

# Stany Nieustalone

opracował: Piotr Podziemski, Marcin Bieda  
Pierwotne wersje ćwiczenia i instrukcji są dziełem dr inż. Leona Tykarskiego

## 1. Wprowadzenie

Układami badanymi w tym ćwiczeniu są czwórnik składające się z elementów liniowych RC, RL oraz RLC. Zależności pomiędzy napięciami i prądami w takich czwórnikach można opisać za pomocą układu równań różniczkowych. Analityczne rozwiązanie tego typu układu można uzyskać stosując transformatę Laplace'a, a następnie rozwiązując układ równań algebraicznych. Jeżeli czwórnik pozbawiony jest źródeł napięciowych oraz prądowych to przebiegi prądu oraz napięcia w czwórniku będą zależały wyłącznie od warunków początkowych, czyli napięć jakie w chwili początkowej występowały na kondensatorach oraz prądów płynących przez cewki. Jeżeli układ złożony jest z rzeczywistych (stratnych) elementów to po pewnym czasie osiągnie on stan równowagi. Zanim to jednak nastąpi, układ znajduje się w tzw. stanie nieustalonym.

Stanem nieustalonym w obwodzie elektrycznym nazywa się całą ogólną równania jednorodnego. W czasie trwania stanu nieustalonego zachodzą procesy rozpraszania energii w układach. Jeżeli układ jest bierny to po pewnym czasie energia zmagazynowana w obwodzie musi zostać rozproszona i stan nieustalony musi zaniknąć.

Można wykazać, że w liniowym, stacjonarnym czwórniku o parametrach skupionych, w którym w chwili początkowej napięcia na kondensatorach i natężenia prądów w indukcyjnościach wynoszą zero, zachodzi związek:

$$y(s) = K(s)x(s),$$

gdzie  $x(s)$  oraz  $y(s)$  są transformatami Laplace'a. Odpowiednio napięcia na wejściu  $x(t)$  oraz na wyjściu czwórnika  $y(t)$  to:

$$x(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} x(t) dt,$$

$$y(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} y(t) dt.$$

Funkcja  $K(s)$  nosi nazwę transmitancji czwórnika. Właściwości czwórników można opisywać w dziedzinie czasu lub w dziedzinie częstotliwości. Oba te opisy są ze sobą równoważne. Funkcja przenoszenia układu  $K(\omega)$  jest tożsama z transmitancją  $K(s)$  przy założeniu, że:

$$s = j\omega$$

Do opisu właściwości układu w dziedzinie czasu wykorzystuje się z reguły dwa rodzaje charakterystyk:

- Odpowiedź impulsową układu  $k(t)$ ,
- Odpowiedź na skok jednostkowy  $h(t)$ .

Odpowiedzią impulsową lub charakterystyką czasowo-impulsową układu nazywamy przebieg napięcia  $y(t)$  wywołany przez sygnał  $x(t) = \delta(t)$ , przy założeniu zerowych warunków początkowych (tzn. energii zgromadzonej w cewkach i kondensatorach),  $\delta(t)$  - delta Diraca. Z powodu tego, że transformata Laplace'a delty Diraca wynosi:

$$\mathcal{L}[\delta(t)] = 1,$$

więc

$$y(s) = K(s),$$

dzięki temu możemy obliczyć funkcję  $k(t)$  stosując odwrotną transformatę Laplace'a:

$$k(t) = \mathcal{L}^{-1}[K(s)].$$

Wynika z tego, że transmitancja czwórnika  $K(s)$  jest transformatą Laplace'a jego odpowiedzi impulsowej  $k(t)$ . Znając odpowiedź impulsową czwórnika możemy obliczyć jego odpowiedź na dowolny sygnał  $x(t)$  za pomocą operacji splotu:

$$y(t) = k(t) \otimes x(t)$$

Odpowiedzią na skok jednostkowy lub charakterystyką czasowo-jednostkową układu nazywamy przebieg napięcia  $y(t)$  wywołany przez funkcję schodkową Heavyside'a  $x(t) = 1(t)$ . Funkcję  $1(t)$  definiuje się jako:

$$1(t) = \begin{cases} 0, & \text{dla } t < 0 \\ 1, & \text{dla } t \geq 0 \end{cases}$$

Transformata Laplace'a funkcji Heavyside'a wynosi:

$$\mathcal{L}[1(t)] = \frac{1}{s},$$

więc

$$y(s) = \frac{K(s)}{s},$$

czyli:

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{K(s)}{s}.$$

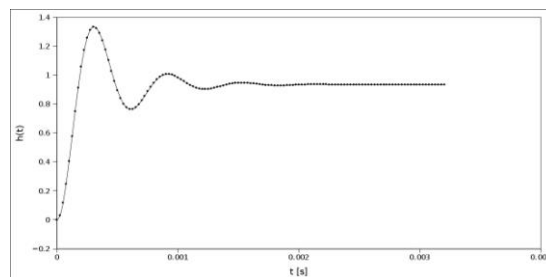
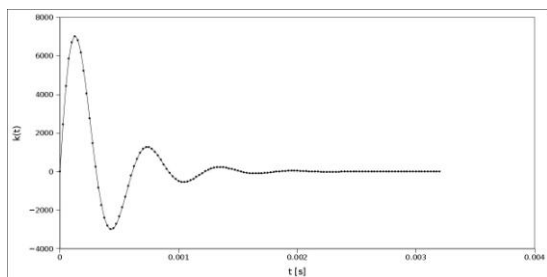
Transformatą Laplace'a odpowiedzi układu na skok jednostkowy jest iloraz  $K(s)/s$ , gdzie  $K(s)$  - transmitancja układu.

