MATE III

MATEMÁTICA 3

Práctica (1) → Espacios muestrales y eventos - Asignación de probabilidades

(1) Lanzo par de dados, uno verde y uno rojo y registro números que salen.

x = resultado en el dado verde.
e = resultado en el dado rojo.

quiero describir el ESPACIO MUESTRAL S.

a) Por extensión

Para un dado el espacio muestral $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Como son dos dados el espacio muestral es el conjunto de todos los pares ordenados (x, e) entonces

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots (6,6)\}$

S tiene un total de $\underbrace{6}_{\text{dado verde}} \times \underbrace{6}_{\text{dado rojo}} = 36$ elementos.

b) Por compensión [otro modo] $S = \{(x,e) / x, e \in \{1,2,3,4,5,6\}\}$

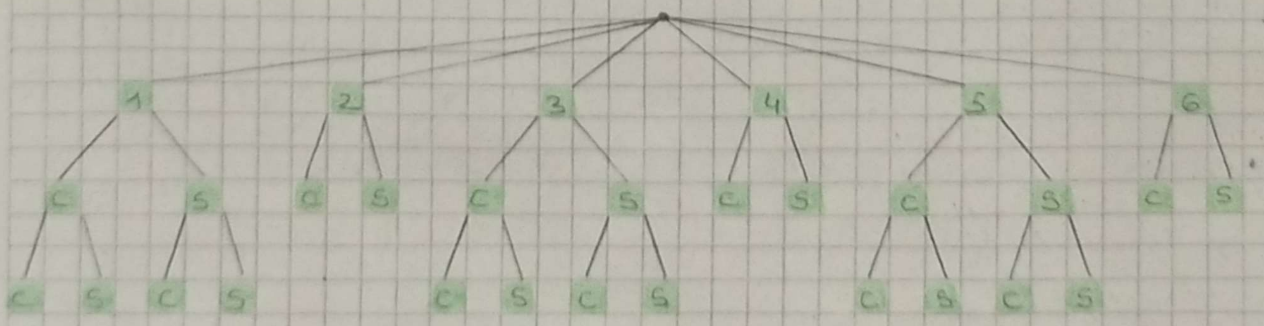
$S = \{(x,e) / x \in \{1,2,3,4,5,6\} \wedge e \in \{1,2,3,4,5,6\}\}$

→ (2) Lanzar un dado par $S = \{2, 4, 6\}$, impar $S = \{1, 3, 5\}$

Lanzar moneda 1 vez $S = \{C, S\}$ 2 veces $S = \{CC, CS, SC, SS\}$

Elementos de $S = 18$ → $\underbrace{3}_{\text{par}} \times \underbrace{2}_{\text{1 vez}} + \underbrace{3}_{\text{impar}} \times \underbrace{4}_{\text{2 veces}} = 6 + 12 = 18$

Diagrama de árbol



$S = \{1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S, 3CC, 3CS, 3SC, 3SS, 4C, 4S, 5CC, 5CS, 5SC, 5SS, 6C, 6S\}$

3) 4 estudiantes seleccionados al azar F = femenino, M = masculino

a) Por extension (pide listar elementos)

$S_1 = \{$ FFFF, FFFM, FFMF, FFMM, FMFF, FMFM, FMMF, FMMM, MFFF, MFFM, MFMF, MFMM, MMFF, MMFM, MMMF, MMMM $\}$

Elementos $S_1 = 16 \rightarrow 2^4$

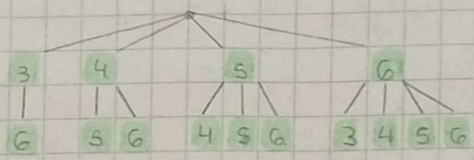
b) Elementos de S_2 representan el NUMERO de mujeres seleccionadas

$S_2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

4) Mirando el ejercicio 1 me pide listar los siguientes eventos (por extension.

a) A = la suma de los números es mayor que 8.

$A = \{(3,6), (6,3), (4,5), (4,6), (6,5), (6,4), (5,4), (5,5), (5,6), (6,6)\}$



b) B = saco un dos de cualquier lado.

$B = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (6,2), (5,2), (4,2), (3,2), (1,2)\}$

c) C = Numero mayor que 4 en el verde (siendo los pares $(x, \underset{\text{verde}}{e})$

$C = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

d) $A \cap C = \{(6,3), (6,4), (6,5), (6,6), (5,4), (5,5), (5,6)\}$

e) $A \cap B = \emptyset$ pues si uno de los dados saca 2 (evento B) jamás la suma de ambos dados sera MAYOR a 8 (evento A).

f) $B \cap C = \{(5,2), (6,2)\}$

5) Mirando el ejercicio 2 listar los siguientes eventos.

a) A = en el dado sale un número menor que 3.

$A = \{$ 1CC, 1CS, 1SC, 1SS, 2C, 2S $\}$

b) B = ocurren dos secas.

$B = \{$ 1CC, 3CC, 5CC $\}$

c) $A^c = \{$ 3CC, 3CS, 3SC, 3SS, 4C, 4S, 5CC, 5CS, 5SC, 5SS, 6C, 6S $\}$

d) $A^c \cap B = \{$ 3cc, 5cc $\}$

e) $A \cup B = \{$ 1cc, 1cs, 1sc, 1ss, 2c, 2s, 3cc, 5cc $\}$

6) Suponiendo que el espacio muestral S del punto 1) es equiprobable busco las probabilidades

a) P(A)

El evento A tiene 10 elementos

El número total de resultados posibles es 6x6 = 36

Entonces $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

$P(S) = 1$

S es equiprobable → $P(\{1,1\}), P(\{1,2\}) \dots P(\{6,6\}) = \frac{1}{36}$ pues son 36 posibles eventos, todos equiprobables.

$P(A) = \frac{10}{36} *_1 \rightarrow \frac{5}{18}$

$*_1$ el evento A tiene 10 posibles resultados sobre un total de 36 posibles resultados del espacio muestral

b) $P(B) = \frac{11}{36}$ → 11 posibles resultados del evento B frente a 36 resultados del espacio muestral

c) $P(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

d) $P(A \cap C) = \frac{7}{36}$

7) 5 novelas, 3 poemas, 1 diccionario → 9 elementos.

S es equiprobable y supongo que no importa el orden en que saco los libros (ni los vuelvo a su lugar una vez que los saco) Entonces

$\#S = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!\,6!} = 84$

a) A = posibilidades de sacar el diccionario (y dos más cualquiera)

$\#A = \binom{8}{2} = \frac{8!}{2!\,(8-2)!} = \frac{8!}{2!\,6!} = 28$.

8 → libros restantes (sin contar diccionario)
2 → libros que saco (además del diccionario)

Luego $P(A) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{28}{84} = \frac{1}{3}$

b) B = posibilidades de sacar 2 novelas y 1 libro de poemas

$B_N = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{20}{2} = 10$ → Posibilidades de seleccionar 2 novelas de las 5 que hay

$B_P = \binom{3}{1} = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{3!}{2!} = 3$ → Posibilidades de seleccionar 1 poema de los 3 que hay

$B = B_N \times B_P = 10 \times 3 = 30$ → El número TOTAL de formas de seleccionar 2 novelas y 1 poema es el PRODUCTO DE LAS DOS COMBINACIONES.

Luego

$P(B) = \frac{\#B}{\#S} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$

8) Dado 8 caras
1 → 2 caras
2 → 3 caras
3 → 2 caras
4 → 1 cara

REHECHO

NO ES EQUIPROBABLE REHACER

No puede haber elementos repetidos en un conjunto

a) Espacio muestral $S = \{1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4\}$ $\#S$ 4 elementos.

?? Así o [$S = \{1, 2, 3, 4\}$??]

ES ASÍ

b) Probabilidad de que salga número par $\underbrace{\#A = 2}$

$P(A) = 2/4 = 1/2$

Subconjunto de los nº pares

c) Si el dado estuviera cargado → 4 tiene doble probabilidad que el resto

NO CAMBIA S, sólo cambian las probabilidades de que salga cada resultado (en lugar de 1/8 probabilidades de que salga 4, tendría 1/4 de probabilidad).

?? Es así?

9) Dado normal → lanzo 5 veces, probabilidad de sacar 4 veces el mismo número

5 lanzamientos → 4 iguales, → 1 cualquiera

$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \underbrace{\frac{5}{6}}_{\text{cualquiera}} = \frac{1}{6^4} \times \frac{5}{6}$

6 posibles números para el que se repita

5 posibles posiciones para el número distinto

$1/6^4$ probabilidad de que 4 lanzamientos tengan el mismo número

5/6 probabilidad de que un lanzamiento sea distinto

Entonces $P(A) = 6 \times 5 \times \frac{1}{6^4} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{6^4}$ → Probabilidad total

(10) 50 cartas numeradas 1 a 50 $\#S = 50$

- Número divisible por 5 = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 $\#A = 10$

$P(A) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$ posibilidades.

