

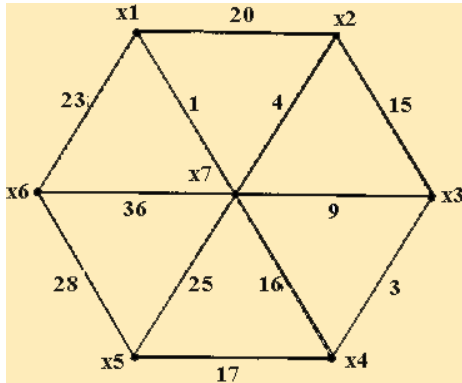
РГПУ им. А.И. Герцена

Тема: «Теория графов»

Свистунова М. П., 2ИВТ (1) 2 подгруппа

Лабораторная работа №7
Методы решения сетевых задач
№1

Задача: найдите минимальный остов дерева представленного графа.

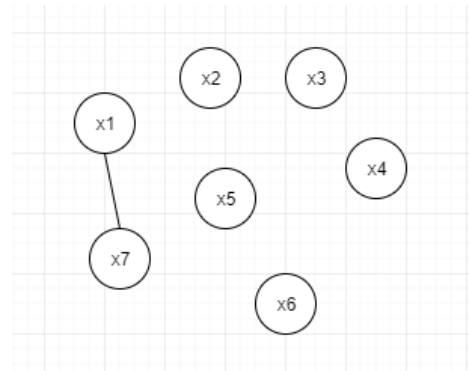


| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 0 | 20 | 0 | 0 | 0 | 23 | 1 |
| x_2 | 20 | 0 | 15 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| x_3 | 0 | 15 | 0 | 3 | 0 | 0 | 9 |
| x_4 | 0 | 0 | 3 | 0 | 17 | 0 | 16 |
| x_5 | 0 | 0 | 0 | 17 | 0 | 28 | 25 |
| x_6 | 23 | 0 | 0 | 0 | 28 | 0 | 36 |
| x_7 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 0 |

1. Работа с левой частью таблицы.

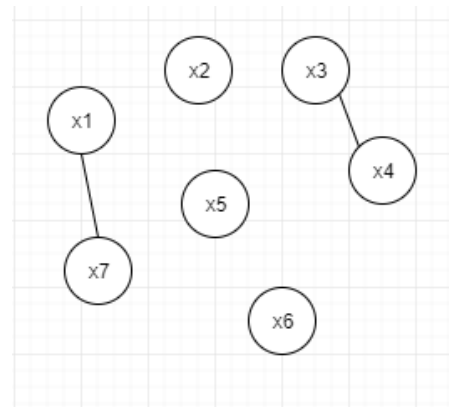
Минимальный элемент – (x_7, x_1)

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | | | | | | | |
| x_2 | 20 | | | | | | |
| x_3 | 0 | 15 | | | | | |
| x_4 | 0 | 0 | 3 | | | | |
| x_5 | 0 | 0 | 0 | 17 | | | |
| x_6 | 23 | 0 | 0 | 0 | 28 | | |
| x_7 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | |



2. Минимальный элемент – (x_4, x_3)

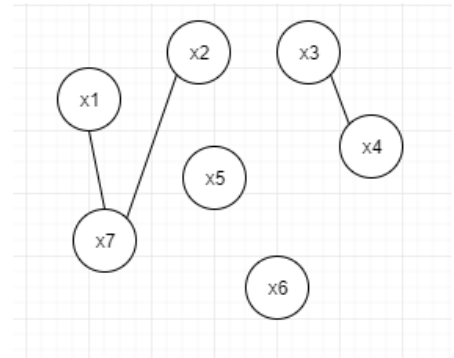
| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | | | | | | | |
| x_2 | 20 | | | | | | |
| x_3 | 0 | 15 | | | | | |
| x_4 | 0 | 0 | 3 | | | | |
| x_5 | 0 | 0 | 0 | 17 | | | |
| x_6 | 23 | 0 | 0 | 0 | 28 | | |
| x_7 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | |



3. Минимальный элемент – (x_7, x_2)

По второму условию пункты x_1 и x_2 не должны соединяться, поэтому зачеркиваем элемент (x_2, x_1) .

