R3.02 : Développement efficace

Table de Hachage

J-F. Kamp

Septembre 2025

Notion de table

Ensemble formé d'un nombre variable, éventuellement nul, de données sur lequel on peut effectuer les opérations suivantes :

- Ajout d'une nouvelle donnée (tuple en BDD)
- Recherche d'une donnée par sa clé
- Consultation de l'info associée à une clé
- Suppression du tuple d'après sa clé
- Test si la table est vide

Notion de table

On voudrait être efficace :

- Pour l'ajout : être aussi rapide qu'une liste chaînée (*O(1)*)
- Pour la recherche : être aussi rapide qu'un tableau indicé (si on connait l'indice c'est *O(1)*)
- Suppression : c'est comme une recherche

Exemple de table

Un annuaire téléphonique :

- On suppose la clé = nom du correspondant
- Pour la recherche du numéro : on donne le nom (clé) et on retrouve le numéro
- Solution : utiliser un tableau indicé par les noms. En donnant le nom on accède immédiatement à la bonne case (*O(1)*).

Exemple de table

Un annuaire téléphonique :

- Solution : utiliser un tableau indicé par les noms. En donnant le nom (clé) on accède immédiatement à la bonne case (*O(1)*)
- Problème : un nom (chaîne de caractères) n'est pas un indice
- Solution : utiliser une fonction de hachage *h* qui converti la clé en un indice de tableau (un entier compris entre 0 et n-1)

  indice = h(clé)

Exemple de table

Un annuaire téléphonique :

Exemple de fonction de hachage : utiliser le code ASCII de chaque caractère de la chaîne et additionner

Soit *T* le tableau des caractères de la chaîne de longueur *L* :

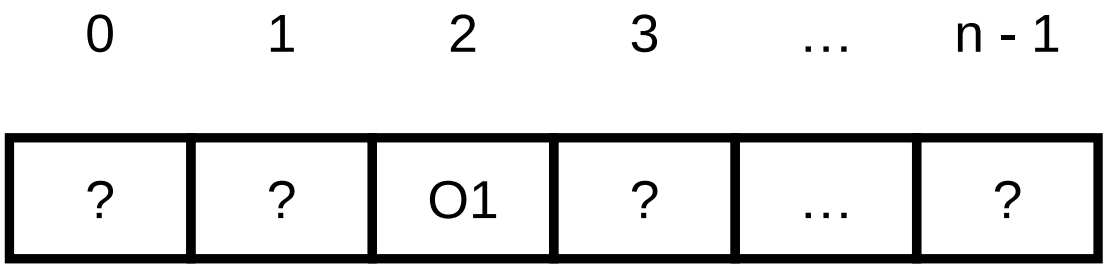
h(clé) = ASCII(T[0]) + … + ASCII(T[L-1])

clé = Dupont

h(clé) = 68+117+112+111+110+116
h(clé) = 634

En pratique pour une table de hachage

- Il faut un tableau indicé



- Pour insérer / rechercher une information (un objet O1 = numéro de tél. par ex.) associée à une clé (nom) on calcule l'indice

  indice = h (clé) (= 2 dans l'exemple)

  Cet indice sert A LA FOIS pour l'ajout dans le tableau ET la recherche (*O(1)*).

Problèmes de la table de hachage

1. Le tableau indicé a une taille de départ fixée (n)

0	1	2	3	4	…	n - 1
?	?	?	?	O1	?	?

=> pour être certain que l'indice calculé (h(clé)) soit compris entre 0 et (n – 1) il faut prendre le modulo

indice = h (clé) mod n

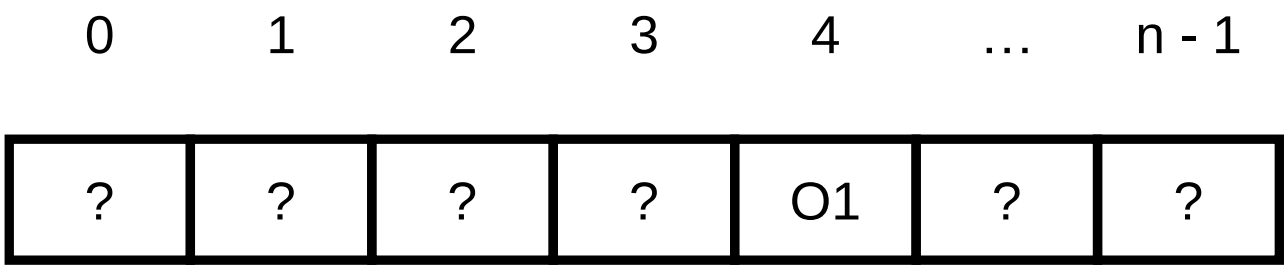
exemple pour un tableau n = 10 :

clé = Dupont

indice = 634 mod 10 = 4

Problèmes de la table de hachage

2. Rien ne garantit que l'indice calculé par hachage ne corresponde pas à une case DÉJÀ occupée = la COLLISION



Exemple : insérer un objet O2 (un autre numéro de tél.) associée à la clé Dupot

h(clé) = 68 + 117 + 112 + 111 + 116
h(clé) = 524

En supposant n = 10 :

indice = h (clé) mod n = 4

Problèmes de la table de hachage

3. Trouver la fonction de hachage qui exploite au mieux TOUTES les cases du tableau

0	1	2	3	4	…	n - 1
O10	O2	O4	O12	O1	…	O3

Ce n’est pas un problème simple.

