1

Задача про призначення є однією з базових задач комбінаторної оптимізації в галузі оптимізації або дослідження операцій в математиці. Вона полягає в знаходженні пар мінімальної (або максимальної) ваги між елементами двох скінчених множин. Вона може бути подана як знаходження пар у зваженому дводольному графі.

З іншого боку Задача про призначення належить до задач лінійного програмування. Вона є спеціальним випадком транспортної задачі, яка у свою чергу може бути представлена як Задача про потік мінімальної вартості.

2

Задача про призначення може бути описана через різні прикладні ситуації. Наприклад, є ряд робочих і ряд завдань. Будь-який робочий може бути призначений для виконання будь-якого завдання. Виконання робочим завдання пов'язане з витратами, які змінюються в залежності від того, який робочий виконує яке завдання. Необхідно виконати всі завдання, призначивши для кожного завдання лише одного робочого, таким чином, щоб загальні витрати були мінімальні.

Якщо кількість робочих і завдань однакові, а загальна вартість виконання всіх завдань дорівнює сумі витрат виконання окремих завдань, то задача називається лінійною задачею про призначення. Зазвичай, говорячи про задачу про призначення без додаткових вимог, мають на увазі лінійну задачу про призначення.

В інших варіантах задачі можуть бути додаткові умови, інші способи розрахунку загальних витрат, базові умови можуть бути дещо змінені. Наприклад, може бути неоднакова кількість агентів і завдань, нелінійність у визначенні загальних витрат тощо. В таких випадках кажуть про узагальнену задачу про призначення.

Приклади використання:

3

Для розв'язання лінійної задачі про призначення можуть бути застосовані різні методи. Від загальних методів розв'язання задач лінійного програмування до спеціальних методів розв'язування задач на графах. Як правило, спеціальні методи, що розроблені саме для цієї задачі, є значно більш швидкими оскільки враховують і використовують особливості структури задачі. Так, наприклад, Угорський алгоритм є одним із перших алгоритмів, який був розроблений для вирішення лінійної задачі про призначення. Час розв'язання задачі пропорційний числу агентів. Іншими алгоритмами, що застосовуються для вирішення задачі є метод гілок і граней, адаптовані симплекс алгоритм і алгоритм аукціону. У своєму проекті Я розглядаю угорський метод

4

Угорський алгоритм — алгоритм комбінаторної оптимізації, що розв'язує задачу про призначення за поліноміальний час і який передує пізнішому симплекс-методу (пряма і двоїста задачі).

Алгоритм був вперше запроваджений в 1955 році Гарольдом Куном у його статті «Угорський метод для задачі про призначення» на основі праць угорських математиків Денеша Кьоніга та Ейгена Егерварі (що і дало назву методу).

5

Розглянемо угорській алгоритм на практиці нехай

Фірма одержала замовлення на розробку чотирьох програмних продуктів. Для виконання цих замовлень вирішено залучити чотирьох найбільш досвідчених програмістів. Кожний з них повинен написати одну програму. В матриці наведені оцінки витрат, що необхідні програмістам для виконання кожної із цих робіт. Необхідно розподілити роботу між працівниками з найменшими витратами.

1. Впорядкувати інформацію в матриці таким чином, щоб рядки матриці представляли «виконавців», а колонки — «завдання», тоді як кожен елемент матриці представляє витрати на виконання певним виконавцем певного завдання.
2. Переконатися в тому, що матриця є квадратною; в протилежному випадку слід додати фіктивний рядок (виконавця) чи колонку (завдання), де кожен елемент буде дорівнювати найбільшому елементу початкової матриці.

6

1. В кожному рядку від кожного елемента відняти найменше значення для даного рядка.
2. В кожному стовпці від кожного елемента відняти найменше значення для даного стовпця.

7

1. Викреслити всі нульові елементи з найменш можливою кількістю ліній (якщо кількість ліній дорівнює розмірності матриці, то слід перейти до кроку 9).
2. Додати мінімальний з не викреслених елементів до кожного викресленого елементу (якщо елемент викреслено двома лініями, то додавати слід теж двічі)
3. Від кожного елементу матриці відняти мінімальний елемент.

8

1. Знову викреслити всі нульові елементи використовуючи найменшу кількість ліній (якщо кількість використаних ліній не дорівнює розмірності матриці, то слід повернутись до кроку 6).

9

1. Вибрати розподіл «завдань» між «виконавцями» таким чином, щоб в кожному рядкові та стовпці був вибраний лише один нуль.

10

1. Перенести розподіл на першопочаткову матрицю, ігноруючи фіктивні колонки і рядки. Цей розподіл покаже який «виконавець» яке «завдання» має виконати, а сума виділених елементів покаже загальну вартість виконання робіт.

11

Програмка