## 2. Przygotowanie projektu

Ćwiczenie *Stany nieustalone* jest ćwiczeniem projektowym. Na laboratoria należy przygotować projekt układu, którego parametry zostały podane na pierwszych zajęciach. Przygotowany, wydrukowany projekt na początku zajęć zostanie sprawdzony przez prowadzącego.

**Projekt zostanie oceniony pod warunkiem:**

- Zaprezentowania poprawnie wyliczonej odpowiedzi impulsowej (*charakterystyki czasowej impulsowej,  $k(t)$* ) układu na dobrze wyskalowanym wykresie (tak, by był wyraźnie widoczny obszar występowania stanu nieustalonego), z dobrze oznaczonymi osiami.
- Zaprezentowania poprawnie wyliczonej odpowiedzi na skok jednostkowy (*charakterystyki czasowej skokowej,  $h(t)$* ) projektowanego układu na dobrze wyskalowanym wykresie (tak, by był wyraźnie widoczny obszar występowania stanu nieustalonego), z dobrze oznaczonymi osiami.



- Zaprezentowania poprawnie wyliczonej charakterystyki częstotliwościowej na dobrze wyskalowanym wykresie, z dobrze oznaczonymi osiami.
- Zaprezentowania parametrów i schematu układu oraz poprawnie wykonanych przekształceń i obliczeń
- Zaprezentowania końcowych wartości obliczonych współczynników występujących we wzorach na teoretyczną odpowiedź impulsową i odpowiedź na skok jednostkowy, wraz z postacią analityczną np.:

$$k(t) = 7250,3 \cdot e^{-4307,3 t} \cdot \sin (7183,6)$$

**Powyższe punkty są warunkiem dopuszczenia do udziału w laboratorium**

### 3. Wykonanie ćwiczenia

3.1. Korzystając z programu NI Multisim, przeprowadzić symulację projektowanego układu. Zarejestrować każdy z uzyskanych wykresów (zdjęcie + pobranie wyników numerycznych)

3.1.1. Wyznaczyć symulację charakterystyki czasowej impulsowej układu  $k(t)$ , korzystając z wirtualnego oscyloskopu (**np. XSC1**) lub oraz generatora (**np. XFG1**).

W celu symulacji pobudzenia impulsowego, w wirtualnym generatorze należy ustawić sygnał prostokątny o jak najniższym współczynniku wypełnienia.

Na ekranie wirtualnego oscyloskopu należy ustawić położenie sygnałów tak, by wyraźnie było widać zarówno sygnał wejściowy (pobudzenie impulsowe), jak i sygnał wyjściowy (stan nieustalony w wyniku pobudzenia impulsem)

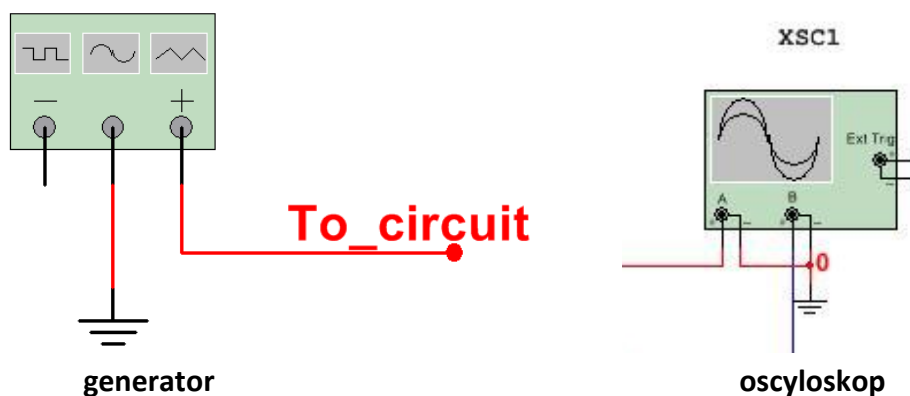
3.1.2. Wyznaczyć symulację charakterystyki czasowej skokowej układu  $h(t)$ , korzystając z wirtualnego oscyloskopu oraz generatora.

W celu symulacji pobudzenia skokiem jednostkowym, w wirtualnym generatorze należy ustawić sygnał prostokątny o współczynniku wypełnienia (**duty cycle**) równym 50% i odpowiednio długim okresie.