Par exemple : 95% de chance d'avoir une collision dans un tableau de 1 million de cases avant d’avoir ajouter 2500 tuples.

Il existe d’autres fonctions de hachage bien + performantes que le code ASCII.

Solutions au problème de collision

Règle de départ

Démarrer avec un tableau de taille n = 2 X le nombre de tuples à insérer (densité de 50%).

Si *h(clé) >= n* alors prendre le *modulo n* obligatoirement. Pour éviter que ce reste (*h(clé) mod n*) soit trop souvent zéro (donc collision), prendre pour *h(clé)* le nombre **premier** le plus proche (car seulement 2 diviseurs).

Si la densité approche 75%, doubler la taille du tableau et retour à une densité de 37%.

Solutions au problème de collision

Solution1

Adressage ouvert simple.

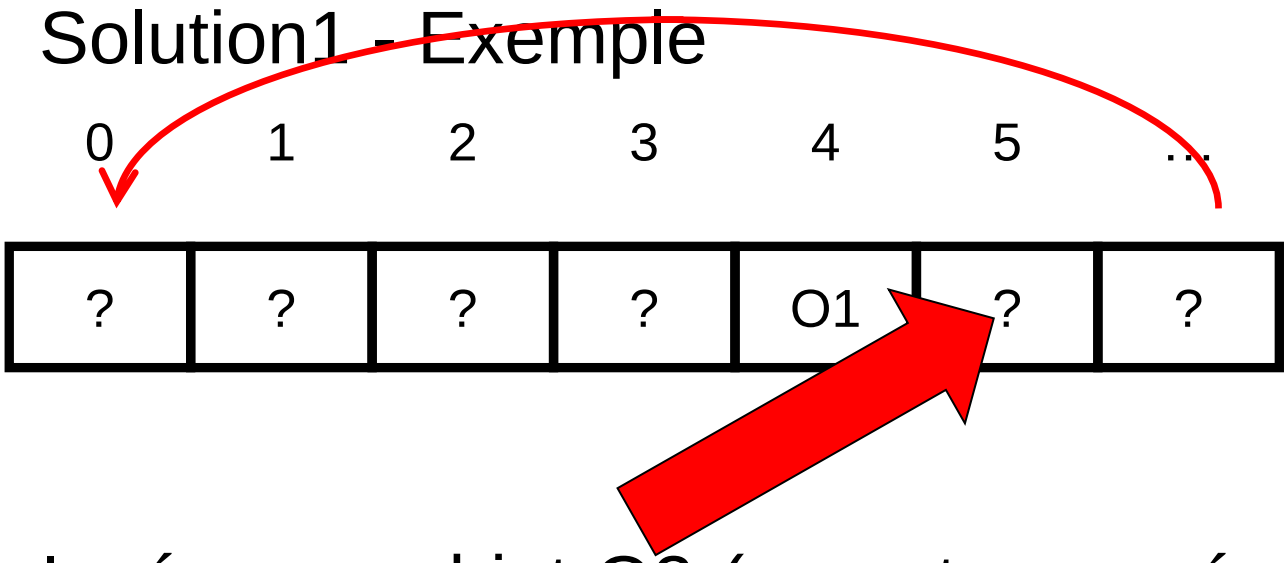
1. Calcul de l'indice avec la fonction de hachage

2. Si l'emplacement à l'indice calculé est libre alors placer le tuple à cet endroit

3. Sinon chercher la première place vide et y placer le tuple. Cette recherche se fait en balayant le tableau de façon circulaire.

