РГПУ им. А.И. Герцена

Тема: «Теория игр»

Свистунова М. П., 2ИВТ (1) 2 подгруппа

Лабораторная работа №9

Понятие об игровых моделях

Задача: магазин может завезти в различных пропорциях товары трех типов (A_1, A_2, A_3); их реализация и прибыль магазина зависят от вида товара и состояния спроса. Предполагается, что спрос может иметь три состояния (B_1, B_2, B_3) и не прогнозируется. Определить оптимальные пропорции в закупке товаров из условия максимизации средней гарантированной прибыли при следующей матрице прибыли.

	B_1	B_2	B_3	$\propto$
A_1	28	23	18	18
A_2	24	20	22	20
A_3	21	26	23	21
A_4	23	24	26	23
β	28	26	26	

Так как $\propto \neq \beta$, то седловая точка отсутствует и оптимальное решение необходимо искать в смешанных стратегиях игроков:

$$S_A^* = (p_1^*, p_2^*, p_3^*, p_4^*), S_B^* = (q_1^*, q_2^*, q_3^*)$$

Найдем оптимальную стратегию игрока В:

При этом $x_i = \frac{p_i}{v}, i = 1, 2, 3, 4, y_i = \frac{q_i}{v}, j = 1, 2, 3.$

$$\begin{cases} 28y_1 + 23y_2 + 18y_3 \leq 1 \\ 24y_1 + 20y_2 + 22y_3 \leq 1 \\ 21y_1 + 26y_2 + 23y_3 \leq 1 \\ 23y_1 + 24y_2 + 26y_3 \leq 1 \end{cases}$$

$$y_j \geq 0, j = 1, 2, 3$$

$$Z = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow max.$$

Решение задачи производится симплексным методом.

$$\begin{cases} 28y_1 + 23y_2 + 18y_3 + y_4 = 1 \\ 24y_1 + 20y_2 + 22y_3 + y_5 = 1 \\ 21y_1 + 26y_2 + 23y_3 + y_6 = 1 \\ 23y_1 + 24y_2 + 26y_3 + y_7 = 1 \end{cases}$$

$$y_j \geq 0, j = 1, 2, 3$$

$$Z = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow max.$$

Базис	Переменные							b_i
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	
y_4	28	23	18	1	0	0	0	1
y_5	24	20	22	0	1	0	0	1
y_6	21	26	23	0	0	1	0	1
y_7	23	24	26	0	0	0	1	1
c_j	1	1	1	0	0	0	0	0

Допустимое базисное решение: :(0, 0, 0, 1, 1, 1, 1), L = 0.

Разрешающий столбец:

$$c_r = \max\{c_j\} = \max\{1, 1, 1,0, 0, 0, 0\} = 1 => r = 1$$

Разрешающая строка:

$$If\ a_{ir} > 0, D_s = \min\left\{\frac{b_i}{a_{ir}}\right\} = \min\left\{\frac{1}{28}, \frac{1}{24}, \frac{1}{21}, \frac{1}{23}\right\} = \frac{1}{28} => s = 1$$

Разрешающий элемент:

$$a_{sr} = a_{11} = 28$$

Из базисного решения исключается y_4.

Пересчет элементов симплекс-таблицы:

Базис	Переменные							b_i
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	
y_1	1	0,821429	0,642857	0,035714	0	0	0	0,035714
y_5	0	0,285714	6,571429	-0,85714	1	0	0	0,142857
y_6	0	5,75	9,5	-0,75	0	1	0	0,25
y_7	0	5,107143	11,21429	-0,82143	0	0	1	0,178571
c_j	0	0,178571	0,357143	-0,03571	0	0	0	-0,03571

Допустимое базисное решение:

(0,035714; 0; 0; 0; 0,142857; 0,25; 0,178571),

L =-0,03571.

Разрешающий столбец:

$$c_r = \max\{c_j\} = \max\{0; 0{,}178571; 0{,}357143;\ -0{,}03571; 0; 0; 0\}$$
$$= 0{,}357143 => r = 3$$

Разрешающая строка:

$$If\ a_{ir} > 0, D_s = \min\left\{\frac{b_i}{a_{ir}}\right\} =$$
$$= \min\{0{,}055555556; 0{,}02173913; 0{,}026315789; 0{,}015923567\}$$
$$= 0{,}015923567 => s = 4$$

Разрешающий элемент:

$$a_{sr} = a_{43} = 11{,}21428571$$

Из базисного решения исключается y_7.

