

РГПУ им. А.И. Герцена

Тема: «Основные понятия линейного программирования»

Свистунова М. П., 2ИВТ (1) 2 подгруппа

Лабораторная работа №4

Транспортная задача. Методы нахождения начального решения транспортной задачи

Задание: составить опорные планы различными методами, сравнить значения суммарной стоимости перевозок по каждому плану.

Цифра в скобках (например, (2)) в левом верхнем углу ячейки показывает номер действия, когда была заполнена ячейка.

Задача №1.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	2	3	2	4	30
A_2	3	2	5	1	40
A_3	4	3	2	6	20
b_j	20	30	30	10	90

1. Метод северо-западного угла

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	(2) 2 20	3 10	2 -	4 -	30
A_2	3 -	(2) 2 20	5 20	1 -	40
A_3	4 -	3 -	(2) 2 10	6 10	20
Потребности	20	30	30	10	90

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$ и количество занятых клеток равно 6, то опорный план является невырожденным.

$$Z_1 = 20 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 20 \cdot 5 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 6 = 40 + 30 + 40 + 100 + 20 + 60 = 70 + 140 + 80 = 290$$

2. Метод минимальной стоимости

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	(3) 2 20	3 -	(4) 2 10	4 -	30
A_2	3 -	(5) 2 30	5 -	(1) 1 10	40

A_3	4 -	3 -	(2) 2 20	6 -	20
Потребности	20	30	30	10	90

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$ и количество занятых клеток равно 5, то опорный план является вырожденным.

$$Z_2 = 10 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 30 \cdot 2 = 10 + 80 + 20 + 60 = 170$$

3. Метод аппроксимации Фогеля

Поставщики	Потребители				Запасы a_i	Δc_{ij}
	B_1	B_2	B_3	B_4		
A_1	(2) 2 20	3 -	(4) 2 10	- 4	30	0,0,1,B
A_2	3 -	(3) 2 30	5 -	(1) 1 10	40	1,1,3,B
A_3	4 -	3 -	(5) 2 20	6 -	20	1,1,1,B
Потребности	20	30	30	10	90	
Δc_{ij}	1,1,B	1,1,1,B	0,0,0,B	3,B		

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$ и количество занятых клеток равно 5, то опорный план является вырожденным.

$$Z_3 = 20 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 10 \cdot 1 + 20 \cdot 2 = 40 + 20 + 60 + 10 + 40 = 170$$

4. Метод двойного предпочтения

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2 vv 20	3 -	2 10	4 -	30
A_2	3 -	2 v 30	5 -	1 vv 10	40
A_3	4 -	3 -	2 vv 20	6 -	20
Потребности	20	30	30	10	90

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$ и количество занятых клеток равно 5, то опорный план является вырожденным.

$$Z_4 = 20 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 10 \cdot 1 + 20 \cdot 2 = 40 + 20 + 60 + 10 + 40 = 170$$

Вывод: $Z_1 = 290$, $Z_2 = Z_3 = Z_4 = 170$. Опорный план, вычисленный методом северо-западного угла менее оптимален, чем опорные планы, вычисленные другими методами.

Задача №2.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	2	7	3	6	2	30
A_2	9	4	5	7	3	70
A_3	5	7	6	2	4	50
b_j	10	40	20	60	20	150

1. Метод северо-западного угла

Поставщики	Потребители					Запасы
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2 10	7 20	3 -	6 -	2 -	30
A_2	9 -	4 20	5 20	7 30	3 -	70
A_3	5 -	7 -	6 -	2 30	4 20	50
Потребности	10	40	20	60	20	150

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ и количество занятых клеток равно 7, то опорный план является невырожденным.

$$Z_1 = 10 \cdot 2 + 20 \cdot 7 + 20 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 30 \cdot 7 + 30 \cdot 2 + 20 \cdot 4 = \\ = 10 \cdot 2 + 20 \cdot 20 + 30 \cdot 9 = 20 + 400 + 270 = 690$$

2. Метод минимальной стоимости

Поставщики	Потребители					Запасы
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	(1) 2 10	7 -	3 -	6 -	(2) 2 20	30
A_2	9 -	(4) 4 40	(5) 5 20	(6) 7 10	3 -	70
A_3	5 -	7 -	6 -	(3) 2 50	4 -	50
Потребности	10	40	20	60	20	150

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ и количество занятых клеток равно 6, то опорный план является вырожденным.

$$\begin{aligned} Z_2 &= 10 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 50 \cdot 2 + 40 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 10 \cdot 7 = \\ &= 20 + 40 + 100 + 160 + 100 + 70 = 60 + 260 + 170 = \\ &= 490 \end{aligned}$$

