

## ĆWICZENIE 6

### LINIE DŁUGIE I FALOWODY

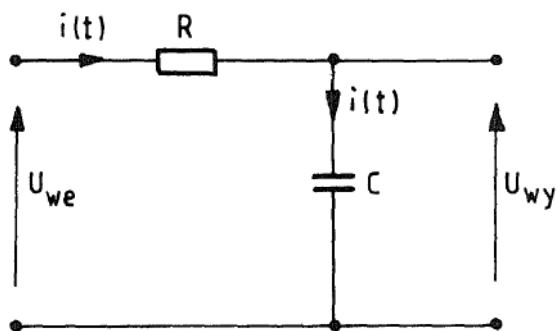
Opracował: mgr inż. Adam Kowalczyk

Pierwotna wersja ćwiczenia i instrukcji jest dziełem dra inż. Leona Tykarskiego

#### WPROWADZENIE

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z transmisją sygnałów elektrycznych w liniach długich, podstawowymi zasadami propagacji fal mikrofalowych w falowodzie oraz wykonanie pomiarów parametrów opisujących te sygnały.

W dotychczas spotykanych układach elektronicznych (filtry, układy RLC, wzmacniacze operacyjne itp.) przyjęto założenie, że zmiany napięć i prądów następują w całym obwodzie elektrycznym równocześnie. I tak np. w układzie całkującym RC (rys. 1) założone, że w oporniku  $R$  i w kondensatorze  $C$  płyną w każdej chwili takie same prądy elektryczne.



rys. 1 Układ całkujący RC.

Założenie to jest słuszne tylko wtedy, gdy rozmiary przestrzenne obwodu  $RC$  są bardzo małe w porównaniu z odległością, jaką przebywa fala elektromagnetyczna podczas mierzalnej zmiany napięcia wejściowego  $\Delta U_{we}$ . Zatem rozważania na temat obwodów omawianych do tej pory odnosiły się jedynie do układów, których elementy skupione są w bardzo małym obszarze przestrzeni, albo do których dochodzą sygnały bardzo wolnozmiennie w czasie.

**Liniami długimi** nazywane są takie układy przewodników służące do przekazywania sygnałów elektrycznych, których wymiary są porównywalne z długością fali odpowiadającą częstotliwości podstawowej transmitowanego sygnału.

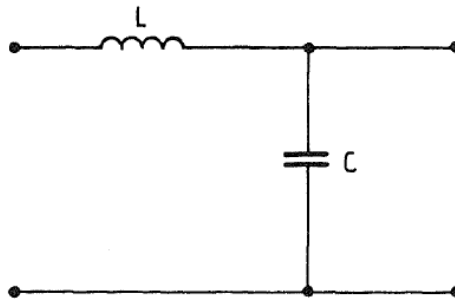
### Przykład

Weźmy odcinek przewodu współosiowego o długości 1m, w którym fala elektromagnetyczna porusza się z prędkością  $V = 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$  (przewód wypełniony dielektrykiem).

- a. Podczas transmisji sygnału o częstotliwości  $f=1$  kHz:

$$\lambda_1 = V / 10^3 \text{ Hz} = 2 \cdot 10^5 \text{ m}$$

Układ taki zachowuje się jak układ o stałych skupionych L i C i można go scharakteryzować pojemnością C i indukcyjnością L (rys. 2)



rys. 2

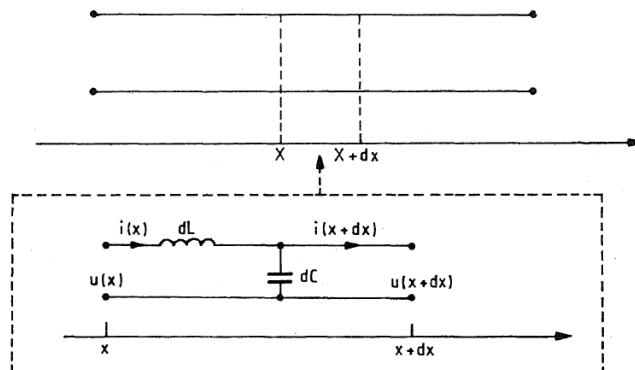
- b. Podczas transmisji sygnału o częstotliwości  $f=300$  MHz:

$$\lambda_1 = V / 3 \cdot 10^8 \text{ Hz} = 66,7 \text{ cm}$$

Układ zachowuje się jak układ o stałych rozłożonych.

