Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Липатникова М.С. группа НФИбд-02-19

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении задач поиска на примере задачи о погоне. Построить график в Scilab и найти точку пересечения двух объектов.

2 Задание работы

2.0.1 Вариант 37

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 14,1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,9 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

3 Теоретичсекое введение

Scilab — пакет прикладных математических программ, предоставляющий открытое окружение для инженерных (технических) и научных расчётов [1].

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка A равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки P такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки A [2].

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Постановка задачи

1. Принимает за $t_0 = 0, x_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_0 = k$- место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_0(\theta$ = $x_0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (fig. 4.1)

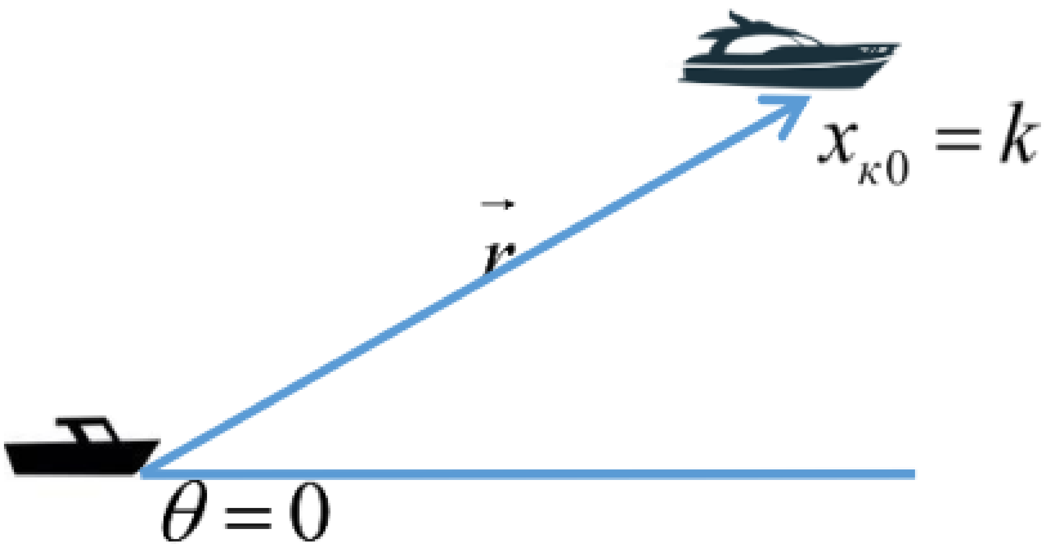

Figure 4.1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/3.9v$ (во втором случае $k + x/3.9v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:
$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{3.9v}$$
в первом случае или
$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{3.9v}$$
во втором. Отсюда мы найдем два значения $x_1 = k/4.9$ и $x_2 = k/2.9$. Задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенсальная скорость (fig. 4.2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем

$\frac{dr}{dt} = v$ Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r, $v_\tau = r\frac{d\theta}{dt}$

