

Algoritmos y Estructuras de Datos

Cursada 2025

Ejercitación de Árboles Binarios, de Expresión y Generales

- 1.- Dado un árbol binario T cuyo recorrido postorden es A G F E B ^{AI LD raíz} I H C D ^R y su recorrido inorden es A B G E F D ^{SI} J H I C ^{SD} ¿cuántos son los descendientes del nodo "C"? ^{RSD}
- (a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) ninguna de las anteriores

- 2.- Defina árbol binario completo y árbol binario lleno. Ejemplifique. ¿Es verdad que todo árbol binario completo es lleno? ¿Y viceversa?

- 3.- Suponga que para un árbol binario T con N nodos ($N > 1$), el último nodo en postorden es el mismo que el último nodo en inorden, ¿qué se puede concluir? ^{No tengo subA. Derecho raíz}
- (a) El subárbol izquierdo de T es vacío
 (b) El subárbol derecho de T es vacío ^{Post _____ X}
 (c) Ningún nodo en el árbol tiene dos hijos ^{In _____ X}
 (d) Hay a lo sumo 3 nodos en el árbol ^{SI SD}

- 4.- Se han estudiado los distintos recorridos de un árbol binario. Abajo se muestra un código que combina dos de ellos. ¿Cuál es el resultado si se llama con la raíz del árbol de la figura?

→ C

→ A

→ D

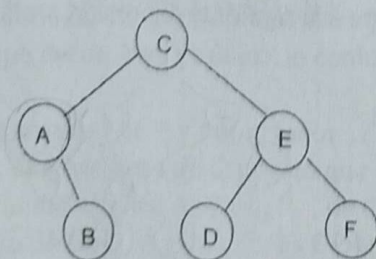
→ B

→ E

→ F

```
public void traverse(ArbolBinario<T> a) {
    if (!a.esVacio()) {
        System.out.print(a.getDato()); C A B E D F
        if (a.tieneHijoIzquierdo())
            traverse(a.getHijoIzquierdo());
        if (a.tieneHijoDerecho())
            traverse(a.getHijoDerecho());
        System.out.print(a.getDato()); B A D F E C
    }
}
```

C A B B A E D D F F E C



5.- Evalúe la siguiente expresión postfija y determine cuál es el resultado.

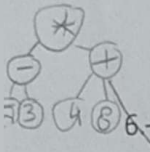
6 5 7 3 4 8 6 5 * 7 3 - 4 8 + * +

(a) 78

(b) 66

(c) 34

(d) 44



6.- Elija la expresión algebraica almacenada en el siguiente árbol:

$((a-b)/c) + (d * e)$

- (a) $((a-b/c) + d * e)$
- (b) $((a-b)/(c+d) + d * e)$
- (c) $((a-b/c) + (d * e))$
- (d) $((a-b)/c) + (d * e)$

$((a-b)/c) + (d * e)$

7.- ¿Cuál es el número mínimo de nodos en un árbol binario completo de altura

2^0
 2^1
 2^2
 2^3

4?

$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 1 = 1 + 2 + 4 + 8 + 1 = 16$

(a) 10

(b) 15

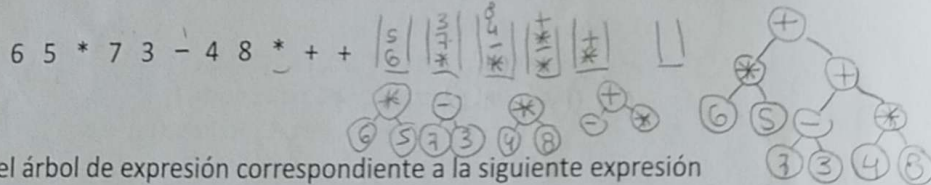
(c) 12

(d) 31

(e) 16

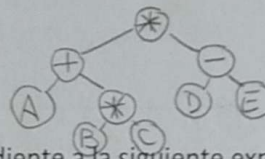
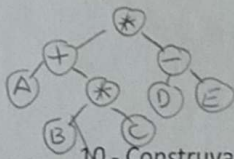
$1 + 2 + 4 + 8 + 1 = 16$

8.- Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión postfija.



