

## WYZNACZANIE DYSPERSJI OPTYCZNEJ PRYZMATU METODĄ POMIARU KĄTA NAJMNIEJSZEGO ODCHYLENIA

### Podstawy fizyczne.

Dyspersją optyczną  $D_n$  materiału nazywamy właściwość polegającą na istnieniu różnej wartości współczynnika załamania światła  $n$  dla różnych częstotliwości fali świetlnej  $\nu$  (niekiedy, korzystając z zależności  $\nu = c/\lambda$ , mówi się o zależności  $n$  od długości fali  $\lambda$ , ale trzeba pamiętać, że długość fali zależy od ośrodka w którym się ona przemieszcza, natomiast częstotliwość jest cechą charakterystyczną danej fali):

$$n = f(\nu) \text{ lub } n = f(\lambda) \quad (1)$$

Ażeby powyższą definicję dyspersji w pełni rozumieć, należy wiedzieć: co to jest współczynnik załamania światła, dlaczego zależy on od częstotliwości fali światła, oraz co jest miarą dyspersji materiału. Temat ćwiczenia wymaga ponadto wiadomości, co to jest i jak działa pryzmat oraz na czym polega metoda znajdowania kąta najmniejszego odchylenia.

Zjawisko załamania światła przejawia się w zmianie kierunku biegu wiązki światła (w języku optyki geometrycznej), lub zmianie kierunku rozchodzenia się fali świetlnej (w języku optyki falowej) przy przejściu światła przez granicę dwóch ośrodków. Zjawiskiem tym oraz związanym z nim zjawiskiem odbicia światła rządzą prawa znane jako prawa optyki geometrycznej. Przypomnijmy ich treść: Gdy światło pada na granicę dwóch izotropowych<sup>1</sup> ośrodków materialnych pojawia się fala przechodząca (załamana) oraz fala odbita. Trzy wektory opisujące kierunek rozchodzenia się fal: padającej, przechodzącej i odbitej leżą w jednej płaszczyźnie zwanej płaszczyzną padania (patrz rys.1), a kierunki rozchodzenia się tych fal spełniają następujące zależności:

1) kąt odbicia  $\alpha_0$  równy jest kątowi padania  $\alpha$ :

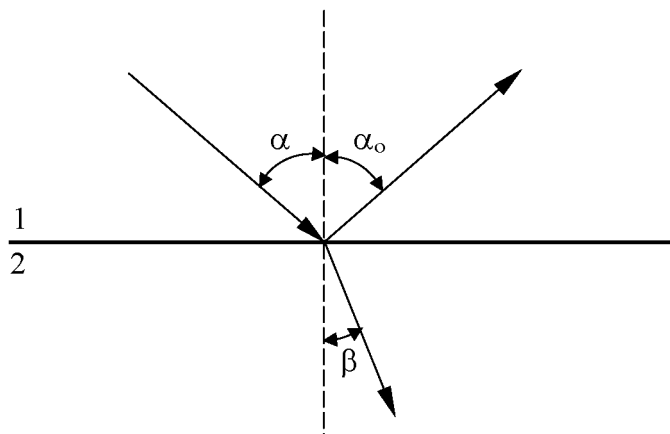
$$\alpha = \alpha_0 \quad (2)$$

2) stosunek sinusa kąta padania  $\alpha$  do sinusa kąta załamania  $\beta$  równy jest stosunkowi wartości prędkości  $v_1$  i  $v_2$  światła w danych dwóch ośrodkach i jest dla danej pary ośrodków i dla danej długości fali światła  $\lambda$  wielkością stałą  $n_{2/1}$  zwaną współczynnikiem załamania ośrodka drugiego względem pierwszego:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{2/1}, \quad (3)$$

<sup>1</sup> Ośrodkiem izotropowym nazywamy ośrodek posiadający jednakowe własności fizyczne we wszystkich kierunkach. W ośrodkach anizotropowych własności zależą od rozważanego kierunku; w szczególności współczynnik załamania światła ma różną wartość w zależności od orientacji kierunku padania światła względem osi optycznej ośrodka, co jest przyczyną zjawiska zwanego podwójnym załamaniem. Anizotropię ośrodka można wywołać sztucznie np. poprzez nacisk siłą zewnętrzną – zjawisko to jest podstawą dużego zakresu zastosowań praktycznych tzw. elastooptyki (modele rzeczywistych konstrukcji, czujniki).

gdzie  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\alpha_0$  są kątami zawartymi pomiędzy kierunkami odpowiednio fali padającej, załamanej i odbitej, a normalną do powierzchni rozdziału ośrodka 1 i 2 (patrz rys.1). Prawo opisane wzorem (3) znane jest jako prawo Snelliusa.



**Rys.1** Załamanie i odbicie promieni na granicy dwóch ośrodków izotropowych.

Jeżeli fala świetlna o długości  $\lambda$  przechodzi z próżni, w której prędkość światła ma znaną wartość  $c$  niezależną od częstości fali, do ośrodka, w którym prędkość światła jest równa  $V(\lambda)$ , to wzór (3) możemy podać w postaci wyrażającej **definicję bezwzględnego współczynnika załamania światła  $n(\lambda)$** :

$$n(\lambda) = \frac{c}{V(\lambda)} \quad (3a)$$

Wyjaśnienie zjawiska załamania i odbicia światła oraz wyprowadzenie praw rządzących tymi zjawiskami (praw optyki geometrycznej) może być dokonane w różny sposób, a to np.:

- w oparciu o zasadę Fermata,
- w oparciu o zasadę Huygensa,
- w oparciu o teorię elektromagnetyzmu Maxwella.

We wszystkich tych rozważaniach istotne jest założenie, że prędkość rozchodzenia się światła w sąsiednich ośrodkach jest różna. Ze względu na trudności techniczne długo nie można było sprawdzić doświadczalnie, czy założenie to jest prawdziwe. Wykazał to dopiero w roku 1850 Foucault.

