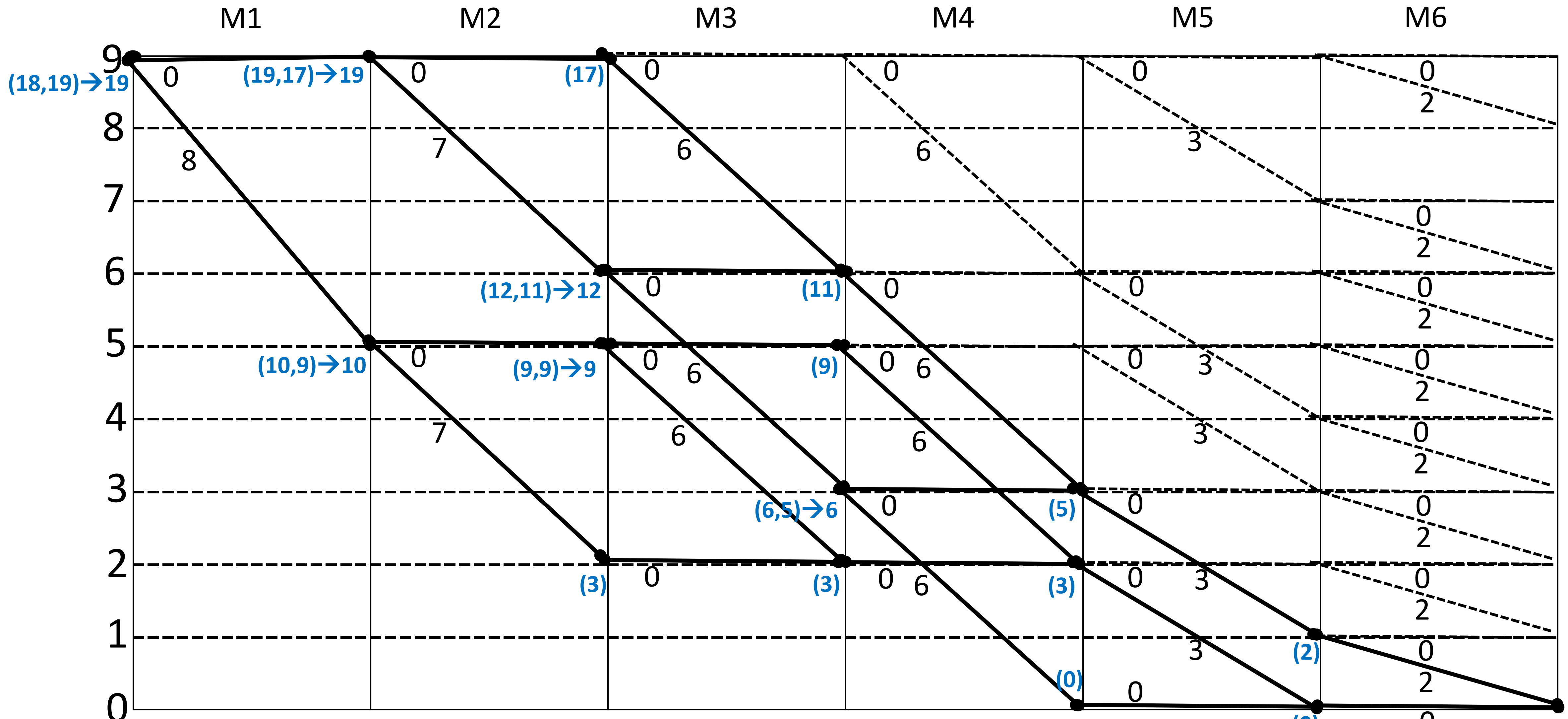


Após construído o gráfico → agora da frente para trás → aplicar a relação de recorrência → calcular valor de cada estado possível em cada estágio → escolher **MAX VALOR DA CARGA**

15.1


M1
M2
M3
M4
M5
M6
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
(18,19)→19
(19,17)→19
(17)
(12,11)→12
(11)
(10,9)→10
(9,9)→9
(9)
(6,5)→6
(5)
(3)
(3)
(3)
(2)
(0)
(0)

15.1

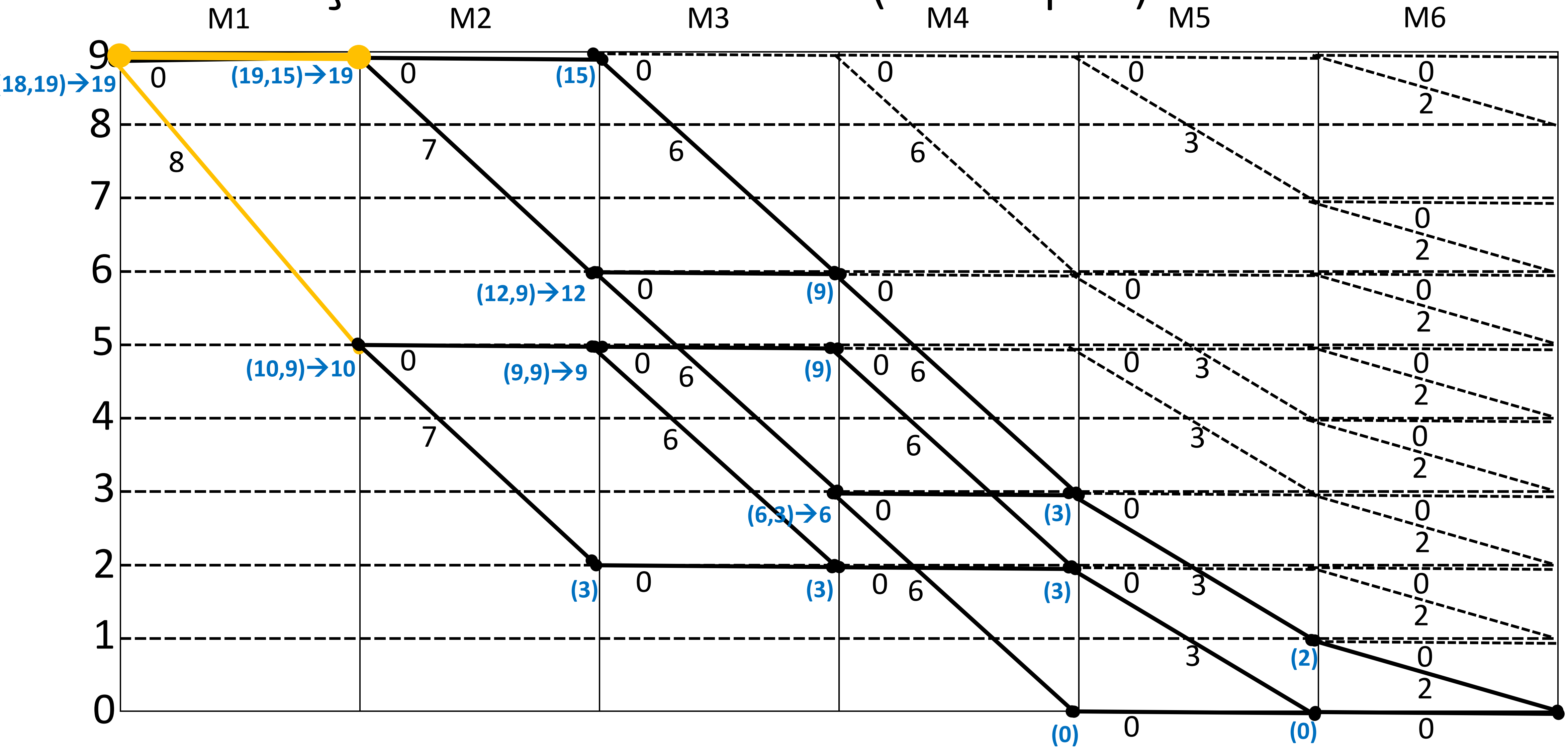


Contribuição de estágio: valor cj da máquina com o peso pj colocada no estágio j; ou 0, c.c.

Vj(tdisp): Valor do estado tdisp no estágio j, j=0,…,6, tdisp=9,…,0

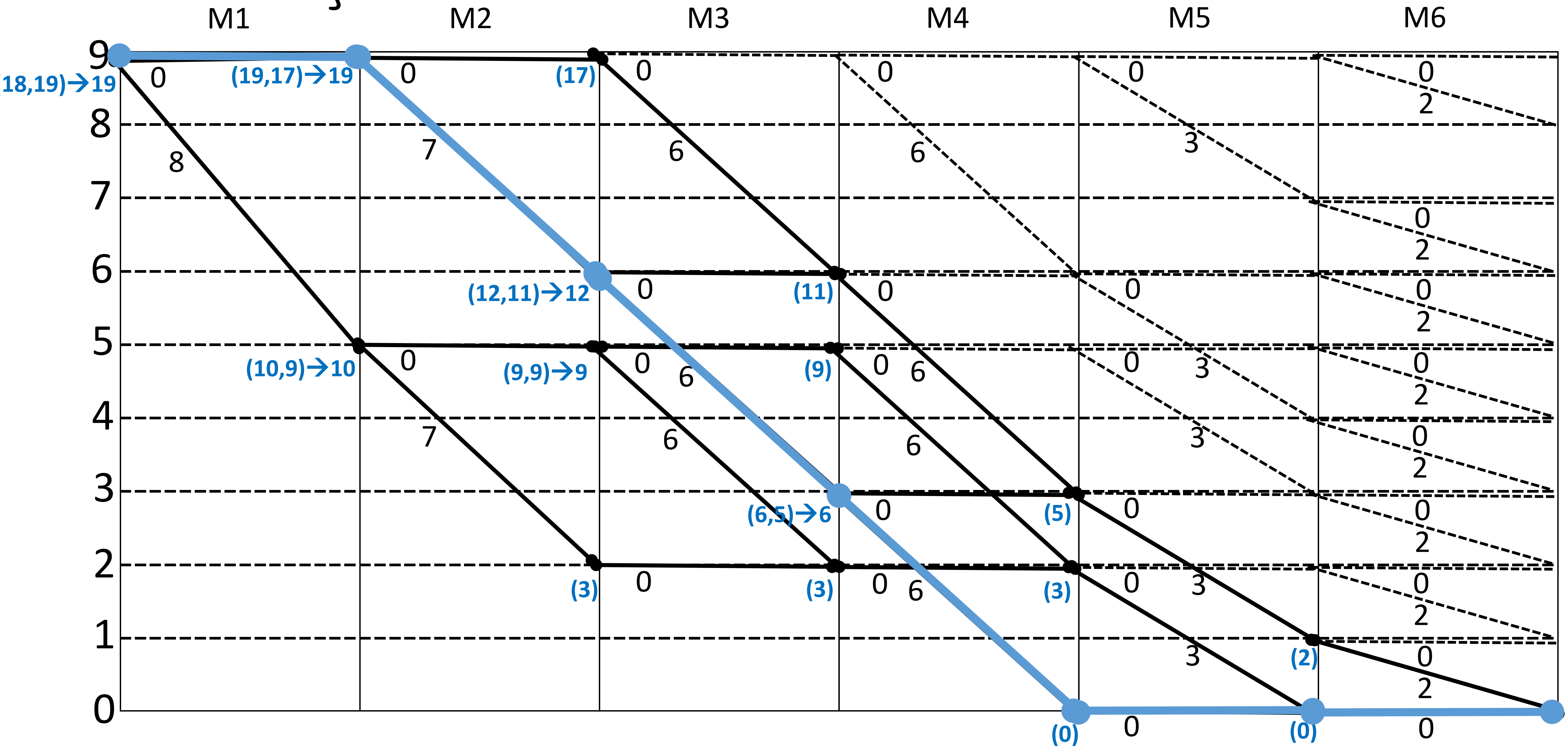
Relação de recorrência para trás: Vj(tdisp) = max { Vj+1(tdisp), Vj+1(tdisp-pj)+cj }

