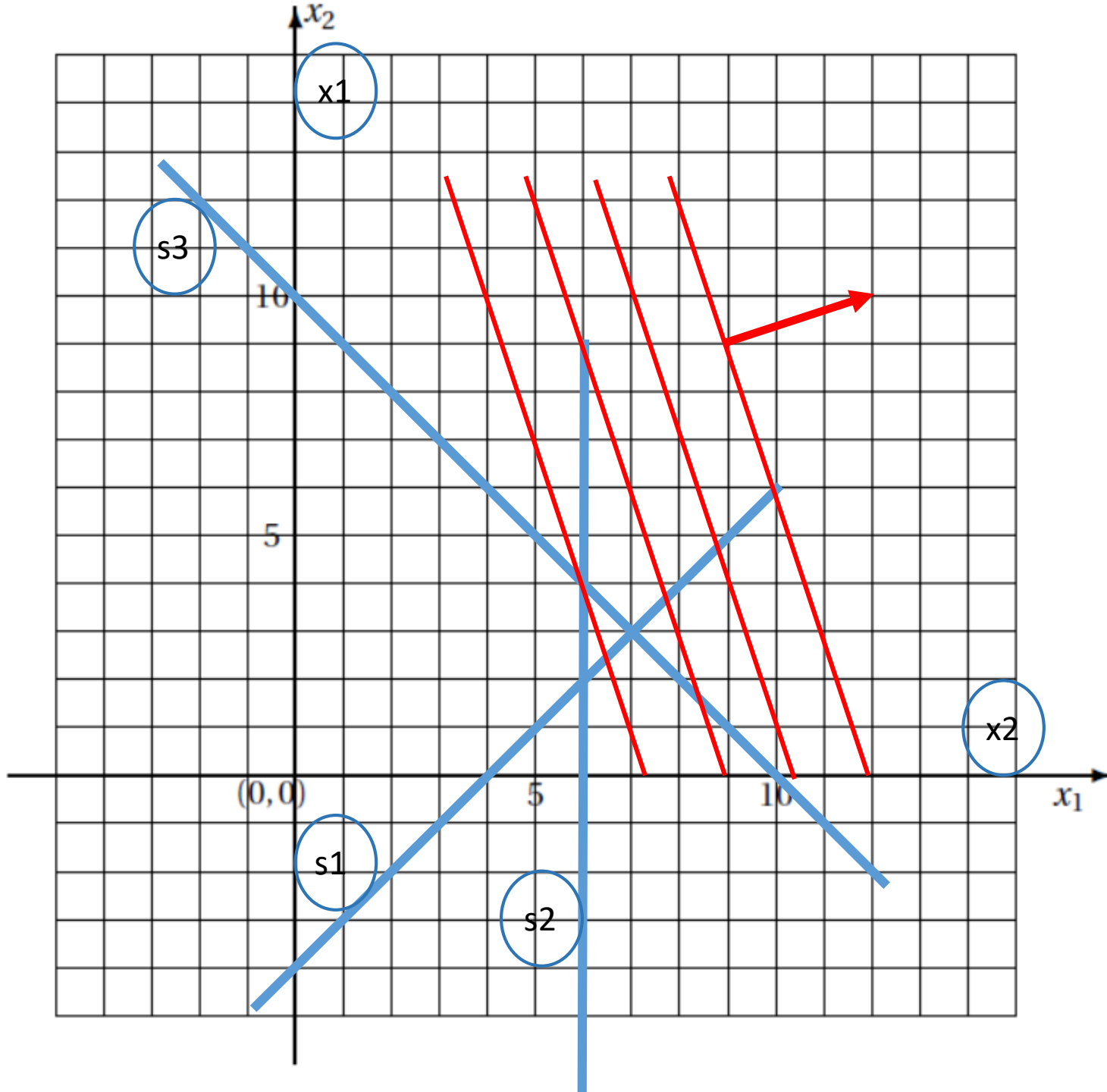


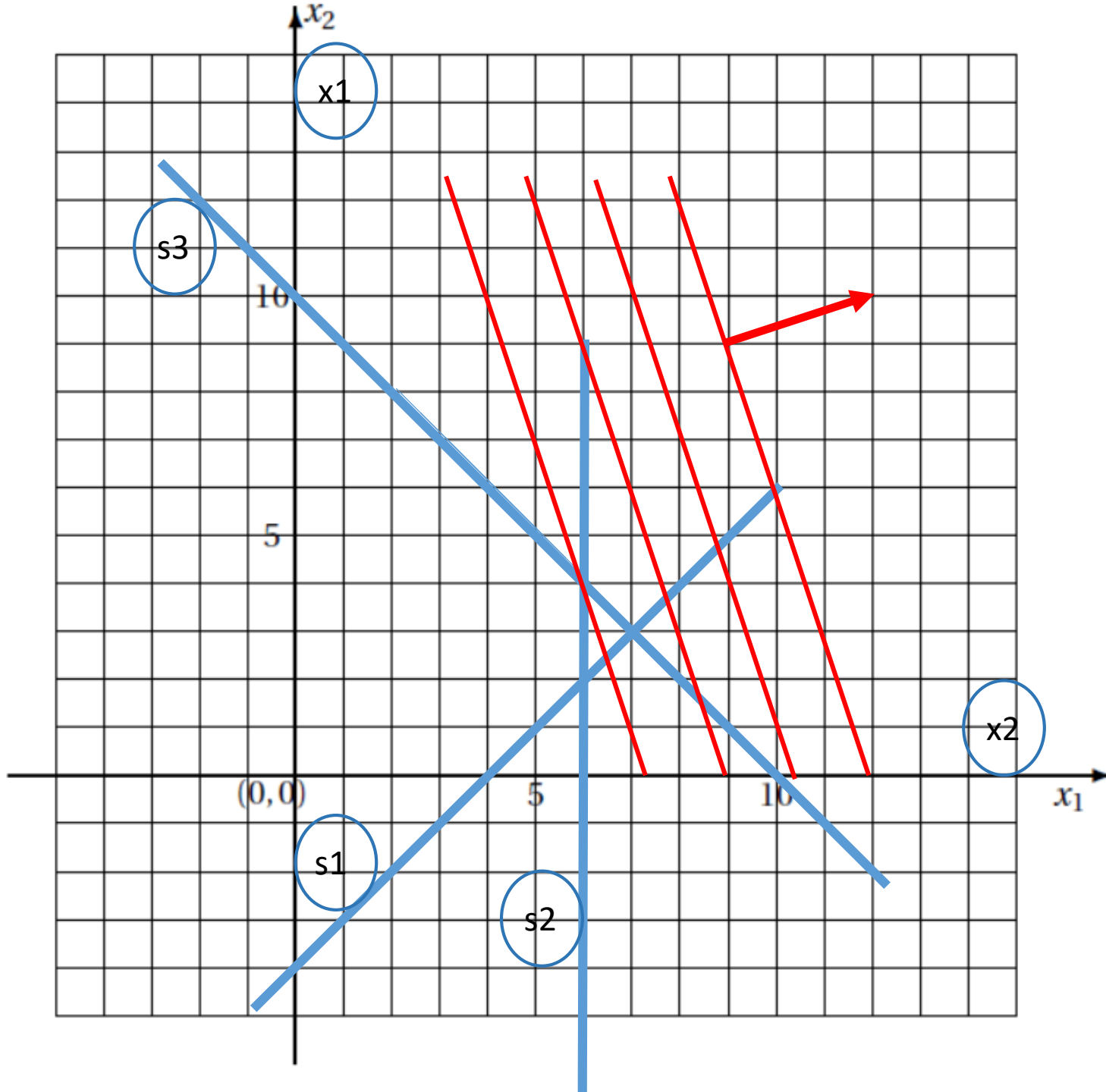
4. Considere o seguinte modelo de programação linear, em que x_1 e x_2 são variáveis de decisão, e designe por s_1 , s_2 e s_3 as variáveis de folga associadas às restrições:

$$\begin{array}{ll}\max & 3x_1 + 1x_2 \\ \text{sujeito a} & +x_1 - x_2 \leq 4 \\ & x_1 \leq 6 \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