- Número termine en 2 = 2, 12, 22, 32, 42 $\#B = 5$

$P(B) = \frac{\#B}{\#S} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$ posibilidades

(11) 3 parejas de casados en 6 asientos (aleatorio)

(a) __ __ __ __ __ Pensamos a Pablo y María como 1 posición
PyM

- N° total formas sentarse = n° permutaciones = 6!
- Suponemos a Pablo y María fijos en la izquierda y contamos n° de permutaciones de las otras 4 personas = 4! Luego multiplicar por 2 (permutaciones entre Juan y María)

Luego, $P(A) = \frac{2 \times 4!}{6!} = \frac{2}{5 \times 6} = \frac{1}{15}$ probabilidades.

(b) Pienso a Pablo y María como una posición y permuto 5 lugares. me da 5!

permutación c/ Juan y María

Luego $P(B) = \frac{5! \times 2}{6!} = \frac{1}{3}$ probabilidades.

(12) Lugar para computadora

Dormitorio Adultos $[D_A] = 0.03$
Dormitorio Niños $[D_N] = 0.15$
Dormitorio otro $[D_O] = 0.14$
Estudio $[E] = 0.4$
otro $[O] = 0.28$

$P(S) = D_A + D_N + D_O + E + O = 1$

$P(D) = D_A + D_N + D_O$

$= P(S) - E + O$

$= 8/25$ probabilidad en dormitorio

$P(O) = E + O = P(S) - P(D)$

$= 1 - 8/25$

$= 17/25$ probabilidad de que este en otro lado.

8 EJERCICIO REHECHO

Dado un dado con 8 caras

→ 2 caras
→ 3 caras
→ 2 caras
→ 1 cara

El espacio muestral NO ES EQUIPROBABLE

a) Espacio muestral $S = \{1, 2, 3, 4\}$ $\#S$ tiene 4 elementos

b) Probabilidad de que salga número par.

$P(\{1\}) \rightarrow \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $P(\{2\}) \rightarrow \frac{3}{8}$

$P(\{3\}) \rightarrow \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $P(\{4\}) \rightarrow \frac{1}{8}$

Sabemos que $P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) = 1$

$$1/4 + 3/8 + 1/4 + 1/8 = 1$$

$$\rightarrow P(\{2\}) + P(\{4\}) = 3/8 + 1/8 = 4/8 = 1/2$$

c) Si el dado estuviera cargado, 4 tiene doble probabilidad que el resto

$P(\{1\}) = 2j$
$P(\{2\}) = 3j$
$P(\{3\}) = 2j$
$P(\{4\}) = 9 = 2j$

$\rightarrow P(S) = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) = 9j = 1 \rightarrow j = \frac{1}{9}$

Luego $P(\{2\}) + P(\{4\}) = 3j + 2j = (3+2) \cdot \frac{1}{9} = \frac{5}{9} \neq \frac{1}{2}$

La probabilidad de que salga número par CAMBIA, pero el espacio muestral sigue siendo el mismo.

13) Componente electronico

$P(A) = 0{,}42 \rightarrow$ funciona mas de 6000 hs

$P(A^c) = 1 - 0{,}42 \rightarrow$ Probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 hs.

$= 0{,}58$

$P(B) = 0{,}04 \rightarrow$ no dura más de 4000 hs

$P(B^c) = 1 - 0{,}04 \rightarrow$ probabilidad de que la vida del componente sea mayor a 4000 hs

$= 0{,}96$

c) A: el componente falla la prueba $P(A) = 0{,}2$

B: el componente se deforma pero no falla $P(B) = 0{,}35$

- $P(x)$ = "El componente NO FALLA" $= P(A^c) = 0{,}8$
- $P(y)$ = "El componente NO FALLA ni DEFORMA" $= P((A \cup B)^c) = 0{,}45$
- $P(z)$ = "El componente FALLA o DEFORMA" $= P(A \cup B) = 0{,}55$

14) sabemos que $P(A \cup B) = 3/4$ entonces buscamos

$P(A^c) = 2/3$

$P(A \cap B) = 1/4$

- $P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 2/3 = 1/3$
- $P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A)$

$= 3/4 + 1/4 - 1/3$

$= 2/3$

Propiedad

$* \; P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$

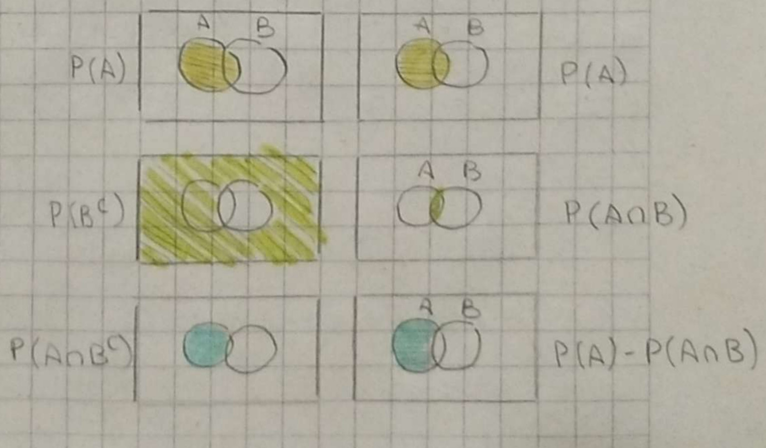
$= 1/3 - 1/4$

$= 4 - 3/12$

$= 1/12$

Propiedad

$* \; P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$??



(15) $P(A) = \dfrac{\text{área } A}{\text{área } S}$ → distancia a un vértice ≤ 1

$h^2 = c^2 + c^2$
$c = \sqrt{h^2 - c^2}$

• triángulo equilátero de lado = 3 $\quad b = 3/2 \quad h = \sqrt{3^2 - (3/2)^2}$

$= \sqrt{9 - 9/4}$

$= \sqrt{27/4}$

$= \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

◣ Área $= \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{8}$

▲ Área $= 9\sqrt{3}/4$ → Área S

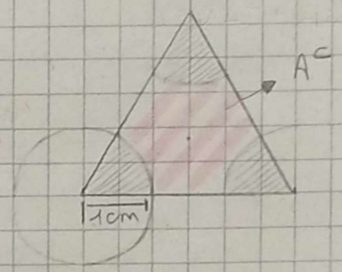
Usando la fórmula $\dfrac{\pi r^2 \alpha}{360}$

donde $r = 1$

$\alpha = 60°$ → $\dfrac{\pi . 1^2 . 60}{360} = \pi/6$

ángulos internos de triángulo equilátero

Como son 3 áreas (pues son 3 vertices)



$3 \times \pi/6 = \pi/2$ → área A

Luego $P(A) = \dfrac{\text{área } A}{\text{area } S} = \dfrac{\pi/2}{9\sqrt{3}/4} = \dfrac{2\pi}{9\sqrt{3}}$

Pero yo quiero saber cuál es la probabilidad que que la distancia al vértice sea MAYOR a 1 → $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{2\pi}{9\sqrt{3}} \simeq 0{,}59$

Práctica (2) → Probabilidad Condicional – Independencia

(1) ¿La suma de 2 dados es mayor que 10 si

a) A = "El primer dado es 5" $\quad P(A) = 1/6 \quad P(B) = 2/6$

B = "El segundo dado es 5 ó 6"

??

$P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{1/6 \times 2/6}{1/6} = \dfrac{1/18}{1/6} = \dfrac{6}{18} = \dfrac{1}{3}$

X b) B = "Aparece un 5 en uno de los 2 dados"

Para que se cumpla $(x, y) \geq 10$ → (4,6) (5,5) (5,6) (6,5) (6,6), (6,4)

3 posibilidades con un 5 → $P(B) = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$

36 posibilidades totales

2) 3 monedas normales. Probabilidad que sean todas caras si

a) A = la primer moneda es cara ({c,c,c}, {c,c,s}, {c,s,c}, {c,s,s})

$P(A) = 4/8$ $\#S = 8$ elementos. (2^3)

$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{1/8}{4/8} = \frac{8}{8\times 4} = \frac{1}{4}$ ⊛ ES EQUIPROBABLE

ACA VA LO QUE TENGO COMO INFORMACION

b) A = una de las monedas es cara $\#A = 7$ elementos

$P(A) = 7/8$

$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{1/8}{7/8} = \frac{1}{7}$

3) $A \Rightarrow x+y$ es par, $1 \leq x,y \leq 9$, $x,y \in \mathbb{N}$ considero sin repeticion

$B \Rightarrow x,y \in \{1,3,5,7,9\}$ son impares

Para que la suma sea par debo sumar → 2 numeros impares / → 2 numeros pares.