15.1 – Relação de recorrência (exemplo)

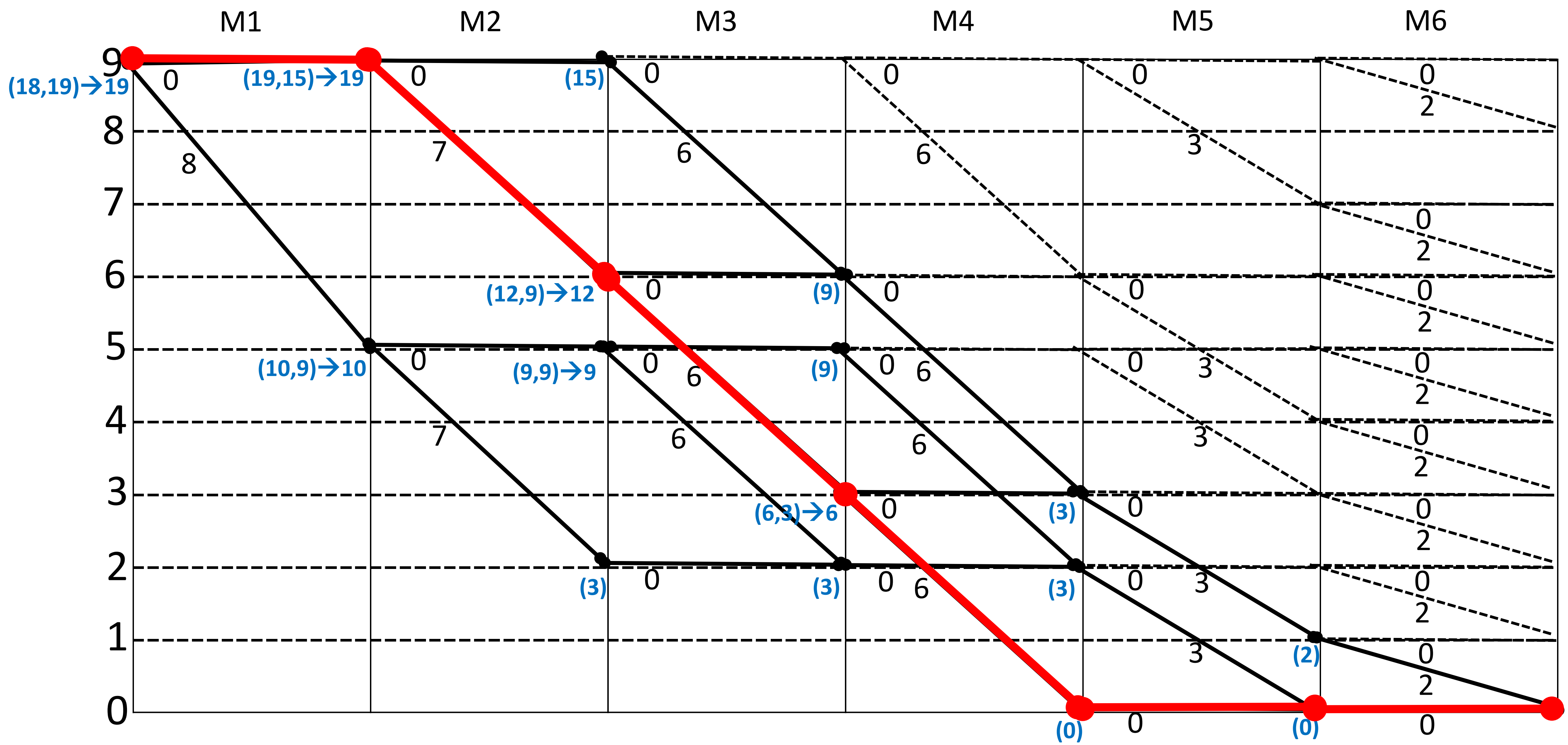


Valor do estado 9 no estágio 0: V0(9) = max { V1(9), V1(5)+8 } = max { 19, 10+8 } = 19

15.1 – Relação de recorrência



15.1 – Solução óptima



Não deve levar a M1, leva M2, M3, M4, nem deve levar M5 nem M6, para um valor máximo de 19 milhões dólares.

15.2

O gestor de uma empresa possui 5 U.M. que pode investir em 3 projetos diferentes. Os lucros obtidos em cada projeto dependem do capital a ele alocado, de acordo com a seguinte Tabela:

	capital alocado (U.M.)					
projecto	0	1	2	3	4	5
1	0	1	4	6	7	8
2	0	3	5	8	10	11
3	0	0	2	10	11	11

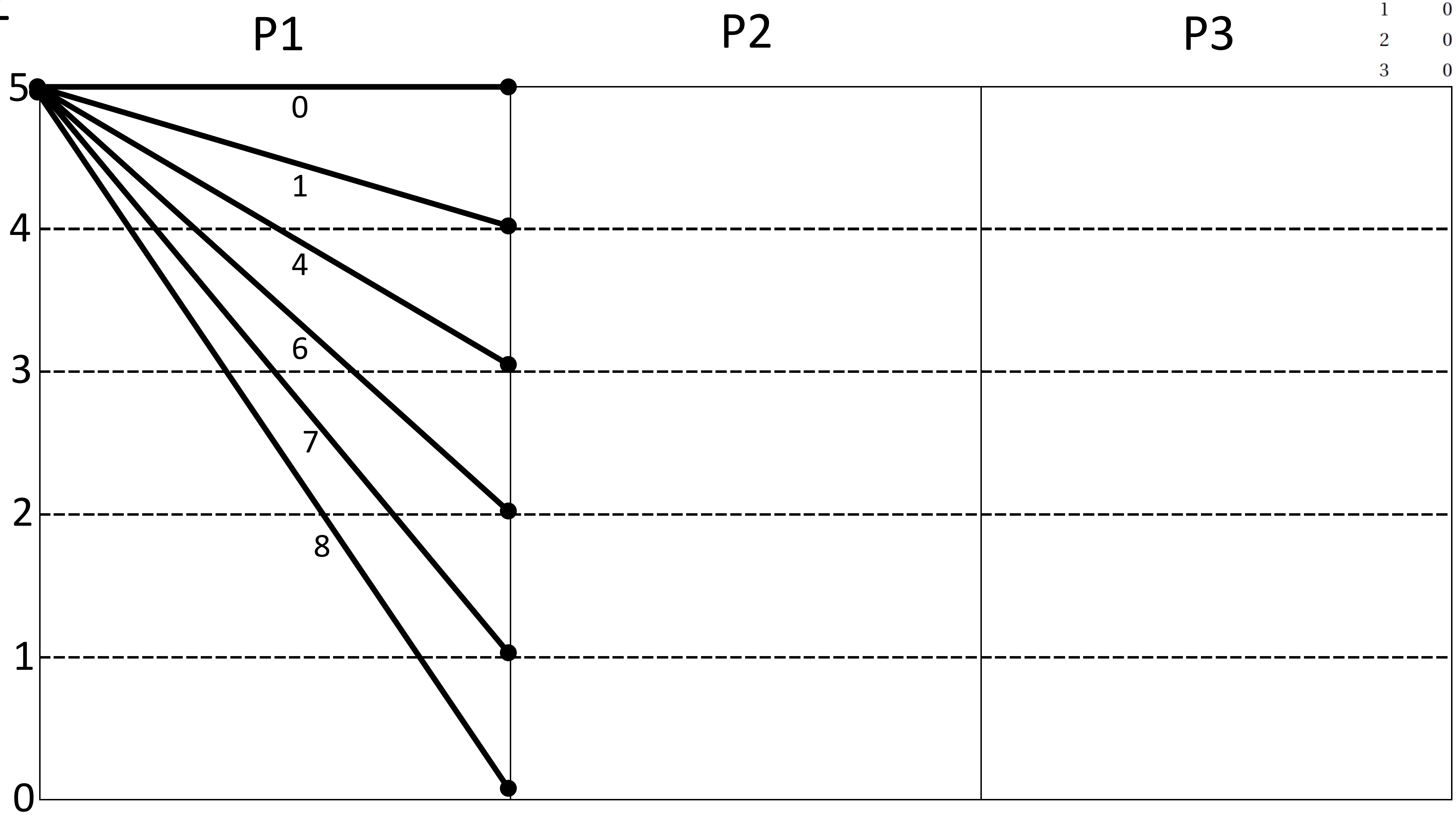
Diga como deveria o capital ser alocado aos projetos de modo a maximizar o lucro total.