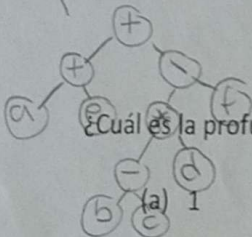
9.- Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión

infija. $(A + (B * C)) * (D - E)$



10.- Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión prefija

$++ae/*-bcd f$



¿Cuál es la profundidad del nodo d?

(a) 1

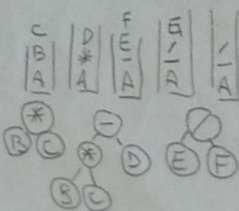
(b) 2

(c) 3

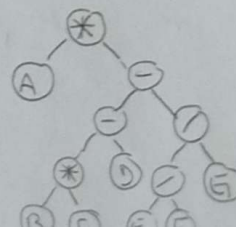
(d) 4

11.- Obtenga la expresión prefija de la siguiente expresión postfija:

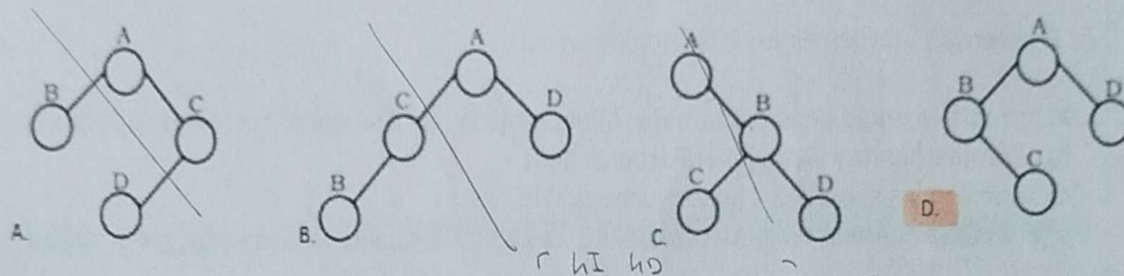
$ABC * D - EF / G$



$ABC * D - EF / G$



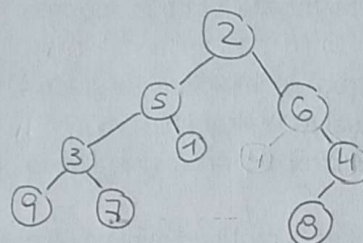
12.- ¿Cuál de los siguientes árboles binarios tiene su recorrido inorden BCAD y preorden ABCD?



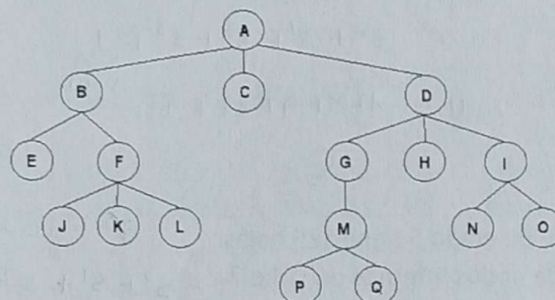
13.- Reconstruya el árbol binario T cuyo recorrido **preorden** es $\hat{2} \hat{5} \hat{3} \hat{9} \hat{7} \hat{1} \hat{6} \hat{4} \hat{8}$ y su recorrido **inorden** es $\underline{9} \underline{3} \underline{7} \underline{5} \underline{1} \underline{2} \underline{6} \underline{8} \underline{4}$.

14.- En un árbol binario lleno, si hay L hojas, entonces el número total de nodos N es:

- a) $N = 2 * L$
- b) $N = L + 1$
- c) $N = L - 1$
- d) $N = 2 * L - 1$



15.- La siguiente figura muestra un árbol general:



(a) Complete los blancos de las sentencias con la terminología vista en clase.