- a) Desenhe o espaço de soluções admissíveis no plano x_1, x_2 , e o gradiente da função objetivo.
- b) Identifique o vértice ótimo e as respectivas variáveis básicas e não-básicas. Calcule os valores das variáveis básicas e não-básicas e do ótimo do problema. Justifique sucintamente, e apresente os cálculos efectuados.
- c) Identifique um vértice adjacente ao vértice ótimo. Suponha que é feito um movimento do vértice ótimo para esse vértice adjacente. Identifique a variável que entra na base e a que sai da base nesta iteração.

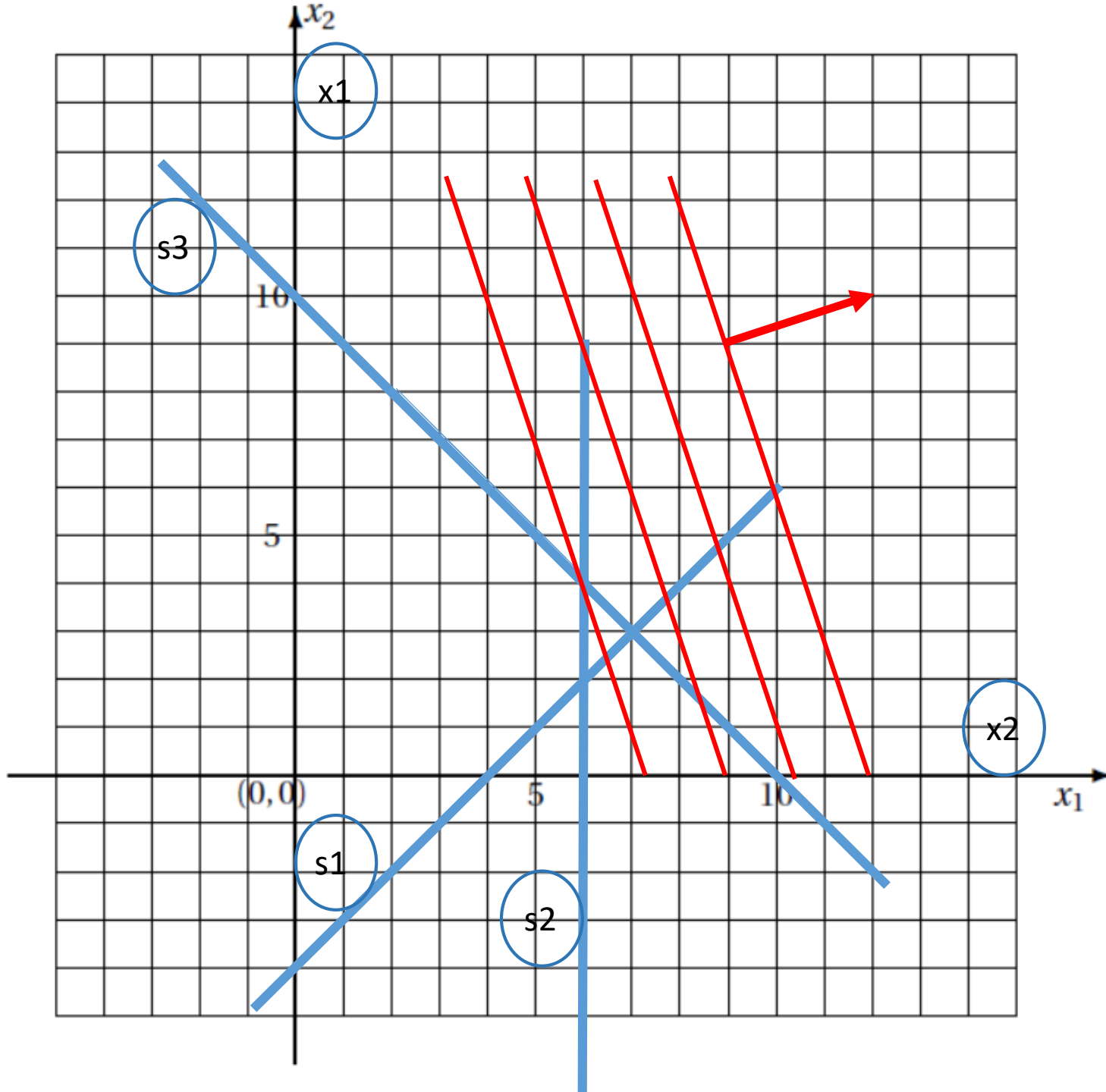


$$\begin{array}{ll} \max & 3x_1 + 1x_2 \\ \text{suj. a} & +x_1 - x_2 \leq 4 \\ & x_1 \leq 6 \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$