Пересчет элементов симплекс-таблицы:

Базис	Переменные							b_i
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	
y_1	1	0,52866242	0	0,082802548	0	0	-0,057324841	0,025477707
y_5	0	0,181073703	0	-0,836214741	1	0	0	0,163785259
y_6	0	5,75	0	-0,75	0	1	0	0,25
y_3	0	0,455414013	1	-0,073248408	0	0	0,089171975	0,015923567
c_j	0	0,015923567	0	-0,00955414	0	0	-0,031847134	-0,041401274

Допустимое базисное решение:

$(0{,}025477707; 0;\ 0{,}015923567;\ 0; 0{,}163785259; 0{,}25; 0)$,

L $=-0{,}041401274$.

Разрешающий столбец:

$$c_r = \max\{c_j\}$$
$$= max\{0; 0{,}015923567; 0; -0{,}00955414; 0, 0, -0{,}031847134\} =$$
$$= 0{,}015923567 => r = 2$$

Разрешающая строка:

$$If\ a_{ir} > 0, D_s = \min\left\{\frac{b_i}{a_{ir}}\right\} =$$
$$= \min\{0{,}048192771; 0{,}904522613; 0{,}043478261; 0{,}034965035\}$$
$$= 0{,}034965035 => s = 4$$

Разрешающий элемент:

$$a_{sr} = a_{42} = 0{,}455414013$$

Пересчет элементов симплекс-таблицы:

Базис	Переменные							b_i
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	
y_1	1	0	-1,16084	0,167832	0	0	-0,16084	0,006993
y_5	0	0	-0,3976	-0,80709	1	0	-0,03545	0,157454
y_6	0	0	-12,6259	0,174825	0	1	-1,12587	0,048951
y_2	0	1	2,195804	-0,16084	0	0	0,195804	0,034965
c_j	0	0	-0,03497	-0,00699	0	0	-0,03497	-0,04196

Допустимое базисное решение:

$(0{,}006993; 0{,}034965; 0; 0; 0{,}157454; 0{,}048951; 0)$,

L = -0,04196.

$$c_j \le 0 \Rightarrow \text{решение является оптимальным.}$$

$$v = \frac{1}{y_1 + y_2 + y_3} = \frac{1}{0{,}006993 + 0{,}034965 + 0} = \frac{1}{0{,}041958} = 23{,}83$$

$$q_1 = y_1 v = 0{,}006993 * 23{,}83 = 0{,}17$$
$$q_2 = y_2 v = 0{,}034965 * 23{,}83 = 0{,}83$$
$$q_3 = y_3 v = 0 * 23{,}83 = 0$$

Найдем оптимальную стратегию игрока А:

При этом $x_i = \frac{p_i}{v}, i = 1, 2, 3, 4, y_i = \frac{q_i}{v}, j = 1, 2, 3.$

Из теоремы двойственности: $X = C * A^{-1}$

$$X = CA^{-1} = (1, 0, 0, 1) * \begin{pmatrix} 0{,}167832 & 0 & 0 & -0{,}16084 \\ -0{,}80709 & 1 & 0 & -0{,}03545 \\ 0{,}174825 & 0 & 1 & -1{,}12587 \\ -0{,}16084 & 0 & 0 & 0{,}195804 \end{pmatrix} =$$

$$= (0{,}006993007; 0; 0;\ 0{,}034965035)$$

$$v = \frac{1}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4} = \frac{1}{0{,}006993007 + 0 + 0 + 0{,}034965035} = \frac{1}{0{,}041958}$$
$$= 23{,}83$$

$$p_1 = x_1 v = 0{,}006993 * 23{,}83 = 0{,}17$$
$$p_2 = x_2 v = 0 * 23{,}83 = 0$$
$$p_3 = x_3 v = 0 * 23{,}83 = 0$$
$$p_4 = x_4 v = 0{,}034965 * 23{,}83 = 0{,}83$$