

Wydział: Fizyki	Dzień:Poniedziałek 14-17 Data: 20.03.2017		Zespół: 8
Imiona i nazwiska: Marta Pogorzelska Paulina Marikin	Ocena z przygotowania:	Ocena ze sprawozdania:	Ocena końcowa:
Prowadzący:		Podpis:	

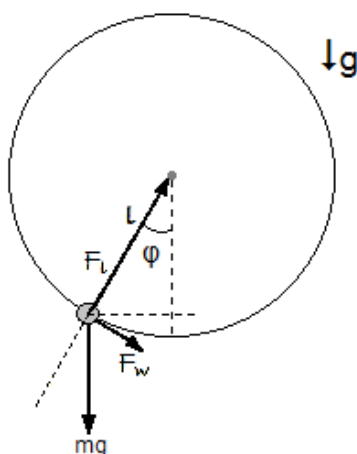
Ćwiczenie 3: Wahadło matematyczne

1 Cel badań

Zbadanie zjawiska anharmoniczności drgań wahadła matematycznego, tj: zależności okresu drgań wahadła od kąta wychylenia oraz wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego przy użyciu wahadła różnicowego.

2 Wstęp teoretyczny

Wahadłem matematycznym jest ciało o masie punktowej m , zawieszone na cienkiej, nieważkiej lince, poruszające się po okręgu w jednorodnym polu grawitacyjnym.



Rysunek 1: Wahadło matematyczne
 F_w - siła wypadkowa działająca na ciało

Na ciało działa siła grawitacji oraz siła naciągu linki. Równanie ruchu dla takiego ciała ma postać:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0 \quad (1)$$

,gdzie φ - kąt wychylenia wahadła z pozycji równowagi, l - długość linki, g - przyspieszenie ziemskie

Rozwiązaniem tego równania dla ruchu oscylującego i jednocześnie wzorem na okres drgań wahadła jest:

$$T(\varphi) = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(2n)!}{(2^n n!)^2} \right)^2 \sin^{2n} \left(\frac{\varphi}{2} \right) \quad (2)$$

W przeprowadzanym doświadczeniu kąt wychylenia jest niewielki $\varphi \ll \frac{\pi}{2}$. Dla dokładności 3 miejsc znaczących będą brane pod uwagę jedynie sumy dla $n=3$. Po podstawieniu tych zależności do wzoru (2) otrzymujemy:

$$T(\varphi) = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\varphi}{2} + \frac{25}{256} \sin^6 \frac{\varphi}{2} \right) \quad (3)$$

3 Opis układu i metody pomiarowej

Aparatura pomiarowa

- model wahadła matematycznego
 - statyw
 - metalowe ciało o regularnym kształcie
 - jedwabna nić
 - czujka do mierzenia okresu
- elektroniczny układ pomiarowy z automatycznym pomiarem okresu
- linijka

3.1 Badanie zależności okresu drgań wahadła od kąta wychylenia

Najpierw wykonano pomiar długości linki przy użyciu linijki od środka masy kulki do punktu zaczepienia i włączono urządzenie do pomiaru okresu drgań wahadła. Nastawiono je na uśrednienie pomiaru 4 okresów. Następnie odchyleno kulkę o kąt 10° od położenia równowagi i puszczono tak, by poruszała się równolegle do kątomierza na statywie. Na koniec złapano kulkę i spisano wynik z urządzenia oraz kąt odchylenia kulki po jej złapaniu. Czynność powtórzono pięciokrotnie, a pomiary wykonano dla kątów odchylenia 10° , 20° , 30° i 40° .