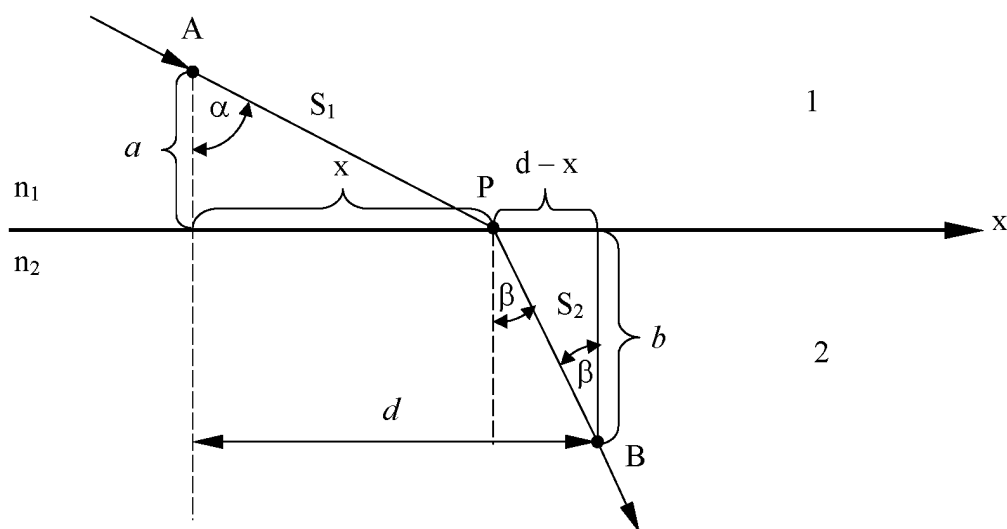
W niniejszym opracowaniu prawa optyki geometrycznej wyprowadzimy w oparciu o zasadę Fermata. Zasadę Fermata wyrażamy często w następujący sposób: promień świetlny biegnący z jednego punktu do drugiego przebywa drogę, na której przebycie trzeba zużyć w porównaniu z innymi sąsiednimi drogami, minimum albo maksimum czasu, albo tę samą ilość czasu (w przypadku stacjonarnym). Zasada Fermata jest szczególnym przypadkiem bardzo ogólnej zasady obowiązującej w przyrodzie, według której wszystkie naturalne procesy przebiegają po drogach optymalnych. W odniesieniu do biegu promieni, powyższe można ująć wzorem:

$$\int n ds = \text{extremum} \quad (4)$$

gdzie:  $n$  – współczynnik załamania światła dla danego ośrodka,  $s$  – droga geometryczna. Iloczyn  $L = n \cdot s$  nazywamy drogą optyczną.

A zatem, zgodnie z zasadą Fermata, przy poruszaniu się wiązki światła optymalizowana jest droga optyczna. Za pomocą prostych konstrukcji geometrycznych można wykazać, że drogi optyczne przebywane przez promień podlegający odbiciu czy załamaniu w ośrodku jednorodnym, są najkrótszymi z możliwych dróg łączących dane dwa punkty A i B.

Prześledźmy to na przykładzie prawa załamania (patrz rys.2).



**Rys.2** Promień wychodzący z punktu A załamuje się na granicy ośrodków w punkcie P i dochodzi do punktu B.

Mamy dwa punkty A i B w dwóch ośrodkach 1 i 2 oraz łączący je promień APB. Na podstawie znanych wzorów z mechaniki możemy napisać, że czas  $t$  potrzebny na przebycie drogi A-P-B, jest dany wzorem:

$$t = \frac{s_1}{V_1} + \frac{s_2}{V_2} \quad (5)$$

Po wprowadzeniu pojęcia drogi optycznej oraz uwzględnieniu zależności (3a), wzór (5) przybiera postać:

$$t = \frac{n_1 \cdot s_1 + n_2 \cdot s_2}{c} = \frac{L}{c} \quad (5a)$$

gdzie  $L = L_1 + L_2$  jest całkowitą drogą optyczną czoła fali przebywającą od A do B a  $L_1$  i  $L_2$  są to drogi optyczne przebywane w ośrodku 1 i 2. Drogi optycznej nie należy mylić z drogą geometryczną równą  $s = s_1 + s_2$ . Droga optyczna jest równa drodze geometrycznej pomnożonej przez współczynnik załamania ośrodka.

Współczynniki załamania  $n_1$  i  $n_2$  są bezwzględnymi współczynnikami załamania światła dla fali o częstotliwości  $\nu$  w ośrodku 1 i 2.

Na podstawie zasady Fermata wiemy, że  $L$  musi być optymalne, czyli punkt P musi znajdować się w takim miejscu na osi  $x$ , ażeby pochodna drogi optycznej  $L$  po współrzędnej  $x$  była równa zero, czyli:

$$\frac{dL}{dx} = 0 \quad (6)$$

Korzystając z zależności geometrycznych pokazanych na rys.2 możemy napisać:  $L = n_1 \cdot s_1 + n_2 \cdot s_2 = n_1 \sqrt{a^2 + x^2} + n_2 \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$ . Różniczkując otrzymujemy:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{2}n_1(a^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}}2x + \frac{1}{2}n_2[b^2 + (d-x)^2]^{-\frac{1}{2}}2(d-x)(-1), \text{ co można zapisać w postaci:}$$

$$n_1 \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = n_2 \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \quad (7)$$

Równanie (7), przy uwzględnieniu zależności trygonometrycznych, jest równaniem opisującym prawo załamania (3):

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \quad (7a)$$

Sposobów wyprowadzania praw optyki geometrycznej jest tak wiele, jak wiele jest uznanych teorii światła. Ażeby bowiem jakaś teoria światła mogła być uznana, musi umieć objaśnić doświadczalnie sprawdzone prawa odbicia i załamania.

Współczynnik załamania światła w danym ośrodku zależy od częstotliwości fali świetlnej (patrz wzór(1)). Zjawisko to – jak określono wyżej – nazywamy dyspersją światła, charakterystyczną dla danego materiału. W obszarach widmowych, w których dana substancja jest przezroczysta, obserwuje się wzrost współczynnika załamania w miarę zwiększania częstotliwości światła. W obszarach, w których substancja pochłania (absorbuje) światło – obserwowana jest tzw. anomalna dyspersja tzn. zmniejszenie współczynnika załamania w miarę wzrostu częstotliwości światła.

Celem wyjaśnienia zjawiska dyspersji światła zakłada się, że elektrony, atomy lub cząsteczki substancji, przez które przechodzi fala świetlna, posiadając charakterystyczne częstotliwości drgań własnych  $\nu_0$ , różnie reagują na wymuszające ich drgania pole elektromagnetyczne fali świetlnej o częstotliwości  $\nu$  – w zależności od różnicy między częstotliwością drgań własnych a częstotliwością fali świetlnej.

Prześledźmy to na przykładzie oddziaływania fal elektromagnetycznych z elektronami walencyjnymi ośrodka, przez które te fale przechodzą. Są to fale z obszaru widzialnego. Elektrony posiadają charakterystyczne częstotliwości drgań własnych  $\nu_0$ . Padająca fala wymusza drgania o częstotliwości  $\nu$ , przy czym zarówno amplituda jak i faza drgań wymuszonych elektronów, a zatem i fal wtórnych przez niewysyłanych, zależą od różnicy pomiędzy częstotliwością drgań własnych elektronów  $\nu_0$ , a częstotliwością fali padającej  $\nu$ . Jeżeli fala pada prostopadłe na płaską granicę ośrodka, to amplitudy i fazy drgań wszystkich elektronów, z którymi fala oddziałuje, są takie same w bardzo cienkiej (w porównaniu z długością fali) warstwie przylegającej do granicy ośrodka. Drgania elektronów rozpatrywanej warstwy wytwarzają wtórną falę płaską, spójną z falą padającą, ale przesuniętą w stosunku do niej w fazie o kąt  $\varphi$  wyrażony wzorem:

$$\text{ctg } \varphi = \frac{\beta \nu_0}{(\nu^2 - \nu_0^2)} \quad (8)$$

gdzie  $\beta$  oznacza współczynnik tłumienia drgań.