- Total de combinaciones posibles (elijo 2 para sumar de 9)

$$\binom{9}{2} = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2!\,7!} = \frac{9\times 8}{2} = 9\times 4 = 36 \text{ combinaciones } \#S$$

- Total casos donde la suma es par

→ sumando 2 impares (1, 3, 5, 7, 9)

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5\times 4}{2} = 10 \text{ posibilidades.}$$

→ sumando 2 pares (2, 4, 6, 8)

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} \quad \frac{4!}{2\times 2} = \frac{4\times 3}{2} = 6 \text{ posibilidades.}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{10/36}{16/36} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

4) sabemos que $P(A) = 1/2$ entonces
$P(B) = 1/3$
$P(A\cap B) = 1/4$

a) $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{1/3} = \frac{3}{4}$

b) $P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

c) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 1/2 + 1/3 - 1/4 = \frac{6+4-3}{12} = 7/12$

Escaneado con CamScanner

¿? Como hago

d) $P(A^c/B^c) = \dfrac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \dfrac{P((A \cup B)^c)}{P(B^c)}$ ⊜

$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 1/2 = 1/2$
$P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - 1/3 = 2/3$

De Morgan $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$

⊜ $\dfrac{1 - P(A \cup B)}{P(B^c)} = \dfrac{1 - 7/12}{2/3} = \dfrac{5/12}{2/3} = \dfrac{15}{24} = \dfrac{5}{8}$

e) $P(B^c/A^c) = \dfrac{P(B^c \cap A^c)}{P(A^c)} = \dfrac{P((A \cup B)^c)}{P(A^c)} = \dfrac{1 - P(A \cup B)}{P(A^c)} = \dfrac{1 - 7/12}{1/2} = \dfrac{5/12}{1/2} = \dfrac{5}{6}$

5) 12 niños A = escojo 3 niños al azar
4 niñas

Usamos teorema de la multiplicación

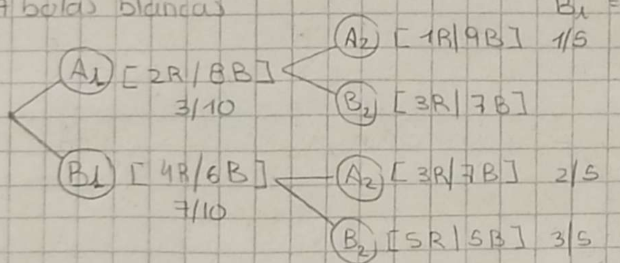
A_i = El i-esimo estudiante elegido es niño

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)\, P(A_2/A_1)\, P(A_3/A_2 \cap A_1)$

niños
$\dfrac{12}{16} \times \dfrac{11}{15} \times \dfrac{10}{14} = \dfrac{11}{28}$ → Considero sin reemplazo
total

6) 3 bolas rojas
7 bolas blancas

Eventos A_i = se extrae bolilla roja en i vuelta
B_i = se extrae bolilla blanca en i vuelta



Uso el TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

1º Vuelta
$P(A_1) = 3/10$
$P(B_1) = 7/10$

2º Vuelta
$P(A_2 | A_1) = 1/5$
$P(A_2 | B_1) = 2/5$

Por TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL → $P(A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) + P(B_1) \cdot P(A_2|B_1)$ ⊜

⊜ $3/10 \cdot 1/5 + 7/10 \cdot 2/5 = 3/50 + 14/50 = 17/50$

• Ambas bolas del mismo color → ¿Probabilidad de que los 2 sean blancos?

Eventos A = Ambas bolas del mismo color → A_B = Ambas blancas $7/10 \cdot 3/5 = 21/50$
B = Ambas bolas blancas → A_R = Ambas rojas $3/10 \cdot 1/5 = 3/50$

$P(A) = P(A_B) + P(A_R) = 21/50 + 3/50 = 24/50 = 12/25$ → Ambas mismo color

$P(A \cap B) = 21/50$ → Ambas blancas

Luego $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{21/50}{12/25} = \dfrac{21}{24} = \dfrac{7}{8}$

8) caja 1 — 2 (C), 3 (Ch) — $\underbrace{\qquad}_{5}$; caja 2 — 3 (C), 2 (Ch), 1 (B) — $\underbrace{\qquad}_{6}$

Evento A_i se extrae caramelo de coco de caja i

B ambos caramelos son de coco

A_i son EVENTOS INDEPENDIENTES

$P(A_1) = \frac{2}{5}$. $P(B) = P(A_1 \cap A_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{5}}$ → Probabilidad de que ambos caramelos sean de coco.

$P(A_2) = \frac{1}{2}$

- Evento B algún caramelo es de coco → B^c = NINGUNO es de coco

$P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - P(A_1 \cup A_2) \overset{Prop}{=} 1 - [P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)] =$

$= 1 - \left[\frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}\right)\right] = 1 - \left[\frac{4+5}{10} - \left(\frac{1}{5}\right)\right] = 1 - \frac{7}{10} = \boxed{\frac{3}{10}}$

- B = ambos caramelos son de coco → $P(B) = 1/5$

C = ambos caramelos son de chocolate $P(C) = 1/5$

$P(C) = P(D_1 \cap D_2) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$ / D_i = extraigo caramelo chocolate de caja i.

E = ambos caramelos iguales

$P(E) = P(B) + P(C) = 2/5$

E^c = los caramelos son diferentes

$P(E^c) = 1 - P(E) = 1 - 2/5 = \boxed{3/5}$

11) - Si $P(A|B) = 0.4$, $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.8$ → A y B NO son independientes, pues para que lo sean debe cumplirse que $P(A|B) = P(A)$, es decir, saber que B ocurrió no afecta la probabilidad de ocurrencia de A

- Si $P(A|B) = 0.3$, $P(B) = 0.8$, $P(A) = 0.3$ → Entonces A y B son eventos independientes pues, $P(A|B) = P(A) = 0,3$; y por consiguiente, si A y B son eventos independientes se cumple que A^c y B también son independientes

9) Eventos

S = El estudiante sabe la respuesta $P(S) = 0,8$

A = El estudiante contesta al azar $P(A) = 0,2$

C = El estudiante selecciona la respuesta correcta

$P(C|S) = 1$ → Contesta correcto dado que sabe la respuesta

$P(C|A) = 1/4$ → Contesta correcto dado que elige al azar (1/4 pues son 4 opciones)

Luego para saber P(C) usamos el TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

$P(C) = P(C|S).P(S) + P(C|A).P(A) = 1 . 4/5 + 1/4 . 1/5 = 4/5 + 1/20 = 17/20 = \boxed{0,85}$

- Usamos TEOREMA DE BAYES para saber $P(S|C)$ → Sabe la respuesta dado que contestó bien

$P(S|C) = \frac{P(C|S)\,P(S)}{P(C)} = \frac{1 \times 4/5}{17/20} = \boxed{\frac{16}{17}}$

Practica Conteo [OPCIONAL]

① a) 6 posibles colores
3 franjas de bandera

$\underline{6}\,\underline{5}\,\underline{4} = 6 \times 5 \times 4 =$ 120 posibilidades.

b) 1° y 3° banda pueden ser iguales

$\underline{6}\,\underline{5}\,\underline{6} = 6 \times 5 \times 6 =$ 180 posibilidades.

② a) nº de 4 cifras
10 dígitos
pueden repetirse
en los miles no puede ir 0

$\underline{9}\,\underline{10}\,\underline{10}\,\underline{10} = 9 \times 10^3 =$ 9000 posibilidades.

b) Todas las cifras distintas $\underline{9}\,\underline{9}\,\underline{8}\,\underline{7} = 9^2 \times 8 \times 7 =$ 4536 posibilidades.

c) Todas las cifras distintas y terminan en 0 $\underline{9}\,\underline{8}\,\underline{7}\,\underset{0}{\underline{1}} = 9 \times 8 \times 7 =$ 504 posibilidades.

③ quiero permutar las letras de la palabra ARBOL

$n = 5 \rightarrow$ 5! posibilidades.

⑤ Quiero acomodar 10 nenes, 1 no puede ir adelante

9.9! posibilidades

⑥ 4 L Matemática
6 L Física
2 L Química

a) Mismos temas juntos

$\underbrace{\underline{M}\,\underline{F}\,\underline{Q}}_{\text{bloques}}$ $3!\,\underbrace{4!}_{M}\,\underbrace{6!}_{F}\,\underbrace{2!}_{Q}$ posibilidades

b) Sólo los de matemática juntos

$\underbrace{\underline{M}\,\underline{8L}}_{9\text{ bloques}}$ 9! 4! posibilidades

⑦ AYCYDYTY cuantas veces las Y aparecen juntas

$\underbrace{\underline{Y}\,\underline{4Le}}_{5\text{ bloques}}$ 5! posibilidades

8) a) Numeros de 5 cifras (1 ... 9) NOTA = sup no se repiten
Digitos impares (1, 3, 5, 7, 9)

5 4 3 2 1 = $5!$ posibilidades

b) Numeros 5 cifras
2 primeras cifras pares (2 4 6 8)

4 3 5 4 3 = $5 \times 4^2 \times 3^2 \times 2$ posibilidades

9) Cantidad de nº de 6 cifras 327332

3 = 3 veces
2 = 2 veces

$$n^o \ \frac{6!}{3!\,2!} = 6 \times 5 \times 2 = 60 \text{ posibilidades}$$

10) PAPANATA cantidad de permutaciones

2 P
4 A

$$n^o \ \frac{8!}{4!\,2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840 \text{ posibilidades}$$

b) T al principio (o al final)

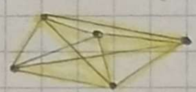
$$\frac{7!}{4!\,2!} = 105 \text{ posibilidades}$$

11) Comite de 5 con 9 personas → no importa el orden

$$\binom{9}{5} = \frac{9!}{5!\,(9-5)!} = 126 \text{ posibilidades}$$

12) Cuantos triangulos formo con 5 puntos no alineados de a 3

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5!}{3!\,2!} = 5 \times 2 = 10 \text{ formas}$$



sería algo así

PRÁCTICA (2)

14

a) Línea 1 = 2 Línea 2 $\quad 2L_2 = L_1$

EVENTOS

L_1 = proviene de línea 1

L_2 = proviene de línea 2

$P(S) = 1 = P(L_1) + P(L_2) \to 2P(L_2) + P(L_2) = 1$

$3P(L_2) = 1$

$P(L_2) = 1/3$

Luego $P(L_1) = 1 - P(L_2) = 1 - 1/3 = 2/3$

Rta: la probabilidad de que provenga de la línea 1 es de 2/3.

b) EVENTO D = la bolsa está defectuosa

$P(L_1) = 2/3$

$P(L_2) = 1/3$

$P(D/L_1) = 1/100$ (1% defe.)

