

# SPRAWOZDANIE

Zajęcia: Matematyka konkretna

Prowadzący: prof. dr hab. Vasyl Martsenyuk

Laboratorium Nr 2 Data 21.10.2025 <b>Temat:</b> „Metoda SVD w celu obliczenia korelacji”  Wariant 1	Marika Daniszewska Informatyka II stopień, stacjonarne, 2 semestr, gr. 1a
---	--

## 1. Polecenie: wariant 1 zadania

Zadanie polega na obliczeniu korelacji obrazu względem wierszy i kolumn z wykorzystaniem rozkładu SVD (Singular Value Decomposition).

Należy:

- wczytać obraz w skali szarości,
- przeprowadzić rozkład SVD macierzy obrazu,
- obliczyć macierze korelacji  $XX^T$  oraz  $X^TX$
- przedstawić je graficznie,
- sformułować wnioski na podstawie uzyskanych wyników.

## 2. Opis programu opracowanego (kody źródłowe, zrzuty ekranu)

```
# --- ZADANIE: Rozkład SVD a korelacja obrazu ---
# Autor: [Twoje imię]
# Data: [data wykonania]
# Opis: Analiza korelacji obrazu przy użyciu rozkładu SVD

# =====
# Import potrzebnych bibliotek
# =====
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from PIL import Image
from numpy.linalg import svd

# =====
```

```

# Wczytanie obrazu
# =====
# Podaj ścieżkę do swojego obrazu (plik 1.webp)
img = Image.open("1.webp").convert("L") # konwersja do skali szarości

# Konwersja do tablicy NumPy
X = np.array(img, dtype=np.float64)

plt.figure(figsize=(6,6))
plt.imshow(X, cmap='gray')
plt.title("Oryginalny obraz (skala szarości)")
plt.axis("off")
plt.show()

# =====
# Rozkład SVD
# =====
U, S, Vt = svd(X, full_matrices=False)

# Rekonstrukcja obrazu z pełnym SVD
X_reconstructed = U @ np.diag(S) @ Vt

plt.figure(figsize=(6,6))
plt.imshow(X_reconstructed, cmap='gray')
plt.title("Rekonstrukcja obrazu z SVD")
plt.axis("off")
plt.show()

# =====
# Macierze korelacji
# =====
# Korelacja między wierszami:  $XX^T$ 
corr_rows = X @ X.T

# Korelacja między kolumnami:  $X^T X$ 
corr_cols = X.T @ X

# Normalizacja do wizualizacji
def normalize(M):
    return (M - np.min(M)) / (np.max(M) - np.min(M))

corr_rows_norm = normalize(corr_rows)
corr_cols_norm = normalize(corr_cols)

# =====
# Wizualizacja macierzy korelacji
# =====
fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(12,5))

```

```

ax[0].imshow(corr_rows_norm, cmap='hot')
ax[0].set_title("Macierz korelacji wierszy ( $XX^T$ )")
ax[0].axis("off")

ax[1].imshow(corr_cols_norm, cmap='hot')
ax[1].set_title("Macierz korelacji kolumn ( $X^TX$ )")
ax[1].axis("off")

plt.show()

# =====
# Analiza składowych SVD (wartości osobliwych)
# =====
plt.figure(figsize=(8,5))
plt.plot(S, 'o-', markersize=4)
plt.title("Wartości osobliwe (Singular Values)")
plt.xlabel("Indeks składowej")
plt.ylabel("Wartość osobliwa")
plt.grid(True)
plt.show()

# =====
# Wnioski
# =====
print("WNIOSKI:")
print("""
1. Wartości osobliwe pokazują, jak duży udział ma każda składowa SVD w
reprezentacji obrazu.
2. Macierz  $XX^T$  pokazuje korelacje między wierszami obrazu - podobieństwa
poziome.
3. Macierz  $X^TX$  pokazuje korelacje między kolumnami - podobieństwa pionowe.
4. Jasne obszary w macierzach korelacji oznaczają silne powiązania między
fragmentami obrazu.
""")

```

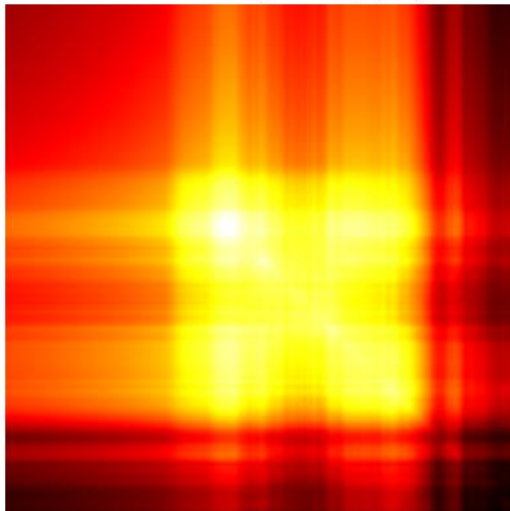
Oryginalny obraz (skala szarości)