Fala wypadkowa powstająca w tej cienkiej warstwie w wyniku nałożenia się fal padającej i wtórnej, jest przesunięta w fazie w stosunku do fali padającej o pewien kąt, zależny od amplitudy fali wtórnej i przesunięcia fazowego pomiędzy nią a falą pierwotną. W każdej następnej, tak wydzielonej myślowo warstwie ośrodka, następuje podobne przesunięcie faz fali wypadkowej względem padającej. Tak więc, w miarę rozchodzenia się w ośrodku fali wypadkowej, faza zmienia się w stosunku do fazy pierwotnej fali padającej o kąt proporcjonalny do drogi przebytej przez falę w ośrodku. Stąd też mówimy o prędkości przesuwania się fazy, czyli o prędkości fazowej  $v$  fali. Z uwagi na wyżej opisane właściwości rozchodzenia się fal w ośrodkach możemy powiedzieć, że fala

w ośrodku rozchodzi się z prędkością fazową  $v$  różną od prędkości fazowej  $c$  w nieobecności ośrodka. Jak widać ze wzoru (8), zmiana fazy, a zatem i prędkości fazowej, jest zależna od różnicy częstotliwości fali padającej i częstotliwości drgań własnych elektronów ośrodka. Prędkość fazowa fal o różnej częstotliwości będzie zatem różna. Ponieważ światło białe jest mieszaniną fal o różnej częstotliwości, więc każda ze składowych będzie rozchodzić się z inną prędkością.

Zgodnie ze wzorem (3a) każda ze składowych światła białego będzie załamywać się ze współczynnikiem załamania o innej wartości, co właśnie nazywamy zjawiskiem dyspersji. Przyjętą miarą dyspersji  $D_n$  dowolnego ośrodka jest różnica współczynników załamania dla linii K (barwy fioletowej) i A (barwy czerwonej) (definicja Fraunhofera):

$$[D_n] = n_F - n_C \quad (9)$$

czyli jest to różnica współczynników załamania światła dla konkretnej różnicy długości fal  $\{\lambda_F = K(\text{Ca}^+) = 3933,7 \text{ \AA}; \lambda_C = A(\text{O}^{++}) = 7593,8 \text{ \AA}\}$ .

Dyspersję materiału rozszczepiającego światło można określić dla każdej długości fali  $\lambda_k$  jako:

$$D_n = \left( \frac{dn}{d\lambda} \right)_{\lambda=\lambda_k}, \quad (10)$$

a więc wartość dyspersji dla danej długości fali  $\lambda_k$  jest równa wartości współczynnika nachylenia stycznej do krzywej dyspersji w wybranym punkcie krzywej odpowiadającym długości fali  $\lambda_k$ . Zjawisko dyspersji możemy zaobserwować przepuszczając wiązkę światła białego przez pryzmat (patrz - dodatek).

Ponieważ każda ze składowych światła białego ma inny współczynnik załamania, a kąt, o jaki pryzmat odchyła promień, zależy od współczynnika załamania światła, więc pryzmat w różny sposób odchyła światło o różnej długości fali. Światło o falach dłuższych, np. „czerwone”, zostaje mniej odchylone przez pryzmat niż światło o falach krótszych, np. „fioletowe”. W efekcie na ekranie ustawionym za pryzmatem zobaczymy charakterystyczną tęczę, będącą wynikiem rozseparowania fal o różnej częstotliwości.

## Opis ćwiczenia.

Ćwiczenie polega na wyznaczeniu wartości kąta łamiącego badanego pryzmatu, oraz wyznaczeniu dyspersji optycznej i zdolności rozdzielczej tegoż pryzmatu metodą najmniejszego odchylenia.

### Wyznaczanie kąta łamiącego pryzmatu.

Metoda wyznaczania kąta łamiącego pryzmatu, stosowana w opisywanym ćwiczeniu, polega na wykorzystaniu prawa optyki geometrycznej dotyczącego zjawiska odbicia światła (patrz wzór 2). Zasada metody zilustrowana jest na rys. 3.

Pryzmat ustawiamy tak, by kąt łamiący  $\varphi$  znalazł się naprzeciwko kolimatora i był oświetlony wiązką równoległą. Obserwujemy dwie wiązki światła odbite od ścianek pryzmatu i określamy położenia katowe lunety a i b odpowiadające tym wiązkom. Jak widać na rys.3b:

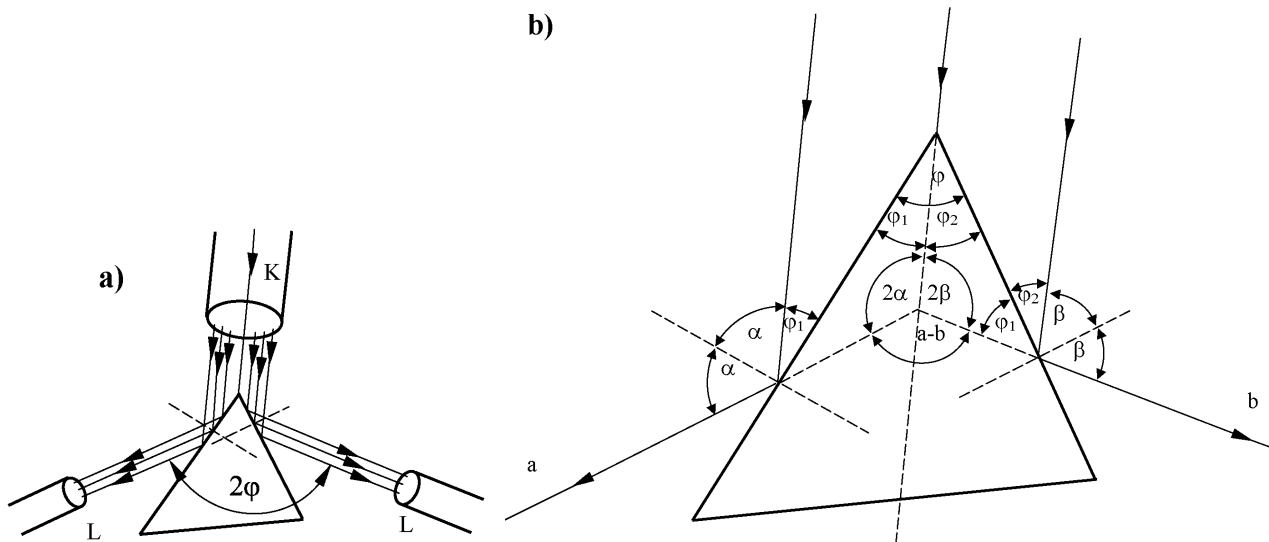
$$a - b = 360^\circ - 2\alpha - 2\beta, \quad \alpha = 90^\circ - \varphi_1, \quad \beta = 90^\circ - \varphi_2.$$

Stąd otrzymujemy  $a - b = 360^\circ - 2(90^\circ - \varphi_1) - 2(90^\circ - \varphi_2)$ , a następnie:  $a - b = 2\varphi_1 + 2\varphi_2 = 2\varphi$ ,

czyli:

$$\varphi = \frac{a - b}{2} \quad (11)$$

Zastosowanie wzoru (11) pozwala na określenie wartości kąta łamiącego  $\varphi$  pryzmatu przy znanych położeniach kątowych  $a$  i  $b$  lunety, przez którą obserwujemy wiązki odbite od ścian pryzmatu.