### Układ o stałych rozłożonych

Układ taki można przedstawić jako połączone ze sobą bardzo krótkie (o długości  $dx$ ) sekcje przewodu (rys. 3), z których każdą można scharakteryzować za pomocą przypisanych jej elementów, pojemności  $dC$  i indukcyjności  $dL$  (analogicznie jak dla całej linii w zakresie sygnałów o małych częstotliwościach).



rys. 3

Właściwości elektryczne elementu linii opisują równania:

$$-u(x) = L_1 dx \frac{di(x)}{dt} + u(x + dx) \quad (1)$$

$$i(x) = C_1 dx \frac{du(x+dx)}{dt} + u(x + dx) \quad (2)$$

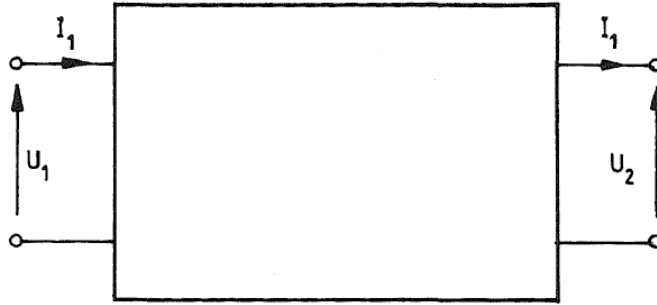
gdzie  $L_1$  i  $C_1$  są odpowiednio indukcyjnością i pojemnością jednostkową linii długiej (tzn.  $[L_1] = 1 \frac{H}{m}$ ,  $[C_1] = 1 \frac{F}{m}$ ).

Po rozwiązaniu powyższego układu równań okazuje się, że linię długą o długości  $x$  można przedstawić w postaci czwórnika, o elementach macierzy łączuchowej  $[B]$  (rys. 4):

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \cos(\beta x) & iZ_0 \sin(\beta x) \\ i\frac{1}{Z_0} \sin(\beta x) & \cos(\beta x) \end{bmatrix}, \text{ gdzie } \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \omega \sqrt{L_1 C_1} \quad (4)$$

$$Z_0 = \frac{\omega L_1}{\beta} = \sqrt{\frac{C_1}{L_1}}$$



rys. 4

Na końcu linii długiej zamkniętej impedancją  $Z$  spełniony jest warunek:

$$U_2 = Z I_1 \quad (5)$$

W takiej sytuacji impedancja wejściowa wynosi:

$$Z_{we} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2 \cos \beta x + i Z_0 \frac{U_2}{Z} \sin \beta x}{i \frac{U_2}{Z_0} \sin \beta x + \frac{U_2}{Z} \cos \beta x} \quad (6)$$

$$Z_{we} = Z_0 \frac{Z + i Z_0 \tan \beta x}{Z_0 + i Z \tan \beta x} \quad (7)$$

Napięcie wzdłuż linii (licząc od jej końca) zmienia się zgodnie z równaniem:

$$U(x) = U_2 \left( \cos \beta x + i \frac{Z_0}{Z} \sin \beta x \right) \quad (8)$$

Fala padająca w odległości  $x$  od końca linii wynosi:

$$U_p(x) = U_+ e^{i\beta x} = \frac{U_2(1+\frac{Z_0}{Z})}{2} e^{i\beta x} \quad (9)$$

Fala odbita jest opisana równaniem:

$$U_0(x) = U_- e^{-i\beta x} = \frac{U_2(1-\frac{Z_0}{Z})}{2} e^{-i\beta x} \quad (10)$$

Do opisu zjawisk zachodzących w linii długiej wygodnie jest posługiwać się pojęciem współczynnika odbicia:

Współczynnikiem odbicia  $\Gamma(x)$  nazywa się stosunek:

$$\Gamma(x) = \frac{U_0(x)}{U_p(x)} = \frac{Z-Z_0}{Z+Z_0} e^{-i2\beta x} \quad (11)$$

Współczynnik odbicia od końca linii wynosi:

$$\Gamma(0) = \frac{Z-Z_0}{Z+Z_0} |\Gamma| e^{-i\varphi} \quad (12)$$

Dla linii zwartej na końcu współczynnik ten wynosi:  $\Gamma_{zw}(0) = -1$

Dla linii rozwartej ( $|Z| \rightarrow \infty$ ):  $\Gamma_{roz}(0) = +1$

Dla linii obciążonej elementem o oporności (impedancji) charakterystycznej  $Z = Z_0$  współczynnik odbicia jest równy zero:  $\Gamma(0) = 0$ . W takim przypadku w linii nie występuje fala odbita ( $U_- = 0$ ), a impedancja wejściowa dowolnie długiego odcinka linii obciążonej impedancją  $Z_0$  (nazywa się to stanem dopasowania w linii) wynosi:  $Z_{we} = Z_0$ .

