

4. Considere o seguinte problema de programação linear de maximização:

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
$x_3$	0	1	-1	1	0	12
$x_4$	0	1	2	0	1	12
	1	-8	0	0	0	0

a) Resolva o problema utilizando o método Simplex. A resolução envolve vários pivôs **degenerados**. Relembre que a regra é: "Dada uma coluna pivô, a linha pivô (variável básica que sai da base) é a linha com **menor razão** (lado direito/coluna pivô) **positiva** (*i.e.*, coeficiente da coluna pivô  $>0$ )". Pode haver pivôs em que a menor razão é 0, dando origem a um pivô degenerado.

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
$x_3$	0	1	-1	1	0	12
$x_4$	0	1	2	0	1	12
	1	-8	0	0	0	0

Qual o elemento pivô?

Há um empate na escolha da linha pivô.

A próxima solução será degenerada.

O critério de desempate também não ajuda.

Vamos apresentar as resoluções seleccionando quer uma linha, quer outra.

Em primeiro lugar, seleccionando a primeira linha com linha pivô.

escolhendo a linha 1 como linha pivô:

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$b$
$x_3$	0	1	-1	1	0	12
$x_4$	0	1	2	0	1	12
$z$	1	-8	0	0	0	0

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
$x_1$	0	1	-1	1	0	12
$x_4$	0	0	3	-1	1	0
$z$	1	0	-8	8	0	96

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
$x_1$	0	1	-1	1	0	12
$x_4$	0	0	3	-1	1	0
$z$	1	0	-8	8	0	96

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
$x_1$	0	1	0	$2/3$	$1/3$	12
$x_2$	0	0	1	$-1/3$	$1/3$	0
$z$	1	0	0	$16/3$	$8/3$	96

Comentários:

- Último quadro permite concluir que a solução é ótima:  $(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (12, 0, 0, 0)^T$ .
- Penúltimo quadro tem a mesma solução:  $(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (12, 0, 0, 0)^T$ .
- A um mesmo vértice (solução básica) podem corresponder bases diferentes.
- No vértice ótimo, podemos ter bases ótimas e bases não ótimas.

escolhendo a linha 2 como linha pivô:

	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	b
$x_3$	0	1	-1	1	0	12
$x_4$	0	1	2	0	1	12
z	1	-8	0	0	0	0

	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	b
$x_3$	0	0	-3	1	-1	0
$x_1$	0	1	2	0	1	12
z	1	0	16	0	8	96

- Obtém-se uma base óptima alternativa, que corresponde à mesma solução básica:  $(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (12, 0, 0, 0)^T$  com  $x_1 = 12$ , e todas as outras variáveis nulas.