15.2

Estágios → projetos para tomada de decisão → decidir o que fazer em cada projeto
Estados → grandeza física que caracteriza o estado do sistema → orçamento disponível
Contribuição de estágio → lucro do projeto de acordo com o capital investido

15.2

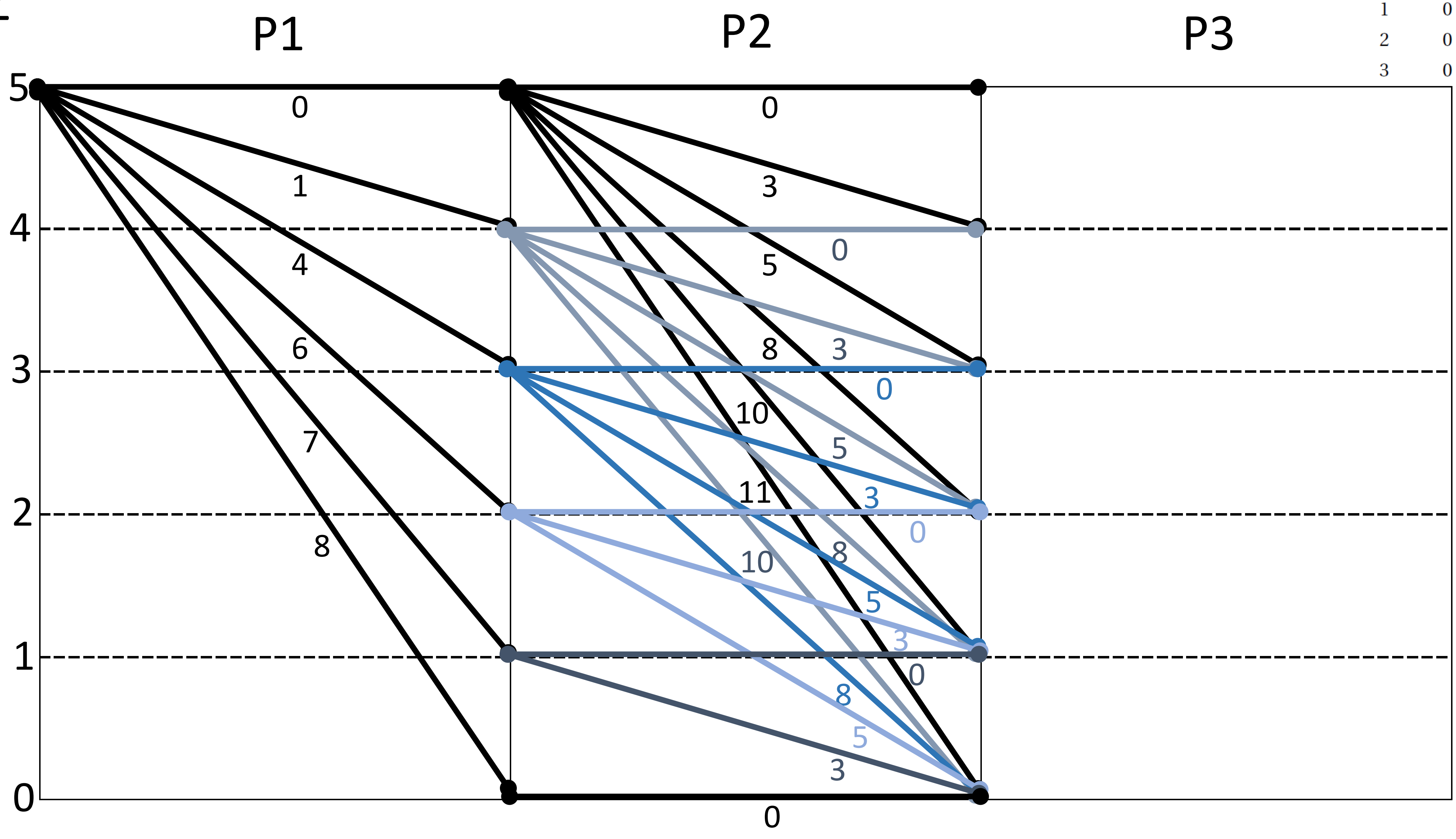
	capital alocado (U.M.)					
projecto	0	1	2	3	4	5
1	0	1	4	6	7	8
2	0	3	5	8	10	11
3	0	0	2	10	11	11



Que podemos fazer ao P1? → Investir ou não. Se investir, pode investir, 1, 2, 3, 4, ou 5 UM

15.2

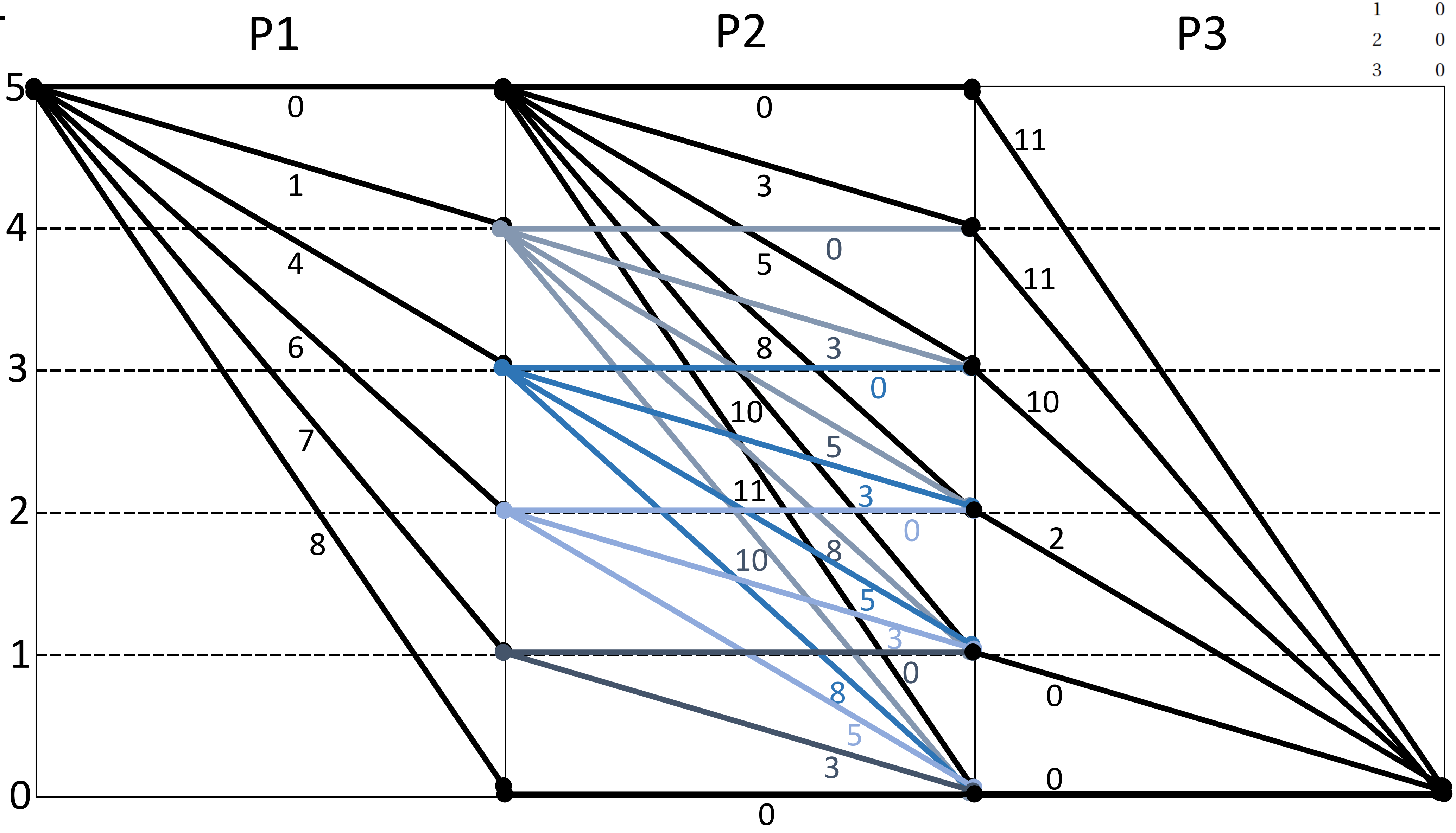
projecto	capital alocado (U.M.) 0	1	2	3	4	5
1	0	1	4	6	7	8
2	0	3	5	8	10	11
3	0	0	2	10	11	11



Agora para P2 temos 6 estados de decisão: Em decisão de investimento do P1 fica um orçamento disponível → P2

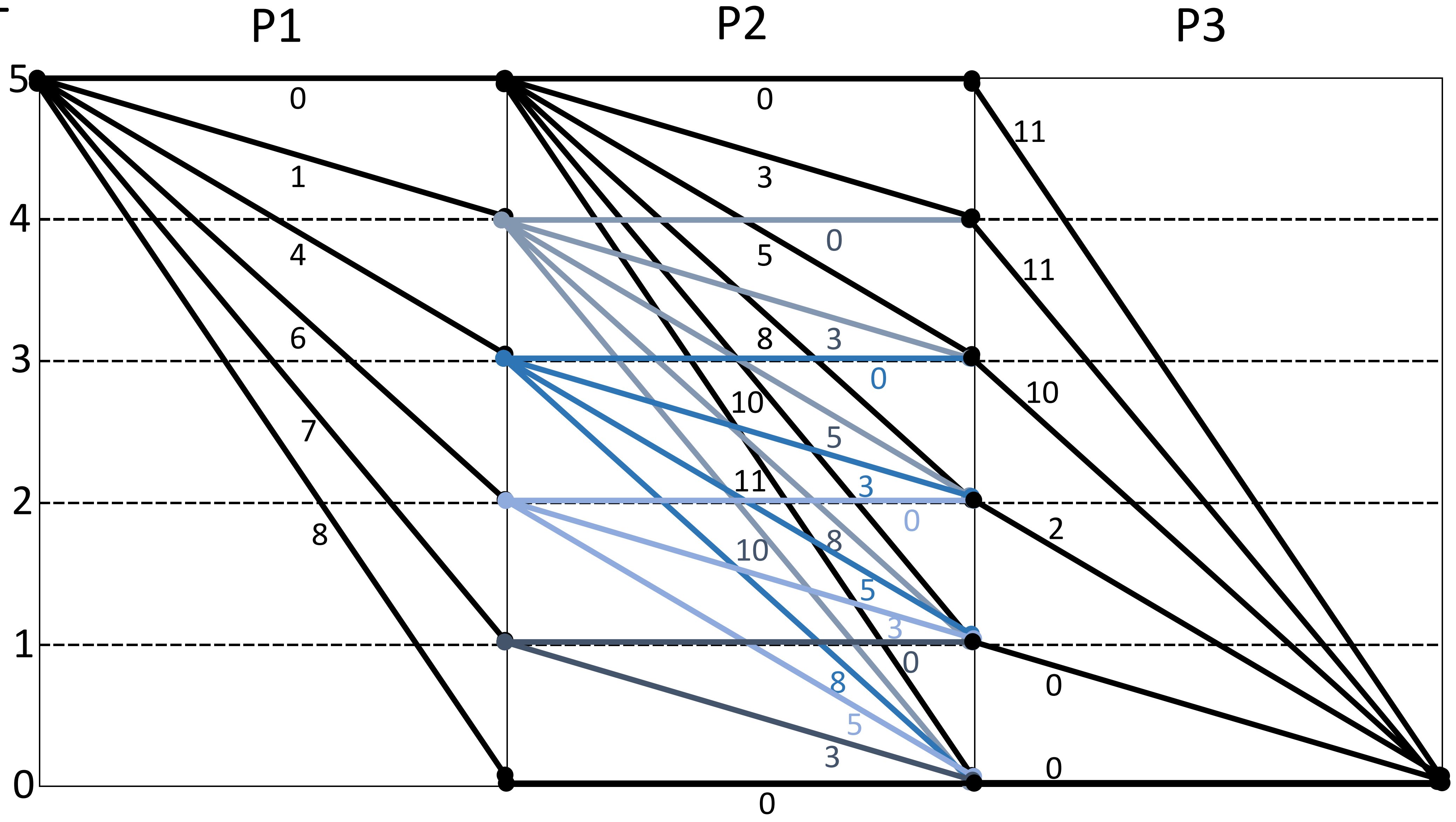
15.2

	capital alocado (U.M.)					
projecto	0	1	2	3	4	5
1	0	1	4	6	7	8
2	0	3	5	8	10	11
3	0	0	2	10	11	11



