

Комп'ютерний практикум №2. Оцінювання рішень на основі моделі, побудованої модифікованим методом морфологічного аналізу

Постановка задачі експертного оцінювання. Модифікований метод морфологічного аналізу (МММА) ставить за мету визначити ймовірності альтернатив параметрів при реалізації об'єкта, заданого морфологічною таблицею (МТ). Для цього спочатку необхідно отримати початкові наближення $p_j^{(i)}$ для ймовірностей альтернатив характеристичних параметрів. В ідеалі це мають бути незалежні ймовірності, однак для реальних задач виконання цієї умови практично неможливе. Для отримання цих величин пропонується застосувати експертне оцінювання.

Постановка задачі.

Дано:

- морфологічна таблиця, що містить множину характеристичних параметрів $F = \{F_i \mid i \in \overline{1, N}\}$, кожний параметр F_i описується множиною альтернатив $A_i = \{a_j^{(i)} \mid j \in \overline{1, n_i}\}$.

Потрібно:

- отримати початкові наближення $p_j^{(i)}$ для кожної з альтернатив $a_j^{(i)}$.

При проведенні процедури експертного оцінювання розглядаються такі способи отримання початкових наближень:

1) рівномірне розподілення. У випадку, якщо неможливо апіорно отримати адекватні оцінки ймовірності, або використання експертної процедури для цього не є раціональним через значну невизначеність оцінок або через їх близькість, можна всім альтернативам надати однакових значень $p_j^{(i)} = \frac{1}{n_i}$. Тоді результат роботи МММА буде базуватись виключно на використанні матриці взаємозв'язків альтернатив параметрів;

2) безпосереднє експертне оцінювання. Для кожної альтернативи $a_j^{(i)}, j \in \overline{1, n_i}$ параметра $F_i, i \in \overline{1, N}$ експертами надається оцінка $\tilde{p}_j^{(i)}$ за шкалою Міллера (табл. 1):

Таблиця 1. Шкала Міллера для безпосереднього оцінювання альтернатив морфологічної таблиці

Номер рівня	Якісна характеристика рівня	Кількісна характеристика рівня
1	Практично неможливо	$[0 \div 0,1]$
2	Дуже мала ймовірність	$[0,1 \div 0,25]$
3	Мала ймовірність	$[0,25 \div 0,4]$
4	Середня ймовірність	$[0,4 \div 0,6]$
5	Велика ймовірність	$[0,6 \div 0,75]$
6	Дуже велика ймовірність	$[0,75 \div 0,9]$
7	Практично гарантовано	$[0,9 \div 1]$

Отримані оцінки альтернатив для кожного параметра нормують:

$$p_j^{(i)} = \frac{\tilde{p}_j^{(i)}}{\sum_{j=1}^{n_i} \tilde{p}_j^{(i)}};$$

3) експертне оцінювання попарними порівняннями. Для кожного параметра $F_i, i \in \overline{1, N}$ експерти оцінюють кожну пару його альтернатив з точки зору переваги однієї альтернативи над іншою. Для пари альтернатив $a_j^{(i)}, a_k^{(i)}$ дається оцінка $m_{jk}^{(i)}$ згідно з фундаментальною шкалою, наведеною в табл. 2:

Таблиця 2. Шкала визначення оцінки переваги

Кількісна оцінка переваги	Якісна характеристика переваги
1	Однакова ймовірність
3	Помірна перевага
5	Суттєва перевага
7	Дуже сильна перевага
9	Абсолютна перевага
2, 4, 6, 8	Проміжні значення

Якщо оцінка $m_{jk}^{(i)}$ надана на основі порівняння j -ї та k -ї альтернатив, то оцінка $m_{kj}^{(i)}$ має обернене значення: $m_{kj}^{(i)} = \frac{1}{m_{jk}^{(i)}}$. Оцінки ймовірності альтернатив у такому випадку розраховуються на основі методів обробки матриць парних порівнянь – наприклад, методів EM, RGMM, AN тощо.

Матриця взаємозв'язків альтернатив параметрів. Для врахування зв'язків між параметрами МТ пропонується використовувати числову матрицю взаємозв'язків альтернатив параметрів (МВЗАП). Кожній парі альтернатив $a_{j_1}^{(i_1)}, a_{j_2}^{(i_2)}$ різних параметрів F_{i_1}, F_{i_2} присвоюється оцінка $c_{i_1 j_1, i_2 j_2} \in [-1; 1]$ згідно з табл. 3:

Таблиця 3. Пояснення оцінок МВЗАП

Оцінка	Пояснення
-1	Альтернативи повністю несумісні; конфігурація з цією парою альтернатив неможлива
(-1;0)	Альтернативи частково несумісні; вибір однієї з них певною мірою зменшує ймовірність вибору іншої
0	Альтернативи незалежні; вибір однієї з них не впливає на вибір іншої
(0;1)	Альтернативи частково пов'язані; вибір однієї з них певною мірою збільшує ймовірність вибору іншої
1	Альтернативи повністю пов'язані; вибір однієї з них тягне за собою вибір іншої

В результаті цієї процедури формується МВЗАП, як показано в табл. 4. Вважається, що параметри в парі однаково впливають один на одного, тому, як правило, наводять тільки половину матриці.