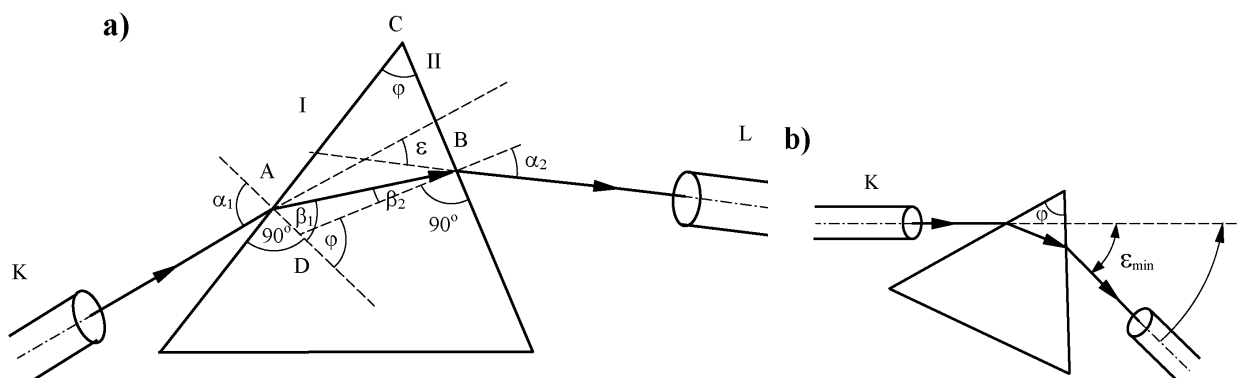


**Rys. 3** Wyznaczanie kąta pryzmatu: a) odbicie promieni od ścian pryzmatu; b) ilustracja rozważań geometrycznych.

#### Wyznaczanie współczynnika załamania światła metodą najmniejszego odchylenia.

Zależność wielkości kąta odchylenia  $\varepsilon$  wiązki światła przechodzącej przez pryzmat od wielkości kąta padania  $\alpha$  wiązki światła na ścianę pryzmatu wyprowadza się na podstawie następującego rozumowania (patrz rys.4a)

Rozważamy zachowanie się wiązki równoległej światła monochromatycznego (jednobarwnego) przy przejściu przez pryzmat. Przejście to wystarczy zobrazować w przekroju pionowym. Promień pada na ścianę boczną I pryzmatu pod kątem  $\alpha_1$ , załamuje się pod kątem  $\beta_1$  (patrz wzór (3)), pada na ścianę boczną II pod kątem  $\beta_2$  i wychodzi z pryzmatu pod kątem  $\alpha_2$  względem prostopadłej do ściany II, tworząc z kierunkiem promienia padającego na pryzmat kąt  $\varepsilon$ . Ten kąt  $\varepsilon$  zawarty pomiędzy początkowym kierunkiem biegu wiązki, a kierunkiem po przejściu przez pryzmat nazywamy kątem odchylenia wiązki przez pryzmat.



**Rys.4** Bieg wiązki światła monochromatycznego w pryzmacie prostym:  
a) rozważania geometryczne; b) ustawienie lunety pod kątem najmniejszego odchylenia  $\varepsilon_{min}$ .

Mając na uwadze fakt, że kąt zewnętrzny w trójkącie ABD jest równy kątowi łamiącemu pryzmatu  $\varphi$  (kąt ten ma ramiona prostopadłe do ścian pryzmatu) – łatwo wyprowadzimy

następujące zależności geometryczne:

$$\varphi = \beta_1 + \beta_2 \quad (12a)$$

$$\varepsilon = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) \quad (12b)$$

$$\varepsilon = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi \quad (12c)$$

Kąt odchylenia  $\varepsilon$  zależy od wartości kąta padania  $\alpha_1$ . Jeżeli obserwować będziemy plamkę światła odchylonego przez pryzmat i obracać pryzmatem zmieniając kąt  $\alpha_1$ , to zauważymy, że plamka świetlna dochodzi do położenia najbardziej zbliżonego do tego, które zajęłaby, gdyby pryzmatu nie było. Następnie plamka cofa się pomimo, że pryzmat skręcamy w tym samym kierunku. Istnieje zatem taki kąt padania  $\alpha_1$ , przy którym kąt odchylenia wiązki  $\varepsilon$  jest najmniejszy – zachodzi to wtedy [2] (patrz – dodatek), gdy mamy tzw. „przebieg symetryczny”, dla którego:  $\varepsilon_1 = \alpha_2 = \alpha$  oraz  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ .

Dla przebiegu „symetrycznego”, na podstawie związków (12) możemy napisać:

$$\varepsilon_{\min} = 2\alpha - \varphi; \Rightarrow \alpha = \frac{\varepsilon_{\min} + \varphi}{2}; \quad \varphi = 2\beta; \Rightarrow \beta = \frac{\varphi}{2} \quad (13)$$

Podstawiając powyższe zależności do wzoru (3) otrzymujemy ważny dla prezentowanej metody wzór:

$$n = \frac{\sin \frac{\varepsilon_{\min} + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \quad (14)$$

Wzór ten pozwala wyznaczyć współczynnik załamania, gdy znamy kąt łamiący pryzmatu  $\varphi$  i kąt najmniejszego odchylenia  $\varepsilon_{\min}$  dla danej długości fali  $\lambda$ .

Wielkości te możemy zmierzyć posługując się spektrometrem.

## Wykonanie ćwiczenia.

### Przygotowanie spektrometru do pomiarów.

Przed przystąpieniem do pomiarów właściwych należy wyregulować spektrometr według wskazówek zawartych w instrukcji umieszczonej przy stanowisku pomiarowym, lub według wskazówek asystenta. Do dyspozycji mamy dwa źródła światła:



**Rys.5** Lampa neonowa i lampa sodoowa

### Pomiar kąta łamiącego pryzmatu.

Ustawiamy pryzmat tak, aby kąt łamiący znalazł się naprzeciw kolimatora i obserwujemy

w lunecie L obrazy szczeliny wytworzone przez promienie odbite od ścianek pryzmatu (rys.3a). Kąt między kierunkami L wiązek światła odbitego będzie równy  $2\varphi$ . Aby więc wyznaczyć kąt łamiący pryzmatu ustawimy lunetę na obserwację wiązki odbitej od jednej ściany pryzmatu i odczytujemy położenie lunety „a” stopni, następnie obserwujemy obraz promieni odbitych od drugiej ściany i notujemy położenie „b”. Kąt łamiący jest równy połowie różnicy tych odczytów. Przy pomiarze należy zwrócić uwagę na to, by skrzyżowanie z nici pajęczych przechodziło przez środek szerokości obrazu szczeliny, która powinna być możliwie wąska.