$P(D/L_2) = 3/100$ (3% de F)

$P(D) = P(D/L_1)P(L_1) + P(D/L_2)P(L_2)$

TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

$= \frac{1}{100} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{100} \cdot \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{150} + \frac{1}{100}$

$= \frac{1}{60}$

Rta. la probabilidad de que esté defectuosa es de 1/60

c)

BAYES

$P(L_1/D) = \frac{P(L_1 \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D/L_1)P(L_1)}{P(D)} = \frac{1/150}{1/60} = \frac{2}{5}$

Rta. si está defectuosa, la probabilidad de que venga de la línea 1 es de 2/5

d) EVENTO D^c = la bolsa no está defectuosa

BAYES

$P(D^c) = 1 - D = 1 - 1/60 = 59/60$

$P(L_1/D^c) = \frac{P(L_1 \cap D^c)}{P(D^c)} = \frac{P(D^c/L_1)P(L_1)}{P(D^c)} = \frac{\overbrace{99/100}^{99\% \text{ no defect}} \cdot 2/3}{59/60} = \frac{198}{295}$

Rta si no está defectuoso, la probabilidad de que venga de la línea 1 es de 198/295

13 Eventos

A = El chip es de empresa pirata
A^c = El chip es de otra empresa
D = El chip es defectuoso

$P(A) = 0,1$
$P(A^c) = 0,9$

b) $P(D) = P(D/A)\,P(A) + P(D/A^c)\,P(A)$

$= 0,5 \times 0,1 + 0,05 \times 0,9$

$= 19/200$

Rta: La probabilidad de que un chip sea defectuoso es de 19/200

c) Usamos Teorema de Bayes.

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D/A)\,P(A)}{P(D)} = \frac{0,5 \times 0,1}{19/200} = \frac{10}{19}$$

Rta: La probabilidad de que el chip defectuoso sea pirata es de 10/19

7 Evento A_i = El carro i esta disponible $P(A_i) = 0,96$

- NINGÚN carro disponible = C $P(A_i^c) = 1 - P(A_i) = 0,04$

$P(C) = P(A_1^c) \cdot P(A_2^c) = 0,04 \cdot 0,04 = 0,0016$

- Algún carro este disponible = C^c

$P(C^c) = 1 - P(C) = 1 - 0,0016 = 0,9984$

10 Lanzo 5 veces un dado normal

a) Evento A_i = Sale el 1 $P(A) = 1/6 \rightarrow P(A^c) = 1 - P(A) = 5/6$

- Probabilidad de que en ninguna tirada salga el 1

A_i son eventos INDEPENDIENTES $P(N)$ = No sale nunca un 1.

$P(N) = P(A_1^c \cap A_2^c \cap A_3^c \cap A_4^c \cap A_5^c) = \left(\frac{5}{6}\right)^5 \rightarrow$ Probabilidad de que en ninguna tirada salga el 1

- B = Sale el 1 una sola vez

$P(B) = \underbrace{5}_{n^o\ tiros} \times \underbrace{P(A)}_{sale\ 1} \times P(A_2^c \cap A_3^c \cap A_4^c \cap A_5^c) = 5 \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^4 \rightarrow$ Probabilidad de que salga 1 UNA SOLA VEZ

- C = Sale 1 al menos 1 vez $\rightarrow$ sería $P(N^c) = 1 - P(N) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^5$

Escaneado con CamScanner

(12) Eventos

A = Nafta normal sin plomo — $P(A) = 0{,}4$ — $P(D/A) = 0{,}3$
B = Nafta extra sin plomo — $P(B) = 0{,}35$ — $P(D/B) = 0{,}6$
C = Nafta premium sin plomo — $P(C) = 0{,}25$ — $P(D/C) = 0{,}5$
D = se llena el tanque

a) Probabilidad de que el siguiente cliente pida nafta extra y llene el tanque.

Usamos TEOREMA DE LA MULTIPLICACIÓN

$$P(B \cap D) = P(D/B) \cdot P(B) = 3/5 \times 7/20 = 21/100 = 0{,}21$$

b) Probabilidad de que el siguiente cliente llene el tanque

Usamos TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

$$P(D) = P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B) + P(D/C)P(C)$$

$$= \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{35}{100} + \frac{5}{10} \times \frac{25}{100} = \frac{12}{100} + \frac{21}{100} + \frac{1}{8} = \frac{91}{200} = 0{,}455$$

c) Si D cuál es la probabilidad de que pida nafta normal

$$P(A/D) = \frac{P(D/A)\,P(A)}{P(D)} = \frac{12/100}{91/200} = \frac{24}{91} = 0{,}264 \leftarrow \text{TEOREMA DE BAYES}$$

Práctica (3) → Variables aleatorias discretas

(1)
- X: "el número de accidentes automovilísticos por año en La Plata"

X es discreta porque se cuentan accidentes 0, 1, 2 ...

- Y: "el tiempo en horas que tarda en quemarse una lamparita"

Y es continua porque el tiempo puede ser infinito no numerable

- Z: "cantidad de leche en litros que una vaca determinada produce anualmente"

Z es continua pues puede ser no numerable ($\in \mathbb{R}$)

- W: "número de huevos que una gallina pone mensualmente"

W es discreta pues es finita numerable (1, 2, 3, ...)

- N: "número de permisos de construcción que emiten cada mes en una ciudad"

N es discreta pues puede contar los permisos (finita numerable 0, 1, 2 ...)

- Φ: "El peso del grano producido por acre"

Φ es continua pues es no numerable

2) 10 automóviles $\rightarrow$ 4 manchados

- Agencia recibe 6 automóviles al AZAR.

X: "nº de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura"

R_x $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

a) f.d.p de X

$$S = \binom{6}{10} = \frac{6!}{10!\,(10-6)!} = 210$$

$$P(x=0) = \frac{1}{210} \rightarrow \frac{\#B}{\#S}$$

$$P(x=1) = \frac{24}{210} \circledast$$

$$\circledast \quad \underbrace{\binom{4}{1}}_{1\text{ mancha}} \times \underbrace{\binom{6}{5}}_{5\text{ sin manchas}}$$

$$P(x=2) = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{6}{4}}{210} = \frac{6 \times 15}{210} = \frac{3}{7}$$

$$P(x=3) = \frac{\binom{4}{3} \times \binom{6}{3}}{210} = \frac{4 \times 20}{210} = \frac{8}{21}$$

$$P(x=4) = \frac{\binom{4}{4} \times \binom{6}{2}}{210} = \frac{15}{210} = \frac{1}{14}$$

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{210}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{1}{14}$

b) $P(x=0) = 1/210$

$P(x=2) = 3/7$

$$P(x \leq 2) = \sum_{x_i \leq 2} p(x_i) = p(0) + p(1) + p(2) = 1/210 + 4/35 + 3/7 = 23/42$$

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2) = 1 - (1/210 + 4/35) = 37/42$$

3)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1/8 \\ 0{,}2 & 1/8 \leq x < 1/4 \\ 0{,}9 & 1/4 \leq x < 3/8 \\ 1 & x \geq 3/8 \end{cases}$$

a) $P(x \leq 1/8) = 0{,}2$

b) $P(x \leq 1/4) = 0{,}9$

c) $P(x \leq 5/16) = 0{,}9$, pues $5/16 \in [1/4, 3/8)$

d) Función de distribución de x

x	$1/8$	$1/4$	$3/8$
$f(x)$	0,2	0,7	0,1

④ X: "nº de imperfecciones cada 1 cm de tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme"

a) $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0{,}41 & 0 \leq x < 1 \\ 0{,}78 & 1 \leq x < 2 \\ 0{,}94 & 2 \leq x < 3 \\ 0{,}99 & 3 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$

b) $F(2) = 0{,}94$

$F(3{,}1) = 0{,}99$

⑤ $E(x) = \sum_{x_i \in R_x} x_i\, P(X = x_i) = \underbrace{0\, P(X=0)}_{=0} + 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 3 \times P(X=3)$

$+ 4 \times P(X=4) = 1 \times 4/35 + 2 \times 3/7 + 3 \times 8/21 + 4 \times 1/14 =$

Punto ②

$= 12/5$

• $E(X^2) = \underbrace{0^2 \times P(X=0)}_{=0} + 1^2 \times P(X=1) + 2^2 \times P(X=2) + 3^2 \times P(X=3) + 4^2 \times P(X=4) =$