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | | | | | | | |
| x_2 | 20 | | | | | | |
| x_3 | 0 | 15 | | | | | |
| x_4 | 0 | 0 | 3 | | | | |
| x_5 | 0 | 0 | 0 | 17 | | | |
| x_6 | 23 | 0 | 0 | 0 | 28 | | |
| x_7 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | |

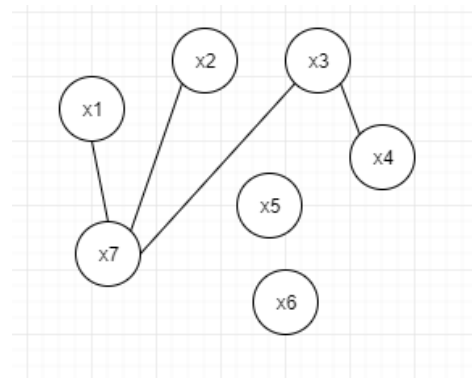


4. Минимальный элемент – (x_7, x_3)

По второму условию пункты x_2 и x_3 не должны соединяться, поэтому зачеркиваем элемент (x_3, x_2) .

По второму условию пункты x_7 и x_4 не должны соединяться, поэтому зачеркиваем элемент (x_7, x_4) .

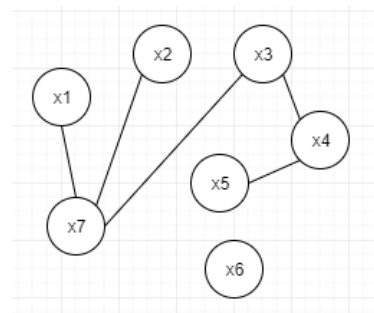
| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | | | | | | | |
| x_2 | 20 | | | | | | |
| x_3 | 0 | 15 | | | | | |
| x_4 | 0 | 0 | 3 | | | | |
| x_5 | 0 | 0 | 0 | 17 | | | |
| x_6 | 23 | 0 | 0 | 0 | 28 | | |
| x_7 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | |



5. Минимальный элемент – (x_5, x_4)

По второму условию пункты x_5 и x_7 не должны соединяться, поэтому зачеркиваем элемент (x_7, x_5) .

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | | | | | | | |
| x_2 | 20 | | | | | | |
| x_3 | 0 | 15 | | | | | |
| x_4 | 0 | 0 | 3 | | | | |
| x_5 | 0 | 0 | 0 | 17 | | | |
| x_6 | 23 | 0 | 0 | 0 | 28 | | |
| x_7 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | |

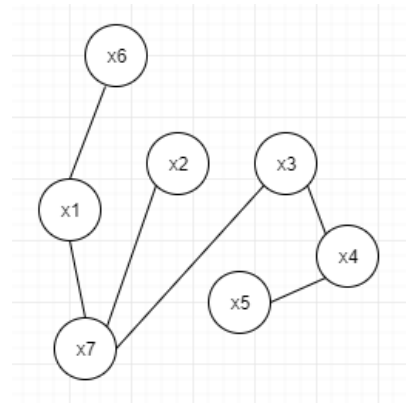


6. Минимальный элемент – (x_6, x_1)

По второму условию пункты x_6 и x_7 не должны соединяться, поэтому зачеркиваем элемент (x_7, x_6) .

По второму условию пункты x_6 и x_5 не должны соединяться, поэтому зачеркиваем элемент (x_6, x_5) .