Dokładności pomiarów należy określać w trakcie ich prowadzenia, gdyż są one niezbędne przy opracowaniu danych pomiarowych i określaniu dokładności wyników obliczeń. Oprócz dokładności przyrządu należy wziąć pod uwagę błędy popełnione przez obserwatora przy nastawieniu krzyża z nici pajęczych na środek obrazu szczeliny.

Błąd bezwzględny pomiaru kąta łamiącego pryzmatu oszacowujemy jako:

$$|\Delta\varphi| = \text{dokładność odczytu} + \frac{1}{2} \text{ szerokości katowej obrazu szczeliny.}$$

Wyniki oszacowań (w radianach) notujemy w protokole pomiarów.

### Pomiar kąta najmniejszego odchylenia promieni przez pryzmat.

Manipulując stolikiem i lunetą nastawiamy lunetę na położenie najmniejszego odchylenia prążka „czerwonego” (rys.4b) dla kąta łamiącego  $\varphi$ , który wyznaczyliśmy uprzednio. Obracamy stolikiem, zmieniając kąt padania na pryzmat. W pewnym położeniu stolika (przy określonym kącie padania wiązki światła) prążek zatrzymuje się i przy dalszym obrocie stolika – wraca. Ustawiamy stolik możliwie najdokładniej (za pomocą leniwki stolika) w punkcie zwrotnym, gdyż położenie to odpowiada minimum kąta  $\varepsilon_{\min}$  odchylenia wiązki światła przechodzącej przez pryzmat. W tym położeniu stolika nastawiamy lunetę tak, aby skrzyżowanie nici pajęczych znalazło się na środku prążka. Notujemy położenie lunety odczytane na noniuszu. Pomiar powtarzamy trzykrotnie.

Po wykonaniu powyższych pomiarów zdejmujemy pryzmat (przy zablokowanym stoliku) ustawiamy lunetę na wprost kolimatora i ponownie dokonujemy odczytu na noniuszach. Kąt obrotu noniusza, od położenia lunety odpowiadającego najmniejszemu odchyleniu, do położenia na wprost kolimatora jest równy kątowi najmniejszego odchylenia  $\varepsilon_{\min}$ . Pomiar powtarzamy trzykrotnie.

Wyniki wszystkich pomiarów zapisujemy w protokole w przygotowanej tabeli 2.

Następnie wykonujemy analogiczne pomiary dla najjaśniejszych linii barwy: pomarańczowej, żółtej, zielonej, niebieskiej i fioletowej. Długości fali w [nm] odpowiadające tym liniom znajdujemy na tablicy przy stanowisku.

Przy pomiarze kąta najmniejszego odchylenia można zauważyć, że w okolicach punktu zwrotnego, mimo obracania stolikiem, prążek wydaje się być nieruchomy – oko nie dostrzega zmian jego położenia. Kąt obrotu stolika mierzony do momentu zatrzymania się prążka w polu widzenia do chwili, w której zaczyna „wracać” nazywamy martwym przedziałem. Błąd bezwzględny pomiaru najmniejszego odchylenia oszacowujemy jako:

$$|\Delta\varepsilon_{\min}| = \frac{1}{2} \text{ martwego przedziału.}$$

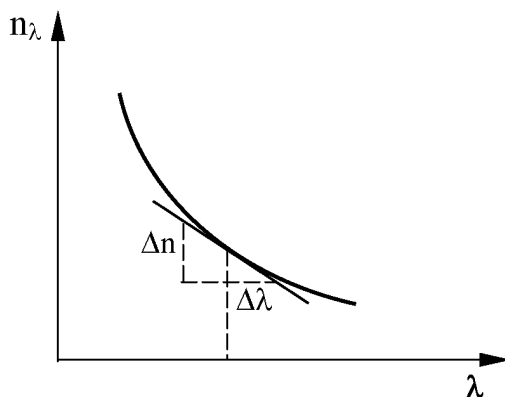
Wyniki oszacowań (w radianach) notujemy w protokole pomiarów.

### **Opracowanie wyników .**

1. Na podstawie wzoru (11) obliczamy kąt łamiący pryzmatu  $\varphi$  i wyniki zapisujemy w tabeli 1.
2. Obliczamy kąty najmniejszego odchylenia  $\varepsilon_{\min}$  dla poszczególnych linii neonu jako różnicę w katowym położeniu lunety (średnia wartość z trzech pomiarów), odpowiadającym punktowi zwrotnemu dla danej linii i położeniu na wprost kolimatora (średnia wartość z trzech pomiarów). Wyniki zapisujemy w tabeli 2.



3. Na podstawie wzoru (14) obliczamy współczynniki załamania światła  $n_\lambda$  dla kolejnych linii określając błędy  $|\Delta n_\lambda|$ .
4. Błąd  $|\Delta n_\lambda|$  popełniony przy wyznaczaniu  $n$  zależy od błędów pomiaru kątów  $\varphi$  i  $\varepsilon_{\min}$ . Błąd bezwzględny pomiaru pośredniego  $|\Delta n_\lambda|$  obliczamy metodą różniczeki zupełnej. Należy przy tym pamiętać, że błędy pomiarów bezpośrednich  $|\Delta \varepsilon_{\min}|$  i  $|\Delta \varphi|$  trzeba wyrazić w radianach [rd].
5. Wykreślamy krzywą zależności współczynnika załamania światła  $n$  od długości fali  $\lambda$ , czyli tzw. krzywą dyspersji.
6. Dla trzech różnych długości fali obliczamy wartość dyspersji materiałowej  $D_n$  wraz z błędem  $|\Delta D_n|$ .



**Rys.6** Konstrukcja dla wyznaczania  $D_n$ .

Wartość dyspersji znajdujemy w sposób następujący: w punkcie odpowiadającym danej długości fali wykreślamy styczną do krzywej; budujemy przy niej trójkąt dowolnej wielkości, ale dostatecznie duży, aby można było z możliwie małym błędem obliczyć stosunek odcinków  $\Delta n$  i  $\Delta \lambda$  (patrz rys.6). Przykładowo, długości fal, dla których obliczamy tę wielkość, - mogą wynosić:  $\lambda_f = 430 \text{ nm}$ ;  $\lambda_z = 590 \text{ nm}$ ; oraz  $\lambda_{cz} = 630 \text{ nm}$ .