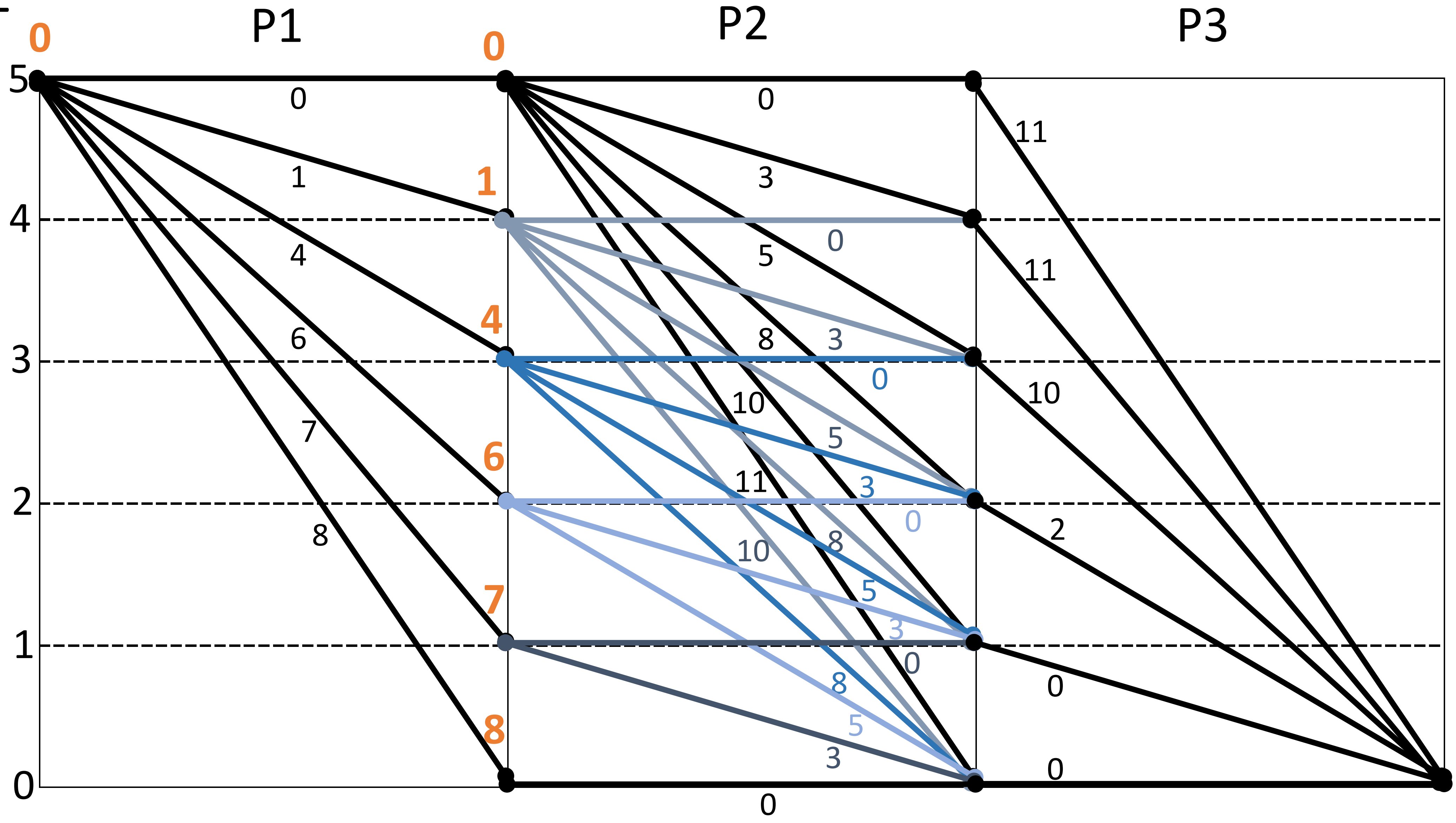
Para P3 temos 6 estados de decisão. No entanto, a solução em que todo o capital é investido domina sobre soluções em que sobra capital.

15.2



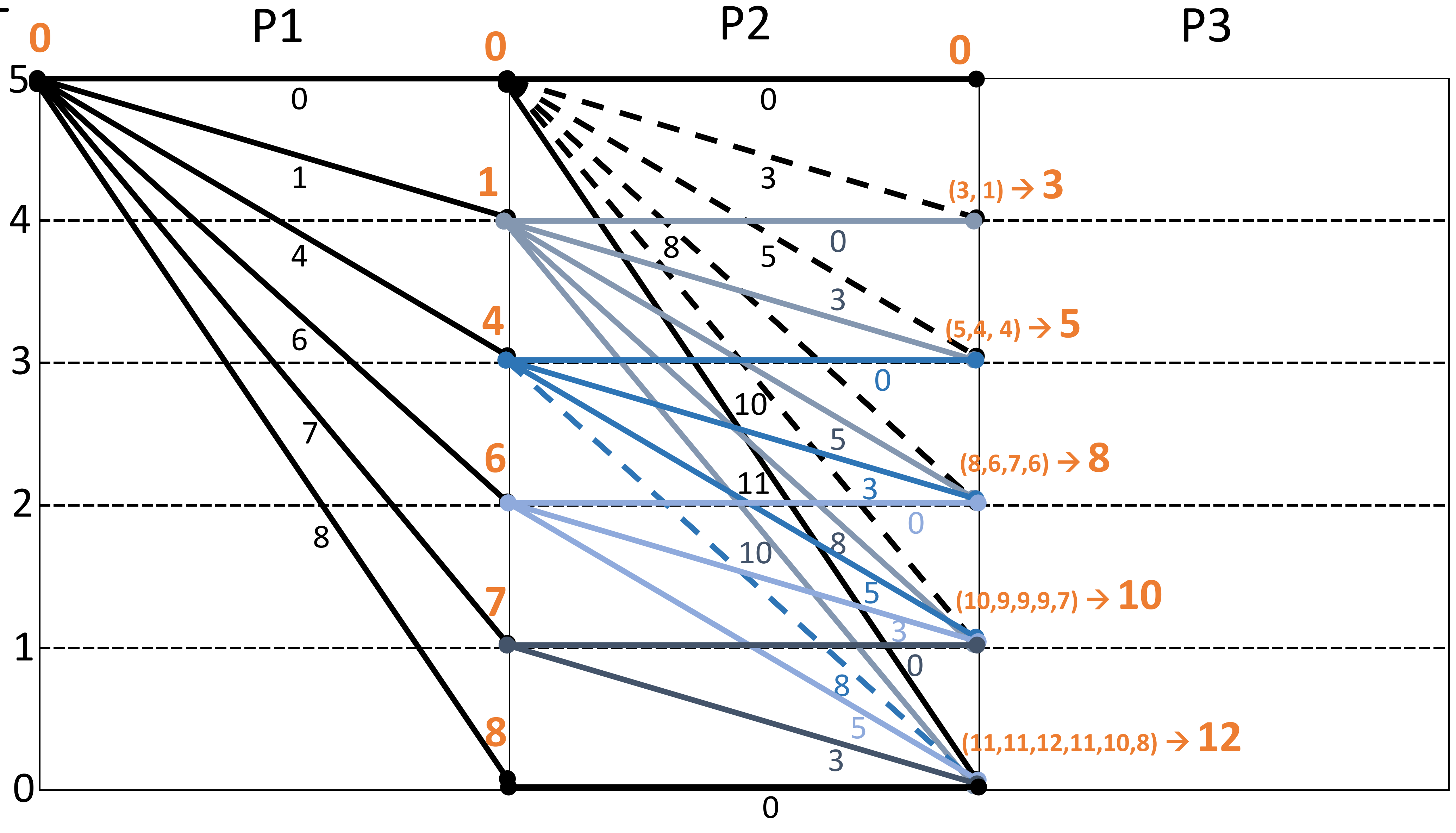
Após construído o gráfico → aplicar a relação de recorrência → calcular valor de cada estado possível em cada estágio → escolher **MAX RETORNO OBTIDO**