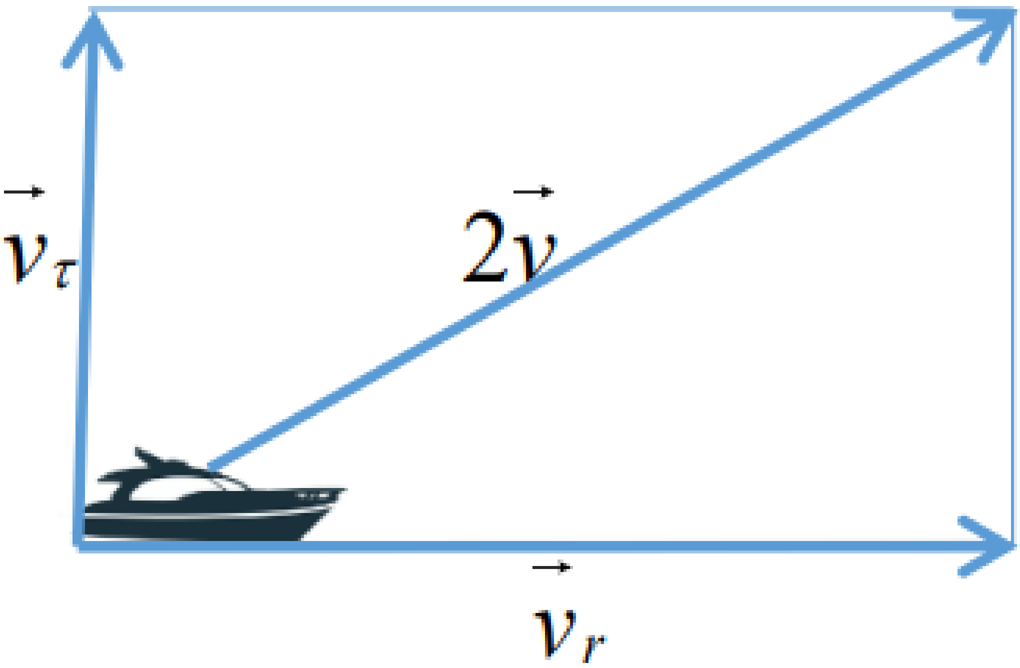

Figure 4.2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно: $v_\tau = \sqrt{(3.9v)^2) - v^2} = \sqrt{15.21}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.21}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений: $\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.21}v \end{cases}$ с начальными условиями $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$ или $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$, где $x_1 = k/4.9$, а $x_2 = k/2.9$. Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15.21}}$ Начальные условия остаются

прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

4.2 Код в Scilab

Решаем дифференциальное уравнение в Scilab. (fig. 4.3)(fig. 4.6)

1.sce

```
k=14.1;
fi=3*%pi/4;
function dr=f(tetha,r)
    dr=r/sqrt(15.21);
endfunction
r0=k/4.9;
tetha0=0;
tetha=0:0.01:2*%pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction
t=0:1:10;
polarplot(tetha,r,style=color('purple'));
plot2d(t,f2(t),style=color('green'));
```

Figure 4.3: Код в Scilab в первом случае

Точка пересечения траекторий в первом случае - (8.35;-8.35) (fig. 4.4)(fig. 4.5)