### Pytania kontrolne.

1. Jak definiujemy względny i bezwzględny współczynnik załamania światła?
2. Na czym polega zjawisko załamania światła?
3. Jak działa na światło pryzmat prosty?
4. Co to jest dyspersja ośrodka materialnego?
5. W jaki sposób możemy zmierzyć kąt łamiący pryzmatu?
6. Na czym polega metoda wyznaczania współczynnika załamania światła przy wykorzystaniu kąta najmniejszego odchylenia?

### Literatura.

1. D.Holliday, R.Resnick – FIZYKA t.2 rozdz.41, PWN, Warszawa(1974);
2. S.Szczeniowski – FIZYKA DOŚWIADCZALNA, cz.IV – Optyka, rozdz.1.7 PWN Warszawa (1963);
3. Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands – FEYMANA WYKŁADY Z FIZYKI, t.I, cz.2 (wyd.3) s.77, PWN Warszawa (1974)

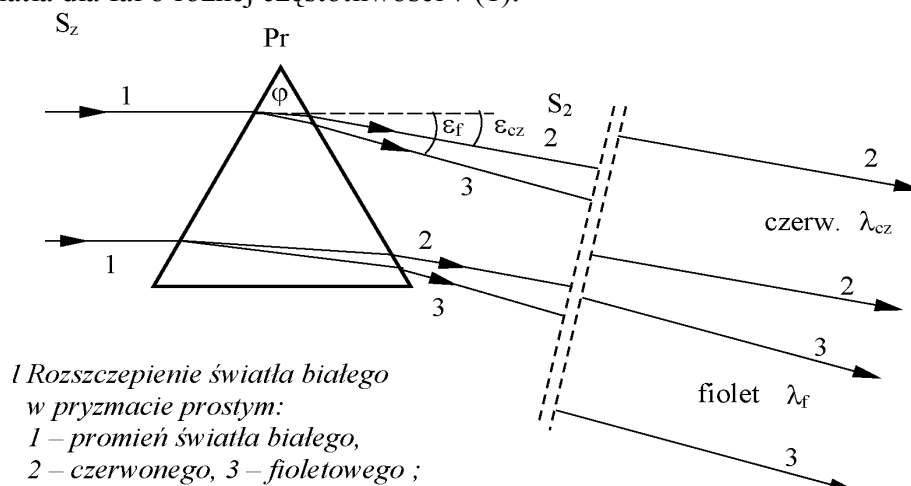
**DODATEK.**

Pryzmat prosty tworzą dwie płaszczyzny schodzące się pod kątem  $\varphi$ , ograniczające jednorodny, przezroczysty materiał. Kąt ten nazywamy kątem łamiącym pryzmatu.

Pryzmaty złożone, budowane dla specjalnych celów, mogą służyć do rozszczepiania wiązki światła, do zmiany kierunku wiązki światła bez rozszczepiania i do polaryzacji światła.

Oddziaływanie pryzmatu na wiązkę światła białego.

Pryzmat prosty, pojedynczy, zawsze rozszczepia wiązkę światła białego jak i zmienia jej bieg. Działanie jego oparte jest na zjawisku dyspersji światła, czyli różnej wartości współczynnika załamania światła dla fal o różnej częstotliwości  $\nu$  (1).



**Rys.D.1** Rozszczepienie światła białego w pryzmacie prostym: 1 – promień światła białego, 2 – czerwonego, 3 – fioletowego ;  $\varphi$  – kąt łamiący pryzmatu,  $\varepsilon$  – kąt odchylenia wiązki.

Każda ze składowych równoległej wiązki światła białego (będącego mieszaniną fal o różnej częstotliwości  $\nu$ ), padająca na jedną ze ścian pryzmatu przyległą do kąta łamiącego, załamuje się na niej pod innym kątem i biegnie inną prędkością wewnątrz pryzmatu, przechodzi przez pryzmat i wychodząc powtórnie się załamuje, tworząc barwną wiązkę rozbieżną (patrz rys.D.1)

Bieg wiązki monochromatycznej światła w pryzmacie.

Wiązka światła monochromatycznego przebywając drogę wewnątrz pryzmatu odchyła się od swego pierwotnego biegu o kąt  $\varepsilon$ . Wartość tego kąta zależy od kąta padania wiązki na ścianę pryzmatu  $\alpha_1$  i współczynnika załamania światła materiału pryzmatu dla danej długości fali  $n_\lambda$  (lub częstotliwości  $\nu$ ). Istnieje taki kąt  $\alpha_1$  (dla danego pryzmatu), że kąt  $\varepsilon$  osiąga wartość minimalną  $\varepsilon_{\min}$ . Można udowodnić, że dla tego szczególnego kąta, wiązka światła monochromatycznego biegnie w pryzmacie prostopadle do dwusiecznej kąta łamiącego, a więc „symetrycznie”, z czego wynika zależność, że kąt padania  $\alpha_1$  i kąt wyjścia wiązki z pryzmatu  $\alpha_2$  są sobie równe ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ). Na tej właściwości pryzmatu opiera się sposób wyznaczania dyspersji optycznej materiału  $D_n$  zwany metodą pomiaru kąta najmniejszego odchylenia  $\varepsilon_{\min}$ .

Dowód na warunek osiągnięcia przez kąt odchylenia  $\varepsilon$  wartości minimalnej może być przeprowadzony zarówno na drodze geometrycznej jak i analitycznie. Przytoczmy tu dowód analityczny [2]:

Różniczkujemy wzór określający zależność kąta odchylenia  $\varepsilon$  od kąta padania  $\alpha_1$  (patrz rys.4 i wzór 12c:  $\varepsilon = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi$ ) względem  $\alpha_1$ :

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}, \text{ a dla minimum: } \frac{d\varepsilon}{d\alpha_1} = 0, \text{ skąd: } \Rightarrow 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = 0 \quad (D1)$$

Z warunku określającego zależność pomiędzy kątem łamiącym pryzmatu, a kątem załamania  $\beta_1$  i kątem padania na ścianę wyjściową  $\beta_2$  (patrz rys.4 i wzór 12b) :  $\beta_1 + \beta_2 = \varphi$  , znajdujemy, obliczając pochodną względem  $\alpha_1$  :

$$\frac{d\beta_1}{d\alpha_1} + \frac{d\beta_2}{d\alpha_2} = 0 \quad (D2)$$

Ale  $\sin\alpha_1 = n \cdot \sin\beta_1$  oraz  $\sin\alpha_2 = n \cdot \sin\beta_2$  (patrz wzór (3)). Różniczkując te zależności względem  $\alpha_1$  znajdujemy:

$$(a) \quad \cos\alpha_1 = n \cdot \cos\beta_1 \frac{d\beta_1}{d\alpha_1} \quad \text{oraz} \quad (b) \quad \cos\alpha_2 = n \cdot \cos\beta_2 \frac{d\beta_2}{d\alpha_1} \quad (D3)$$