15.2

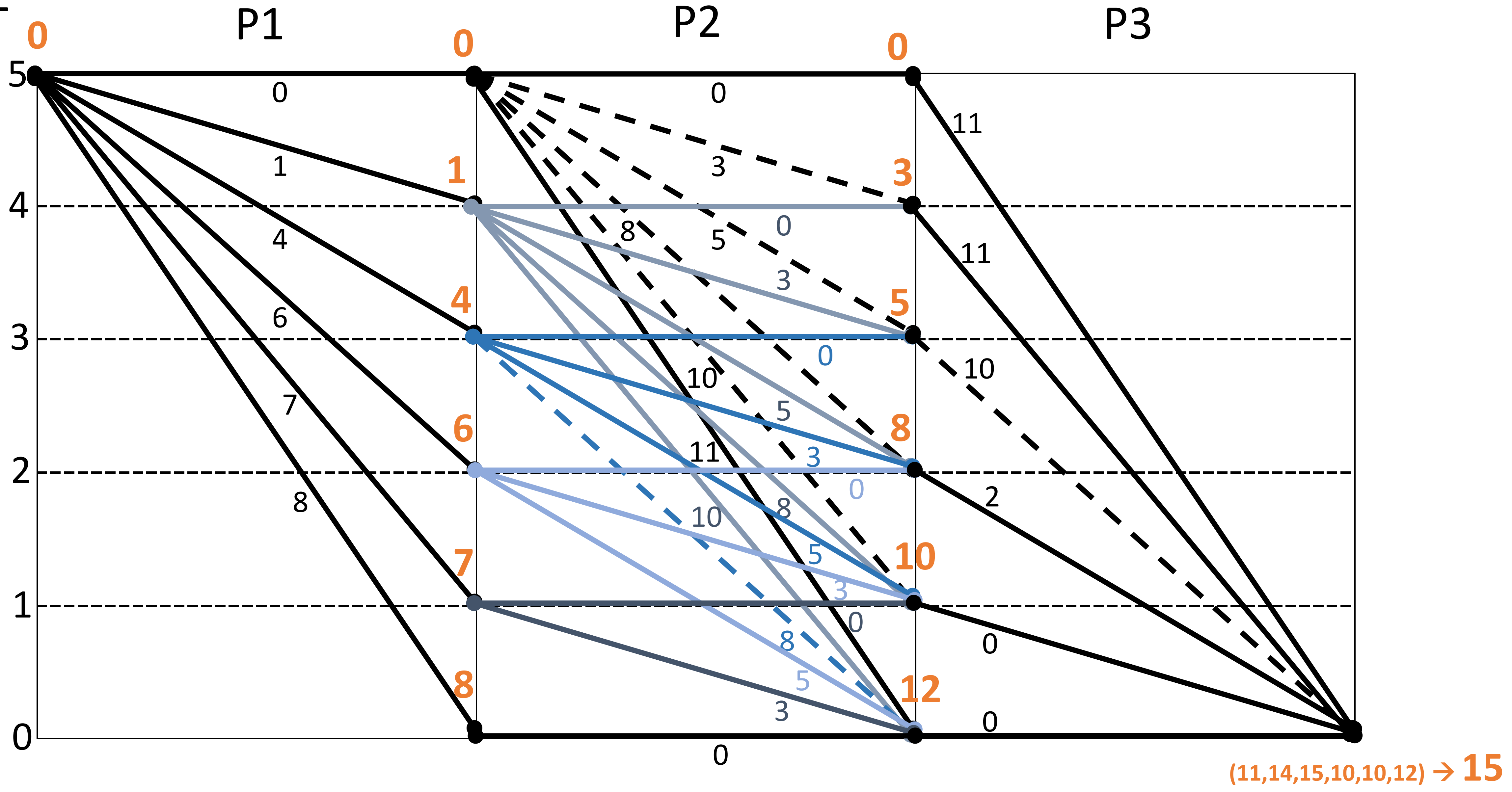


P1
P2
P3
0
0
1
4
6
7
8
5
4
3
2
1
0
0
1
4
6
7
8
0
3
5
8
10
11
10
0
11
11
10
2
0
0
0
3
0
5
3
8
0
5
3
8
0
5
3
8
0
5
3
0
8
5
3

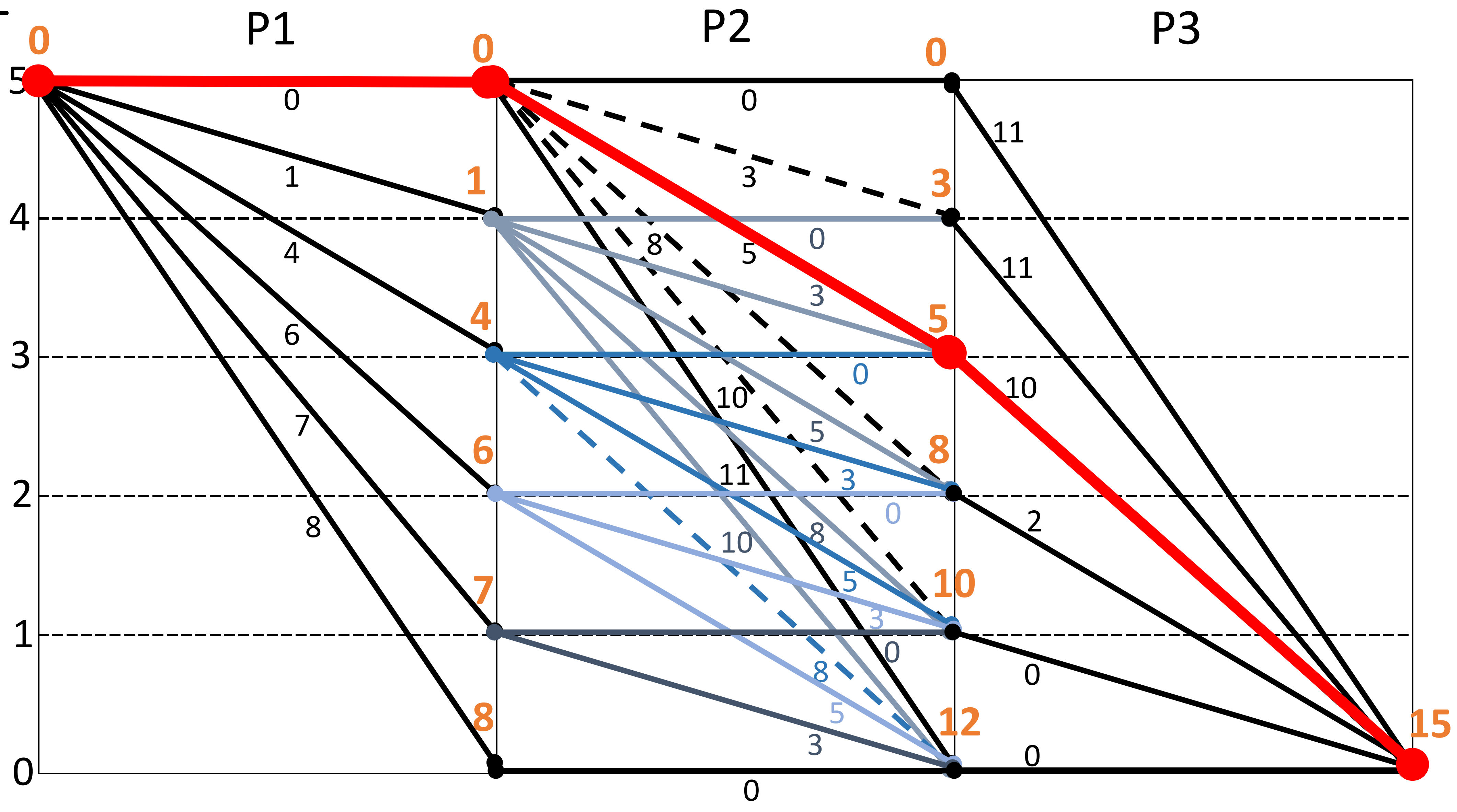
15.2



15.2



15.2



Não deve investir no P1, deve investir 2 UM no P2 e investir 3 UM no P3 para ter um lucro máximo de 15 UM.

15.4

Considere o seguinte problema de programação inteira:

$$\begin{aligned} \max z = \quad & x_1 + 2x_2 + f(x_3) \\ \text{suj. a} \quad & x1 + 3x2 + 2x3 \leq 6 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ e inteiros} \end{aligned}$$

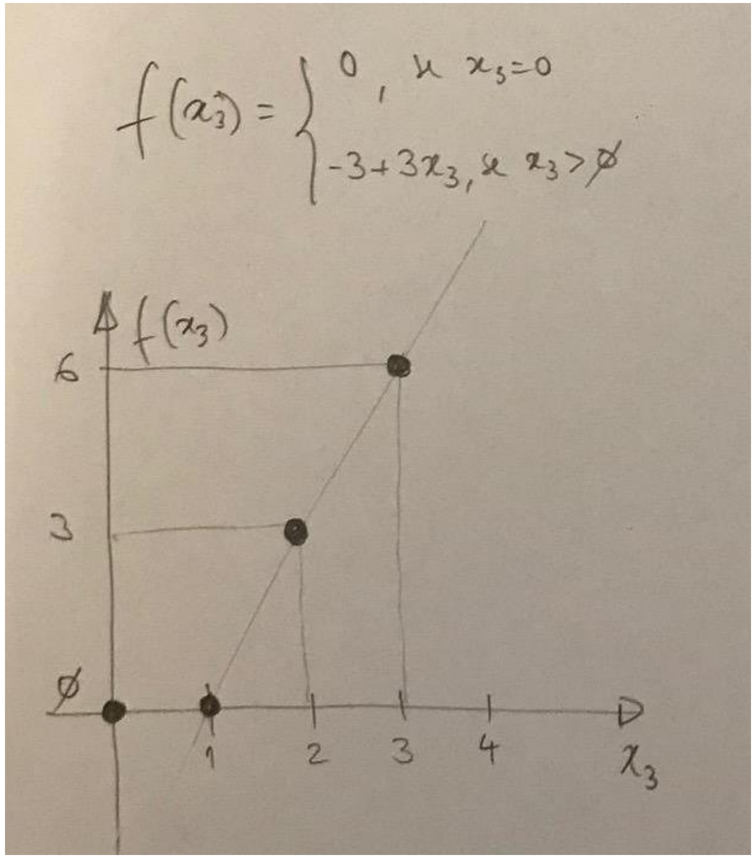
$$\text{sendo } f(x_3) = \begin{cases} 0, & \text{se } x_3 = 0 \\ -3 + 3x_3 & \text{se } x_3 > 0 \end{cases}$$

a) Formule como um modelo de programação dinâmica, indicando claramente o que entende por estados, estágios e ações alternativas.

b) Determine a solução ótima, usando programação dinâmica.