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | | | | | | | |
| x_2 | 20 | | | | | | |
| x_3 | 0 | 15 | | | | | |
| x_4 | 0 | 0 | 3 | | | | |
| x_5 | 0 | 0 | 0 | 17 | | | |
| x_6 | 23 | 0 | 0 | 0 | 28 | | |
| x_7 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | |

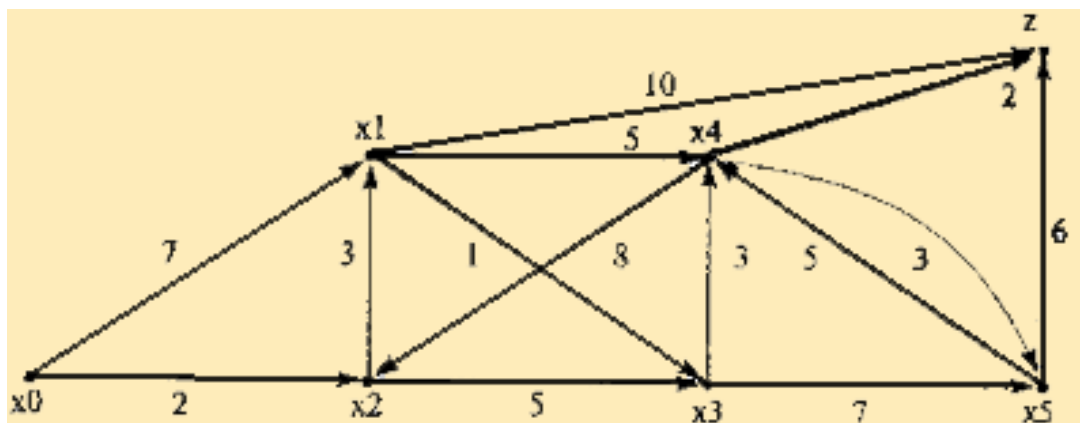


7. Длина минимального остова:

$$(x_4, x_3) + (x_5, x_4) + (x_6, x_1) + (x_7, x_1) + (x_7, x_2) + (x_7, x_3) = \\ = 3 + 17 + 23 + 1 + 4 + 9 = 20 + 27 + 10 = 57$$

№2

Задача: найти кратчайший путь на представленном графе.



Кратчайший путь равен 1 (из x_1 в x_3).

Задача*: найти кратчайший путь из x_0 в z .

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | z |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| x_0 | 7 | 2 | | | | |
| x_1 | | | 1 | 5 | | 10 |
| x_2 | 3 | | 5 | | | |
| x_3 | | | | 3 | 7 | |
| x_4 | | 8 | | | 3 | 2 |
| x_5 | | | | 5 | | 6 |

$$I(x_0) = 0^*, I(x_i) = \infty, x_i \neq x_0, p = x_0$$

$$1. \Gamma\{x_0\} = \Gamma(x_0) = \{x_1, x_2\}$$

$$I(x_1) = \min[\infty, 0^* + 7] = 7$$

$$I(x_2) = \min[\infty, 0^* + 2] = 2$$

$$\min[I(x_1), I(x_2), I(x_3), I(x_4), I(x_5), I(z)] = \min[7, 2, \infty, \infty, \infty, \infty] = 2$$

$$x_2: I(x_2) = 2^*, p = 2$$

$$2. \Gamma\{x_2\} = \Gamma(x_2) = \{x_1, x_3\}$$

$$I(x_1) = \min[7, 2^* + 3] = 5$$

$$I(x_3) = \min[\infty, 2^* + 5] = 7$$

$$\min[I(x_1), I(x_3), I(x_4), I(x_5), I(z)] = \min[5, 7, \infty, \infty, \infty] = 5$$