$= 1 \times 4/35 + 4 \times 3/7 + 9 \times 8/21 + 16 \times 1/14 = 32/5$

• $V(X) = E(X^2) - \underbrace{\mu^2}_{\text{esperanza}} = 32/5 - (12/5)^2 = 16/25$

Punto ④

• $E(X) = \underbrace{0 \times P(X=0)}_{=0} + 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 3 \times P(X=3) + 4 \times P(X=4) =$

$= 0{,}37 + 2 \times 0{,}16 + 3 \times 0{,}05 + 4 \times 0{,}01 = 22/25$

• $E(X^2) = 0^2 \times P(X=0) + 1^2 \times P(X=1) + 2^2 \times P(X=2) + 3^2 \times P(X=3) + 4^2 \times P(X=4) =$

$= 81/50$

• $V(X) = E(X^2) - \mu^2 = 81/50 - (22/25)^2 = 1057/1250$

⑥ X: "número de tambores pedidos por un cliente elegido aleatoriamente"

a) $E(X) = 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 3 \times P(X=3) + 4 \times P(X=4) + 5 \times P(X=5)$

$= 1 \times 0{,}4 + 2 \times 0{,}2 + 3 \times 0{,}2 + 4 \times 0{,}1 + 5 \times 0{,}1 = 23/10$

b) $E(X^2) = 71/10$ $\quad V(X) = E(X^2) - \mu^2 = 71/10 - (23/10)^2 = 1{,}81$

$\sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{1{,}81} = 1{,}34$

$F(Y)$ ↓

$P(x=1) = P(y=10\times 1) = 0{,}4$

$P(x=2) = P(y=10\times 2) = 0{,}2$

$P(x=3) = P(y=10\times 3) = 0{,}2$

$P(x=4) = P(y=10\times 4) = 0{,}1$

$P(x=5) = P(y=10\times 5) = 0{,}1$

$E(Y) = 10\times P(Y=10) + 20\times P(Y=20) + 30\times P(Y=30) + 40\times P(Y=40) + 50\times P(Y=50)$

$= 10\times 0{,}4 + 20\times 0{,}2 + 30\times 0{,}2 + 40\times 0{,}1 + 50\times 0{,}1 = 23$

$V(Y) = E(Y^2) - \mu^2 = 710 - 23^2 = 181$

$\sigma_Y = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{181} = 13{,}45$

7) Servicio telefónico

a) $n = 10$ X = recibir una llamada

$P(X) = 0{,}75$ $k = 9$

$P(X=9) = \underbrace{\binom{10}{9}}_{=10} \times 0{,}75^9 \times (1-0{,}75)^1 = 0{,}1877$

Como se cumple
- $n=10$ repeticiones independientes &
- en cada repetición vemos éxitos o fracasos de X.
- Probabilidad $P(X) = 0{,}75$ constante

Se trata de una DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

b) $n=20$ → persona llama 20 veces

$P(x) = 0{,}75$ → Probabilidad de que atiendan en menos de 30 segundos

$k = 16$ (x)

$P(x \geq 16) = \sum_{i=0}^{16} P(X=i) = 0{,}4148$

SE HACE CON APLICACIÓN ↵

c) Nos pide el NÚMERO PROMEDIO, esto es $E(x) = n.p$ → $E(X) = 20\times 0{,}75 = 15$

8) A_P : uso el auto pequeño $P(A_P) = 0{,}75$ B: llega a tiempo
A_G : uso el auto grande $P(A_G) = 0{,}25$

$P(B/A_P) = 0{,}9$ → si usa A pequeño llega a tiempo 0,9
$P(B/A_G) = 0{,}6$ → si usa A grande llega a tiempo 0,6

a) Quiero saber la probabilidad de que llegue a tiempo. Usamos el TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

$P(B) = P(B/A_P)\times P(A_P) + P(B/A_G)\times P(A_G) = 0{,}9\times 0{,}75 + 0{,}6\times 0{,}25 = 33/40$

b) Probabilidad de que llegue a tiempo en 6 de 10 mañanas

nº repeticiones independientes → $n = 10$

Probabilidad de éxito $P(B) = 33/40$

. Se trata de una DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Queremos saber $P(X=6) = \binom{10}{6} (33/40)^6 (1 - 33/40)^{10-6}$

$= 210 \, (33/40)^6 \, (7/40)^4$

$= 0{,}0621$

9) 25 artículos
5 defectuosos

Elijo 4 al azar

X: "número de artículos defectuosos entre los elegidos"

a) D = el artículo es defectuoso

$P(D) = 5/25 = 1/5 \rightarrow p$

- Como se eligen CON SUSTITUCIÓN, cada extracción es independiente
- Exito (no es defectuoso) o fracaso (defectuoso)
- $n = 4$ repeticiones (elijo 4 artículos)

→ uso DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Para obtener la función de distribución de probabilidad de X

$P(X=k) = \binom{4}{k} (1/5)^k (1-1/5)^{4-k}$, $k = 0,1,2,3,4$

$$P(X=k) = \begin{cases} 256/625 & , k=0 \\ 256/625 & , k=1 \\ 96/625 & , k=2 \\ 16/625 & , k=3 \\ 1/625 & , k=4 \end{cases}$$

b) $E(X) = n \times p = 4 \times 1/5 = 4/5$

$V(X) = n \times p(1-p) = 4/5 \times (1 - 1/5) = 16/25$

(10) P(X) = 0,75 → probabilidad de que una llamada se conteste en menos de 30 seg

Además las llamadas son independientes

Y = "número de veces que hay que llamar hasta obtener la primer respuesta en menos de 30 segundos".

a) → usamos DISTRIBUCIÓN GEOMETRICA pues

- se realizan repeticiones independientes hasta la primer respuesta
- las repeticiones son idénticas
- P(X) = 0,75 es constante

$Y \sim G(p = 0,75)$

$P(Y = 4) = (1 - 0,75)^{4-1} \cdot 0,75$ → k = 4 (llamar 4 veces)

$= (0,25)^3 \cdot 0,75$

$= 3/256 \simeq 0,0117$

- La probabilidad de tener que llamar 4 veces para obtener respuesta es de $3/256 \simeq 0,0117$

b) Quiero saber el número promedio de llamadas hasta tener respuesta en menos de 30 segundos. Esto es el valor esperado o Esperanza

$E(X) = 1/p = 1/0,75 = 4/3$

(11) X = "la computadora se descompone cierto día"

P(X) = 0,1 es constante

Hay independencia entre los días

→ usamos DISTRIBUCIÓN GEOMETRICA

$X \sim G(p = 0,1)$, k = 12 (duodécimo día)

$P(X = 12) = (1 - 0,1)^{12-1} \times 0,1$

$= (0,9)^{11} \times 0,1$

$= 0,0313$ → Probabilidad de que la máquina se descomponga por primera vez en el duodécimo día.

- Media $E(X) = 1/p = 1/0,1 = 10$
- Varianza $V(X) = 1-p/p^2 = 0,9/0,1^2 = 90$

(12) Tasa $c = 4$ por hora, de 16 a 17 (periodo de 1h) → $\lambda = 4 \cdot \frac{1}{t} = 4$
Quiero calcular $P(X = 10)$ $(k = 10)$

La DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE POISSON con parámetro $\lambda = 4$ es

$$P(X = 5) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} = \frac{e^{-4} \times 4^{10}}{10!} = 0,0053$$

b) Op. grúas toman descanso de 30 minutos ¿Probabilidad de que no se pierda ninguna llamada en ese descanso?

↳ Ninguna solicitud $(k = 0)$
intervalo de 30 minutos → $\lambda = 4 \cdot \underbrace{\frac{1}{2}}_{t = 30 min} = 2$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-2} \times \overset{=1}{2^0}}{\underset{=1}{0!}} = 0,1353$$

(13) Tasa $\lambda = 8$ $t = 1$ día

a) $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - 0,09963 = 0,9004$
↳ SE HACE CON APLICACIÓN

$P(7 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 6) = 0,8158 - 0,3134 = 0,5026$

b) Semana laboral 5 días

X = nº de días en la semana laboral con más de 4 visitas.
Cada día tiene probabilidad $P(X > 4) = 0,9004$

Luego $X \sim B(n, p) = X \sim B(5, 0,9004)$ → EXPERIMENTO BINOMIAL
- 5 días, repeticiones indep.
- En cada día si hay más de 4 visitas (éxito)
- $p = P(X > 4) = 0,9004$ constante

$k = 3$ → 3 días con más de 4 visitas.

$$P(Y = 3) = \binom{5}{3} 0.9004^3 (1 - 0.9004)^{5-3}$$

$$= 10 \times 0.9004^3 \times (0,0996)^2$$

$$= 0,0724$$

(14)

Población = 10 microcircuitos

Exitos → $M = 3$ (como quiero saber los defectuosos mi EXITO es sacar un defectuoso)