Z zależności (D1) i (D2) mamy:

$$\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = -1 \quad \text{oraz} \quad \frac{d\beta_2}{d\alpha_1} = -\frac{d\beta_1}{d\alpha_1} \quad (D4)$$

Podstawiając otrzymane zależności (D4) do wzoru (D3(b)) znajdujemy:

$$\cos\alpha_2 = n \cdot \cos\beta_2 \frac{d\beta_1}{d\alpha_1} \quad (D5)$$

Dzieląc stronami otrzymaną zależność (D5) i (D3(a)) otrzymujemy:

$$\frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1} = \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} \quad (D6)$$

skąd po podniesieniu obu stron do kwadratu mamy:

$$\frac{1 - \sin^2\alpha_2}{1 - \sin^2\alpha_1} = \frac{1 - \sin^2\beta_2}{1 - \sin^2\beta_1} \quad (D7)$$

Przekształcając równanie (D7) z uwzględnieniem zależności (3) mamy:

$$n^2 \sin^2\alpha_2 + \sin^2\alpha_1 = n^2 \sin^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_2 \quad (D8)$$

skąd po przekształceniu otrzymujemy:

$$\sin^2\alpha_2 = \sin^2\alpha_1 \quad (D9)$$

Oba kąty  $\alpha$  są dodatnie i ostre. Wynika stąd:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad \text{oraz} \quad \beta_1 = \beta_2 \quad (D10)$$

Dzieląc stronami przez siebie wzory (D3), przy uwzględnieniu (D10), mamy:

$$\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = -\frac{\cos\beta_2 \cdot \cos\alpha_1}{\cos\beta_1 \cdot \cos\alpha_2} \quad (D11)$$

Obliczając drugą pochodną wyrażenia (D11) względem  $\alpha_1$  i uwzględniając (D3) oraz (12c) znajdujemy, że dla  $\alpha_1 = \alpha_2$  oraz  $\beta_1 = \beta_2$  – druga pochodna  $\frac{d^2\alpha_2}{d\alpha_1^2} > 0$  co oznacza, że mamy do czynienia z minimum odchylenia  $\varepsilon$  promienia świetlnego przez pryzmat.

Zdolność rozdzielcza pryzmatu  $R_\lambda$  t.j. zdolność rozseparowania blisko siebie położonych linii widmowych o długości fali  $\lambda$  i  $\lambda + \delta\lambda$ , definiowana jako:

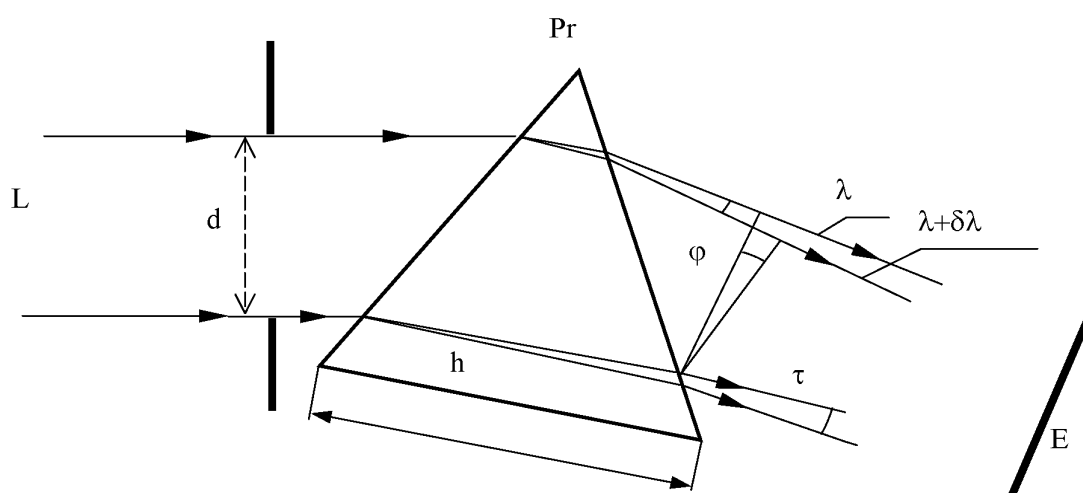
$$R_\lambda = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (\text{D12})$$

uwarunkowana jest zjawiskiem dyfrakcji.

Wiadomo, że jeśli wiązka światła pada na szczelinę to ulega ona dyfrakcji. Gdy wiązka padająca na szczelinę jest równoległa, wówczas dla długości fali  $\lambda$  kąt ugięcia  $\varphi$ , pod którym wystąpi pierwsze minimum dany jest wzorem:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{d} \quad (\text{D13})$$

gdzie  $d$  jest szerokością szczeliny.



**Rys.D.2** Konstrukcja do określenia zdolności rozdzielczej pryzmatu: L – źródło światła, Pr – pryzmat, E – ekran

Rozpatrzmy wiązkę światła padającego na pryzmat pod kątem najmniejszego odchylenia (rys.D2). Wiązka ta ma wymiary ograniczone wymiarami pryzmatu, szerokość wiązki  $d$  odgrywa rolę szczeliny, na której następuje ugięcie. Przypomnijmy dalej, że światło padające na pryzmat składa się z dwóch wiązek: jednej o długości fali  $\lambda$  i współczynniku załamania  $n$ , oraz drugiej o długości fali  $\lambda + \delta\lambda$  i współczynniku załamania  $n + \delta n$ . Dla promieni biegnących w pobliżu podstawy pryzmatu różnica dróg optycznych przez te dwie wiązki wynosi  $\delta s = h \cdot \delta n$ , gdzie  $h$  – jest długością podstawy pryzmatu. Czoła fali odpowiadające tym wiązkom utworzą ze sobą kąt  $\tau$ , przy czym, jak widać z rys.D.2, zachodzi związek:

$$\sin \tau = \frac{\delta s}{d} = - \frac{h \delta n}{d} \quad (\text{D14})$$

Znak „minus” pojawia się, gdyż  $\delta n < 0$ . Obrazy szczeliny dawane przez te dwie wiązki zostaną rozdzielone wówczas, gdy kąt  $\tau$  będzie co najmniej równy kątowi  $\nu$ , określającemu odległość między maksimum centralnym i pierwszym minimum uzyskanymi dzięki dyfrakcji światła na pryzmacie, stanowiącym diafragmę o szerokości  $d$ . Stąd też warunek na rozdzielenie dwóch

obrazów otrzymamy porównując (D13) i

$$\frac{-h\delta n}{d} = \frac{\lambda}{d} \quad (D15)$$

skąd znajdujemy wzór na zdolność rozdzielczą pryzmatu  $R$  (patrz D12):

$$R_{\lambda} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = -h \frac{\delta n}{\delta\lambda} = -h \cdot D_n \quad (D16)$$

Z (D16) wynika, że zdolność rozdzielczą pryzmatu  $R_{\lambda}$  jest proporcjonalna do długości podstawy pryzmatu  $h$  i szybkości zmiany współczynnika załamania wraz ze zmianą długości fali, czyli tzw. dyspersji ośrodka lub dyspersji materiałowej  $D_n$ .

