

Лабораторная работа № 1

Классификация погрешностей измерения

№ 1

Постановка задачи:

1. В таблице представлены результаты измерений диаметра цилиндра. Вычислить погрешность эксперимента средствами Excel. В качестве d_0 выбрать удобное для вычисления значение, например 14.80. Результаты оформить в виде таблицы:

Формулы, использованные для решения:

Среднее значение:

$$\bar{d} = d_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - d_0),$$

где $d_0 = 14,80$ (для данной задачи)

Среднеквадратичная погрешность:

$$\Delta S^2 = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n (d_i - d_0)^2 - n(\bar{d} - d_0)^2 \right)$$

Стандартное отклонение:

$$\Delta S = \sqrt{\Delta S^2}$$

Абсолютная погрешность (доверительный интервал):

$$\Delta d = t_{\alpha} \Delta S,$$

где t_{α} – коэффициент Стьюдента (зависит от доверительной вероятности и числа проведенных экспериментов) – для данной задачи $t_{\alpha} = 2,57$

Относительна погрешность:

$$\delta = \frac{\Delta d}{\bar{d}} * 100\%$$

Решение:

d0	14,80							
ta	2,57							
n	d, мм	di - d0	(di - d0)^2	Среднее d	Средне - квадратичная погрешность	Стандартное отклонение	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
1	14,85	0,05	0,0025	14,818	0,000134	0,011575837	0,029749901	0,200768665
2	14,80	0,00	0,0000	14,818	0,000134	0,011575837	0,029749901	0,200768665
3	14,79	-0,01	0,0001	14,818	0,000134	0,011575837	0,029749901	0,200768665
4	14,84	0,04	0,0016	14,818	0,000134	0,011575837	0,029749901	0,200768665
5	14,81	0,01	0,0001	14,818	0,000134	0,011575837	0,029749901	0,200768665

№ 2

Постановка задачи:

2. В результате определения содержания алюминия в сплаве получены следующие значения (в % масс): 7.48, 7.49, 7.52, 7.47, 7.50. Вычислить погрешность эксперимента средствами Excel. Результаты оформить в виде таблицы.
В качестве m_0 выбрать 7.48.

Формулы, использованные для решения:

Среднее значение:

$$\bar{m} = m_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (m_i - m_0),$$

где $m_0 = 7,48$ (для данной задачи)

Среднеквадратичная погрешность:

$$\Delta S^2 = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n (m_i - m_0)^2 - n(\bar{m} - m_0)^2 \right)$$

Стандартное отклонение:

$$\Delta S = \sqrt{\Delta S^2}$$

Абсолютная погрешность (доверительный интервал):

$$\Delta m = t_{\alpha} \Delta S,$$

где t_{α} – коэффициент Стьюдента (зависит от доверительной вероятности и числа проведенных экспериментов) – для данной задачи $t_{\alpha} = 2,57$

Относительная погрешность:

$$\delta = \frac{\Delta m}{\bar{m}} * 100\%$$

Решение:

m0	7,48							
ta	2,57							
n	m, %	mi - m0	(mi - m0)^2	Среднее m	Средне - квадратичная погрешность	Стандартное отклонение	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
1	7,48	0,00	0,0000	7,492	0,000074	0,008602325	0,022107976	0,295087773
2	7,49	0,01	0,0001	7,492	0,000074	0,008602325	0,022107976	0,295087773
3	7,52	0,04	0,0016	7,492	0,000074	0,008602325	0,022107976	0,295087773
4	7,47	-0,01	0,0001	7,492	0,000074	0,008602325	0,022107976	0,295087773
5	7,50	0,02	0,0004	7,492	0,000074	0,008602325	0,022107976	0,295087773

№ 3

Постановка задачи:

3. При взвешивании образца анализируемого вещества получены следующие результаты: 47,12; 47,08; 47,13 г. Оценить истинную массу образца и определить точность этой оценки для доверительной вероятности 0,95.

Формулы, использованные для решения:

Среднее значение:

$$\bar{m} = m_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (m_i - m_0),$$

где $m_0 = 47,12$ (для данной задачи)

Среднеквадратичная погрешность:

$$\Delta S^2 = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n (m_i - m_0)^2 - n(\bar{m} - m_0)^2 \right)$$

Стандартное отклонение:

$$\Delta S = \sqrt{\Delta S^2}$$

Абсолютная погрешность (доверительный интервал):

$$\Delta m = t_\alpha \Delta S,$$

где t_α – коэффициент Стьюдента (зависит от доверительной вероятности и числа проведенных экспериментов) – для данной задачи $t_\alpha = 3,182$

Относительная погрешность:

$$\delta = \frac{\Delta m}{\bar{m}} * 100\%$$

Результат (истинное значение):

$$m = \bar{m} \pm \Delta m$$

Решение:

m0	47,12							
ta	3,182							
n	m, г	mi - m0	(mi - m0)^2	Среднее m	Средне - квадратичная погрешность	Стандартное отклонение	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
1	47,12	0,00	0,0000	47,110	0,000233	0,015275252	0,048605853	0,103175234
2	47,08	-0,04	0,0016	47,110	0,000233	0,015275252	0,048605853	0,103175234
3	47,13	0,01	0,0001	47,110	0,000233	0,015275252	0,048605853	0,103175234
Ответ:		m = [47,07139, 47,16861], с относительной погрешностью 0,103175234						

№ 4

Постановка задачи:

Задание: рассчитать погрешность для указанных экспериментальных результатов. Микрометром были произведены 7 измерений диаметра стержня (мм).