3.2 Wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego

W tej części doświadczenia wykonane zostały pomiary okresów dla stałego kąta wychylenia, ale dla różnych długości linki wahadła. Przyjmujeto stały, mały kąt 15° i wykonano ćwiczenie analogicznie do poprzedniego. Długość odczytano z linijki na statywie, ponieważ do obliczeń potrzebna jest jedynie zmiana w długości wahadła, a nie odległość względem pewnego punktu odniesienia. Pomiary wykonano dla odczytów 50cm, 40cm, 30cm, 20cm, 10cm i 1,5cm. Do obliczeń korzystano ze wzoru:

$$T_i^2 - T_j^2 = \frac{4\pi^2}{g} (l_i - l_j) f(\varphi) \quad (4)$$

,gdzie $f(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(2n)!}{(2^n n!)^2} \right)^2 \sin^{2n} \left(\frac{\varphi}{2} \right)$

4 Wyniki pomiarów

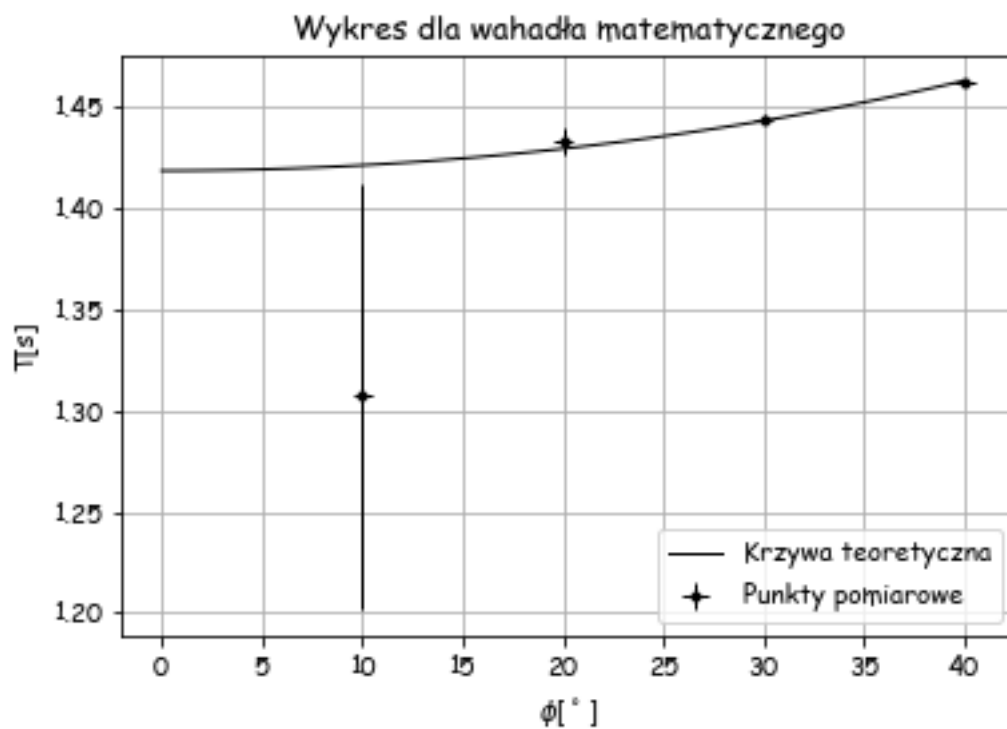
4.1 Wahadło matematyczne l=50cm

	10°	20°	30°	40°
1	4.9223	5.7827	5.7889	5.8451
2	5.6868	5.7221	5.7733	5.8451
3	4.9163	5.7227	5.7745	5.8525
4	5.6908	5.7202	5.7716	5.8456
5	4.9222	5.7210	5.7750	5.8459