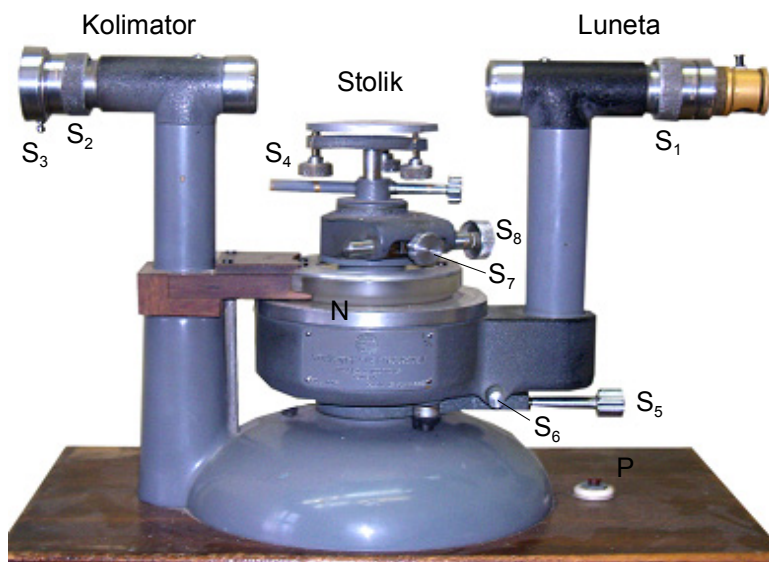
## SPEKTROMETR.

### Wprowadzenie.

Spektrometr jest przyrządem pomiarowym pozwalającym – w ogólności – na określenie rozkładu natężenia  $I$ , promieniowania elektrycznego (np. światła) w funkcji długości fali  $\lambda$ , czyli na sporządzenie widma (spectrum)  $I = f(\lambda)$ . Każdy spektrometr, aby właściwie spełniał swoje zadania musi być wyskalowany za pomocą źródła promieniowania o znanym widmie (np. za pomocą lampy neonowej, rtęciowej itp.). Oznacza to, że w przyrządach dyspersyjnych należy jednoznacznie przyporządkować kąt pomiaru  $\varphi$  – długości fali  $\lambda$  (zależność:  $\varphi = f(\lambda)$ ).

### Opis spektrometru laboratoryjnego.

Używane w naszym laboratorium proste spektrometry dyspersyjne nie mają wbudowanych fotoczułych detektorów dla określenia rozkładu natężenia światła, a jedynie pozwalają na bezpośrednią obserwację badanych widm i pomiar położenia katowego poszczególnych linii. Spektrometr z następujących elementów (rys.1):



**Rys.1** Schemat spektrometru laboratoryjnego;  $O$  – okular,  $S_1$  – pierścień przesuwający soczewkę lunety,  $S_2$  – pierścień przesuwający soczewkę kolimatora,  $S_3$  – regulacja szerokości szczeliny,  $S_4$  – śrubki regulacyjne blatu stolika,  $S_5$  – śruba blokująca lunetę,  $S_6$  – leniwka lunety,  $S_8$  – leniwka stolika,  $S_7$  – śruba blokująca stolik,  $N$  – noniusz,  $P$  – podświetlenie noniusza.

- a) **Kolimator** tj. rura, która posiada na jednym końcu szczelinę, a na drugim soczewkę zbierającą. Szczelina, której szerokość regulujemy śrubą  $S_3$  jest oświetlona ze źródła światła (np. światłem białym lub monochromatycznym) i musi znajdować się w ognisku soczewki, ponieważ wtedy promienie wychodzące z kolimatora tworzą wiązkę równoległą.
- b) **Luneta**. Obiektów lunety daje obraz rzeczywisty szczeliny w płaszczyźnie swej ogniskowej. Obraz ten jest przedmiotem dla okularu lunety. Okular O, przez który patrzymy, działa jak lupa, dając obraz urojony, powiększony. Luneta wyposażona jest w tzw. krzyż z nici pajęczych, pomagający w ustaleniu położenia lunety względem obrazu szczeliny. Położenie lunety można odczytać za pomocą skali kątowej z noniusem (dokładność odczytu  $\Delta\varphi = 2'$ );
- c) **Stolik** służy do umieszczania na nim elementów optycznych.

### Regulacja spektrometru.

- a) Wsuwając czy wysuwając okular znajdujemy ostry obraz krzyża z nici pajęczych. Następnie ustawiamy lunetę na nieskończoność tj. znajdujemy w lunecie ostry obraz odległego przedmiotu (pokręcając pierścieniem  $S_1$  na obudowie lunety).
- b) Kolimator. Rozszerzamy szczelinę pokrętkiem  $S_3$ , oświetlamy ją i obserwujemy w lunecie obraz jej brzegów. Ostrość regulujemy pierścieniem  $S_2$  na kolimatorze. Ponieważ luneta jest nastawiona na ostrość widzenia obrazu wytworzonego przez promienie prawie równoległe, sprawdzaniem równoległości wiązki wychodzącej z kolimatora będzie ostry obraz brzegów szczeliny. Po tym ustawieniu, szczelinę zewężamy śrubą  $S_3$ .
- c) Stolik. Aby spektrometr działał prawidłowo stolik, na którym umieszcza się pryzmat czy siatkę dyfrakcyjną – należy spoziomować. Stolik poziomujemy ustawiając oczy na wysokości stolika, tak, aby widzieć płaszczyznę stolika jako jedną kreskę i sprawdzamy, czy przy obrocie stolika wokół własnej osi nie ukazuje się nam widok płaszczyzny blatu stolika. Jeśli tak się dzieje, to doprowadzamy do poziomowania stolika za pomocą trzech śrub  $S_4$ , na których jest on wsparty. Czynność powtarzamy wielokrotnie, aż do osiągnięcia pożądanego wyniku.

Aby zwiększyć dokładność pomiaru (dokładność określenia położenia kąтового lunety) dokonujemy na obu noniuszach  $N_1$  i  $N_2$ .



Na wewnętrznym pierścieniu znajduje się  $1^\circ$  podzielony na 30 części. Poszukujemy 2 kresk na wewnętrznym i zewnętrznym pierścieniu tworzących linię. Wówczas z wewnętrznego pierścienia odczytujemy wartość minut. Przykład na górze przedstawia kąt o mierze  $292^\circ 16' \pm 2'$ .

Przy pomiarze należy zwrócić uwagę na to, by skrzyżowanie nici pajęczych przechodziło przez środek szerokości obrazu szczeliny, która powinna być możliwie wąska. Aby dokładnie naprowadzić krzyż na środek obrazu, posługujemy się leniwką (śrubą  $S_6$  przesuwającą lunetę o mały kąt, działającą po uprzednim zablokowaniu lunety śrubą  $S_5$ ).