Таблиця 4. Матриця взаємозв'язків альтернатив параметрів

		F_1				...	F_{N-1}			
		$a_1^{(1)}$	$a_2^{(1)}$...	$a_{n_1}^{(1)}$...	$a_1^{(N-1)}$	$a_2^{(N-1)}$...	$a_{n_{N-1}}^{(N-1)}$
F_2	$a_1^{(2)}$	$c_{11,21}$	$c_{12,21}$...	$c_{1n_1,21}$					
	$a_2^{(2)}$	$c_{11,22}$	$c_{12,22}$...	$c_{1n_1,22}$					
					
	$a_{n_2}^{(2)}$	$c_{11,2n_2}$	$c_{12,2n_2}$...	$c_{1n_1,2n_2}$					
...				
F_N	$a_1^{(N)}$	$c_{11,N1}$	$c_{12,N1}$...	$c_{1n_1,N1}$...	$c_{(N-1)1,N1}$	$c_{(N-1)2,N1}$...	$c_{(N-1)n_{N-1},N1}$
	$a_2^{(N)}$	$c_{11,N2}$	$c_{12,N2}$...	$c_{1n_1,N2}$		$c_{(N-1)1,N2}$	$c_{(N-1)2,N2}$...	$c_{(N-1)n_{N-1},N2}$

	$a_{n_N}^{(N)}$	c_{11,Nn_N}	c_{12,Nn_N}	...	c_{1n_1,Nn_N}		$c_{(N-1)1,Nn_N}$	$c_{(N-1)2,Nn_N}$...	$c_{(N-1)n_{N-1},Nn_N}$

Розрахунок ймовірностей альтернатив і конфігурацій. Попередні оцінки, отримані від експертів, є наближеними, оскільки вони не враховують взаємозв'язки між параметрами, визначені матрицею взаємозв'язків альтернатив параметрів. Щоб отримати остаточні значення ймовірності, необхідно розв'язати задачу розрахунку ймовірностей альтернатив параметрів.

Постановка задачі:

Дано:

- морфологічна таблиця, що містить множину характеристичних параметрів $F = \{F_i \mid i \in \overline{1, N}\}$, кожний параметр F_i описується множиною альтернатив $A_i = \{a_j^{(i)} \mid j \in \overline{1, n_i}\}$;

- незалежні ймовірності всіх альтернатив $\{p_j^{(i)} \mid i \in \overline{1, N}; j \in \overline{1, n_i}\}$;

- значення взаємозв'язків всіх пар альтернатив параметрів $\{c_{i_1 j_1, i_2 j_2} \mid i_1, i_2 \in \overline{1, N}; i_1 \neq i_2; j_1 \in \overline{1, n_{i_1}}; j_2 \in \overline{1, n_{i_2}}\}$.

Потрібно:

- розрахувати ймовірності $p_j^{(i)}$ настання кожної з альтернатив $a_j^{(i)}$.

Розглянемо задачу для $N = 2$. Оскільки реалізація будь-якого з параметрів F_i у вигляді певної альтернативи є достовірною подією, яку можна представити у вигляді суми n_i попарно несумісних подій, якими є появи кожної з альтернатив параметра. Тому можна записати співвідношення для повної ймовірності події для всіх альтернатив параметрів таблиці. Наприклад, для альтернативи $a_1^{(1)}$:

$$p_1^{(1)} = \sum_{j=1}^{n_2} P(a_1^{(1)} \mid a_j^{(2)}) p_j^{(2)},$$

або, враховуючи, що для довільних подій $P(A \mid B)P(B) = P(A \cap B)$ (правило множення ймовірностей), співвідношення (3.1) можна записати так:

$$p_1^{(1)} = \sum_{j=1}^{n_2} P(\{a_1^{(1)}, a_j^{(2)}\}),$$

тобто ймовірність вибору альтернативи $a_1^{(1)}$ дорівнює сумі ймовірностей всіх конфігурацій МТ, що містять цю альтернативу.

Зі співвідношень виду (3.1), записаних для кожної альтернативи кожного параметру МТ, можна скласти систему рівнянь, з якої визначити величини $p_j^{(i)}$. Однак для цього необхідно спочатку знайти значення $P(a_{j_1}^{(i_1)} | a_{j_2}^{(i_2)})$, $i_1 \neq i_2$. Ці значення задаємо на основі наявних даних, тобто незалежних ймовірностей $p_j^{(i)}$, отриманих від експертів, і значень $c_{i_1 j_1, i_2 j_2}$ МВЗАП.