$$\begin{aligned}
 \max \quad & 3x_1 + 1x_2 \\
 \text{suj. a} \quad & +x_1 - x_2 \leq 4 \\
 & x_1 \leq 6 \\
 & x_1 + x_2 \leq 10 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

b) Identifique o vértice óptimo e as respectivas variáveis básicas e não-básicas. Calcule os valores das variáveis básicas e não-básicas e do óptimo do problema. Justifique sucintamente, e apresente os cálculos efectuados.



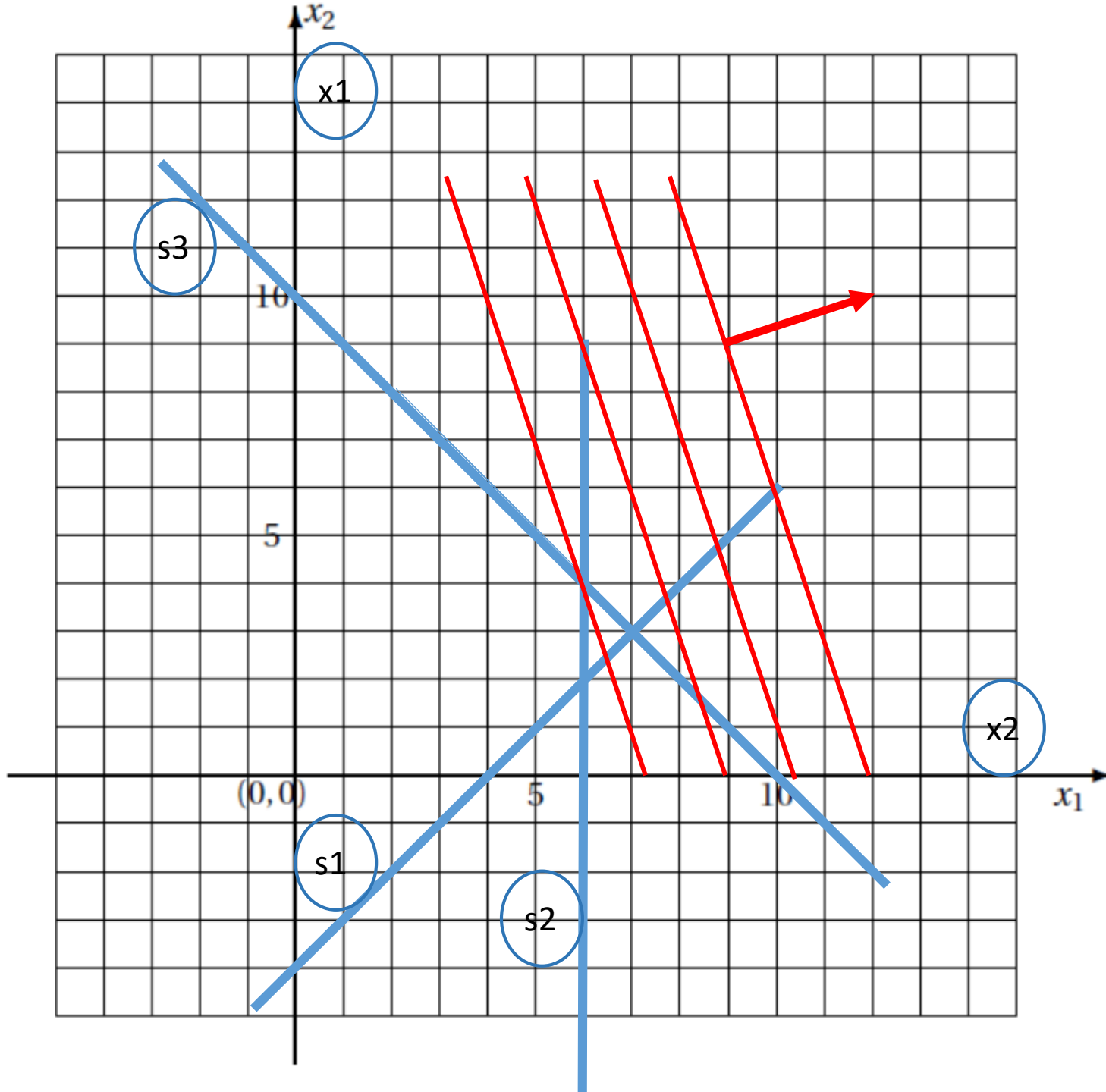
$$\begin{array}{ll}
 \max & 3x_1 + 1x_2 \\
 \text{suj. a} & +x_1 - x_2 \leq 4 \\
 & x_1 \leq 6 \\
 & x_1 + x_2 \leq 10 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