Формулы, использованные для решения:

Среднее значение:

$$\bar{d} = d_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - d_0),$$

где $d_0 = 14,80$ (для данной задачи)

Среднеквадратичная погрешность:

$$\Delta S^2 = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n (d_i - d_0)^2 - n(\bar{d} - d_0)^2 \right)$$

Стандартное отклонение:

$$\Delta S = \sqrt{\Delta S^2}$$

Абсолютная погрешность (доверительный интервал):

$$\Delta d = t_{\alpha} \Delta S,$$

где t_{α} – коэффициент Стьюдента (зависит от доверительной вероятности и числа проведенных экспериментов) – для данной задачи $t_{\alpha} = 2,57$

Относительная погрешность:

$$\delta = \frac{\Delta d}{\bar{d}} * 100\%$$

Решение:

Задание: рассчитать погрешность для указанных экспериментальных результатов. Микрометром были произведены 7 измерений диаметра стержня (мм).									
d0	4,05								
ta	2,3646								
n	d, мм	di - d0	(di - d0)^2	Среднее d	Средне - квадратичная погрешность	Стандартное отклонение	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность	
1	4,02	-0,03	0,0009	4,000	0,000210	0,014474937	0,03422743671384	0,855685918	
2	3,98	-0,07	0,0049	4,000	0,000210	0,014474937	0,03422743671384	0,855685918	
3	3,97	-0,08	0,0064	4,000	0,000210	0,014474937	0,03422743671384	0,855685918	
4	4,01	-0,04	0,0016	4,000	0,000210	0,014474937	0,03422743671384	0,855685918	
5	4,05	0,00	0,0000	4,000	0,000210	0,014474937	0,03422743671384	0,855685918	
6	4,03	-0,02	0,0004	4,000	0,000210	0,014474937	0,03422743671384	0,855685918	
7	3,94	-0,11	0,0121	4,000	0,000210	0,014474937	0,03422743671384	0,855685918	

Программа:

Список идентификаторов:

Имя	Тип	Смысл
d0	const	Выбирается из данных, для сравнения
ta	const	Коэффициент Стьюдента
sizeMas	const	Размер массива из данных
i	int	Переменная для циклов
d[]	double	Массив для начальных данных
dDeviation[]	double	Массив для значений (di – d0)
dDeviationSum	float	Сумма всех значений массива dDeviation[]
dMid	float	Среднее
dDeviationSquareSum	float	Сумма квадратов отклонений
dMidSquare	float	Среднеквадратичная погрешность
standartDeviation	float	Стандартное отклонение

absoluteError	float	Абсолютная погрешность
relativeError	float	Относительная погрешность

```

#include <iostream>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#define d0 4.05
#define ta 2.3646
#define sizeMas 7
using namespace std;

int main()
{
    system("chcp 1251 > nul");
    int i;
    double d[] = {4.02, 3.98, 3.97, 4.01, 4.05, 4.03, 3.94};
    double dDeviation[sizeMas];
    for (i = 0; i < sizeMas; i++){
        dDeviation[i] = d[i] - d0;
    }

    // Среднее
    float dDeviationSum = 0;
    for (i = 0; i < sizeMas; i++){
        dDeviationSum += dDeviation[i];
    }
    float dMid = d0 + (1.0/sizeMas) * dDeviationSum;
    cout << "Среднее d: " << dMid << endl;

    // Среднеквадратичная погрешность
    float dDeviationSquareSum = 0;
    for (i = 0; i < sizeMas; i++){
        dDeviationSquareSum += dDeviation[i] * dDeviation[i];
    }
    float dMidSquare = (1.0/(sizeMas*(sizeMas - 1))) * (dDeviationSquareSum - sizeMas*(dMid - d0)*(dMid - d0));
    cout << "Среднеквадратичная погрешность: " << dMidSquare << endl;

    // Стандартное отклонение
    float standartDeviation = sqrt(dMidSquare);
    cout << "Стандартное отклонение: " << standartDeviation << endl;

    // Абсолютная погрешность
    float absoluteError = standartDeviation * ta;
    cout << "Абсолютная погрешность: " << absoluteError << endl;

```

```
// Относительная погрешность
float relativeError = (absoluteError / dMid) * 100;
cout << "Относительная погрешность: " << relativeError << "%" << endl;

return 0;
}
```

Выбрать "C:\Users\svmar\Desktop\Учср\2 курс\Эксперимент\Эксперимент"

Среднее d: 4
 Среднеквадратичная погрешность: 0.000209524
 Стандартное отклонение: 0.0144749
 Абсолютная погрешность: 0.0342274
 Относительная погрешность: 0.855686%