Solutions au problème de collision

Solution1 - Exemple



Insérer un objet O2 (un autre numéro de tél.) associée à la clé Dupot

h(clé) = 68 + 117 + 112 + 111 + 116
h(clé) = 524

En supposant n = 10 :

indice = h (clé) mod n = 4

===> prochaine place libre est en indice + 1 = 5

Solutions au problème de collision

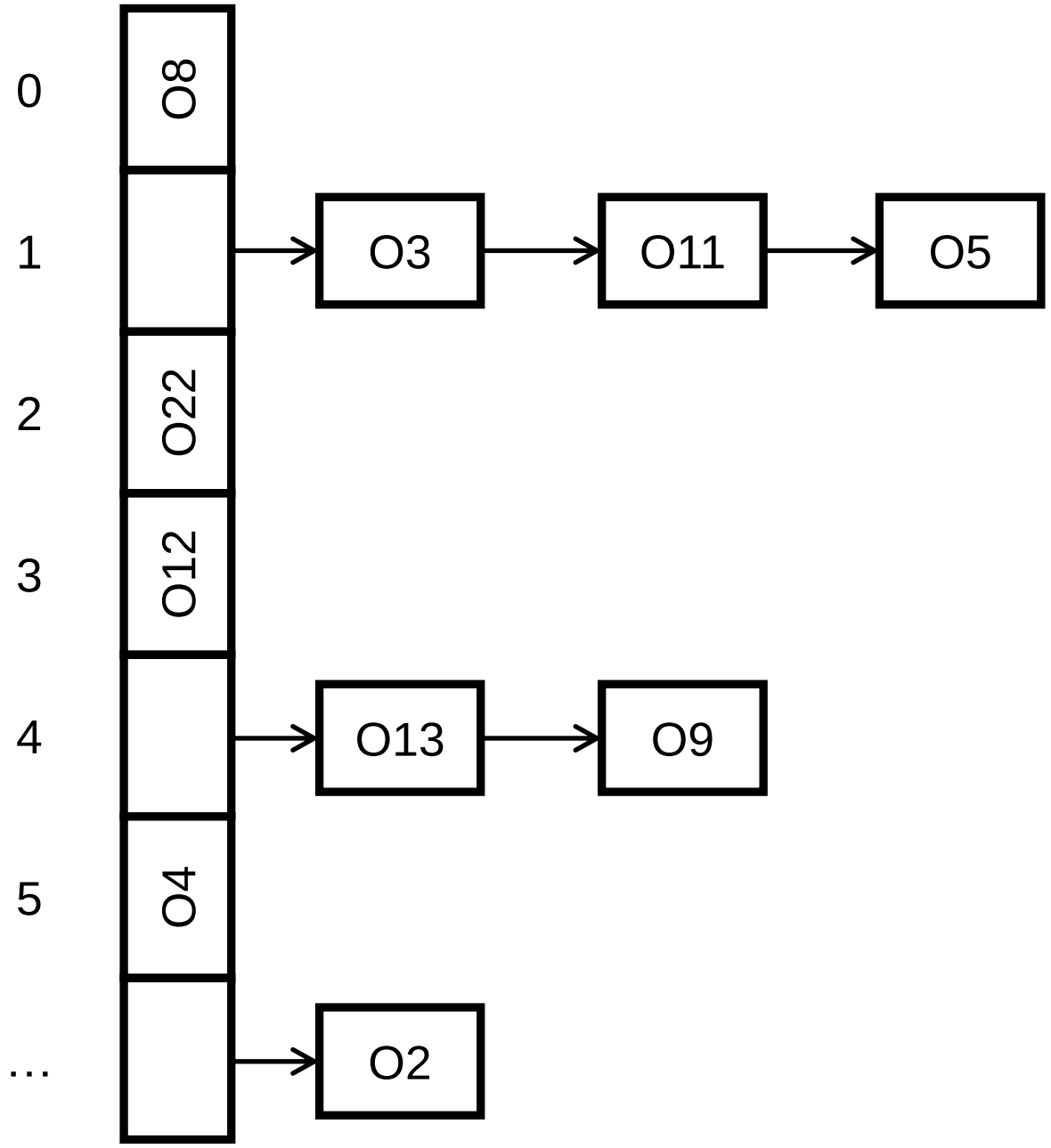
Solution2

Chaînage des collisions.

Si l'emplacement à l'indice calculé est occupé alors placer le tuple au début d'une liste chaînée qui démarre à cet emplacement là.

Les tuples qui ont le même indice sont placés dans la MÊME liste (chaînée).

Solution2 - Exemple



Solutions au problème de collision

Solution2 - Caractéristiques

- ajout en *O(1)* car on calcule un indice puis on insère en tête de liste (uniquement si collision)

- recherche dans le pire des cas en *O(m)* (m = nombre de tuples) car si *h(clé)* renvoie toujours le même indice => on se ramène à une « simple » liste chaînée

- cette solution retarde le moment où la taille du tableau doit être multipliée (par 2)

La table de hachage idéale

Dans l'idéal, il faut garder l'efficacité en *O(1)* pour l'ajout et la recherche (la suppression à la même efficacité que la recherche) :

- retarder le doublement du tableau pour mieux utiliser la mémoire
- utiliser une fonction de hachage qui réparti uniformément les tuples dans le tableau
- utiliser le chainage lorsqu'il y a collision
- lorsqu'on arrive à 100% de remplissage du tableau ou lorsque les chaînes deviennent trop longues => on double le tableau