Одним із способів знаходження значення $P(a_{j_1}^{(i_1)} | a_{j_2}^{(i_2)})$, яке б відповідало вказаним вимогам, є такий:

$$P(a_{j_1}^{(i_1)} | a_{j_2}^{(i_2)}) = \frac{p_{j_1}^{(i_1)} (c_{i_1 j_1, i_2 j_2} + 1)}{\sum_{j=1}^{n_{i_1}} p_j^{(i_1)} (c_{i_1 j, i_2 j_2} + 1)}.$$

Розглянемо задачу для $N > 2$.

$$\begin{aligned} p_1^{(1)} &= \sum_{j_2=1}^{n_2} \sum_{j_3=1}^{n_3} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(a_1^{(1)} | \{a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}) P(\{a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}) = \\ &= \sum_{j_2=1}^{n_2} \sum_{j_3=1}^{n_3} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(\{a_1^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}) = \\ &= \sum_{j_2=1}^{n_2} \sum_{j_3=1}^{n_3} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(\{a_1^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_2}^{(2)}) p_{j_2}^{(2)}. \end{aligned}$$

Постає необхідність знайти значення виразу вигляду $P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_k}^{(k)})$, $k \in \overline{1, N}$.

Одним із способів знаходження значення $P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_1}^{(1)})$, яке б відповідало вказаним вимогам, є такий (приклад для $k = 1$):

$$P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_1}^{(1)}) = \frac{P'(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_1}^{(1)})}{\sum_{k_2=1}^{n_2} \sum_{k_3=1}^{n_3} \dots \sum_{k_N=1}^{n_N} P'(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{k_2}^{(2)}, a_{k_3}^{(3)}, \dots, a_{k_N}^{(N)}\} | a_{j_1}^{(1)})},$$

де

$$P'(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_1}^{(1)}) = \prod_{m=2}^N p_{j_m}^{(m)} \cdot \prod_{m=1}^{N-1} \prod_{l=m+1}^N (c_{m j_m, l j_l} + 1).$$

В загальному вигляді систему для визначення остаточних ймовірностей альтернатив параметрів запишемо так:

$$\left\{ \begin{array}{l}
p_1^{(1)} = \sum_{j_2=1}^{n_2} \sum_{j_3=1}^{n_3} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(\{a_1^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_2}^{(2)}) p_{j_2}^{(2)}; \\
\dots \\
p_{n_1}^{(1)} = \sum_{j_2=1}^{n_2} \sum_{j_3=1}^{n_3} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(\{a_{n_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_2}^{(2)}) p_{j_2}^{(2)}; \\
p_1^{(2)} = \sum_{j_1=1}^{n_1} \sum_{j_3=1}^{n_3} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_1^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_3}^{(3)}) p_{j_3}^{(3)}; \\
\dots \\
p_{n_2}^{(2)} = \sum_{j_1=1}^{n_1} \sum_{j_3=1}^{n_3} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{n_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_{j_3}^{(3)}) p_{j_3}^{(3)}; \\
\dots \\
p_1^{(N)} = \sum_{j_1=1}^{n_1} \sum_{j_2=1}^{n_2} \dots \sum_{j_{N-1}=1}^{n_{N-1}} P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_{N-1}}^{(N-1)}\} | a_{j_1}^{(1)}) p_{j_1}^{(1)}; \\
\dots \\
p_{n_N}^{(N)} = \sum_{j_1=1}^{n_1} \sum_{j_2=1}^{n_2} \dots \sum_{j_{N-1}=1}^{n_{N-1}} P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_{N-1}}^{(N-1)}\} | a_{j_1}^{(1)}) p_{j_1}^{(1)}; \\
\sum_{j=1}^{n_1} p_j^{(1)} = 1; \\
\dots \\
\sum_{j=1}^{n_N} p_j^{(N)} = 1.
\end{array} \right.$$

Введемо позначення матриць P_1, \dots, P_N :

$$\begin{aligned}
P_1 &= \left[\sum_{j_3=1}^{n_3} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(\{a_k^{(1)}, a_l^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_l^{(2)}) \right]_{k \in 1, n_1, l \in 1, n_2}, \\
P_2 &= \left[\sum_{j_1=1}^{n_1} \sum_{j_4=1}^{n_4} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_k^{(2)}, a_l^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\} | a_l^{(3)}) \right]_{k \in 1, n_2, l \in 1, n_3}, \\
&\dots \\
P_N &= \left[\sum_{j_2=1}^{n_2} \dots \sum_{j_{N-1}=1}^{n_{N-1}} P(\{a_l^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_k^{(N)}\} | a_l^{(1)}) \right]_{k \in 1, n_N, l \in 1, n_1},
\end{aligned}$$

і позначення векторів $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N$:

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} p_1^{(1)} \\ \dots \\ p_{n_1}^{(1)} \end{pmatrix}, \dots, \vec{x}_N = \begin{pmatrix} p_1^{(N)} \\ \dots \\ p_{n_N}^{(N)} \end{pmatrix}.$$