b) Solução óptima é o vértice:

$$\mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Variáveis não-básicas:
s2, s3

Variáveis básicas:
x1, x2, s1



$$\begin{array}{ll}
 \max & 3x_1 + 1x_2 \\
 \text{su. a} & +x_1 - x_2 \leq 4 \\
 & x_1 \leq 6 \\
 & x_1 + x_2 \leq 10 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

b) Solução óptima é o vértice:

$$\mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Ponto resulta da intersecção de:

$$x_1 = 6$$

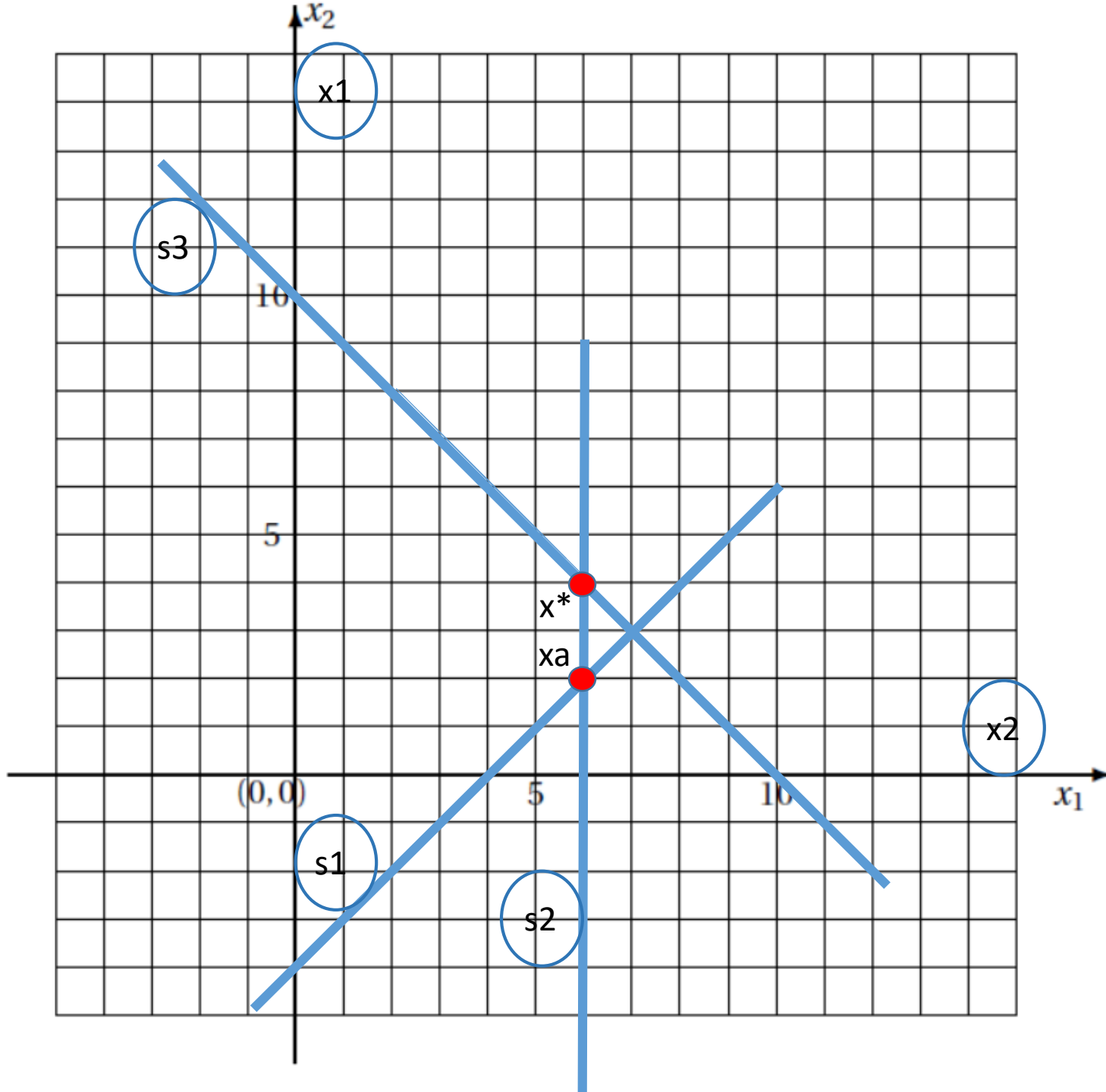