Na ekranie wirtualnego oscyloskopu należy ustawić położenie sygnałów tak, by wyraźnie było widać zarówno sygnał wejściowy (pobudzenie skokiem jednostkowym), jak i sygnał wyjściowy.

3.1.3. Wyznaczyć charakterystykę częstotliwościową układu, wykorzystując analizator Bodego (**Bode Analyser**) dostępny w programie NI Multisim np. Na pasku **Instruments**.

3.1.4. Przykładowe połączenia wirtualnych przyrządów pomiarowych znajdują się poniżej:

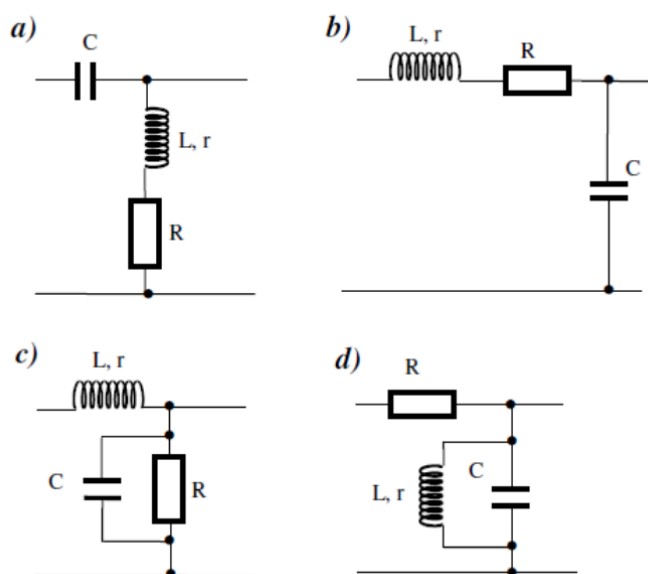


3.2. Korzystając z systemu NI Elvis II+ połączyć projektowany układ pomiarowy zmontowany na płycie prototypowej.

3.2.1. Wyjścia układu na wirtualny oscyloskop i analizator Bodego, oraz wejście z generatora wyprowadzić poprzez złącza BNC systemu Elvis II+. Zarejestrować każdy z uzyskanych wykresów (zdjęcie + pobranie wyników numerycznych).

3.2.2. Podobnie jak dla symulacji, wyznaczyć charakterystykę czasową impulsową, charakterystykę czasową jednostkową oraz charakterystykę częstotliwościową projektowanego układu

3.2.3. Przydatne schematy:



#### 4. Zadanie dodatkowe

Podłącz do utworzonego układu zewnętrzny generator HAMEG HM 8030-5 oraz oscyloskop RIGOL DS5022M 25MHz. Korzystając z funkcji „sweep” generatora, wyznacz charakterystykę częstotliwościową swojego układu, wyświetlając ją w dziedzinie czasu na ekranie oscyloskopu. Ustaw źródło wyzwalacza na sygnał z wyjścia układu oraz dobierz odpowiednio poziom wyzwalania, by ustalić obraz na oscyloskopie. Przydatna będzie funkcja „zamrażania” wyświetlacza oscyloskopu.

Wyznaczenie charakterystyki częstotliwościowej sprowadza się do analizy obwiedniej zaobserwowanego sygnału, gdzie oś częstotliwości można wyskalować za pomocą wzoru:

$$f_{ox} = \frac{f_k - f_p}{t_r} t_x$$

Gdzie:

$f_k$  - częstotliwość końcowa funkcji „sweep”,  $f_p$  - częstotliwość początkowa funkcji „sweep”,  $t_r$  - czas trwania przebiegu „sweep”,  $t_x$  - czas od początku kolejnego okresu przebiegu „sweep”

## 4. Opracowanie sprawozdania

W sprawozdaniu należy zamieścić:

- ✓ Krótki opis projektu, zawierający charakterystykę czasową impulsową, charakterystykę czasową jednostkową oraz charakterystykę częstotliwościową projektowanego układu, przedstawione na dobrze, czytelnie opisanych wykresach oraz w postaci analitycznej. W opisie powinny się także znaleźć liczbowe wartości obliczonych współczynników występujących we wzorach na teoretyczną odpowiedź impulsową i odpowiedź na skok jednostkowy.
- ✓ Przedstawienie wyników symulacji
- ✓ Przedstawienie wyników pomiarów, z porównaniem z wynikami teoretycznymi oraz wynikami symulacji
- ✓ Podanie czasu trwania oraz amplitudy pobudzenia impulsowego w doświadczeniu.
- ✓ Podanie amplitudy pobudzenia skokiem jednostkowym w doświadczeniu.
- ✓ Obliczenie częstotliwości charakterystycznej dla badanego układu
- ✓ Wyznaczenie współczynnika tłumienia dla odpowiedzi impulsowej oraz odpowiedzi na skok jednostkowy i porównania z wyliczoną wartością teoretyczną
- ✓ Dyskusję różnic pomiędzy wynikami teoretycznymi, symulacyjnymi a doświadczalnymi (w tym wyjaśnienie źródeł różnic amplitudowych i czasowych w wyznaczonych odpowiedziach)