Запишемо систему, використовуючи введені позначення:

$$\begin{cases} \vec{x}_1 = P_1 \vec{x}_2; \|\vec{x}_1\| = 1; \\ \vec{x}_2 = P_2 \vec{x}_3; \|\vec{x}_2\| = 1; \\ \dots \\ \vec{x}_{N-1} = P_{N-1} \vec{x}_N; \|\vec{x}_{N-1}\| = 1; \\ \vec{x}_N = P_N \vec{x}_1; \|\vec{x}_N\| = 1. \end{cases}$$

Розв'язком цієї системи є $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N$ – нормовані власні вектори, що відповідають власному числу $\lambda = 1$, матриць $P_1 P_2 \dots P_N$, $P_2 P_3 \dots P_N P_1$, ..., $P_N P_1 \dots P_{N-1}$ відповідно, які можна знайти у вигляді:

$$p_{j_k}^{(i_k)} = \frac{p_{j_k}^{\prime(i_k)} \sum_{j_1=1}^{n_1} \dots \sum_{j_{k-1}=1}^{n_{k-1}} \sum_{j_{k+1}=1}^{n_{k+1}} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} C_{j_1 j_2 \dots j_N} p_{j_1}^{\prime(i_1)} \dots p_{j_{k-1}}^{\prime(i_{k-1})} p_{j_{k+1}}^{\prime(i_{k+1})} \dots p_{j_N}^{\prime(i_N)}}{\sum_{j_1=1}^{n_1} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} C_{j_1 j_2 \dots j_N} p_{j_1}^{\prime(i_1)} \dots p_{j_N}^{\prime(i_N)}}.$$

Також знаходимо ймовірність будь-якої конфігурації

$$P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}) = \frac{C_{j_1 j_2 \dots j_N} p_{j_1}^{\prime(i_1)} \dots p_{j_N}^{\prime(i_N)}}{\sum_{j_1=1}^{n_1} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} C_{j_1 j_2 \dots j_N} p_{j_1}^{\prime(i_1)} \dots p_{j_N}^{\prime(i_N)}}.$$

Таким чином, в результаті розв'язку системи отримуємо морфологічну таблицю, що містить ймовірності вибору альтернатив з урахуванням взаємозв'язків між параметрами морфологічної таблиці. Ці значення можуть бути використані для визначення найбільш важливих станів параметрів розглядуваного об'єкта, ранжування цих станів за ймовірністю виникнення, вибору найбільш ймовірних конфігурацій, а також в якості вхідних даних для подальших методів, зокрема для другого етапу двохетапної процедури морфологічного аналізу.

Двоетапний модифікований метод морфологічного аналізу. В процесі сценарного аналізу часто буває доцільним застосування двохетапної процедури МММА. При цьому на першому етапі здійснюється аналіз неконтрольованих факторів, так званих факторів “зовнішнього світу” для об'єкта, проблеми або явища, що розглядається. Другий етап дослідження полягає в синтезі рішень, які найбільш ефективно враховувати в умовах сукупності можливих реалізацій об'єкта, визначених на першому етапі.

Таким чином, будуються дві пов'язані морфологічні таблиці. Морфологічну таблицю першого етапу назовемо морфологічною таблицею сценаріїв, морфологічну таблицю другого етапу назовемо морфологічною таблицею стратегій.

Специфіка другого етапу МММА полягає в тому, що вибір альтернатив параметрів МТ стратегій залежить не від випадкових зовнішніх факторів, а від особи, що приймає рішення, тому немає сенсу говорити про ймовірність вибору альтернатив. Тому на другому етапі для оцінки альтернатив і конфігурацій використовується величина очікуваної результативності, тобто вірогідності того, що вибір цієї альтернативи або конфігурації призведе до бажаних результатів.

Матриця зв'язків альтернатив параметрів. Параметри МТ стратегій залежать від зовнішніх даних, в цьому випадку – від параметрів МТ сценаріїв. Для врахування цих зв'язків пропонується використовувати матрицю зв'язків альтернатив параметрів (МЗАП), схожу на МВЗАП першого етапу морфологічного дослідження, однак зв'язок між параметрами в даному випадку є одностороннім.

Кожній парі альтернатив $a_{j_1}^{(i_1)}, a_{j_2}^{(i_2)}$ параметрів F_{i_1}, F_{i_2} таблиць першого та другого етапів присвоюється оцінка $c_{i_1 j_1, i_2 j_2} \in [-1; 1]$ згідно з табл. 5:

Таблиця 5. Пояснення оцінок матриці зв'язків

Оцінка	Пояснення
-1	Альтернатива параметра МТ стратегій є абсолютно не ефективною при виборі відповідної альтернативи параметра МТ сценаріїв
(-1;0)	Вибір відповідної альтернативи параметра МТ сценаріїв в певній мірі зменшує ефективність альтернативи параметра МТ стратегій
0	Ефективність альтернативи параметра МТ стратегій ніяк не залежить від вибору відповідної альтернативи параметра МТ сценаріїв
(0;1)	Вибір відповідної альтернативи параметра МТ сценаріїв в певній мірі збільшує ефективність альтернативи параметра МТ стратегій
1	Альтернатива параметра МТ стратегій є повністю ефективною при виборі відповідної альтернативи параметра МТ сценаріїв