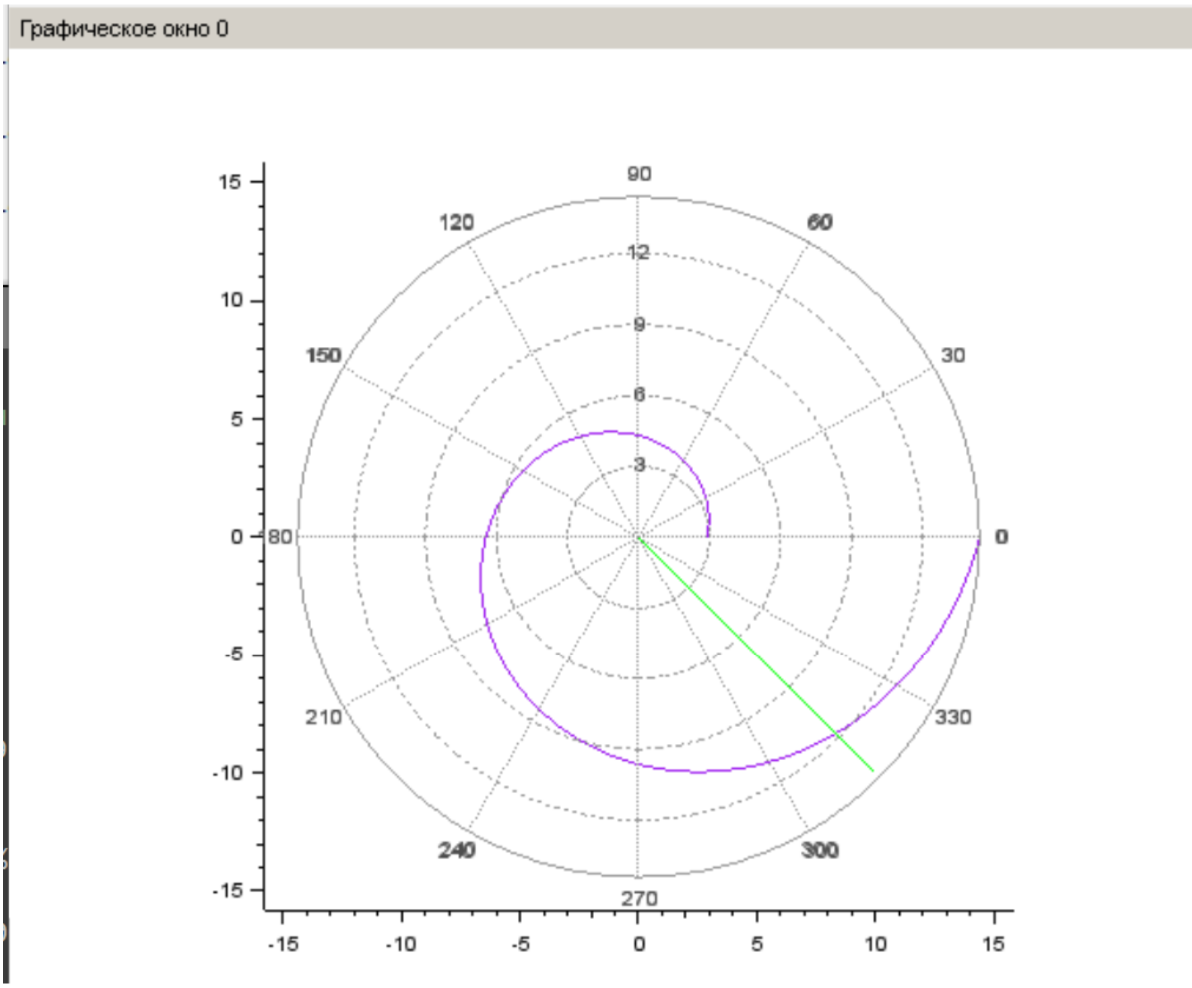

Figure 4.4: График в первом случае

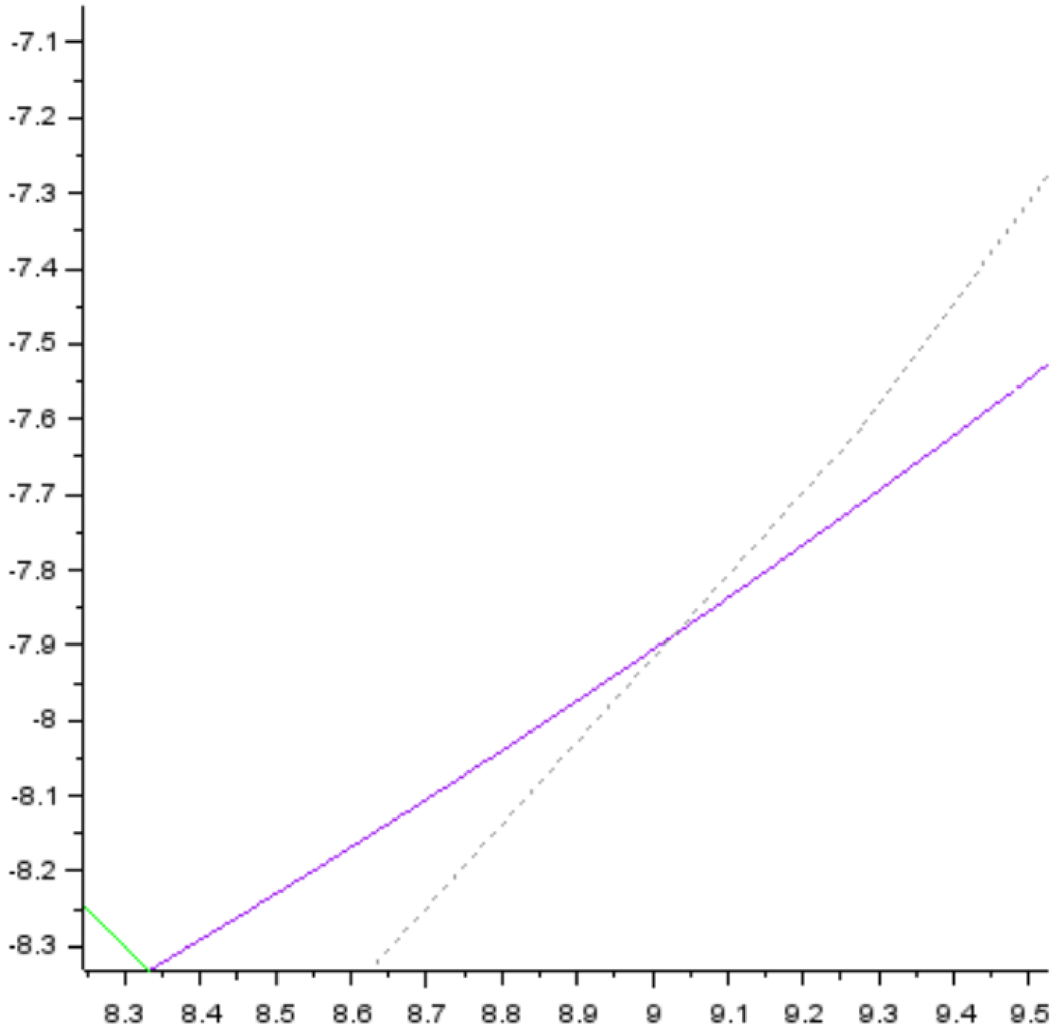

Figure 4.5: Приближение графика в первом случае

```
k=14.1;
fi=3*%pi/4;
function dr=f(tetha,r)
    dr=r/sqrt(15.21);
endfunction
r0=k/2.9;
tetha0=-%pi;
tetha=0:0.01:2*%pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction
t=0:1:100;
polarplot(tetha,r,style=color('purple'));
plot2d(t,f2(t),style=color('green'));
```

Figure 4.6: Код в Scilab во втором случае

Точка пересечения траекторий во втором случае - (31.5;-31.5) (fig. 4.7)(fig. 4.8)