$$x_1 + x_2 = 10$$

$$s_2 = s_3 = 0$$

$$s_1 = 2$$

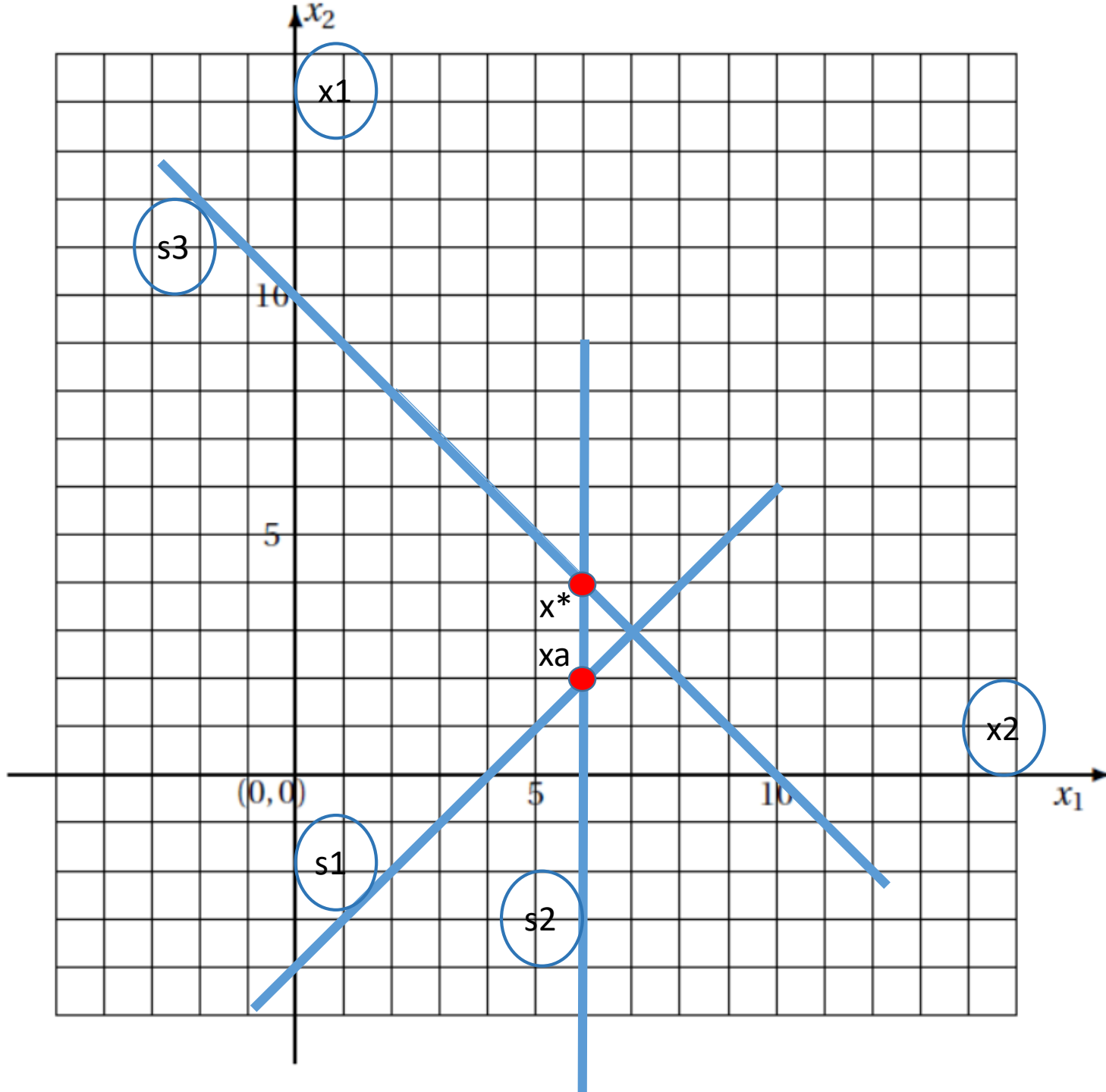
Valor óptimo da função objectivo:

$$z^* = 3(6) + 1(4) = 22$$



$$\begin{array}{ll}
 \max & 3x_1 + 1x_2 \\
 \text{su. a} & +x_1 - x_2 \leq 4 \\
 & x_1 \leq 6 \\
 & x_1 + x_2 \leq 10 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

c) Identifique um vértice adjacente ao vértice ótimo. Suponha que é feito um movimento do vértice ótimo para esse vértice adjacente. Identifique a variável que entra na base e a que sai da base nesta iteração.



$$\begin{aligned}
 \max \quad & 3x_1 + 1x_2 \\
 \text{su. a} \quad & +x_1 - x_2 \leq 4 \\
 & x_1 \leq 6 \\
 & x_1 + x_2 \leq 10 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

c)

Vértice x^* :

Vars não-básicas: s_2, s_3

Variáveis básicas: x_1, x_2, s_1

Vértice x_a :

Vars não-básicas: s_1, s_2

Variáveis básicas: x_1, x_2, s_3

Quando se faz um pivô de x^* para x_a :

s_3 entra na base

s_1 sai da base