Задачу, що виникає на другому етапі морфологічного дослідження, можна сформулювати таким чином:

Постановка задачі

Дано:

- морфологічна таблиця, що складається з МТ першого та другого етапів. Таблиця містить множину характеристичних параметрів $F = \{F_i \mid i \in \overline{1, N + N'}\}$, кожен параметр F_i описується множиною альтернатив $A_i = \{a_j^{(i)} \mid j \in \overline{1, n_i}\}$;

- результати розрахунку ймовірностей альтернатив МТ сценаріїв $p_j^{(i)}, i \in \overline{1, N}, j \in \overline{1, n_i}$;

- значення зв'язків пар альтернатив параметрів МТ сценаріїв і стратегій $\{c_{i_1 j_1, i_2 j_2} \mid i_1 \in \overline{1, N}, i_2 \in \overline{N + 1, N + N'}; j_1 \in \overline{1, n_{i_1}}; j_2 \in \overline{1, n_{i_2}}\}$.

Потрібно:

- розрахувати оцінки результативності $R_j^{(i)}$ кожної з альтернатив параметрів МТ стратегій $a_j^{(i)}, i \in \overline{N + 1, N + N'}, j \in \overline{1, n_i}$ в умовах ситуації, заданої МТ сценаріїв;

- розрахувати оцінки результативності $R\{s_l\}$ конфігурацій s_l , породжених МТ стратегій, в умовах ситуації, заданої МТ сценаріїв.

Вибір тих чи інших альтернатив параметрів МТ стратегій є прийняттям рішення в умовах можливих станів навколишнього середовища, які можуть настати з певною ймовірністю. Для визначення очікуваної результативності необхідно розглянути всі можливі конфігурації МТ сценаріїв, враховуючи результативність розглядуваної альтернативи в умовах кожної з конфігурацій.

Введемо подібну до умовної ймовірності величину умовної результативності $R(a_j^{(i)} \mid \{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\})$ альтернативи $a_j^{(i)}, i \in \overline{N + 1, N + N'}$ при конфігурації МТ сценаріїв $\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}$:

$$R(a_j^{(i)} | \{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}) = \frac{p_j'^{(i)} \cdot \prod_{m=1}^N (c_{mj_m, ij} + 1)}{\sum_{k=1}^{n_i} p_k'^{(i)} \cdot \prod_{m=1}^N (c_{mj_m, ik} + 1)},$$

де $p_{j_i}'^i$ – попередня оцінка результативності альтернативи $a_{j_i}^{(i)}$. В разі якщо така попередня інформація про результативність альтернатив відсутня, ці значення приймаються рівними для всіх альтернатив кожного з параметрів: $p_j'^{(i)} = 1/n_i$.

Як ефективність прийняття рішення в умовах невизначеності, значення очікуваної результативності альтернативи $a_j^{(i)}, i \in \overline{N+1, N+N'}$, можна виразити таким співвідношенням:

$$R_j^{(i)} = \sum_{j_1=1}^{n_1} \sum_{j_2=1}^{n_2} \dots \sum_{j_N=1}^{n_N} R(a_j^{(i)} | \{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}) P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}),$$

де $P(\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\})$ – ймовірність конфігурації $\{a_{j_1}^{(1)}, a_{j_2}^{(2)}, a_{j_3}^{(3)}, \dots, a_{j_N}^{(N)}\}$, яка визначається на першому етапі дослідження.

Отримані оцінки результативності зручно використовувати для ранжування за ефективністю альтернатив параметрів МТ стратегій.

Приклад. Нехай задана морфологічна таблиця з трьох параметрів (табл. 6) і відповідна їй МВЗАП (табл. 7).

Таблиця 6. Приклад оціненої морфологічної таблиці

F_1		F_2		F_3	
$a_1^{(1)}$	0,3	$a_1^{(2)}$	0,4	$a_1^{(3)}$	0,3
$a_2^{(1)}$	0,5	$a_2^{(2)}$	0,3	$a_2^{(3)}$	0,7
$a_3^{(1)}$	0,2	$a_3^{(2)}$	0,1		
		$a_4^{(2)}$	0,2		

Таблиця 7. Приклад оціненої МВЗАП

		F_1			F_2			
		$a_1^{(1)}$	$a_2^{(1)}$	$a_3^{(1)}$	$a_1^{(2)}$	$a_2^{(2)}$	$a_3^{(2)}$	$a_4^{(2)}$
F_2	$a_1^{(2)}$	0,5						
	$a_2^{(2)}$			-0,5				
	$a_3^{(2)}$							
	$a_4^{(2)}$							
F_3	$a_1^{(3)}$	0,2	0,8		0,5			
	$a_2^{(3)}$						-1	

Проміжні результати зручно представляти у вигляді таблиці конфігурацій, в якій перелічуються всі можливі конфігурації. У випадку невеликої кількості конфігурацій така таблиця може будуватись явно, але якщо конфігурацій велика кількість, таблиця

конфігурацій будується віртуально, за рахунок проходження програмними засобами по всіх можливих конфігураціях із розрахунком і накопиченням проміжних результатів.