№ 5

Постановка задачи:

5. В эксперименте выполнялись измерения размеров тела правильной геометрической формы (параллелепипед) с целью определения его объема. Все измерения проведены штангенциркулем с ценой деления нониуса 0,1 мм. Результаты измерений приведены в таблице

n	$a, \text{мм}$	$b, \text{мм}$	$h, \text{мм}$
1	12,7	12,7	14,8
2	12,7	12,8	14,9
3	12,7	12,9	14,7
Среднее:	$\tilde{a} = 12,7$	$\tilde{b} = 12,8$	$\tilde{h} = 14,8$

1). Рассчитать погрешность прямых измерений величины b (среднее арифметическое, среднеквадратичное отклонение, случайная погрешность многократных измерений, оценить доверительный интервал однократных измерений, общая погрешность серии

измерений). Записать полученное из эксперимента значение величины b с учетом погрешности.

2). Рассчитать погрешность прямых измерений величины h и величины a .

3). Рассчитать значения объема параллелепипеда (косвенные измерения).

Формулы, использованные для решения:

Среднее значение: дано в условии задачи для всех переменных (a , b , h).

Среднеквадратичное отклонение результатов измерений от среднего арифметического:

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tilde{b} - b_i)^2}{n(n-1)}},$$

где \tilde{b} – среднее арифметическое из n измерений

Случайная погрешность для многократных измерений (границы доверительного интервала):

$$\Delta \tilde{b}_{\text{сл}} = t_{\alpha} \tilde{\sigma},$$

где t_{α} – коэффициент Стьюдента (зависит от доверительной вероятности и числа проведенных экспериментов) – для данной задачи $t_{\alpha} = 3,182$

Доверительный интервал (погрешность) однократных измерений:

$$\Delta \tilde{b}_{\text{ои}} = \alpha d,$$

где d – параметр равномерного распределения, связанный с ценой деления или классом точности измерительного прибора (по условию $d = 0,1$), $\alpha = 0,95$ по условию.

Общая погрешность серии измерений:

$$\Delta \tilde{b} = \sqrt{\Delta \tilde{b}_{\text{сл}}^2 + \Delta \tilde{b}_{\text{ои}}^2}$$

Результат:

$$b = \tilde{b} \pm \Delta \tilde{b}$$

Относительная погрешность результата измерений:

$$\delta = \frac{\Delta \tilde{b}}{\tilde{b}} * 100\%$$

Аналогичные вычисления для переменных a и h .

Средний объем:

$$\tilde{V} = \tilde{a} * \tilde{b} * \tilde{h}$$

Относительная погрешность объема:

$$\delta_V = \delta_a * \delta_b * \delta_h$$

Абсолютная погрешность объема:

$$\Delta V = \tilde{V} * \delta_V$$

Решение:

n	a, мм	b, мм	h, мм					
1	12,7	12,7	14,8		ta	3,182		
2	12,7	12,8	14,9		d	0,1		
3	12,7	12,9	14,7		a	0,95		
<x>	12,7	12,8	14,8					
n	b, мм	bi - b0	(bi - b0)^2	Средне - квадратичное отклонение	Случайная погрешность многократных измерений	Доверительный интервал однократных измерений	Общая погрешность серии измерений	Относительная погрешность
1	12,7	0,00	0,00	0,091287	0,29047553	0,09500000000000	0,305615826	2,388%
2	12,8	0,10	0,01	0,091287	0,29047553	0,09500000000000	0,305615826	2,388%
3	12,9	0,20	0,04	0,091287	0,29047553	0,09500000000000	0,305615826	2,388%
b	12,49438	13,10561583						

n	a, мм	$a_i - a_0$	$(a_i - a_0)^2$	Средне - квадратичное отклонение	Случайная погрешность многократных измерений	Доверительный интервал однократных измерений	Общая погрешность серии измерений	Относительная погрешность
1	12,7	0,00	0,00	0,000000	0	0,095000000000000	0,095	0,742%
2	12,7	0,00	0,00	0,000000	0	0,095000000000000	0,095	0,742%
3	12,7	0,00	0,00	0,000000	0	0,095000000000000	0,095	0,742%
a	12,605	12,895						

n	h, мм	$h_i - h_0$	$(h_i - h_0)^2$	Средне - квадратичное отклонение	Случайная погрешность многократных измерений	Доверительный интервал однократных измерений	Общая погрешность серии измерений	Относительная погрешность
1	14,8	0,00	0,00	0,057735	0,183712856	0,095000000000000	0,206822178	1,616%
2	14,9	0,10	0,01	0,057735	0,183712856	0,095000000000000	0,206822178	1,616%
3	14,7	-0,10	0,01	0,057735	0,183712856	0,095000000000000	0,206822178	1,616%
h	14,593	15,007						

<V>	Относительная погрешность объема	Абсолютная погрешность объема	V	
2405,888	0,00028632986%	0,006888776	2405,881111	2405,894889
Ответ:	V = [2405,881111, 2405,894889]			