Przekształcając wzory (3) i (11) otrzymujemy wzór:

$$|U| = U_+ (1 + 2|\Gamma| \cos(2\beta x + \varphi) + |\Gamma|^2)^{1/2} \quad (13)$$

Jak widać z powyższego równania, napięcie wzdłuż linii zmienia się od wartości  $U_{min}$  do  $U_{max}$ , gdzie:

$$\begin{aligned} U_{min} &= |U_+|(1 - |\Gamma|) \\ U_{max} &= |U_+|(1 + |\Gamma|) \end{aligned} \quad (14)$$

Stosunek tych wartości nazywa się **współczynnikiem fali stojącej (WFS)** i oznaczany jest symbolem:

$$\varrho = \frac{|U_{max}|}{|U_{min}|} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \quad (15)$$

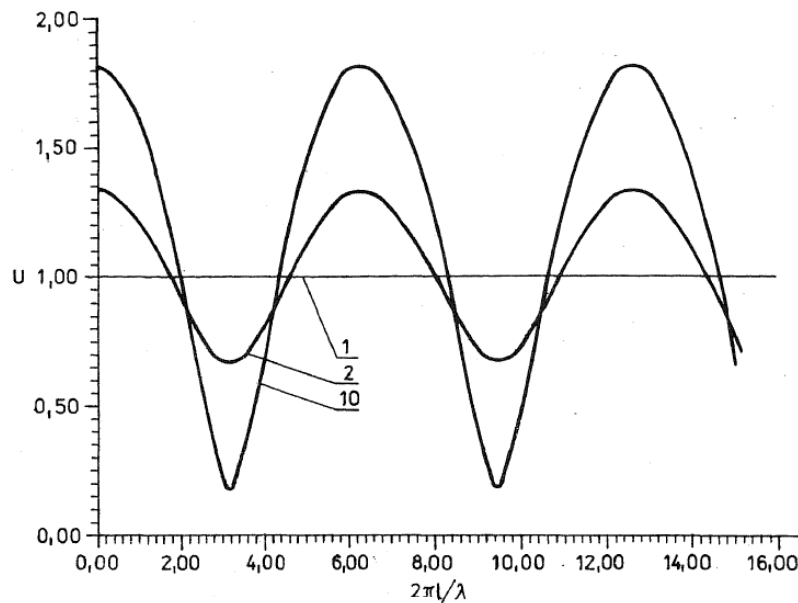
Dla linii bezstratnej  $Z$  jest rzeczywiste i współczynnik ten w linii wynosi:

$$\varrho = \begin{cases} \frac{R}{Z_0} & \text{dla } R \geq Z_0 \\ \frac{Z_0}{R} & \text{dla } R < Z_0 \end{cases} \quad (16)$$

Pomiar wartości współczynnika fali stojącej pozwala więc wnioskować o impedancji obciążenia, a szczegółowe pomiary rozkładu napięcia umożliwiają obliczenie zarówno modułu współczynnika odbicia, jak i jego kąta fazowego  $\varphi$ , a stąd i dokładnej wartości impedancji obciążenia.

W technice z reguły dąży się do uzyskania w linii przesyłowej stanu dopasowania, to znaczy wyeliminowania fali odbitej. W tych warunkach impedancja wejściowa linii równa jest jej impedancji charakterystycznej i nie zależy od długości linii, a amplituda napięcia w każdym punkcie linii jest taka sama

( $\rho = 1$ ) i wynosi  $|U| = |U_+|$ . Na rys. 5. przedstawiono rozkład napięcia wzdłuż linii dla różnych wartości współczynnika fali stojącej.