- i. ...A... es la raíz del árbol.
- ii. ...A... es padre de B, C y D.
- iii. ...E... y ...F... son hermanos, puesto que ambos son hijos de B.
- iv. ...E, J, K, L, C, P, Q... y ...H, N, O... son las hojas del árbol.
- v. El camino desde A a J es único, lo conforman los nodos ...A, B, F, J... y es de largo ...3....
- vi. ...M... es ancestro de P, y por lo tanto ...P... es descendiente de D.
- vii. L no es descendiente de C, puesto que no existe ...UN CAMINO... desde C a L.
- viii. La profundidad/nivel de C es ...1..., de F es ...2... y de ...P... es 4.
- ix. La altura de C es ...3..., de ...M... es 1 y de D es ...3....
- x. La altura del árbol es 4 (largo del camino entre la raíz y la hoja).

(b) Aplique los recorridos:

- i. en profundidad
 - a) preorden
 - b) inorden
 - c) postorden
- ii. por niveles

16.- ¿Cuál es el número mínimo y máximo de nodos de un árbol general completo de altura h y grado k ?

17.- El recorrido inorden en un árbol general visita:

- a) Primero la mitad de los subárboles hijos, luego la raíz y luego los restantes subárboles hijos
- b) Primero la raíz y luego los subárboles hijos
- c) Primero los subárboles hijos y luego la raíz
- d) Primero el subárbol hijo más izquierdo, luego la raíz y luego los restantes subárboles

18.- En un árbol general, la profundidad de un nodo n_1 es.....

- a) La longitud del único camino que existe entre la raíz y el nodo n_1
- b) La longitud del camino más largo que existe entre el nodo n_1 y una hoja
- c) La cantidad de nodos hijos del nodo n_1
- d) Ninguna de las otras opciones

19.- Un árbol general lleno de grado 4, tiene 21 nodos. $4^0 + 4^1 + 4^2 = 1 + 4 + 16 = 21$

- a) ¿Cuál es la altura del árbol? $h = 2$
- b) Desarrolle el proceso realizado para obtener la respuesta anterior

20.- ¿Cuál es la cantidad mínima de nodos en un árbol general completo de grado 3 y altura 4?

- a) 40
- b) 41
- c) 121
- d) 122

$$3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 1 = 1 + 3 + 9 + 27 + 1 = 41$$

min

21.- Si un árbol general lleno de grado 5 tiene 125 hojas.

$$5^x = 125 \rightarrow x = 3$$

- a) ¿Cuál es la cantidad de nodos internos del árbol? $\rightarrow 5^0 + 5^1 + 5^2 = 1 + 5 + 25 = 31$
- b) Desarrolle el proceso realizado para obtener la respuesta anterior.

22.- ¿Cuál es la cantidad de nodos en un árbol general COMPLETO de grado 4 y altura 3?

- a) entre 16 y 21
- b) entre 22 y 85
- c) entre 22 y 64
- d) entre 16 y 64

$$4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3 = 1 + 4 + 16 + 64 = 85$$

21

EXERCITACIÓN AB, Ex. 5

① AB = T

Postorden AGFEBJHCD

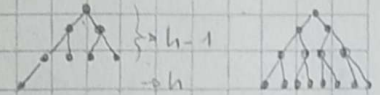
Inorden ABGEFJHIC

→ C es raíz del subárbol derecho, H, I, J son descendientes de C.

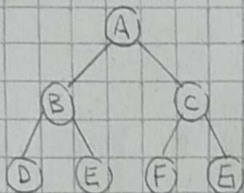
Quiero saber DESCENDIENTES del nodo "C". → $Rta = 3$

② ARBOL BINARIO COMPLETO = AB de altura h que es lleno de altura h-1 y el nivel h se completa de izquierda a derecha

ARBOL BINARIO LLENO = AB que todos los nodos internos tienen dos hijos y todos los hijos están al mismo nivel

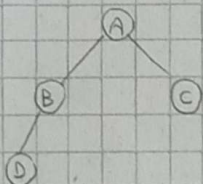


Todo árbol binario COMPLETO es LLENO, en particular es un árbol completo con el nivel h lleno (cantidad de nodos en nivel $h = 2^h$)



→ Árbol completo de altura 2
Nivel 2 → 2^2 nodos → Árbol lleno

No todo AB LLENO es COMPLETO pues por ejemplo:

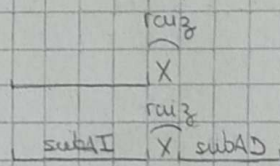


→ es lleno pero no completo pues sus hijos no están todos al mismo nivel.