В таблиці конфігурацій розраховуються спочатку ненормовані ймовірності конфігурацій шляхом добутку двох компонентів:

1) добуток ймовірностей незалежних ймовірностей відповідних альтернатив конфігурації. Наприклад, для конфігурації $s = \{a_1^{(1)}, a_1^{(2)}, a_1^{(3)}\}$:

$$p_1^{(1)} p_1^{(2)} p_1^{(3)} = 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,036;$$

2) добуток зміщених на 1 значень матриці взаємозв'язків, які відповідають всім можливим парам альтернатив із цієї конфігурації:

$$C = (1 + C_{1121})(1 + C_{1131})(1 + C_{2131}) = (1 + 0,5)(1 + 0,2)(1 + 0,5) = 2,7.$$

Добуток цих компонентів $P'(\{a_1^{(1)}, a_1^{(2)}, a_1^{(3)}\}) = 0,036 \cdot 2,7 = 0,0972$ – ненормоване значення ймовірності конфігурації. Після розрахунку таких значень для всіх конфігурацій шукається їх сума, і далі розраховуються нормовані значення ймовірностей конфігурацій шляхом ділення ненормованого значення на цю суму: $P(\{a_1^{(1)}, a_1^{(2)}, a_1^{(3)}\}) = 0,0972 / 1,2 = 0,081$. Результати розрахунку для всіх конфігурацій показані в табл. 8.

Таблиця 8. Таблиця конфігурацій з розрахованими оцінками

F_1	F_2	F_3	$p_1^{(1)} p_1^{(2)} p_1^{(3)}$	C	$p_1^{(1)} p_1^{(2)} p_1^{(3)} C$	$P(s)$
1	1	1	0,036	2,7	0,0972	0,081
1	1	2	0,084	1,5	0,126	0,105
1	2	1	0,027	1,2	0,0324	0,027
1	2	2	0,063	1	0,063	0,053
1	3	1	0,009	1,2	0,0108	0,009
1	3	2	0,021	0	0	0
1	4	1	0,018	1,2	0,0216	0,018
1	4	2	0,042	1	0,042	0,035
2	1	1	0,06	2,7	0,162	0,135
2	1	2	0,14	1	0,14	0,117
2	2	1	0,045	1,8	0,081	0,068
2	2	2	0,105	1	0,105	0,088
2	3	1	0,015	1,8	0,027	0,023
2	3	2	0,035	0	0	0
2	4	1	0,03	1,8	0,054	0,045
2	4	2	0,07	1	0,07	0,058
3	1	1	0,024	1,5	0,036	0,03
3	1	2	0,056	1	0,056	0,047
3	2	1	0,018	0,5	0,009	0,008
3	2	2	0,042	0,5	0,021	0,018
3	3	1	0,006	1	0,006	0,005
3	3	2	0,014	0	0	0
3	4	1	0,012	1	0,012	0,01
3	4	2	0,028	1	0,028	0,023
Усього					1,2	1

Ймовірності окремих альтернатив тепер знаходимо як суми ймовірностей всіх конфігурацій, що містять цю альтернативу:

$$p_1^{(1)} = 0,081 + 0,105 + 0,027 + 0,053 + 0,009 + 0 + 0,018 + 0,035 = 0,328$$

$$p_1^{(2)} = 0,081 + 0,105 + 0,135 + 0,117 + 0,03 + 0,047 = 0,515$$

$$p_1^{(3)} = 0,081 + 0,027 + 0,009 + 0,018 + 0,135 + 0,068 + 0,023 + 0,045 + \\ + 0,03 + 0,008 + 0,005 + 0,01 = 0,459$$

Ці розрахунки повторюємо для всіх альтернатив, отримуємо результат першого етапу морфологічного аналізу – оцінки ймовірностей альтернатив з урахуванням зв'язків між ними (табл. 9):

Таблиця 9. Розраховані на першому етапі МММА оцінки альтернатив

F_1		F_2		F_3	
$a_1^{(1)}$	0,328	$a_1^{(2)}$	0,515	$a_1^{(3)}$	0,459
$a_2^{(1)}$	0,534	$a_2^{(2)}$	0,262	$a_2^{(3)}$	0,541
$a_3^{(1)}$	0,141	$a_3^{(2)}$	0,037		
		$a_4^{(2)}$	0,188		

На другому етапі використовується також оцінена матриця зв'язків, яка співставляє кожну пару альтернатив першого і другого етапів. Нехай на другому етапі є один параметр F_4 з трьома альтернативами $a_1^{(4)}$, $a_2^{(4)}$, $a_3^{(4)}$, а оцінена матриця зв'язків виглядає таким чином (табл. 10):