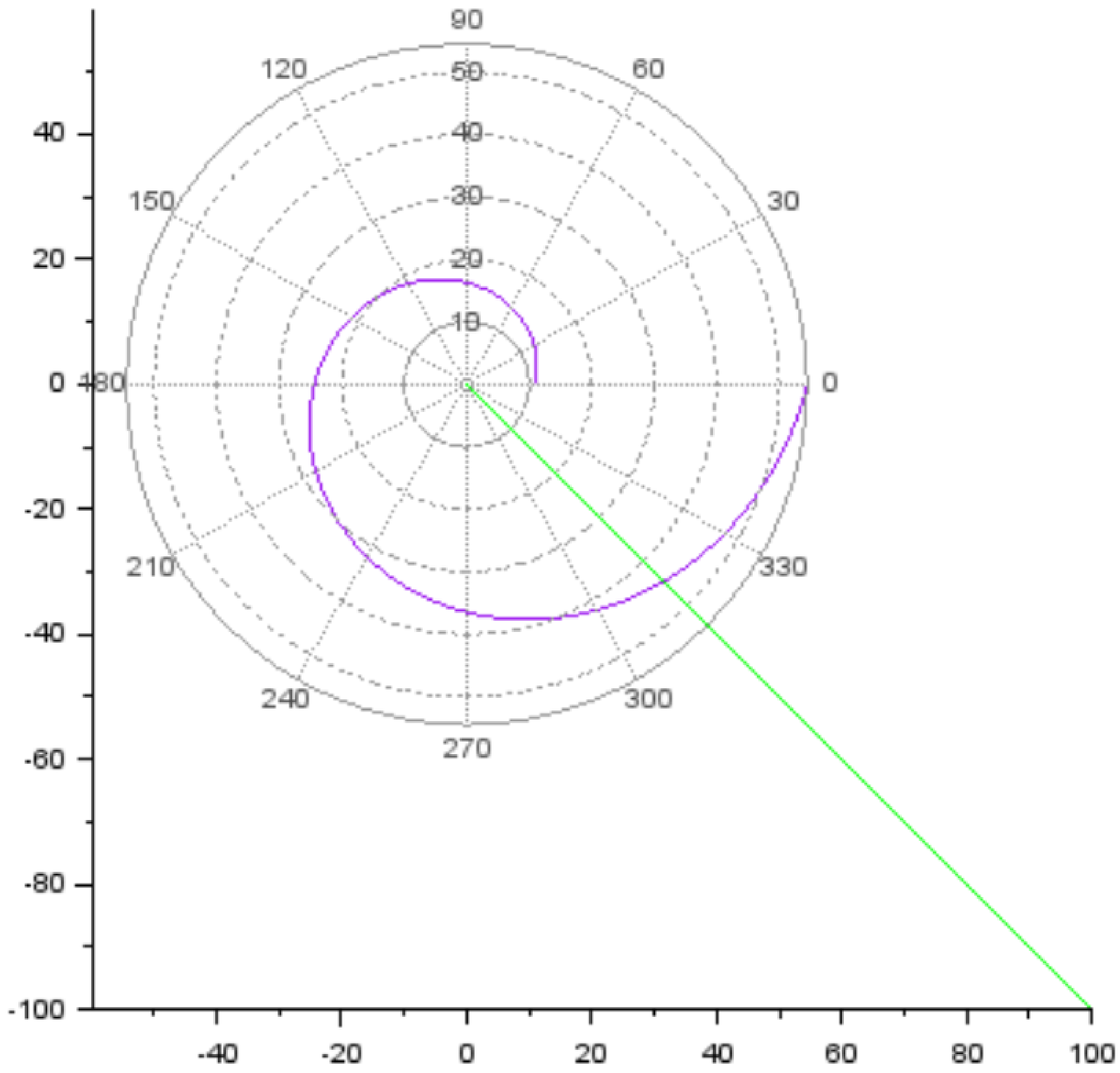

Figure 4.7: График во втором случае

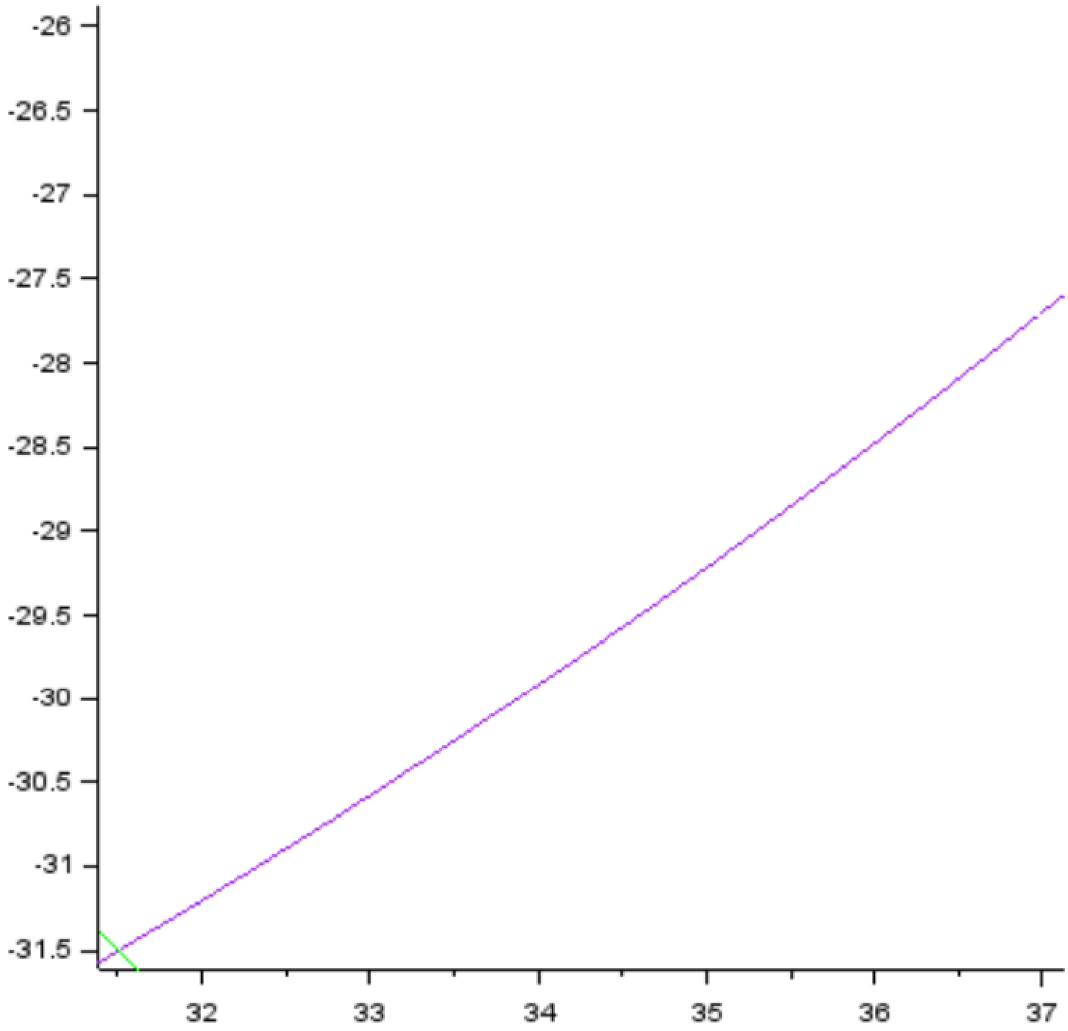

Figure 4.8: Приближение графика во втором случае

5 Вывод

Построили математическую модель для выбора правильной стратегии при решении задач поиска на примере задачи о погоне. Построили график в Scilab и нашли точку пересечения двух объектов.

6 Список литературы

1. Wikipedia: Scilab ([1]: https://ru.wikipedia.org/wiki/Scilab)
2. Wikipedia: Кривая погони ([2]: https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая_погони)