③ AB T, N nodos ($N > 1$)

Postorden (hI, hD, raíz)

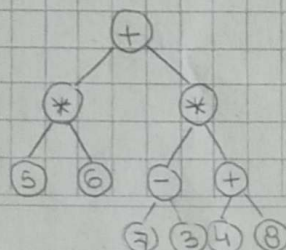
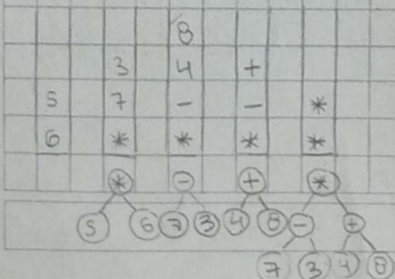
Inorden (hI, raíz, hD)



$Rta =$ si el último nodo es igual en ambos recorridos y $N > 1$ entonces el árbol T no tiene subárbol derecho

④ $Rta = CABBAEDDFEC$

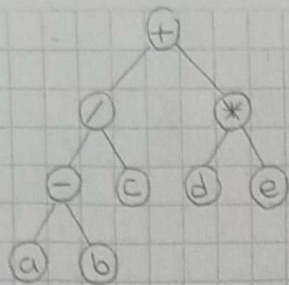
⑤ Sea la expresión postfixa (hI, hD, raíz) 6 5 * 7 3 - 4 8 + * +



→ $(5 * 6) + [(7 - 3) * (4 + 8)]$
 $30 + (4 * 12)$
 $30 + 48$
 78

$Rta = 78$

⑥



$$\rightarrow ((a-b)/c) + (d*e)$$

⑦ Numero mínimo de nodos en un AB COMPLETO de altura 4.

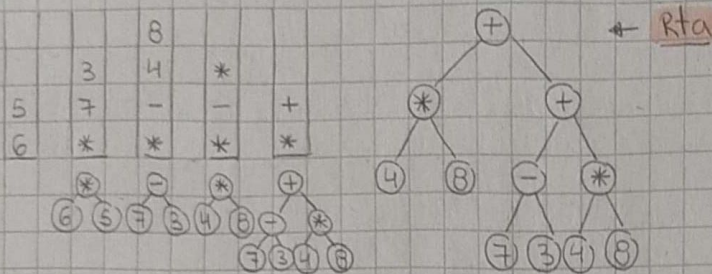
$$N_0 = 2^0 \rightarrow 1 + 2 + 4 + 8 + \underbrace{1}_{N_4} = 16 \text{ nodos}$$

$$N_1 = 2^1$$

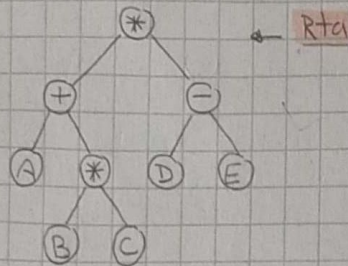
$$N_2 = 2^2$$

$$N_3 = 2^3$$

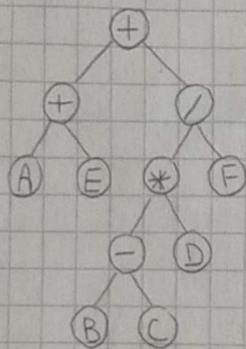
⑧ Sea la expresión postfija 6 5 * 7 3 - 4 8 * + + Buscar el AB T