Fracasos → $N - M = 7$

Eligo $n = 4$ al azar

X = número de circuitos probados que son defectuosos

Uso la DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

a) Distribución de probabilidad para $x = 2$

$$P(X=2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{7}{4-2}}{\binom{10}{4}} = \frac{\binom{3}{2}\binom{7}{2}}{\binom{10}{4}} = \frac{3 \times 21}{210} = \frac{63}{210} = \frac{3}{10}$$

b)
- $E(X) = \frac{nM}{N} = \frac{4 \times 3}{10} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1{,}2$
- $V(X) = n\frac{M}{N}\left(\frac{N-M}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = 4 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = 14/25 = 0{,}56$

(15) Población → 1000 microcircuitos / 300 defectuosos → $N - M$

$n = 4$ elegidos al azar

a) $$P(X=2) = \frac{\binom{700}{2}\binom{300}{2}}{\binom{1000}{4}} = \frac{244650 \times 44850}{4.14 \times 10^{10}} \simeq 0{,}2649$$

b) Suponiendo independencia, calculo $P(X=2)$ usando distribución binomial

$X \sim B(4, 3/10)$

$$P(X=2) = \binom{4}{2}(3/10)^2(1-3/10)^{4-2} = 6 \times 9/100 \times 49/100 = 0{,}2646$$

Esto sucede porque n es muy chico en comparación a la población, en estos casos la función de probabilidad hipergeométrica converge a la función de probabilidad binomial cuando N se hace grande

PRÁCTICA (4) → Variables aleatorias continuas

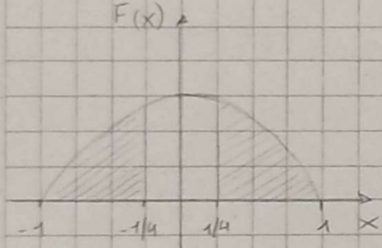
2 $f(x) = \begin{cases} 3/4\,(1-x^2) & -1 \le x \le 1 \\ 0 & c.c \end{cases}$

x = distancia entre el blanco y el disparo

a) $P(X>0) = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 \frac{3}{4}(1-x^2)\,dx = \frac{3}{4}\int_0^1 (1-x^2)\,dx = \frac{3}{4}\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1 =$

$= \frac{3}{4}\left(1-\frac{1^3}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

b) $P(-0{,}5 \le X \le 0{,}5) = \int_{-0,5}^{0,5} f(x)\,dx = \int_{-0,5}^{0,5} \frac{3}{4}(1-x^2)\,dx = \frac{3}{4}\int_{-\frac{1}{2}}^{1/2}(1-x^2)\,dx =$



$= \frac{3}{4}\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1/2}^{1/2} = \frac{3}{4}\left[\left((1/2)-\frac{(1/2)^3}{3}\right) - \left((-1/2)-\frac{(-1/2)^3}{3}\right)\right]$

$= \frac{3}{4}\left[(1/2 - 1/24) - (-1/2 + 1/24)\right] = \frac{3}{4}\left[(11/24 + 11/24)\right] =$

$= 11/16$

c) $P(X < -1/4 \text{ ó } X > 1/4) = \int_{-\infty}^{-1/4} f(x)\,dx + \int_{1/4}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{-1} \overbrace{f(x)\,dx}^{=0} +$

$+ \int_{-1}^{-1/4} f(x)\,dx + \int_{1/4}^{1} f(x)\,dx + \int_1^{\infty} \overbrace{f(x)\,dx}^{=0} = \int_{-1}^{-1/4} 3/4\,(1-x^2)\,dx + \int_{1/4}^{1} 3/4\,(1-x^2)\,dx =$

$= \frac{3}{4}\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{-1/4} + \frac{3}{4}\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{1/4}^{1} = \frac{81}{256} + \frac{81}{256} = \frac{81}{128}$

d) Hallar la F.d.a de X

Tenemos 3 casos $x<-1$, $-1 \le x \le 1$, $x>1$ por lo tanto

$F(x) = \begin{cases} 0 & , x<-1 \\ \int_{-1}^{x} f(t)\,dt & , -1 \le x \le 1 \\ 1 & , x > 1 \end{cases} \longrightarrow F(x) = \begin{cases} 0 & x<-1 \\ \frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}+x-\frac{x^3}{3}\right) & -1 \le x \le 1 \\ 1 & x>1 \end{cases}$

$\int_{-1}^{x} f(t)\,dt = \int_{-1}^{x} \frac{3}{4}(1-t^2)\,dt = \frac{3}{4}\left(t-\frac{t^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{x} = \frac{3}{4}\left[x-\frac{x^3}{3} - \left((-1)-\frac{(-1)^3}{3}\right)\right] =$

$= \frac{3}{4}\left[x-\frac{x^3}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right)\right] = \frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}+x-\frac{x^3}{3}\right)$

1 X = tiempo que un adolescente utiliza su estéreo en un año ($100 = 1$)

a) menos de 120 horas $\rightarrow X < 1,2$

$$F(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & cc \end{cases}$$

$$P(X < 1,2) = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^{1,2} f(x)\,dx = \int_0^1 x\,dx + \int_1^{1,2} (2-x)\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 + 2x - \frac{x^2}{2}\Big|_1^{1,2} \ominus$$

$$\ominus\ \frac{1^2}{2} - \underbrace{\frac{0^2}{2}}_{=0} + 2\times\frac{6}{5} - \frac{(6/5)^2}{2} - \left(2\times 1 - \frac{1^2}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{12}{5} - \frac{18}{25} - \frac{3}{2} = \frac{17}{25} = 0,68$$

b) entre 50 y 100 horas

$$P(0,5 \leq X \leq 1) = \int_{0,5}^1 f(x)\,dx = \int_{0,5}^1 x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{1/2}^1 = \frac{1^2}{2} - \frac{(1/2)^2}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 0,375$$

3

$$f(x) = \begin{cases} k\sqrt{x} & 0 < x < 1 \\ 0 & cc \end{cases}$$

a) Quiero saber cuánto vale k

Sabemos que $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ ① entonces

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} f(x)\,dx}_{=0} + \int_0^1 f(x)\,dx + \underbrace{\int_1^{\infty} f(x)\,dx}_{=0} = \int_0^1 f(x)\,dx \ominus$$

$$\int_0^1 k\sqrt{x}\,dx = k\int_0^1 \frac{x^{1/2}}{1/2}\,dx = \frac{2k}{3}x^{3/2}\Big|_0^1 = \frac{2k}{3}(1)^{3/2} \underset{\text{por ①}}{=} 1$$

luego $\frac{2}{3}k = 1 \rightarrow \boxed{k = \frac{3}{2}}$

b) Buscamos $F(x)$ tenemos $\overset{=0}{x < 0}$, $0 < x < 1$, $\overset{=1}{x > 1}$

Si $x < 0 \rightarrow F(x) = 0$

Si $x > 1 \rightarrow F(x) = 1$

Si $0 < x < 1 \rightarrow F(x) = \int_0^x f(t)\,dt = \int_0^x \frac{3}{2}\sqrt{t}\,dt = \frac{3}{2}\frac{t^{3/2}}{3/2}\Big|_0^x = x^{3/2}$

luego

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ x^{3/2} & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & , x \geq 1 \end{cases}$$

Escaneado con CamScanner

c) $P(0.3 < X < 0.6) = \int_{0.3}^{0.6} f(x)dx = \int_{0.3}^{0.6} \frac{3}{2}\sqrt{x}\, dx = \frac{3}{2}\int_{0.3}^{0.6} \sqrt{x}\, dx = \frac{3}{2}\frac{x^{3/2}}{3/2}\Big|_{0.3}^{0.6} =$

$= x^{3/2}\Big|_{0.3}^{0.6} = (0,6)^{3/2} - (0,3)^{3/2} = 0,3004$

Con acumulada $F(0,6) - F(0,3) = (0,6)^{3/2} - (0,3)^{3/2} = 0,3004$

(5)

$$F(x) = \begin{cases} x & , 0 < x < 1 \\ 2-x & , 1 \leq x < 2 \\ 0 & , c.c \end{cases}$$

Y = número de kilowatts hora que el adolescente gasta al año

$Y = 60x^2 + 39x \to h(x)$

Quiero calcular la esperanza de Y. Para eso utilizo el teorema (pp 61)

$$E(h(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) f(x)\, dx$$

luego $E(Y) = \int_{-\infty}^{0} h(x) \underbrace{f(x)}_{=0} dx + \int_0^1 h(x) f(x) dx + \int_1^2 h(x) f(x) dx + \int_2^{\infty} h(x) \underbrace{f(x)}_{=0} dx =$

$= \int_0^1 (60x^2 + 39x)\, x\, dx + \int_1^2 (60x^2 + 39x)(2-x)\, dx = \frac{60x^4}{4} + \frac{39x^3}{3}\Big|_0^1 +$

$-60x^3 + 81x^2 + 78x$

$+ \int_1^2 (-60x^3 + 81x^2 + 78x)\, dx = 15 + 13 + \left(-\frac{60x^4}{4} + \frac{81x^3}{3} + \frac{78x^2}{2}\right)\Big|_1^2 =$

$= 28 + \left(-15(2)^4 + 27(2)^3 + 39(2)^2 - (-15 + 27 + 39)\right) =$

$= 28 + (-240 + 216 + 156) - 51 = 109$

(4)