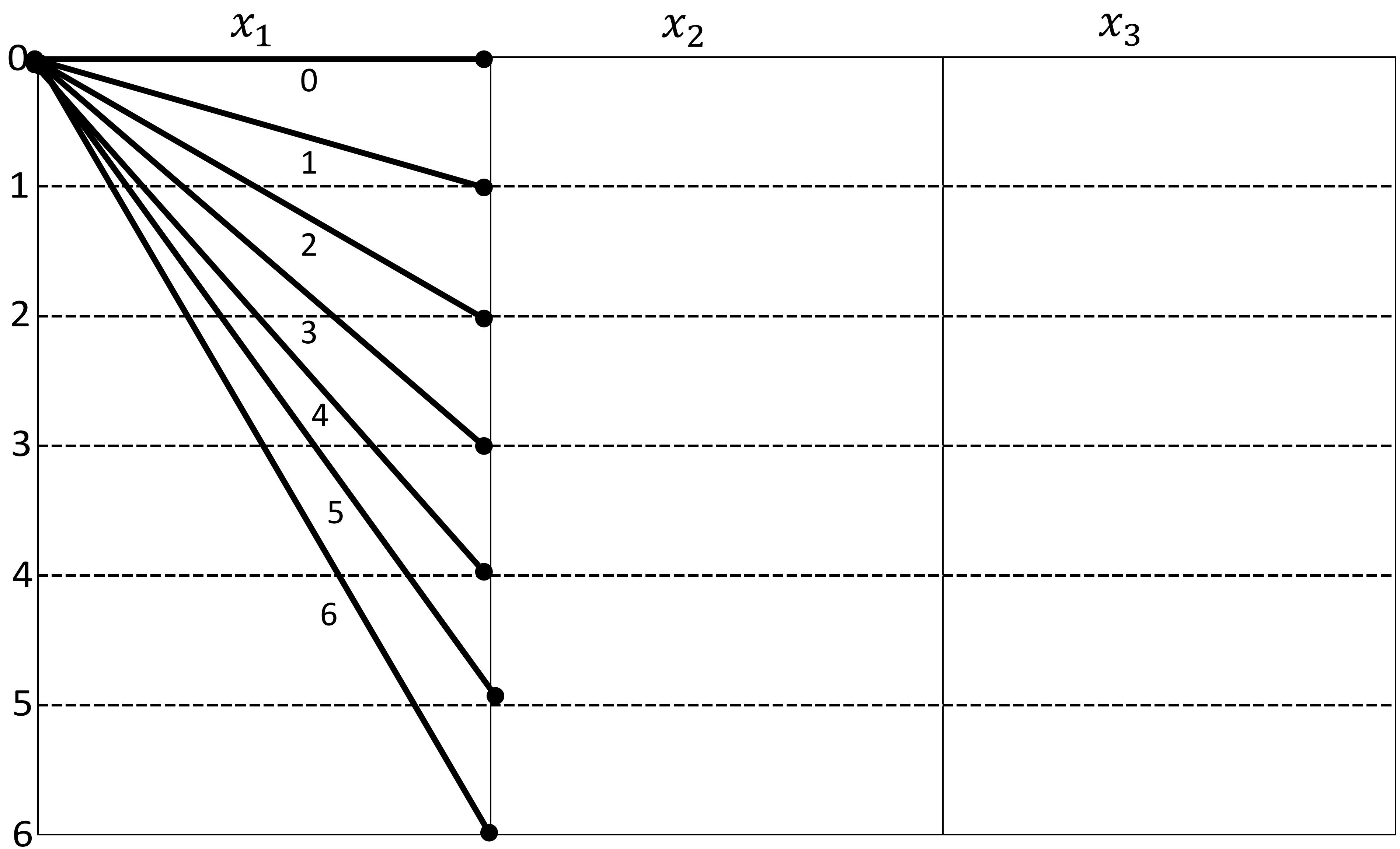
15.4

Estágios → valor de X1, X2 e X3→ decidir o valor das variáveis de acordo o resultado da restrição
Estados →valor limite da restrição → depende do valor de cada variável
Contribuição de estágio → resultado da FO
Ações alternativas:
$x_1 \in \{0,1,2,3,4,5,6\}$
$x_2 \in \{0,1,2\}$
$x_3 \in \{0,1,2,3\}$



15.4

suj. a $x1 + 3x2 + 2x3 \leq 6$ $\max z = x_1 + 2x_2 + f(x_3)$

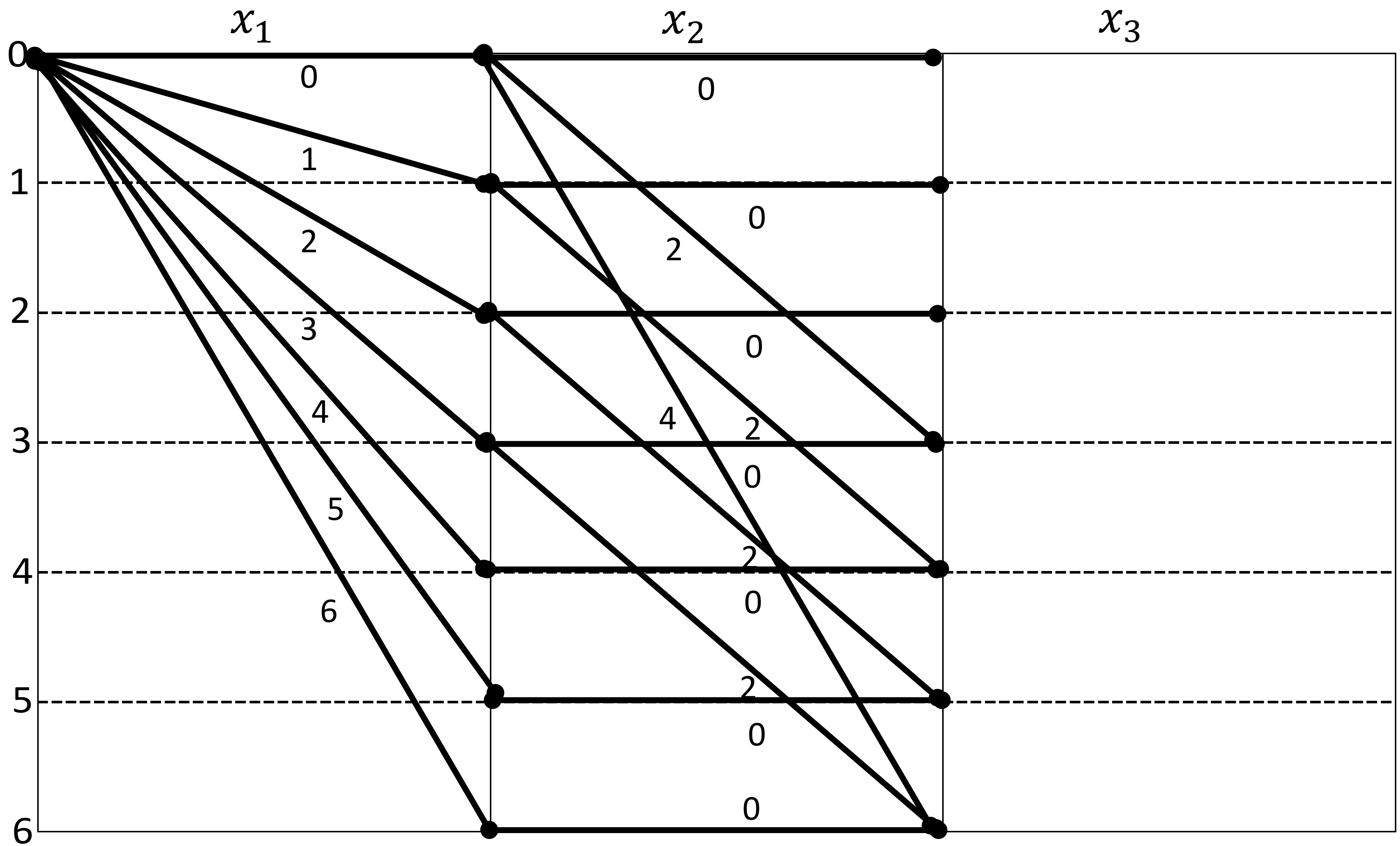


Que podemos fazer ao x_1? Pode tomar qualquer valor entre 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

15.4

suj. a $x1 + 3x2 + 2x3 \le 6$

$\max z = x_1 + 2x_2 + f(x_3)$

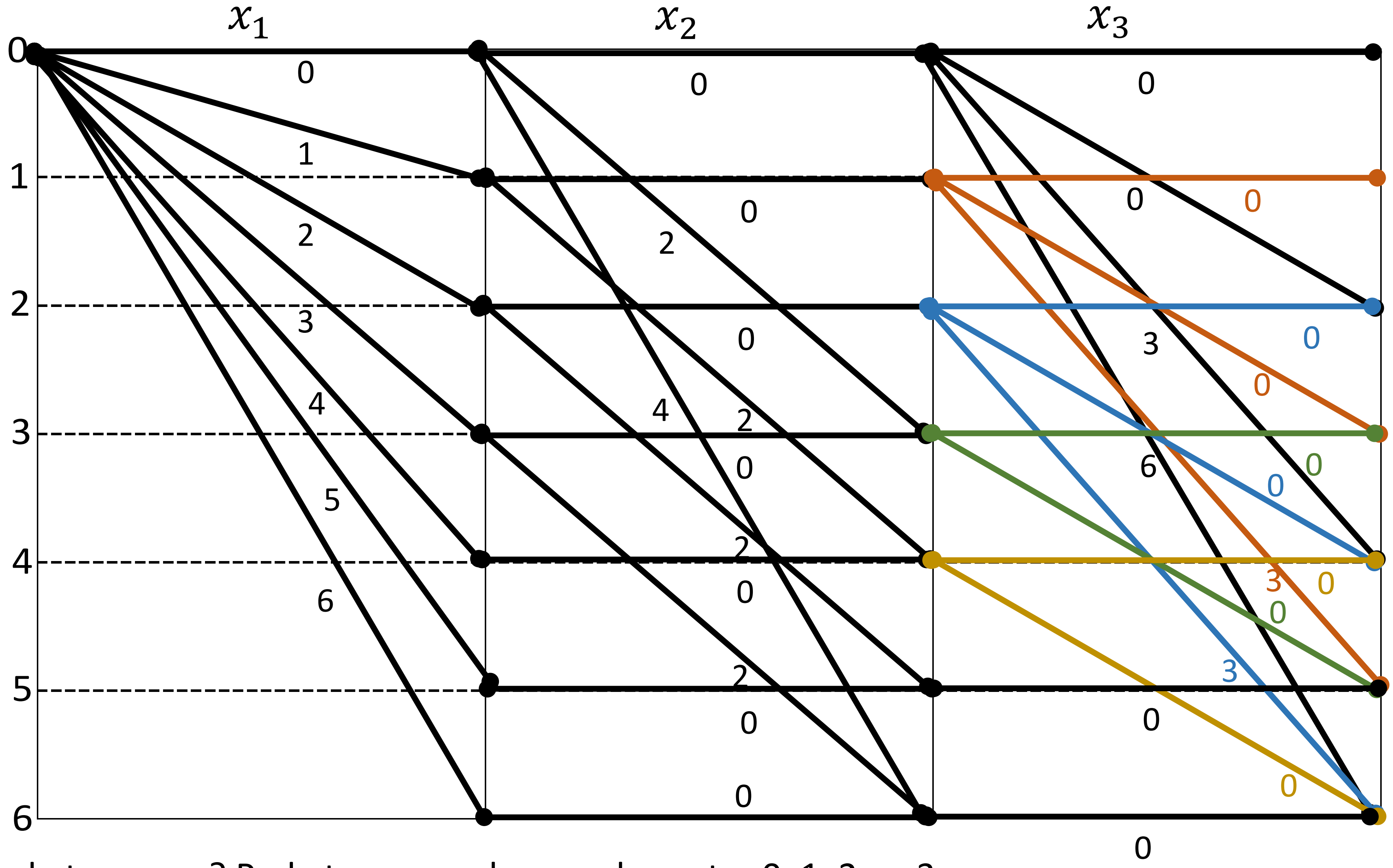


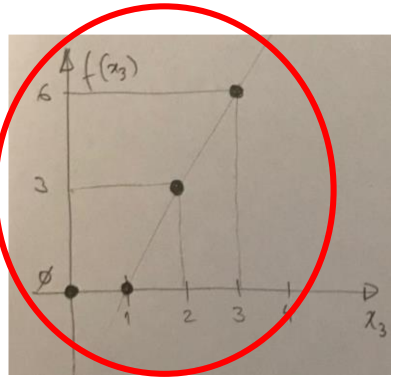
Que valores pode tomar x_2? Pode tomar qualquer valor entre 0, 1 ou 2.

