

25 de agosto, 2024

TAREA #1 — Índice de Calidad de una Imagen Usando Histogramas

1. Pregunta #1

1. ¿Qué es el índice de calidad de una imagen? (También llamado *Image Quality Index* en inglés).

Es un concepto utilizado para cuantificar la calidad de una imagen digital, en relación con alguna otra imagen de referencia. Por ello, es comúnmente utilizado para medir la relación entre una imagen original y una versión alterada de dicha imagen con algún filtro, típicamente aplicado mediante técnicas de compresión, transmisión, y demás operaciones que pueden degradar la calidad de la imagen.

En el siguiente punto se definen algunos de los índices de calidad más comunes.

2. Explique los siguientes índices:

- **Mean Squared Error (MSE):** El Error Cuadrático Medio (MSE, por sus siglas en inglés) es una métrica que mide la diferencia promedio al cuadrado entre los valores de píxeles de la imagen original y la imagen procesada. Se representa matemáticamente mediante la siguiente fórmula:

$$\text{MSE} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [I(i, j) - K(i, j)]^2$$

donde:

- $I(i, j)$ son los valores de píxeles en las posiciones i, j de la imagen original.
- $K(i, j)$ corresponde a los píxeles en las posiciones i, j de la imagen procesada.
- m y n son las dimensiones de la imagen.

UN MSE bajo indica similitud entre ambas imágenes, mientras que un MSE alto denota una gran diferencia entre las mismas.

- **Peak signal to noise ratio (PSNR):** Corresponde a una métrica que, tal y como indica su nombre, utiliza el mayor punto de señal de potencia y la potencia de ruido que afecta a la imagen procesada para evaluar la relación entre las propias imágenes. Su forma matemática se escribe como:

$$\text{PSNR} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\text{MAX}_I^2}{\text{MSE}} \right)$$

donde:

- MAX_I^2 es el valor máximo posible de un pixel en la imagen.
- MSE corresponde al *Mean Squared Error* definido previamente.

Un valor de PSNR más alto indica mejor calidad de la imagen.

- **Structural similarity index (SSIM):** El Índice de Similitud Estructural busca, por su parte, evaluar la similitud entre dos imágenes en términos de luminancia, contraste y estructura. Su representación matemática se encuentra dada por:

$$\text{SSIM}(I, K) = \frac{(2\mu_I\mu_K + C_1)(2\sigma_{IK} + C_2)}{(\mu_I^2 + \mu_K^2 + C_1)(\sigma_I^2 + \sigma_K^2 + C_2)}$$

donde:

- μ_I y μ_K son las medias de las imágenes I y K .
- σ_I^2 y σ_K^2 son las varianzas.
- σ_{IK} es la covarianza entre I y K .
- C_1 y C_2 son constantes para evitar inestabilidades numéricas.

El resultado de este índice se ubica entre -1 y 1 , donde 1 indica identidad entre las imágenes.

- **Signal-to-noise ratio (SNR):** Mide la potencia entre la señal original y la potencia del ruido presente en la imagen distorsionada para determinar su relación. Se calcula como sigue:

$$\text{SNR} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\sum_{i,j} I(i,j)^2}{\sum_{i,j} [I(i,j) - K(i,j)]^2} \right)$$

de donde se puede inferir que:

- I corresponde a la imagen original mientras que K pertenece a la imagen distorsionada.
- i, j corresponden al valor de la posición de los píxeles en las imágenes.

Entre más alto sea el valor obtenido, mayor calidad tendrá la imagen en términos de la relación señal-ruido.

2. Pregunta #2

1. ¿En que consisten el índice de calidad de una imagen usando histogramas (HQI) que se presenta el documento `histogram_iqi.pdf`?

- a) Realice una breve explicación del índice HQI, explicando la formulación matemática, y presentando un algoritmo que indique los pasos para obtener el índice que se encuentra en la ecuación (1) del documento `histogram_iqi.pdf`.

El índice de calidad de una imagen usando histogramas es, de manera similar a las métricas explicadas previamente, una manera de cuantificar la calidad de una imagen digital. Esto se consigue mediante la comparación de su histograma con el histograma de la imagen original. En este caso, la particularidad con la que cuenta este índice es el enfoque en la distribución de los brillos entre ambas imágenes.

El algoritmo utilizado en este proceso es el siguiente:

- 1) Generar los histogramas de las dos imágenes A y B .
- 2) Con los histogramas H_A y H_B calcular el vector de diferencias:

$$\Delta_j = |H_A(j) - H_B(j)|$$

donde cada j se refiere al nivel de brillo.