3. Метод аппроксимации Фогеля

Поставщики	Потребители					Запасы a_i	Δc_{ij}
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5		
A_1	(2) 2 10	7 -	(4) 3 20	6 -	2 -	30	0,1,B
A_2	9 -	(3) 4 40	5 -	(6) 7 10	(5) 3 20	70	1,2,4,B
A_3	5 -	7 -	6 -	(1) 2 50	4 -	50	2,B
Потребности	10	40	20	60	20	150	
Δc_{ij}	3,7,B	3,B	2,B	5,1,B	1,B		

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ и количество занятых клеток равно 6, то опорный план является вырожденным.

$$\begin{aligned} Z_3 &= 10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 40 \cdot 4 + 10 \cdot 7 + 20 \cdot 3 + 50 \cdot 2 = \\ &= 20 + 60 + 160 + 70 + 60 + 100 = 80 + 230 + 160 = 310 + 160 = 470 \end{aligned}$$

4. Метод двойного предпочтения

Поставщики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2 vv 10	7 -	3 v 20	6 -	2 v -	30
A_2	9 -	4 v 40	5 -	7 10	3 v 20	70
A_3	5 -	7 -	6 -	2 vv 50	4 -	50
Потребности	10	40	20	60	20	150

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ и количество занятых клеток равно 6, то опорный план является вырожденным.

$$Z_4 = 10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 40 \cdot 4 + 10 \cdot 7 + 20 \cdot 3 + 50 \cdot 2 =$$

$$= 20 + 60 + 160 + 70 + 60 + 100 = 470$$

Вывод: $Z_1 = 690$, $Z_2 = 490$, $Z_3 = Z_4 = 470$. Опорный план, вычисленный методом северо-западного угла менее оптимален, чем опорные планы, вычисленные другими методами, при это опорный план, вычисленный методом минимальной стоимости менее оптимален, чем опорные планы, вычисленные методами аппроксимации Фогеля и двойного предпочтения.

Задача №3.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	2	5	7	6	20
A_2	7	8	3	4	5	110
A_3	2	1	4	3	2	120
b_j	70	40	30	60	50	250

1. Метод северо-западного угла

Поставщики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	4 20	2 -	5 -	7 -	6 -	20
A_2	7 50	8 40	3 20	4 -	5 -	110
A_3	2 -	1 -	4 10	3 60	2 50	120
Потребности	70	40	30	60	50	250

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ и количество занятых клеток равно 7, то опорный план является невырожденным.

$$Z_1 = 20 \cdot 4 + 50 \cdot 7 + 40 \cdot 8 + 20 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 60 \cdot 3 + 50 \cdot 2 =$$

$$= 80 + 350 + 320 + 60 + 40 + 180 + 100 =$$

$$= 430 + 380 + 320 = 430 + 700 = 1130$$

2. Метод минимальной стоимости

Поставщики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	4 -	2 -	5 -	7 -	(7) 6 20	20
A_2	7 -	8 -	(4) 3 30	(5) 4 60	(6) 5 20	110
	(2) 2	(1) 1	4	3	(3) 2	120

A_3	70	40	-	-	10	
Потребности	70	40	30	60	50	250

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ и количество занятых клеток равно 7, то опорный план является невырожденным.

$$\begin{aligned}
 Z_2 &= 20 \cdot 6 + 30 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 70 \cdot 2 + 40 \cdot 1 + 10 \cdot 2 = \\
 &= 120 + 90 + 240 + 100 + 140 + 40 + 20 = \\
 &= 210 + 340 + 200 = 750
 \end{aligned}$$

3. Метод аппроксимации Фогеля

Поставщики	Потребители					Запасы a_i	Δc_{ij}
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5		
A_1	4 -	(2) 2 20	5 -	7 -	6 -	20	2,2,B
A_2	(7) 7 20	8 -	(5) 3 30	(6) 4 60	5 -	110	1,1,1,B
A_3	(4) 2 50	(3) 1 20	4 -	3 -	(1) 2 50	120	1,1,1,B
Потребности	70	40	30	60	50	250	
Δc_{ij}	2,5,B	1,7,B	1,1,B	1,1,B	3,B		

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ и количество занятых клеток равно 7, то опорный план является невырожденным.

$$\begin{aligned}
 Z_3 &= 20 \cdot 2 + 20 \cdot 7 + 30 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 50 \cdot 2 + 20 \cdot 1 + 50 \cdot 2 = \\
 &= 40 + 140 + 90 + 240 + 100 + 20 + 100 = \\
 &= 180 + 330 + 220 = 400 + 330 = 730
 \end{aligned}$$

4. Метод двойного предпочтения

Поставщики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	4 -	2 v -	5 -	7 -	6 20	20
A_2	7 -	8 -	3 vv 30	4 60	5 20	110
A_3	2 v 70	1 vv 40	4 -	3 v -	2 v 10	120
Потребности	70	40	30	60	50	250

Т.к. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ и количество занятых клеток равно 7, то опорный план является невырожденным.

$$Z_4 = 20 \cdot 6 + 30 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 70 \cdot 2 + 40 \cdot 1 + 10 \cdot 2 = \\ = 120 + 90 + 240 + 100 + 140 + 40 + 20 = 750$$

Вывод: $Z_1 = 1130$, $Z_2 = 750$, $Z_3 = 730$, $Z_4 = 450$. Опорный план, вычисленный методом северо-западного угла менее оптимален, чем опорные планы, вычисленные другими методами, при это опорные планы, вычисленные методами минимальной стоимости и двойного предпочтения менее оптимальны, чем опорный план, вычисленный методом аппроксимации Фогеля.