4.2 Wahadło różnicowe $\varphi = 15^\circ$

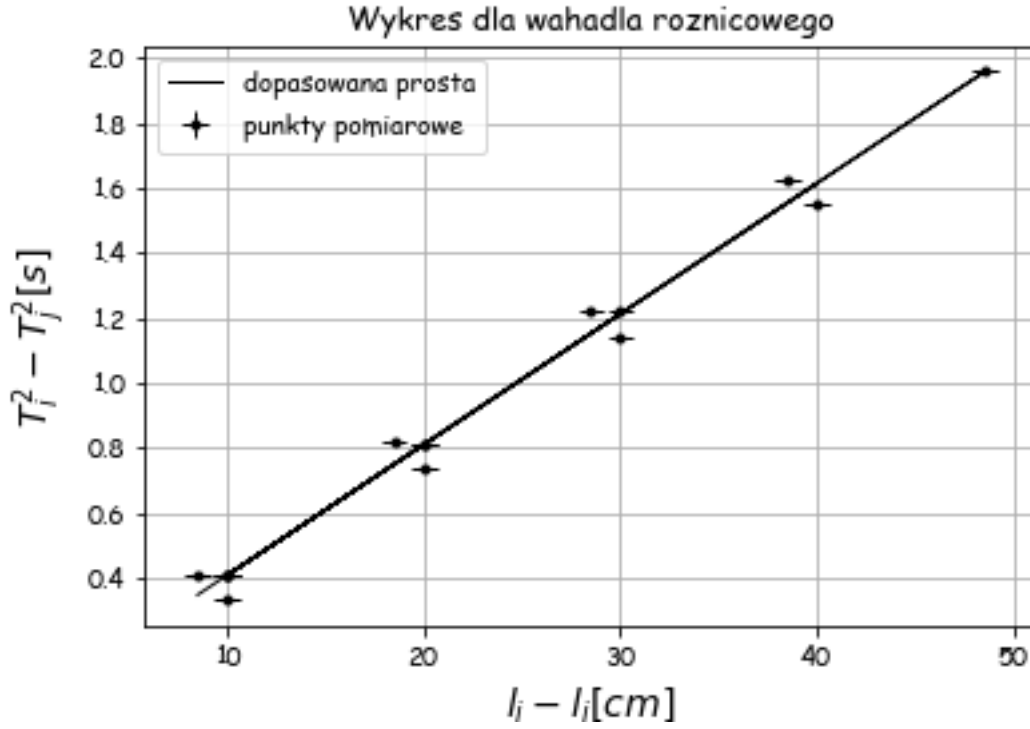
	50cm	40cm	30cm	20cm	10cm	1.5cm
1	1.2158	1.3703	1.5107	1.6406	1.7587	1.8516
2	1.2122	1.3690	1.5121	1.6403	1.7599	1.8525
3	1.2103	1.3705	1.5118	1.6403	1.7605	1.8518
4	1.2121	1.3703	1.5124	1.6402	1.7597	1.8516
5	1.2126	1.3706	1.5124	1.6408	1.7599	1.8518
6	1.2136	1.3704	1.5120	1.6400	1.7605	1.8523

5 Analiza pomiarów



Rysunek 2

Z pomiarów czasu dla wszystkich serii dla obu wahadeł wyciągnięto średnią. Pomiary dla wahadła matematycznego zostały podzielone na trzy w celu uzyskania pojedynczego okresu. Krzywą teoretyczną wyliczono ze wzoru 3. Pomiary dla trzech z czterech rozważanych kątów leżą na krzywej teoretycznej, jeden mieści ją w przedziale dwóch niepewności. Jednak biorąc pod uwagę skalę jego niepewności, w porównaniu do pozostałych pomiarów, prawdopodobnie te pomary okresu były nieprawidłowo wykonane.



Rysunek 3

Pomiary zostały opracowane zgodnie ze wzorem 4, od każdego pomiaru długości (i kwadratu odpowiadającego mu pomiaru okresu) odjęto wszystkie pomiary odeń mniejsze. Otrzymane różnice przedstawiono na wykresie wraz z dopasowaną do nich prostą. Prosta została dopasowana funkcją *polyfit* pakietu *numpy* w Pythonie.

Parametr kierunkowy dopasowanej prostej został przyrównany do pozostałej części zależności 4:

$$a = \frac{4\pi^2}{g} f(\varphi) \quad (5)$$

gdzie a - parametr kierunkowy. Przekształcenie powyższej równości pozwoliło na wyliczenie przyspieszenia ziemskiego, którego wyliczona wartość wynosi $g = 9.841(0.299) [\frac{m}{s^2}]$

6 Analiza niepewności

7 Wnioski