

Лабораторная работа № 7

Функции распределения

№ 1

Постановка задачи:

1. Случайная величина задана интегральной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{x^2}{8} - \frac{1}{8} & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Найти:

- а) дифференциальную функцию случайной величины X;*
- б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение случайной величины X;*
- в) вероятность попадания случайной величины в интервал (1;2)*

Формулы, использованные для решения:

Дифференциальная функция случайной величины X:

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{x^2}{4}, & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 0, & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Математическое ожидание:

$$M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

Дисперсия:

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - (M(x))^2$$

Среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$$

Вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b):

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a)$$

Решение:

Дифференциальная функция случайной величины X					M(X)	D(X)	$\sigma(X)$	P	
								1	2
	0	, при	$x \leq$	1					
$f(x) = F'(x) =$	$x/4$, при	$1 < x \leq$	3	2,167	0,306	0,5528	0,375	
	0	, при	$x >$	3					

№ 2

Постановка задачи:

2. Дана интегральная функция случайной величины X

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^6}{4} & \text{при } 0 < x \leq \sqrt[3]{2} \\ 1 & \text{при } x > \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате шести испытаний случайная величина X два раза примет значение, принадлежащее интервалу (0;1)

Формулы, использованные для решения:

Вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b):

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a)$$

Число сочетаний из n по k:

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Формула Бернулли:

$$P(x = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Решение:

Интегральная функция случайной величины X					P		C 2,6		P 2,6
					0	1	2	6	
	0	, при	$x \leq$	0					
$F(x) =$	$(x^6)/4$, при	$0 < x \leq$	1,259921	0,25		15		0,296631
	0	, при	$x >$	1,259921					

№ 3

Постановка задачи:

4. Плотность распределения вероятностей задана следующим образом

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -1 \\ 1+x & \text{при } -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Подсчитайте вероятность того, что соответствующая случайная величина примет значение от -0,5 до 1.

Функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -1 \\ x + \frac{x^2}{2}, & \text{при } -1 \leq x \leq 0 \\ x - \frac{x^2}{2}, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b):

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a)$$

Решение:

Плотность распределения вероятностей				Функция распределения				P	
								-0,5	1
	0	, при	x < -1		0	, при	x < -1		
p(x) =	1 + x	, при	-1 ≤ x ≤ 0	F(x) =	x + x^2/2	, при	-1 ≤ x ≤ 0	0,875	
	1 - x	, при	0 < x ≤ 1		x - x^2/2	, при	0 < x ≤ 1		
	0	, при	x > 1		0	, при	x > 1		