- 3) Calcular Δ_{TC} con los resultados de Δ_j como:

$$\Delta_{TC} = \sum_{j=0}^{255} \Delta_j$$

- 4) Se calcula el factor que mide la diferencia total entre los histogramas de la imagen original y la imagen distorsionada, conocido como $\Delta_{TC_{Factor}}$ como:

$$\Delta_{TC_{Factor}} = 1 - \frac{\Delta_{TC}}{2 \cdot M \cdot N} \quad (1)$$

con esto, ya se tiene el primer factor necesario para calcular el HQI.

- 5) Por otro lado, se calcula la correlación entre los dos histogramas como la división del producto punto entre las magnitudes de los histogramas, y su fórmula se expresa tal que:

$$HD = \frac{\sum_{j=0}^{255} (h_A(j) \times h_B(j))}{\sum_{j=0}^{255} (h_A(j))^2} \quad (2)$$

HD es un factor que varía entre 0 (sin correlación) y 1 (correlación perfecta), por lo que 1 indica que los histogramas son idénticos.

- 6) Finalmente, se multiplican los valores obtenidos para $\Delta_{TC_{Factor}}$ y HD en 1 y 2 respectivamente, como:

$$HQI = \Delta_{TC_{Factor}} \times HD$$

donde:

- $\Delta_{TC_{Factor}}$ mide el grado de cambio global en los histogramas.
- HD captura la similitud estructural (o correlación) entre los histogramas.

Ambos valores se combinan multiplicativamente en el HQI para proporcionar una medida equilibrada de la calidad de la imagen comparada con la original. Entre **más cercano a 1**, **mayor similitud** existe entre las dos imágenes.

- b) La sintáxis de la función implementada debe ser `c=hqi(A,B)`, donde A , B son imágenes a escala de grises, y c es el resultado del índice.

* La función implementada para satisfacer este punto se encuentra en la misma carpeta de este documento, bajo el nombre `indice_imagenes.m`.

3. Pregunta #3

Imagen	MSE	PSNR	SSIM	SNR	HQI
imMod1.jpg2	19.4446	11.1394	0.811062	11.1774	0.917172
imMod2.jpg3	34.91	8.45098	0.751024	8.63587	0.910512
imMod3.jpg4	63.5592	6.0206	0.754164	6.03359	0.832297
imMod4.jpg5	66.3521	6.0206	0.750294	5.84683	0.783151
imMod5.jpg6	0.000144958	24.0654	0.982396	62.4529	0.659642
imMod6.jpg7	64.97	6.0206	0.955311	5.93824	0.557937
imMod7.jpg8	57.5269	6.0206	0.719427	6.46666	0.212663

Tabla 1: Resultados de error para cada comparación de imágenes

La imagen original utilizada es 1, y el procedimiento utilizada para obtener los resultados de la tabla 1 fue calcular el error MSE, PSNR, SSIM, SNR, HQI (todos previamente definidos en este documento). Es posible observar diferentes resultados en la tabla, ya que todos los índices se centran en algún aspecto específico. Por ejemplo, para el MSE se obtuvo que la imagen 6 es prácticamente idéntica a la imagen original. Sin embargo, entre estas dos imágenes existe una gran diferencia entre sus histogramas, dado el resultado tan alejado de 1 que obtuvo bajo la métrica del HQI.

4. Anexos



Figura 1: Imagen original



Figura 2: Imagen con modificación 1

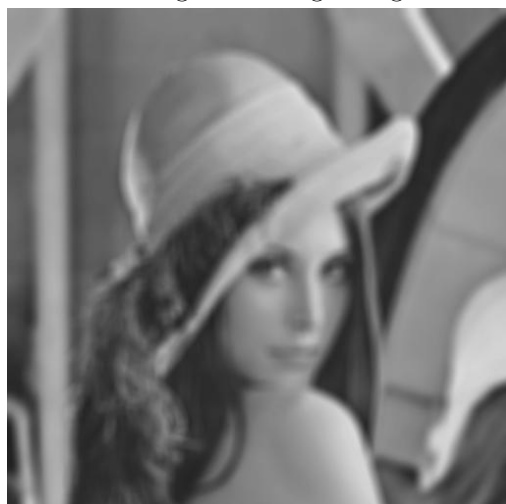


Figura 3: Imagen con modificación 2



Figura 4: Imagen con modificación 3



Figura 5: Imagen con modificación 4



Figura 6: Imagen con modificación 5



Figura 7: Imagen con modificación 6



Figura 8: Imagen con modificación 7

Referencias

- [1] U. Sara, M. Akter, and M. Uddin. Image quality assessment through fsim, ssim, mse and psnr—a comparative study. *Journal of Computer and Communications*, 7(3):8–18, 2019.
- [2] Yildiray Yalman. A histogram based image quality index. *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, 88(7a):126–129, 2012.

Submitted by Ignacio Grané Rojas - Emanuel Martín Gutiérrez - Felipe Vargas Jiménez on 25 de agosto, 2024.