Таблиця 10. Приклад матриці зв'язків альтернатив параметрів першого і другого етапів

		F_4		
		$a_1^{(4)}$	$a_2^{(4)}$	$a_3^{(4)}$
F_1	$a_1^{(1)}$	-0,5	0,2	0,5
	$a_2^{(1)}$	0	0,5	-0,5
	$a_3^{(1)}$	0,2	-0,6	0
F_2	$a_1^{(2)}$	0	-0,2	-0,2
	$a_2^{(2)}$	0,5	-0,4	-0,8
	$a_3^{(2)}$	0,6	0,2	0
	$a_4^{(2)}$	-0,3	0	0,2
F_3	$a_1^{(3)}$	0,5	-0,2	0,8
	$a_2^{(3)}$	-0,5	0	-0,5

Проміжні значення другого етапу також зручно шукати за допомогою явної або неявної таблиці конфігурацій. Спершу шукаються ненормовані очікувані результативності кожної з альтернатив $a_1^{(4)}$, $a_2^{(4)}$, $a_3^{(4)}$ параметра F_4 . Для цього береться добуток зміщених на 1 значень матриці зв'язків відповідної альтернативи параметра F_4 і значень, що відповідають розглядуваній конфігурації МТ першого етапу. Наприклад, для $a_1^{(4)}$:

$$R_1^{(4)} = (1 + C_{4111})(1 + C_{4121})(1 + C_{4131}) = (1 - 0,5)(1 + 0)(1 + 0,5) = 0,75;$$

для $a_2^{(4)}$:

$$R_2^{(4)} = (1 + C_{4211})(1 + C_{4221})(1 + C_{4231}) = (1 + 0,2)(1 - 0,2)(1 - 0,2) = 0,768;$$

для $a_3^{(4)}$:

$$R_3^{(4)} = (1 + C_{4311})(1 + C_{4321})(1 + C_{4331}) = (1 + 0,5)(1 - 0,2)(1 + 0,8) = 2,16.$$

Отримані значення нормуються, наприклад для $a_1^{(4)}$:

$$R_1^{(4)} = R_1^{(4)} / (R_1^{(4)} + R_2^{(4)} + R_3^{(4)}) = 0,75 / (0,75 + 0,768 + 2,16) = 0,204.$$

Нормовані значення домножуються на ймовірність відповідної конфігурації, отриманої в рамках першого етапу дослідження. Наприклад, для конфігурації $s = \{a_1^{(1)}, a_1^{(2)}, a_1^{(3)}\}$ і альтернативи $a_1^{(4)}$: $R_1^{(4)} \cdot P(s) = 0,204 \cdot 0,081 = 0,01652$.

Сума цих значень для всіх можливих конфігурацій (тобто сума значень цього стовпчика таблиці конфігурацій) дасть шукану загальну результативність альтернативи $a_1^{(4)}$. Те ж саме вірно і для решти альтернатив параметра F_4 . В таблиці 11 показано повний вигляд таблиці конфігурацій на другому етапі з відповідними обчисленнями для наведених вище вхідних даних.

Таблиця 11. Таблиця конфігурацій для розрахунків другого етапу МММА

F_1	F_2	F_3	$P(s)$	$R_1^{(4)}$	$R_2^{(4)}$	$R_3^{(4)}$	$R_1^{(4)}$	$R_2^{(4)}$	$R_3^{(4)}$	$R_1^{(4)}P(s)$	$R_2^{(4)}P(s)$	$R_3^{(4)}P(s)$
1	1	1	0,081	0,75	0,768	2,16	0,204	0,209	0,587	0,01652	0,01691	0,04757
1	1	2	0,105	0,25	0,96	0,6	0,138	0,530	0,331	0,01450	0,05569	0,03481
1	2	1	0,027	1,025	0,576	0,54	0,479	0,269	0,252	0,01293	0,00726	0,00681
1	2	2	0,053	0,375	0,72	0,15	0,301	0,578	0,120	0,01596	0,03065	0,00639
1	3	1	0,009	0,45	1,152	2,7	0,105	0,268	0,628	0,00094	0,00241	0,00565
1	3	2	0	0,15	1,44	0,75	0,064	0,615	0,321	0	0	0
1	4	1	0,018	0,525	0,96	3,24	0,111	0,203	0,686	0,00200	0,00366	0,01234
1	4	2	0,035	0,175	1,2	0,9	0,077	0,527	0,396	0,00269	0,01846	0,01385
2	1	1	0,135	1,5	0,96	0,72	0,472	0,302	0,226	0,06368	0,04075	0,03057
2	1	2	0,117	0,5	1,2	0,2	0,263	0,632	0,105	0,03079	0,07389	0,01232
2	2	1	0,068	2,25	0,72	0,18	0,714	0,229	0,057	0,04857	0,01554	0,00389
2	2	2	0,088	0,75	0,9	0,05	0,441	0,529	0,029	0,03882	0,04659	0,00259
2	3	1	0,023	2,4	1,44	0,9	0,506	0,304	0,190	0,01165	0,00699	0,00437
2	3	2	0	0,8	1,8	0,25	0,281	0,632	0,088	0	0	0
2	4	1	0,045	1,05	1,2	1,08	0,315	0,360	0,324	0,01419	0,01622	0,01459
2	4	2	0,058	0,35	1,5	0,3	0,163	0,698	0,140	0,00944	0,04047	0,00809
3	1	1	0,03	1,8	0,256	1,44	0,515	0,073	0,412	0,01545	0,00220	0,01236
3	1	2	0,047	0,6	0,32	0,4	0,455	0,242	0,303	0,02136	0,01139	0,01424
3	2	1	0,008	2,7	0,192	0,36	0,830	0,059	0,111	0,00664	0,00047	0,00089
3	2	2	0,018	0,9	0,24	0,15	0,698	0,186	0,116	0,01256	0,00335	0,00209
3	3	1	0,005	2,88	0,384	1,8	0,569	0,076	0,355	0,00284	0,00038	0,00178
3	3	2	0	0,96	0,48	0,5	0,495	0,247	0,258	0	0	0
3	4	1	0,01	1,26	0,32	2,16	0,337	0,086	0,578	0,00337	0,00086	0,00578
3	4	2	0,023	0,42	0,4	0,6	0,296	0,282	0,423	0,00680	0,00648	0,00972
Сума:										0,35171	0,40062	0,25067