PUNTO 1

- $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^{0} x \underbrace{f(x)}_{=0} dx + \int_0^1 x f(x) dx + \int_1^2 x f(x) dx + \int_2^{\infty} x \underbrace{f(x)}_{=0} dx =$

$\int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2x - x^2)\, dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 + \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2 = \frac{1^3}{3} + 2^2 - \frac{2^3}{3} - \left(1^2 - \frac{1^3}{3}\right)$

$= \frac{1}{3} + 4 - \frac{8}{3} - 1 + \frac{1}{3} = -\frac{6}{3} + 3 = 1 \to$ ESPERANZA

- $V(x) = E(x^2) - \mu^2 = 7/6 - 1 = 1/6 \to$ VARIANZA

(*)$_{1,2}$

- $E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx = \int_0^1 x^3\,dx + \int_1^2 (2x^2 - x^3)\,dx = \frac{x^4}{4}\Big|_0^1 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^4}{4}\Big|_1^2 \ominus$

$\ominus\ \frac{1}{4} + \frac{16}{3} - 4 - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{14}{3} - 4 = \frac{3+28-24}{6} = \frac{7}{6}$ $\circledast_1$

- $\mu^2 = [E(x)]^2 = 1^2 = 1$ $\circledast_2$
- $\sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{1/6}$ → DESVIACIÓN STANDAR

PUNTO 2

- $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} x\left(\frac{3}{4}(1-x^2)\right)dx = \frac{3}{4}\int_{-1}^{1}(x - x^3)\,dx = \frac{3}{4}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]\Big|_{-1}^{1} \ominus$

$\ominus\ \frac{3}{4}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \left(\frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-1)^4}{4}\right)\right] = 0$ → ESPERANZA

- $V(x) = E(x^2) - \mu^2 = 1/5 - 0 = 1/5$ → VARIANZA
$\circledast_{1,2}$

- $E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} x^2\left(\frac{3}{4}(1-x^2)\right)dx = \frac{3}{4}\left(x^3/3 - x^5/5\right)\Big|_{-1}^{1} = \frac{3}{4}\times\left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)\right] \ominus$

$\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right) = \frac{3}{4}\times\frac{10-6}{15} = \frac{3}{4}\times\frac{4}{15} = \frac{1}{5}$ $\circledast_1$

- $\mu^2 = [E(x)]^2 = 0^2 = 0$ $\circledast_2$
- $\sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{1/5}$ → DESVIACIÓN ESTANDAR

PUNTO 3

- $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_0^1 x\,\frac{3}{2}\sqrt{x}\,dx = \frac{3}{2}\int_0^1 x^{3/2}\,dx = \frac{3}{2}x^{5/2}\times\frac{2}{5}\Big|_0^1 = \frac{3}{5}1^{5/2} = \frac{3}{5}$ → ESPERANZA

- $V(x) = E(x^2) - \mu^2 = 3/7 - 9/25 = 12/175 \simeq 0{,}0686$ → VARIANZA
$\circledast_{1,2}$

- $E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx = \int_0^1 x^2\,\frac{3}{2}\sqrt{x}\,dx = \frac{3}{2}\int_0^1 x^{5/2}\,dx = \frac{3}{2}x^{7/2}\,\frac{2}{7}\Big|_0^1\ \frac{3}{7}\times 1^{7/2} = \frac{3}{7}$ $\circledast_1$

- $\mu^2 = [E(x)]^2 = (3/5)^2 = 9/25$
- $\sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{12/175} \simeq 0{,}2619$ → DESVIACIÓN ESTANDAR

⑥ X: "distancia desde el extremo izquierdo en el que ocurre la rotura"

Barra → 12 pulgadas.

f.d.p de X → $f(x) = \begin{cases} 1/24 \cdot x \cdot (1 - x/12) & 0 < x < 12 \\ 0 & cc \end{cases}$

a) quiero calcular la F.d.a (ACUMULADA)

$$F(x) = P(X \leq 12) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \int_{-\infty}^{0} \overbrace{f(t)}^{=0}\,dt + \int_{0}^{x} f(t)\,dt =$$

$$= \int_0^x \frac{1}{24} t \left(1 - \frac{t}{12}\right) dt = \frac{1}{24} \int_0^x \left(t - \frac{t^2}{12}\right) dt = \frac{1}{24}\left(\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{36}\right)\Big|_0^x =$$

$$= \frac{x^2}{48}\left(1 - \frac{x}{18}\right) \longrightarrow F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2/48\,(1 - x/18) & 0 \leq x \leq 12 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

b) $P(X \leq 4) = \frac{4^2}{48}\left(1 - \frac{4}{18}\right) = \frac{7}{27}$

$P(X > 6) = 1 - P(X \leq 6) = 1 - \frac{6^2}{48}\left(1 - \frac{6}{18}\right) = \frac{1}{2}$

$P(4 < X < 6) = F(6) - F(4) = \frac{1}{2} - \frac{7}{27} = \frac{27 - 14}{54} = \frac{13}{54}$

c) $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_0^{12} x \cdot \frac{x}{24}\left(1 - \frac{x}{12}\right) dx = \frac{1}{24}\int_0^{12}\left(x^2 - \frac{x^3}{12}\right) dx =$

$= \frac{1}{24}\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{48}\right)\Big|_0^{12} = \frac{1}{24}\left[\frac{12^3}{3} - \frac{12^4}{48}\right] = 6$

d) Probabilidad de que el punto de ruptura ocurra a más de dos pulgadas del punto esperado de ruptura

El punto esperado de ruptura es $E(X) = 6$, queremos saber $X > 6 + 2$ es decir, vamos a buscar

$P(X > 8) = 1 - P(X \leq 8) = 1 - \frac{8^2}{48}\left(1 - \frac{8}{18}\right) = \frac{7}{27} \simeq 0,259$

⑦ Cantidad de café en litros → DISTRIBUCIÓN UNIFORME continua en (7, 10)

La función de Densidad de probabilidad está dada por

NO LO PIDEN !!

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & cc \end{cases} \xrightarrow{(a,b) = (7,10)} f(x) = \begin{cases} 1/3 & 7 \leq x \leq 10 \\ 0 & cc \end{cases}$

a) Probabilidad de que sirva a lo sumo 8,8 litros

$P(X \leq 8{,}8) = \frac{8{,}8 - 7}{10 - 7} = \frac{1{,}8}{3} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

b) Más de 7,4 pero menos de 9,5

$P(7{,}4 < X < 9{,}5) = \frac{9{,}5 - 7{,}4}{10 - 7} = \frac{21/10}{3} = \frac{7}{10}$

c) Al menos 8,5 litros

$P(X > 8{,}5) = 1 - P(X \leq 8{,}5) = 1 - \frac{8{,}5 - 7}{10 - 7} = 1 - \frac{3/2}{3} = \frac{1}{2}$

d)

- $E(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{7+10}{2} = \frac{17}{2}$ → ESPERANZA
- $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(10-7)^2}{12} = \frac{3^2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ → VARIANZA

8) Z con DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR → $Z \sim N(0,1)$

a) Quiero calcular las siguientes probabilidades

- $P(Z \leq 2{,}24) = 0{,}98745$ $[\Phi(2{,}24)]$ → SE HACEN CON APLICACIÓN
- $P(Z > 1{,}36) = 0{,}08691$ $[1 - P(Z \leq 1{,}36) = 1 - \Phi(1{,}36)]$
- $P(0 < Z < 1{,}5) = P(Z < 1{,}5) - P(Z < 0) = 0{,}93319 - 0{,}5 = 0{,}43319$ $[\Phi(1{,}5) - \Phi(0)]$
- $P(0{,}3 < Z < 1{,}56) = P(Z < 1{,}56) - P(Z < 0{,}3) = 0{,}94062 - 0{,}61791 = 0{,}32271$
- $P(-0{,}51 < Z < 1{,}54) = P(Z < 1{,}54) - P(Z < 0{,}51) = 0{,}30503 = 0{,}63319$

b) Hallar z para cada caso

- $P(Z > z) = 0{,}5 \rightarrow z = 0$ → APLICACIÓN ??
- $P(Z < z = 0{,}8485 \rightarrow z = 1{,}03002$
- $P(Z < z) = 0{,}0054 \rightarrow z = -2{,}5491$
- $P(-z < Z < z) = 0{,}90 \rightarrow \Phi(z) - \Phi(-z) = \Phi(z) - (1 - \Phi(z)) = 2\Phi(z) - 1$

Luego $2\Phi(z) - 1 = 0{,}90$

$\Phi(z) = 1{,}9/2$

$\Phi(z) = 0{,}95$

Esperanza — Desviación estandar

(9) X = v.a con Distribución Normal $\mu = 10$, $\sigma^2 = 36 \rightarrow \sigma = \sqrt{36} = 6$

Varianza

$X \sim N(10, 36)$

Sabemos que si $X \sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$ $\qquad \sigma^2 = 36 \rightarrow \sigma = 6$

a) $P(X > 6,4) \rightarrow y = \frac{6,4 - 10}{6} = -3/5$

$P(X > 6,4) = P(Y > -0,6) = 1 - P(Y < -0,6) =$ } Resuelto con APP o como

(10) Varianza $\sigma^2 = (0,05)^2$
Esperanza $= \mu = 3$
Desviación standar $= \sigma = 0,05$

a) $P(X > 3.025)$ — TIPIFICAR

- Transformamos standar $y = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{3.025 - 3}{0,05} = 1/2$
- Buscamos en la tabla $P(Y > 1/2) = 1 - P(Y < 1/2) = 1 - 0,69146 = 0,30854$