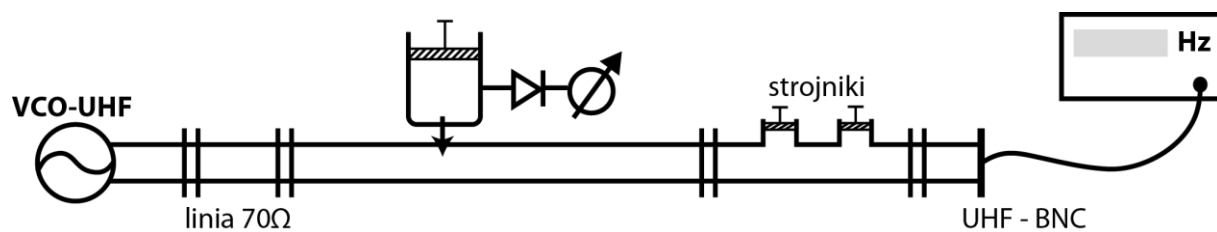


rys. 5

### WYKONANIE ĆWICZENIA

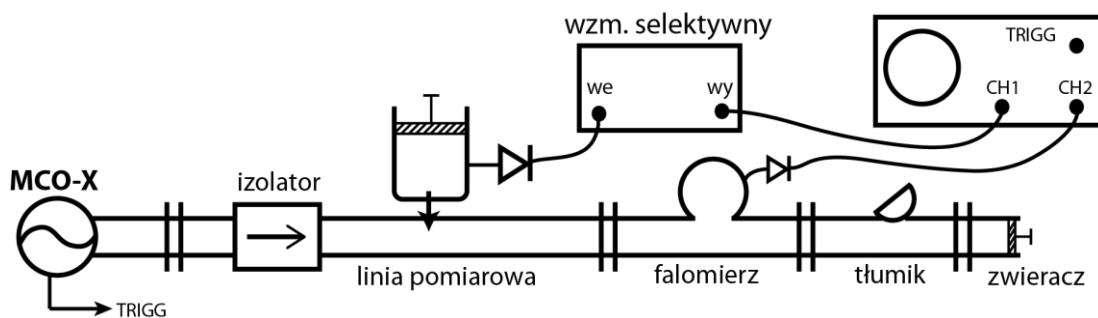
Podczas wykonania ćwiczenia należy dokonać pomiarów w trzech wstępnie zestawionych układach pomiarowych:

- a) Układ do pomiaru fal decymetrowych



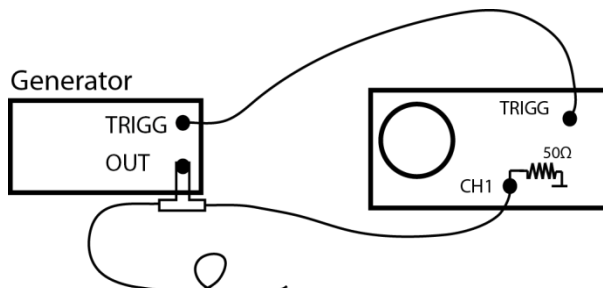
Należy dokonać pomiaru długości fali, częstotliwości oraz  $\rho$  (WFS)

- b) Układ do pomiaru fal centymetrowych



W układzie należy dokonać pomiaru częstotliwości (korzystając z krzywej cechowania falomierza), długości fali oraz  $p$  (WFS) dla dwóch nastawień tłumienia.

c) Układ do pomiaru impulsów w liniach długich



W tym ćwiczeniu należy na podstawie pomiaru jednego kabla koncentrycznego wyznaczyć długość drugiego. Aby tego dokonać należy dokonać pomiaru długości krótszego kabla oraz czasu propagacji impulsu w obu liniach.

### ZADANIA DO OPRACOWANIA

Na podstawie pomiarów wykonanych podczas zajęć w sprawozdaniu należy wyznaczyć:

a) Układ do pomiaru fal decymetrowych

- prędkość rozchodzenia się fali  $v$
- współczynnik odbicia  $|\Gamma|$
- straty odbiciowe  $RL$  [dB]
- straty wtrąceniowe  $IL$  [dB]

b) Układ do pomiaru fal centymetrowych

- prędkość fazową fali  $v_f$
- prędkość grupową fali  $v_g$
- długość fali odcięcia  $\lambda_{kr}$
- współczynnik odbicia  $|\Gamma|$
- straty odbiciowe  $RL$  [dB]
- straty wtrąceniowe  $IL$  [dB]

(parametry które zmieniły się wraz z tłumieniem należy wyznaczyć dwa razy i je porównać)

c) Układ do pomiaru impulsów w liniach długich

- prędkość propagacji sygnału w kablu koncentrycznym  $v$
- względną przenikalność elektryczną  $\epsilon$
- długość drugiego kabla koncentrycznego