Результат (очікувані результативності альтернатив) зображуємо у вигляді таблиці:

F_4	
$a_1^{(4)}$	0,35171
$a_2^{(4)}$	0,40062
$a_3^{(4)}$	0,25067

На основі розрахованих значень можна робити висновки про абсолютну і відносну вагомість альтернатив параметрів другого етапу.

Завдання

Для побудованих в рамках першого комп'ютерного практикуму морфологічних таблиць провести розрахункову процедуру двохетапного модифікованого методу морфологічного аналізу, щоб оцінити альтернативи параметрів другого етапу. Для цього:

На першому етапі:

- оцінити початкові ймовірності альтернатив;
- оцінити матрицю взаємозв'язків параметрів першого етапу;
- провести процедури з розрахунку ймовірностей альтернатив і конфігурацій.

На другому етапі:

- оцінити матрицю зв'язків;
- провести процедури з розрахунку оцінок альтернатив другого етапу;
- зробити висновки.

Оформлення робіт

Робота обов'язково має містити:

- стандартну титульну сторінку;
- сформульовану задачу (об'єкт) дослідження і побудовані в рамках першого комп'ютерного практикуму морфологічні таблиці;
- засоби для розв'язання задачі (наприклад, середовище, в якому робились обчислення), як проводилось експертне оцінювання (якщо проводилось);
- оцінені початкові ймовірності альтернатив;
- оцінену матрицю взаємозв'язків. Можна наводити тільки значимі (ненульові) фрагменти. Якщо були особливості в оцінюванні МВЗАП, бажано тут пояснити (наприклад, чому деякі параметри пов'язані або не пов'язані між собою);
- фрагмент (декілька рядків) таблиці конфігурацій, вона повинна містити як мінімум розраховані ймовірності конфігурацій;
- розраховані ймовірності всіх альтернатив морфологічної таблиці, з таблиці має бути зрозуміло, яким альтернативам вони відповідають;
- проміжні висновки по першому етапу – які альтернативи більш або менш ймовірні для параметрів першого етапу, наскільки великі між ними різниці або ступені переваги, наскільки результат очікуваний або неочікуваний;
- оцінену матрицю зв'язків. Можна наводити тільки значимі (ненульові) фрагменти. Якщо були особливості в оцінюванні МЗАП, бажано тут пояснити (наприклад, які параметри першого етапу впливають на другий етап і чому, а які не впливають, тобто важливі лише на першому);
- результат розрахунку всіх оцінок альтернатив параметрів другого етапу у вигляді таблиці, має бути зрозуміло, яким альтернативам відповідають оцінки;

- висновки і рекомендації по другому етапу – які альтернативи рішень або наслідків найбільш пріоритетні/результативні, наскільки результат очікуваний або неочікуваний, чим це оцінювання може бути корисним, які з нього можна сформулювати рекомендації.

Роботи оформлюються у вигляді файлу **в форматі pdf**. Назва файлу має відповідати шаблону:

kaXX_Surname_NP_2.pdf

де:

kaXX – номер групи;

Surname – прізвище латиницею (транслітом);

NP – ініціали латиницею (транслітом);

2 – номер роботи.

Оцінювання робіт

Максимальна оцінка за комп'ютерний практикум за умов вчасного виконання і відсутності зауважень – 20 балів.

Рекомендується демонструвати напрацювання по роботі до надсилання звіту для своєчасного виправлення можливих зауважень.