App con $X \sim N(\mu, \sigma) = X \sim N(0,1)$

b) Difiere de la media en más de $0,075 \rightarrow$ comprimido defectuoso

es decir $\quad X > 3 + 0,075 \rightarrow$ Defectuoso (media)
$\qquad\qquad X < 3 - 0,075 \rightarrow$ Defectuoso

Entonces $P(\text{defectuoso}) = P(X < 2,925 \text{ ó } X > 3,075)$

$$y_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{2,925 - 3}{0,05} = -3/2$$

$$y_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{3,075 - 3}{0,05} = 3/2$$

Luego $P(X < 2,925 \text{ ó } X > 3,075) = P(Y < -3/2) + P(Y > 3/2) = 0,0668 + 0,0668 = 0,1336$

APLICACIÓN

c) Cajas 10 unidades $\rightarrow$ + 2 defectuosos $\rightarrow$ se elimina la caja del mercado
X = " nº de comprimidos defectuosos en una caja "

- nº repeticiones independientes $\rightarrow$ DISTRIBUCIÓN BINOMIAL
- Éxito (defectuosos) o fracaso $\qquad X \sim B(10, 0.1336)$
- $n = 2$ $\qquad$ Queremos $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) =$

$= 1 - \binom{10}{0} 0,1336^0 (1 - 0,1336)^{10} - \binom{10}{1} 0,1336^1 (1 - 0,1336)^{10-1} = 1 - 0,238 - 0,3675 = 0,3945$

Escaneado con CamScanner

11 DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL

$\mu = 3\,seg = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \lambda = 1/3$

a) Tiempo de espera exceda 5 segundos

$P(X > 5) = e^{-\lambda x} = e^{-1/3 \cdot 5} = 0,18887$

b) $P(X > 10) = e^{-\lambda x} = e^{-1/3 \cdot 10} = 0,03567$

13 DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL

$\mu = 0,25 \rightarrow \lambda = 1/0,25 = 4$ · Tiempo en horas

a) $P(X > 1/2) = e^{-\lambda x} = e^{-4 \cdot 1/2} = 0,1353$

b) Dado que $X \geq 1$ quiero saber $P(X \leq 3/2 / X \geq 1) \rightarrow$ PROBABILIDAD CONDICIONAL

$\rightarrow P(X \leq 3/2 / X \geq 1) = \frac{P(1 \leq X \leq 3/2)}{P(X \geq 1)} = \frac{e^{-4 \cdot 1} - e^{-4 \cdot 3/2}}{e^{-4 \cdot 1}} = 0,8647$

c) quiero hallar el tiempo mínimo → esto es x, es decir

$P(X > x) = \underbrace{0,5}_{50\% t} \rightarrow e^{-\lambda x} = 0,5 \rightarrow e^{-4x} = 0,5 \rightarrow \ln(e^{-4x}) = \ln(0,5) \rightarrow$

$\rightarrow -4x = \ln(0,5) \rightarrow x = \frac{\ln(0,5)}{-4} \rightarrow x = 0,1732$

Escaneado con CamScanner

① X = "Un microprocesador está defectuoso" , independiente

$P(X) = 0,2 \rightarrow 20\%$ → DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

· Elegimos 5 al azar $n = 5$

a) queremos que los 5 funcionen

$$\underbrace{P(5)}_{\text{todos funcionan}} = \underbrace{\binom{5}{5}}_{=1} (1-0,2)^5 (1-(1-0,2))^{5-5} =$$

$$= 1 \times (0,8^5)\underbrace{(0,2)^0}_{=1}$$

$$= (0,8)^5$$

$$= 0,32768$$

b) queremos que al menos 1 funcione

$$P(X \geq 1) = 1 - \underbrace{P(0)}_{\text{todos fallan}}$$

$$= 1 - (0,2)^5$$

$$= 0,99968$$

a) Otra forma como X = "Un microprocesador está defectuoso" es independiente X^c también lo es y se cumple

$P(X_1^c \cap X_2^c \cap X_3^c \cap X_4^c \cap X_5^c) = P(X_1^c)P(X_2^c)P(X_3^c)P(X_4^c)P(X_5^c)$, donde

$X_i^c = 1 - 0,2 = 0,8$ para cada $i = 1, 2 \dots 5$

luego $= (0,8)^5$

$= 0,32768$

b) Queremos que al menos 1 funcione

Todos fallan → $P(0) = P(X_1 \cap X_2 \cap X_3 \cap X_4 \cap X_5)$

$= P(X_1)P(X_2)P(X_3)P(X_4)P(X_5)$

$= (0,2)^5$

Al menos 1 funciona

$P(X \geq 1) = 1 - P(0)$

$= 1 - (0,2)^5$

$= 0,99968$

⑤ $\lambda_{x m} \frac{3}{10}$ → promedio burbujas pequeñas por metro

$4m \times 6m = 24\ m^2$

a) Quiero saber la probabilidad de que una pieza de 4x6 m no tenga burbuja.

$\lambda = \frac{3}{10} \times 24 = \frac{36}{5}$

b) Quiero saber $P(x=0) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{0}}{0!} = e^{-36/5} = 0{,}00075$

② Distribución normal $X \sim N(\mu, \sigma^2) = X \sim N(200\mu m, 10^2 \mu m)$

$\mu = 200\mu m \qquad \sigma = 10\ \mu m$

a) Quiero saber $P(X > 215) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{215-200}{10}\right)$ llamamos $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

estandarizo $\qquad Z \sim N(0,1)$

$= P(Z > 3/2)$ → Aplicación

$= 0{,}06681$

b) $n=6$ → valvulas de entrada

X = "la válvula de entrada tiene una holgura mayor a 215μm"
X es independiente y puede cumplirse o no
$P(X) = 0{,}06681$ no varía
↳ p

Distribución binomial

$X \sim B(n, p) = X \sim B(6, 0.06681)$

Luego $P(x=2) = \binom{6}{2}(0.06681)^2(1-0.06681)^{6-2}$

$= 15(0.06681)^2(0.93319)^4$

$= 0.05077$

③ Distribución normal $\mu = 1{,}5mm \quad \sigma = 0{,}2\ mm \quad n = 3$ → cantidad cuños

$X \sim N(\mu, \sigma^2) = X \sim N(1.5, 0.2^2)$

$\mu_s = n\mu = 3.1{,}5$
$\sigma_s = \sqrt{n}\,\sigma = \sqrt{3}.\,0{,}2$

a) Quiero determinar

$P(X > 5) = \left(\frac{X-\mu_s}{\sigma_s} > \frac{5-\mu_s}{\sigma_s}\right)$ llamamos $Z = \frac{X-\mu_s}{\sigma_s}$

estandarizo

$= \left(Z > \frac{5-3.1{,}5}{\sqrt{3}.\,0{,}2}\right) \qquad Z \sim N(0,1)$

$= (Z > 1{,}4433)$ →

$= 0{,}07417$

b) Quiero saber n tq $P(X>5) \geq 0{,}99$

Si $m=3$ ya lo resolvimos en a) $P(X>5) = 0{,}07447 < 0{,}99$ X

Si $m=4$ $\quad Y = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$, $\mu_X = m\mu = 4 \times 1{,}5$ $\quad$ ← Estandarizamos
$\sigma_X = \sqrt{m}\,\sigma = 2 \times 0{,}2$

$Y \sim N(0,1)$

$P(Y>5) = \left(Y > \frac{5-4 \cdot 1{,}5}{2 \cdot 0{,}2}\right)$

$= (Y > -2{,}5)$ ← App

$= 0{,}99379$

$\therefore$ Si $m=4$, $P(X>5) = 0{,}99379 > 0{,}99$ ✓

4) X "número que sale al lanzar un dado rojo" $\qquad P(X) = 1/6$
Y "número que sale al lanzar un dado verde" $\qquad P(Y) = 1/6$

Como X e Y son v.a. arbitrarias $\qquad R_{X,Y} = \{1,2,3,4,5,6\}$

a) $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ ← Distribución uniforme discreta

$= \sum_{i=1}^{6} x\,P(X=i) + \sum_{i=1}^{6} y\,P(Y=i)$

$= 1P(X=1) + 2P(X=2) + 3P(X=3) + 4P(X=4) + 5P(X=5) + 6P(X=6)$ ⊕
⊕ (lo mismo con Y)

$= \frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6) \times \underbrace{2}_{\text{por X y por Y}}$

$= 21/3$

$= 7$

b) $E(X\,Y) = E(X)\,E(Y)$ ← Como X, Y son independientes

$= \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

$= 12{,}25$

$\begin{cases} E(X) + E(Y) = 7 \\ E(X) = E(Y) \end{cases} \rightarrow 2E(X) = 7 \rightarrow E(X) = 7/2$
$E(Y) = 7/2$