15.4

suj. a $x1 + 3x2 + 2x3 \le 6$

$\max z = x_1 + 2x_2 + f(x_3)$



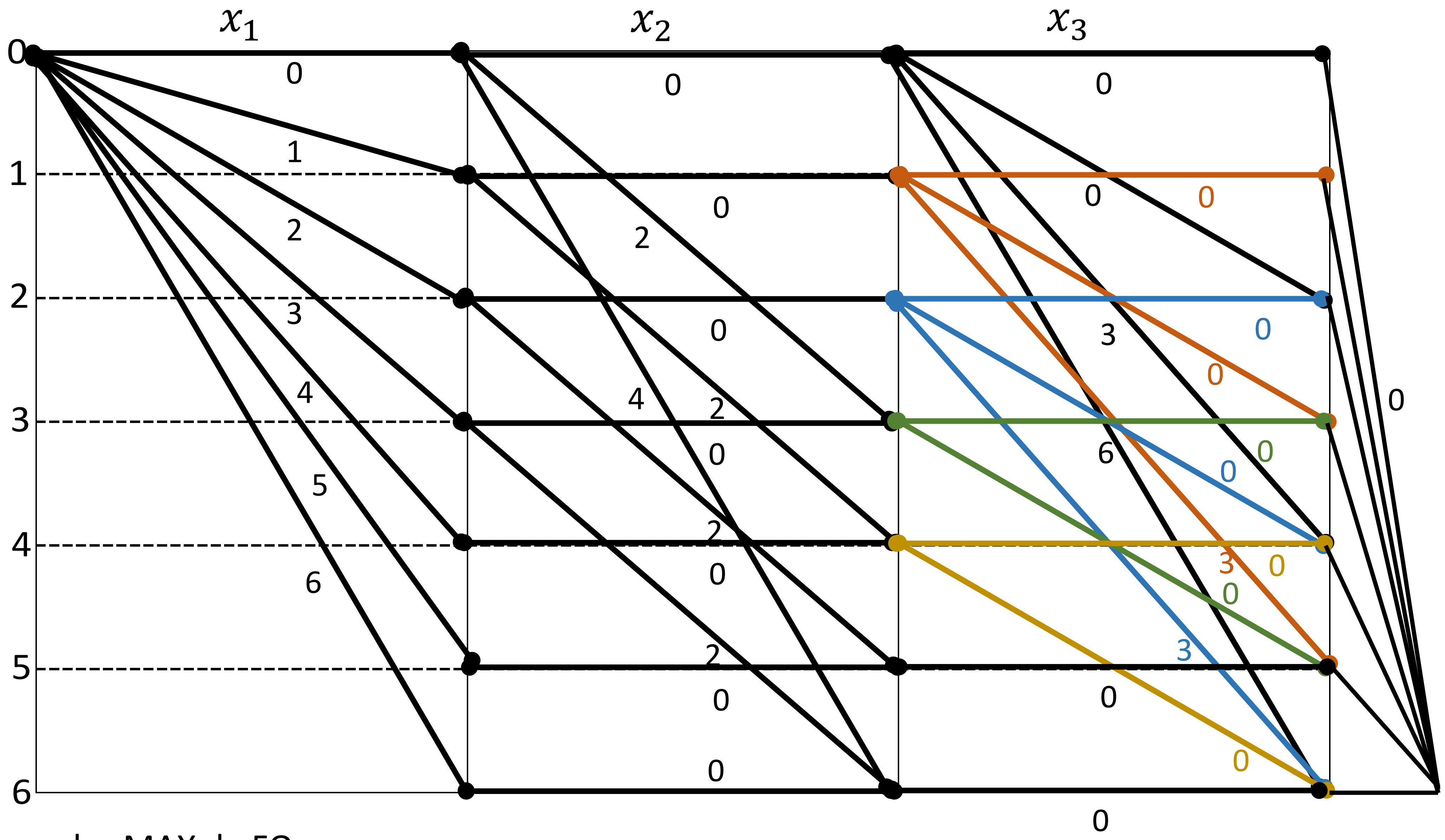


Que valores pode tomar x_3? Pode tomar qualquer valor entre 0, 1, 2 ou 3.