$$x_1: I(x_1) = 5^*, p = 5$$

$$3. \Gamma\{x_1\} = \Gamma(x_1) = \{x_3, x_4, z\}$$

$$I(x_3) = \min[7, 5^* + 1] = 6$$

$$I(x_4) = \min[\infty, 5^* + 5] = 10$$

$$I(z) = \min[\infty, 5^* + 10] = 15$$

$$\min[I(x_3), I(x_4), I(x_5), I(z)] = \min[6, 10, \infty, 15] = 6$$

$$x_3: I(x_3) = 6^*, p = 6$$

$$4. \Gamma\{x_3\} = \Gamma(x_3) = \{x_4, x_5\}$$

$$I(x_4) = \min[10, 6^* + 3] = 9$$

$$I(x_5) = \min[\infty, 6^* + 7] = 13$$

$$\min[I(x_4), I(x_5), I(z)] = \min[9, 13, 15] = 9$$

$$x_4: I(x_4) = 9^*, p = 9$$

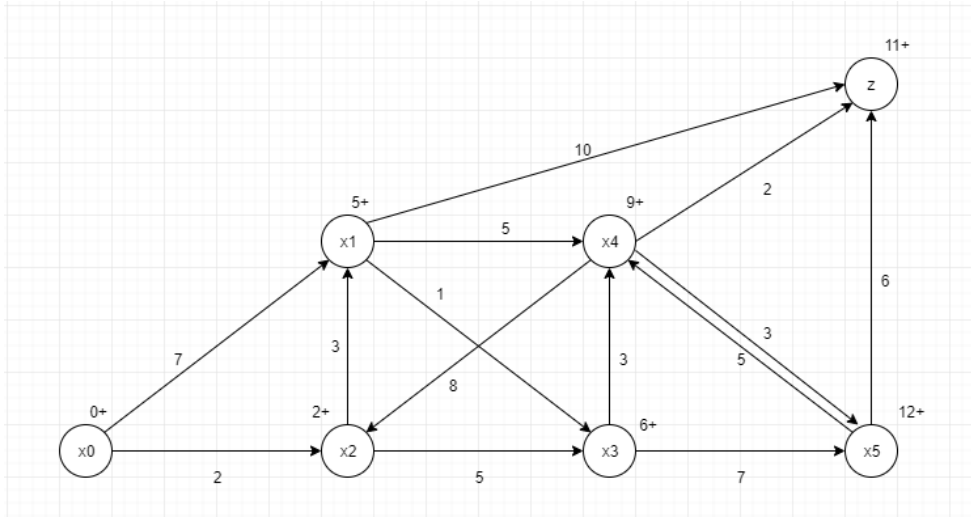
$$5. \Gamma\{x_4\} = \Gamma(x_4) = \{x_5, z\}$$

$$I(x_5) = \min[13, 9^* + 3] = 12$$

$$I(z) = \min[15, 9^* + 2] = 11$$

$$\min[I(x_5), I(z)] = \min[12, 11] = 11$$

$$z: I(z) = 11^*, p = 11$$



Кратчайший путь (x_0, z) :

$$1. I(z') + c(z', z) = I(z) = 11$$

$$z' = x_1: I(x_1) + c(x_1, z) = 5 + 10 = 15 \neq 11$$

$$z' = x_4: I(x_4) + c(x_4, z) = 9 + 2 = 11$$

$$z' = x_5: I(x_5) + c(x_5, z) = 12 + 6 = 18 \neq 11$$

(x_0, \dots, x_4, z)

$$2. I(x'_4) + c(x'_4, x_4) = I(x_4) = 9$$

$$x'_4 = x_1: I(x_1) + c(x_1, x_4) = 5 + 5 = 10 \neq 11$$

$$x'_4 = x_3: I(x_3) + c(x_3, x_4) = 6 + 3 = 9 \neq 11$$

$$x'_4 = x_5: I(x_5) + c(x_5, x_4) = 12 + 5 = 17 \neq 11$$

$(x_0, \dots, x_3, x_4, z)$

$$3. I(x'_3) + c(x'_3, x_3) = I(x_3) = 6$$

$$x'_3 = x_1: I(x_1) + c(x_1, x_3) = 5 + 1 = 6$$

$$x'_3 = x_2: I(x_2) + c(x_2, x_3) = 2 + 5 = 7 \neq 6$$

$(x_0, \dots, x_1, x_3, x_4, z)$

$$4. I(x'_1) + c(x'_1, x_1) = I(x_1) = 5$$

$$x'_1 = x_0: I(x_0) + c(x_0, x_1) = 0 + 7 = 7 \neq 5$$

$$x'_1 = x_2: I(x_2) + c(x_2, x_1) = 2 + 3 = 5$$

$(x_0, \dots, x_2, x_1, x_3, x_4, z)$

$$1. I(x'_2) + c(x'_2, x_2) = I(x_2) = 2$$

$$x'_2 = x_0: I(x_0) + c(x_0, x_2) = 0 + 2 = 2$$

Кратчайший путь $(x_0, x_2, x_1, x_3, x_4, z) = 11$.