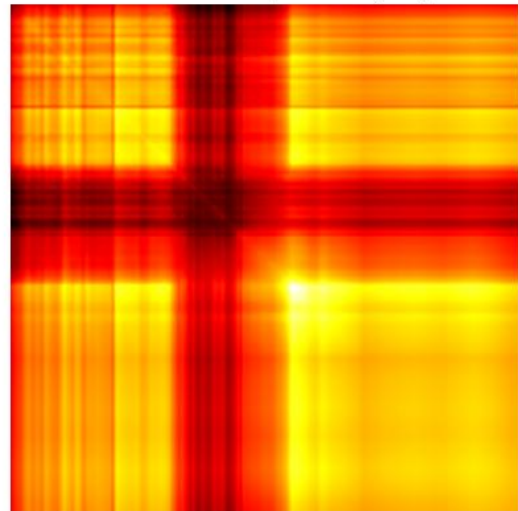
Rekonstrukcja obrazu z SVD



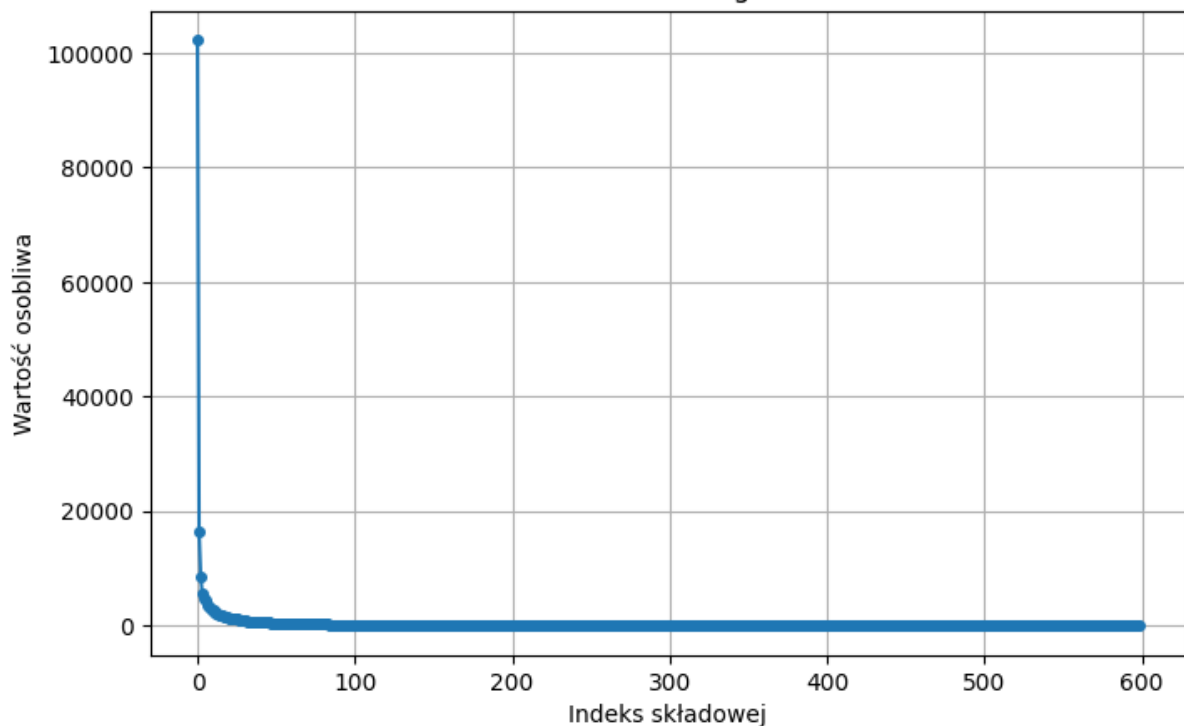
Macierz korelacji wierszy ( $XX^T$ )



Macierz korelacji kolumn ( $X^TX$ )



Wartości osobliwe (Singular Values)



### 3. Wnioski

- Wartości osobliwe pokazują, że większość informacji o obrazie skupia się w kilku pierwszych składowych SVD.
- Macierz  $XX^T$  (korelacja wierszy) ujawnia struktury poziome obrazu – jasne pasma oznaczają obszary podobnych wartości jasności między wierszami.
- Macierz  $X^TX$  (korelacja kolumn) wskazuje na podobieństwa pionowe, czyli powtarzalność wzorów w kierunku kolumn.

- Jasne obszary w macierzach korelacji oznaczają silne związki między częściami obrazu – typowe dla obszarów o jednolitej teksturze.
- Rozkład SVD jest skutecznym narzędziem do analizy struktury obrazu, kompresji danych oraz redukcji szumu.