15.4

suj. a $x1 + 3x2 + 2x3 \le 6$

$\max z = x_1 + 2x_2 + f(x_3)$

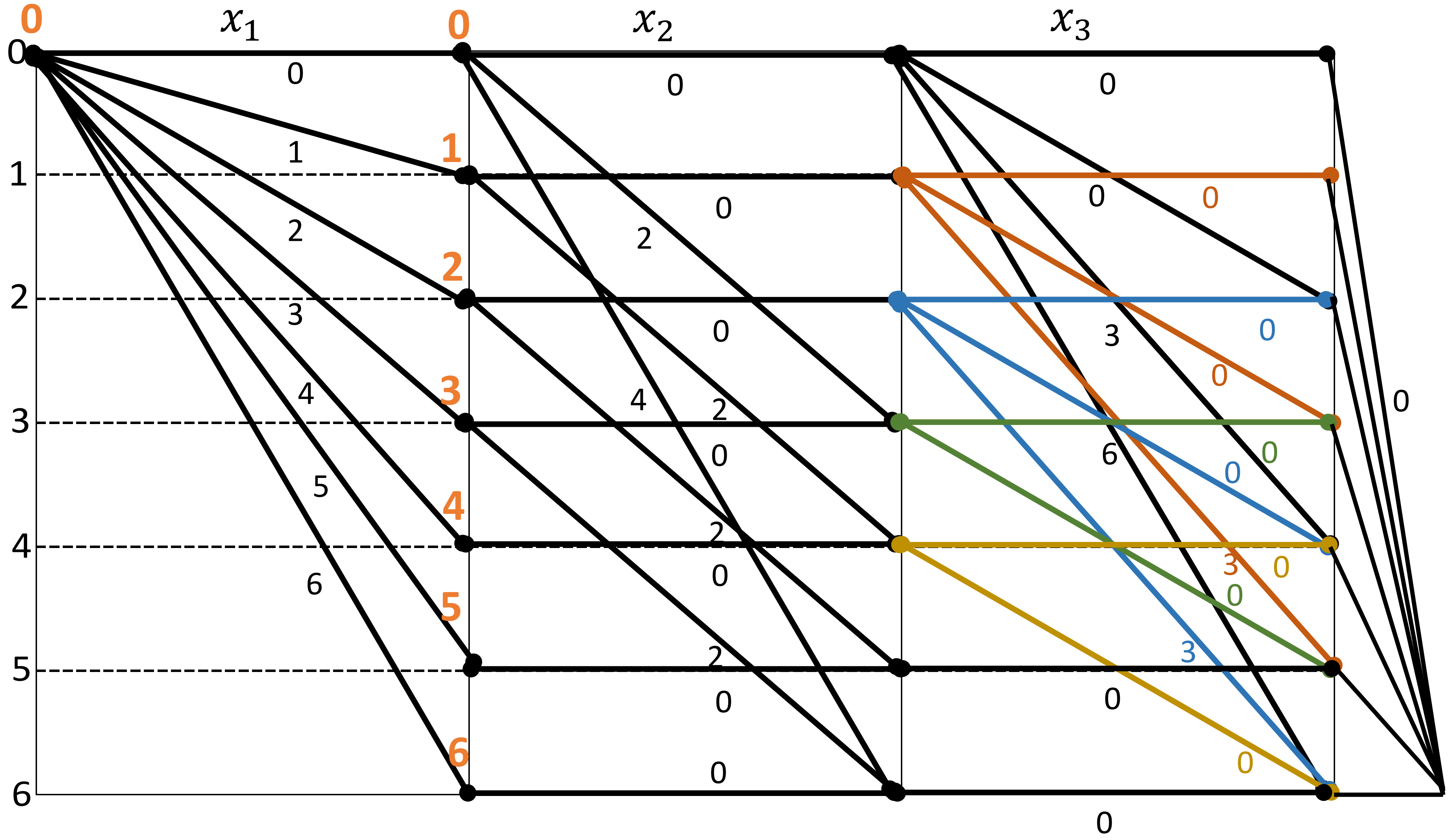


Agora calcular o valor MAX de FO

15.4

suj. a $x1 + 3x2 + 2x3 \leq 6$

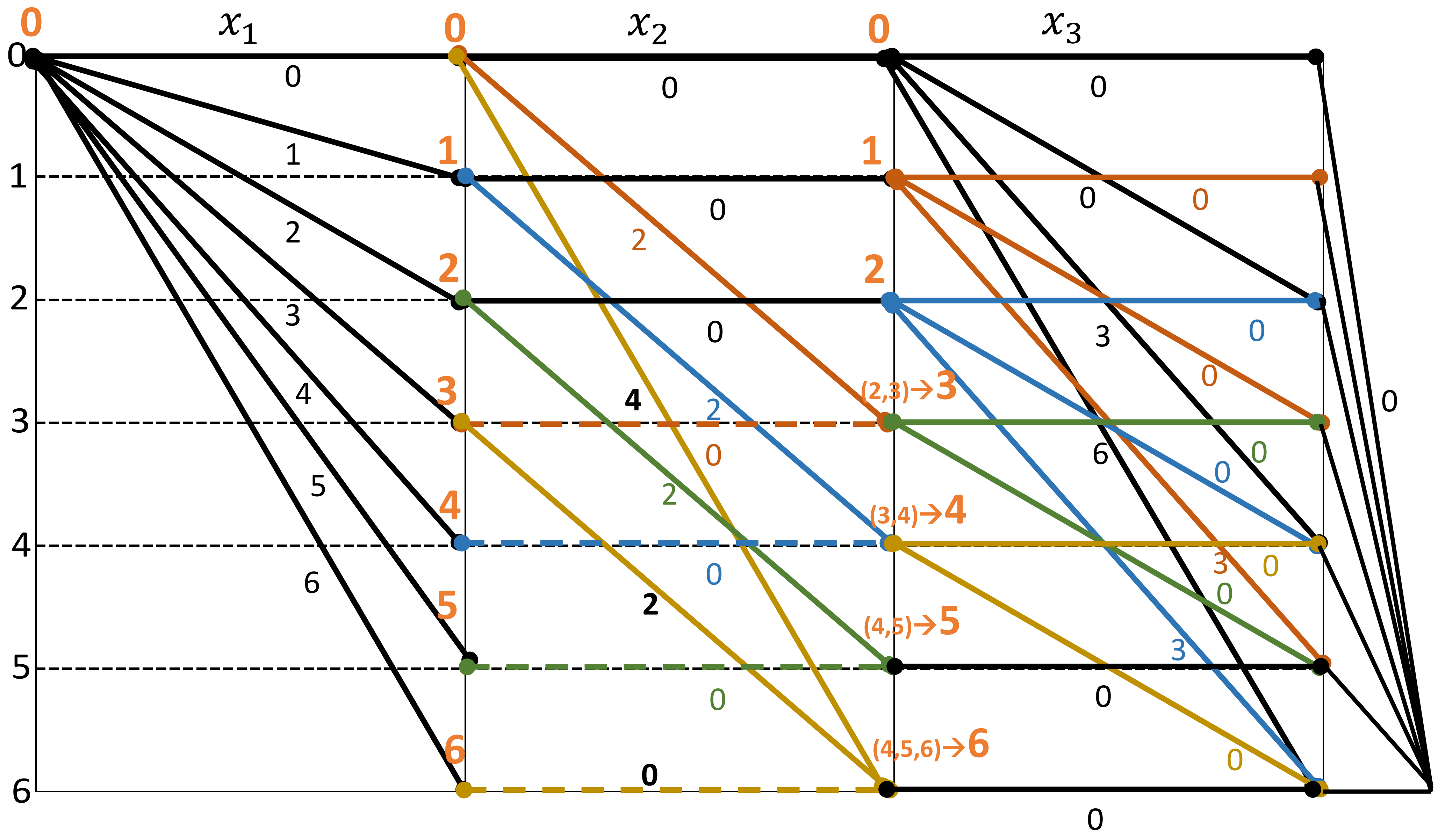
$\max z = x_1 + 2x_2 + f(x_3)$



15.4

suj. a $x1 + 3x2 + 2x3 \leq 6$

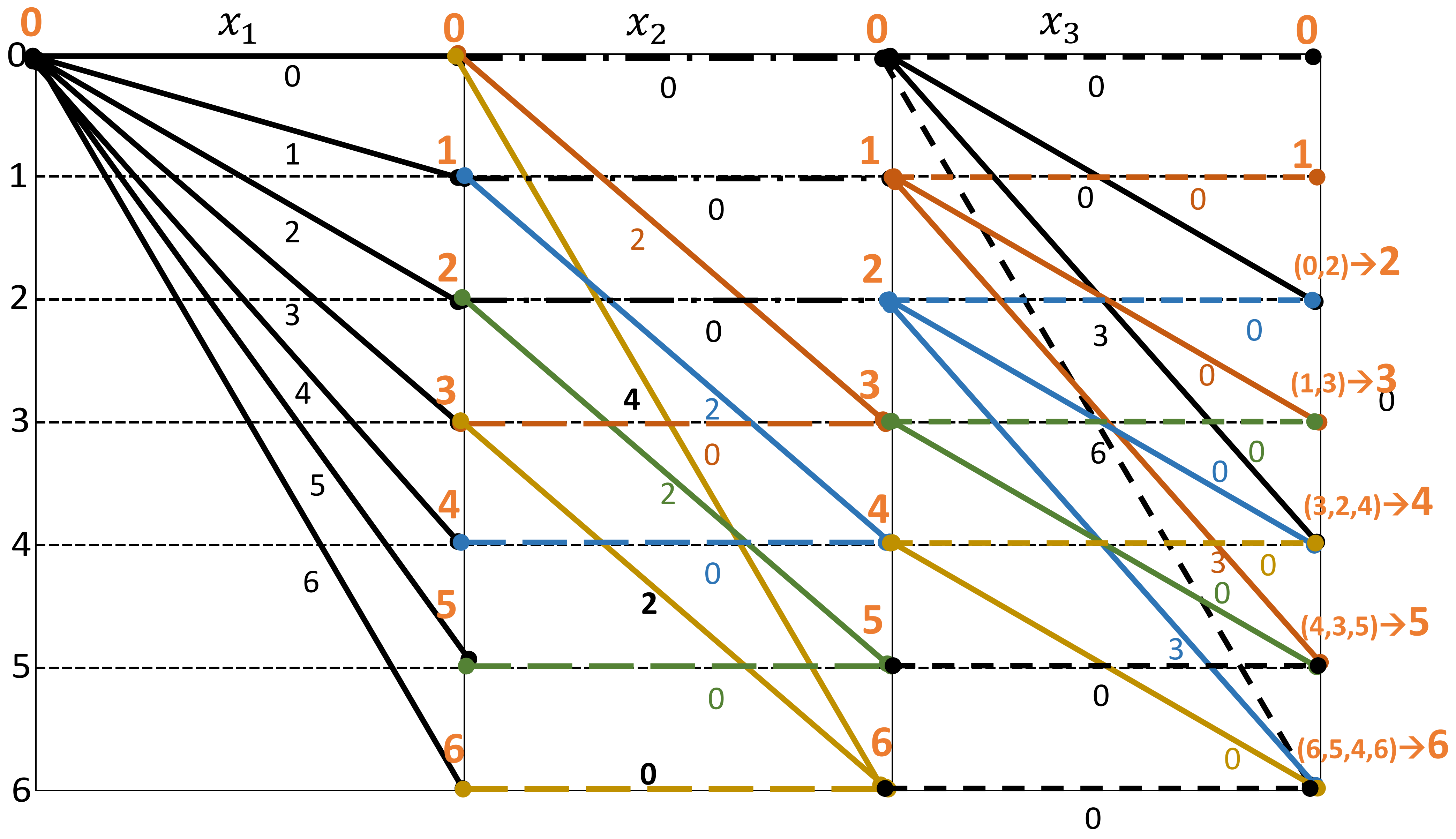
$\max z = x_1 + 2x_2 + f(x_3)$



15.4

suj. a $x1 + 3x2 + 2x3 \le 6$

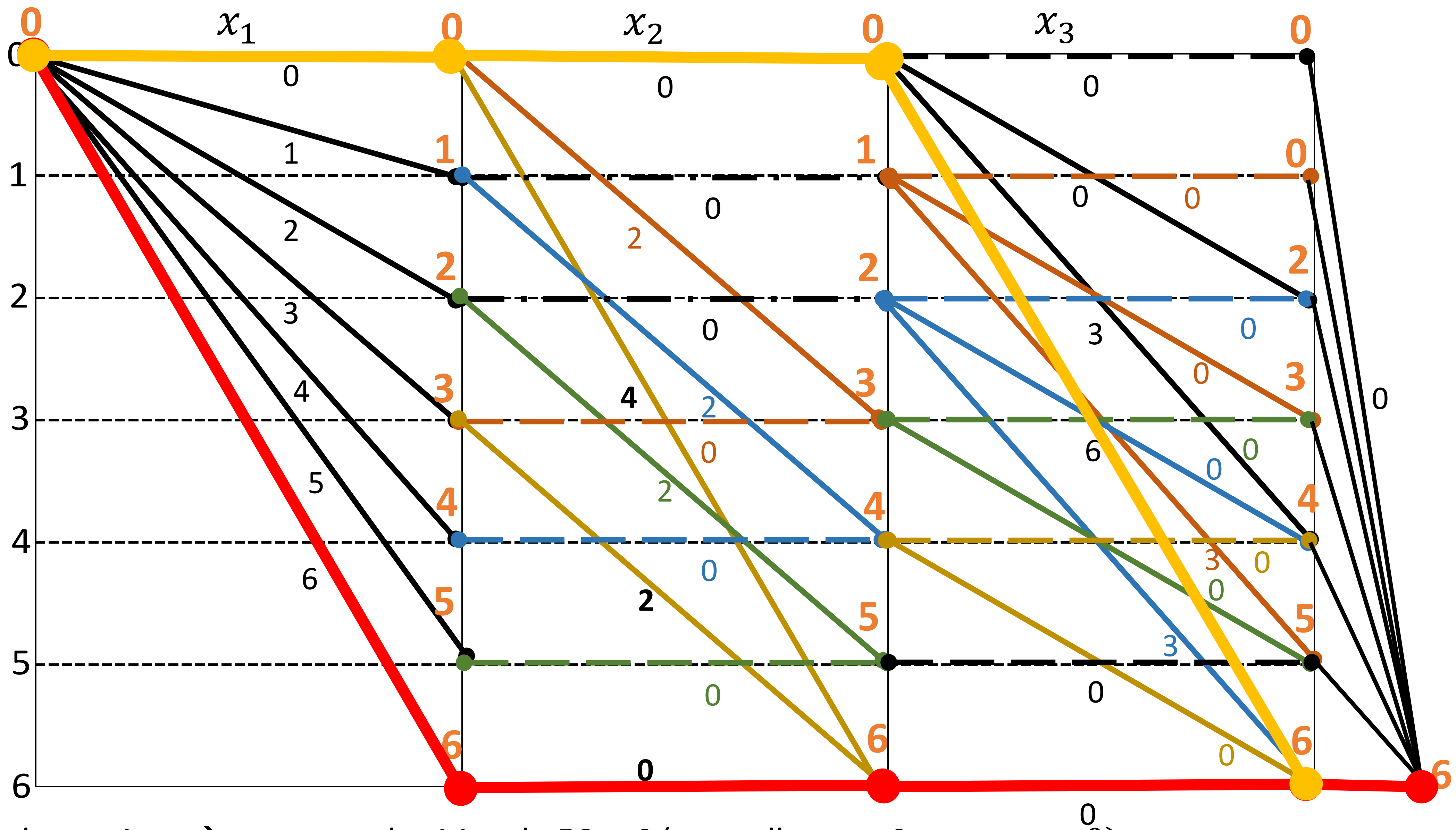
$\max z = x_1 + 2x_2 + f(x_3)$



15.4

suj. a $x1 + 3x2 + 2x3 \leq 6$

$\max z = x_1 + 2x_2 + f(x_3)$



Há 2 soluções alternativas → mesmo valor Max de FO = 6 (vermelho: x_1=6 $x_2 = x_3 = 0$)
(Amarelo: $x_1 = x_2 = 0$ e $x_3 = 3$)

Dúvidas?