Задача №4.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	2	8	4	6	3	120
A_2	3	2	5	2	6	30
A_3	6	5	8	7	4	40
A_4	3	4	4	2	1	60
b_j	30	90	80	20	30	250

1. Метод северо-западного угла

Поставщики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2 30	8 90	4 -	6 -	3 -	120
A_2	3 -	2 -	5 30	2 -	6 -	30
A_3	6 -	5 -	8 40	7 -	4 -	40
A_4	3 -	4 -	4 10	2 20	1 30	60
Потребности	30	90	80	20	30	250

Т.к. $m + n - 1 = 4 + 5 - 1 = 8$ и количество занятых клеток равно 7, то опорный план является вырожденным.

$$Z_1 = 30 \cdot 2 + 90 \cdot 8 + 30 \cdot 5 + 40 \cdot 8 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 = \\ = 60 + 720 + 150 + 320 + 40 + 40 + 30 = \\ = 780 + 470 + 110 = 780 + 580 = 1360$$

2. Метод минимальной стоимости

Поставщики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	(2) 2 30	(8) 8 10	(6) 4 80	6 -	3 -	120
A_2	3 -	(4) 2 30	5 -	2 -	6 -	30
A_3	6 -	(7) 5 40	8 -	7 -	4 -	40
A_4	3 -	(5) 4 10	4 -	(3) 2 20	(1) 1 30	60
Потребности	30	90	80	20	30	250

Т.к. $m + n - 1 = 4 + 5 - 1 = 8$ и количество занятых клеток равно 8, то опорный план является невырожденным.

$$\begin{aligned}
 Z_2 &= 30 \cdot 2 + 10 \cdot 8 + 80 \cdot 4 + 30 \cdot 2 + 40 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 = \\
 &= 60 + 80 + 320 + 60 + 200 + 40 + 40 + 30 = \\
 &= 140 + 380 + 240 + 70 = 520 + 310 = 830
 \end{aligned}$$

3. Метод аппроксимации Фогеля

Поставщики	Потребители					Запасы a_i	Δc_{ij}
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5		
A_1	(4) 2 30	(8) 8 10	(5) 4 80	6 -	3 -	120	1,1,2,4,B
A_2	3 -	(1) 2 30	5 -	2 -	6 -	30	0,B
A_3	6 -	(7) 5 40	8 -	7 -	4 -	40	1,1,1,3,B
A_4	3 -	(6) 4 10	4 -	(2) 2 20	(3) 1 30	60	1,1,1,0,B
Потребности	30	90	80	20	30	250	
Δc_{ij}	1,1,B	2,1,B	0,0,B	0,4,B	2,2,B		

Т.к. $m + n - 1 = 4 + 5 - 1 = 8$ и количество занятых клеток равно 8, то опорный план является невырожденным.

$$\begin{aligned}
 Z_3 &= 30 \cdot 2 + 10 \cdot 8 + 80 \cdot 4 + 30 \cdot 2 + 40 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 = \\
 &= 60 + 80 + 320 + 60 + 200 + 40 + 40 + 30 = \\
 &= 140 + 380 + 240 + 70 = 520 + 310 = 830
 \end{aligned}$$

4. Метод двойного предпочтения

Поставщики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2 vv 30	8 10	4 v 80	6 -	3 -	120
A_2	3 -	2 vv 30	5 -	2 v -	6 -	30
A_3	6 -	5 40	8 -	7 -	4 v -	40
A_4	3 -	4 10	4 -	2 20	- 1 vv 30	60
Потребности	30	90	80	20	30	250

Т.к. $m + n - 1 = 4 + 5 - 1 = 8$ и количество занятых клеток равно 8, то опорный план является невырожденным.

$$\begin{aligned}
 Z_4 &= 30 \cdot 2 + 10 \cdot 8 + 80 \cdot 4 + 30 \cdot 2 + 40 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 = \\
 &= 60 + 80 + 320 + 60 + 200 + 40 + 40 + 30 = 830
 \end{aligned}$$

Вывод: $Z_1 = 1360$, $Z_2 = Z_3 = Z_4 = 830$. Опорный план, вычисленный методом северо-западного угла менее оптимален, чем опорные планы, вычисленные другими методами.