⑨ Sea la expresión INFIXA $(A + (B * C)) * (D - E)$ el AB T zero



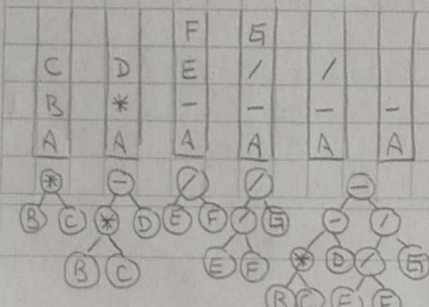
⑩ Dada la expresión PREFIJA ++AE/*-BCDF el AB de Ex zero



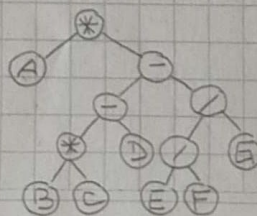
Profundidad del nodo D = 3

OPERADOR + / -
OPERANDO A, B

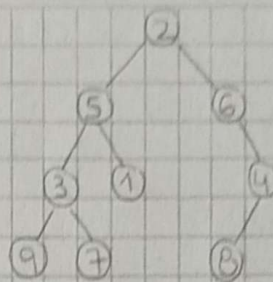
⑪ Dada la expresión POSTFISA ABC*D-EF/G/-* la convertimos en PREFIJA



PREFIJA = *A--*BCD//EF5



13) Preorden: 2 5 3 9 7 1 6 4 8
Inorden: 9 3 7 5 1 2 6 8 4



14) AB Lleno L hojas

$$N_0 = 2^0$$

$$N_1 = 2^1$$

$$N_h = 2^h = L$$

$$Rta = 2L - 1$$

$$Total \rightarrow 2^h + 2^{h-1} + 2^{h-2} + \dots + 2^0$$

$$h=3 \rightarrow 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$$

15) b

PREORDEN \rightarrow A B E F J K L C D G H P Q N I N O

INORDEN \rightarrow E B J F K L A C P H Q G D H N I O

POSTORDEN \rightarrow E J K L F B C P Q M G H N O I D

NIVELES \rightarrow A B C D E F G H I J K L M N O P Q

16) Numero mínimo y máximo de nodos de un AG Completo de altura h y gr k .

$$N_0 = k^0$$

$$N_1 = k^1$$

$$\vdots$$

$$N_{h-1} = k^{h-1}$$

$$N^o \text{ nodos} = k^0 + k^1 + k^2 + \dots + k^{h-1}$$

$$N^o \text{ mínimo} = \frac{k^h + k - 2}{k - 1}$$

$$N^o \text{ máximo} = \frac{k^{h+1} - 1}{k - 1}$$

19) AG Lleno, gr=4 con 21 nodos

$$N_0 = 4^0$$

$$N_1 = 4^1$$

$$N_2 = 4^2$$

$$1 + 4 + 16 = 21 \text{ nodos}$$

$$Rta = \text{el AG es de altura } 2$$

20) AG Completo gr=3 y $h=4$, quiero saber cantidad de nodos

$$N^o \text{ nodos} = 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121 \text{ nodos}$$

$$\left[\sum_{i=0}^4 3^i = 121 \right]$$

21) AG Lleno, $gr = 5$, 125 hojas, queremos saber la cantidad de nodos internos, para eso primero hay que averiguar la altura h .

$$125 = 5^h \rightarrow \sqrt[h]{125} = 5 \rightarrow h = 3$$

$$\text{Luego } N^{\circ} \text{ nodos internos} = \sum_{i=0}^{h-1} 5^i = 5^0 + 5^1 + 5^2 = 1 + 5 + 25 = 31 \text{ nodos internos}$$

22) N° nodos AG Completo, $gr = 4$, $h = 3$

↳ AG Lleno de $gr = 4$ y $h = 2$ + cantidad de nodos del último nivel ($1 \leq n^{\circ} \leq 4^3$)

$$\sum_{i=0}^2 4^i + n_{\text{uv}} \begin{cases} \rightarrow 21 + 1 = 22 \\ \rightarrow 21 + 4^3 = 85 \end{cases} \quad \text{Rta} = \text{la cantidad de nodos es entre 22 y 85}$$