ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ   
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

###### Московский институт электроники и математики

Евтеева Марина Леонидовна

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОРМОВКИ СВЕРХПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Междисциплинарная курсовая работа

студента образовательной программы   
 «Прикладная математика»,

группы БПМ-143

|  |  |
| --- | --- |
| \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Подпись студента  М. Л. Евтеева | Руководитель  Доцент Московский институт электроники и математики им. А.Н. Тихонова / Департамент прикладной математики  С.А. Аксенов |
| Москва 2016 г. | |

# Аннотация

# Annotation

Оглавление

[Аннотация 2](#_Toc481869550)

[Annotation 2](#_Toc481869551)

[Введение 2](#_Toc481869552)

[Основная часть 2](#_Toc481869553)

[1.1 Сверхпластичность 2](#_Toc481869554)

[1.2 Метод конечных элементов 3](#_Toc481869555)

[1.3 Математическая модель формовки сверхпластичных материалов 4](#_Toc481869556)

[1.4 Компьютерное моделирование процесса формовки 5](#_Toc481869557)

[Список литературы 5](#_Toc481869558)

# Введение

Уже более 70 лет свойство сверхпластичности материалов изучается учеными по всему миру.

# Основная часть

## Сверхпластичность

Первое упоминание сверхпластичности в том виде, в котором мы сейчас ее понимаем, можно отнести к 1970 году [1], после которого начался резкий скачок развития этой области. Это произошло во многом благодаря появлению компьютеров и компьютерного моделирования, в частности. Для того, чтобы дать точное определение сверхпластичности необходимо ввести простейшее уравнение состояния () материала, показывающее важную зависимость напряжения от скорости деформации

()

Где m – так называемый коэффициент скоростной чувствительности. В работе [2] на экспериментах по одноосному растяжению показано, что с ростом m растет и длина, на которую возможно растянуть заготовку до разрыва. Эксперименты показали, что для сверхпластичных материалов характерно значение коэффициента скоростной чувствительности m ≥ 0.5 . Однако, при определенных условиях, некоторые материалы, например, сплав Al-Mg может проявлять сверхпластичные свойства (растяжение более 300%) при коэффициенте скоростной чувствительности m ≈ 0.3 [3].

Таким образом, сверхпластичность можно характеризовать как свойство поликристаллических материалов растягиваться в среднем более чем на 400% при коэффициентах скоростной чувствительности близких к m = 0.5 . Присуще, в основном, металлическим сплавам, таким как Al-Mg, Mg-Zn, Al-Zn, Pb-Sn и другим, а также керамике, например, диоксиду циркония ZrO2 [4], но в меньшей степени.

Материалы, обладающие свойством сверхпластичности, применяют на различных производствах: от автомобилестроения до протезирования [5], используя такие методы обработки металла давлением как формовка, прокатка, волочение.

## Метод конечных элементов

Метод конечных элементов (далее - МКЭ) довольно часто используется для решения задач прикладной физики, т.к. позволяет перейти от сложной непрерывной среды к более простой дискретной. Рассматриваемая в работе область применения МКЭ – решение задачи механики деформируемого твердого тела, моделирование этого процесса.

Идея метода заключается в том, чтобы перейти от непрерывной искомой функции к конечному числу ее значений, которые определены в узлах сетки [6]. Сетка строится разбиением области на достаточно малые элементы, соединенные в конечном числе узлов, расположенных на их границе. Скорости перемещения внутри элемента определяются через скорости перемещения узлов, при помощи некоторой аппроксимирующей функции. Ее вид напрямую зависит от выбранных элементов, поэтому принято выбирать наиболее простые геометрические фигуры: треугольник или прямоугольник для плоской задачи, для осесимметричной – треугольный или прямоугольный в сечении тор и для объемной задачи – параллелепипед или тетраэдр.

Получение скорости перемещения в любой точке внутри элемента выражается уравнением (2) в матричной форме, где – вектор скоростей произвольной точки, – матрица функций формы (положения) и – скорости перемещения узловых точек рассматриваемого элемента

()

А основными в МКЭ являются матричное уравнение жесткости элемента () и глобальное для всей системы) (в общем виде)

()

()

Где – матрица жесткости элемента, – вектор узловых перемещений элемента, – внутренние силы, действующие на элемент e, замененные на эквивалентные узловые силы. и – внешние распределенные поверхностные и массовые силы, приведенные к эквивалентным узловым силам, – глобальная матрица жесткости, заполняющаяся по принципу ,

– вектор заданных внешних узловых сил с глобальной нумерацией

, а – глобальные векторы узловых сил, эквивалентных распределенным поверхностным и массовым силам, заполняются аналогично .

Таким образом, задача сводится к поиску скоростей узлов и распределению их на элементы, дабы смоделировать поведение всего тела.

## Математическая модель формовки сверхпластичных материалов

Формовка в цилиндрическую матрицу листа некоторого материала, проявляющего сверхпластичные свойства, описывается несколькими переменными – радиус матрицы, – радиус скругления матрицы, – давление, – радиус сферы, – толщина сферы, – высота сферы, а также несколькими константами, описывающими материал. Их вид зависит от уравнения состояния. Одно из самых простых и часто встречающихся уравнений состояния – уравнение Бакофена [7] ()

()

Где K – параметр, зависящий от температуры и m – коэффициент скоростной чувствительности, зависящий от материала.

Считая условия равномерно распределенными, для маленькой площадки купола можно получить напряжение [8] по формуле *()*

()

Соответствующие деформации и скорости деформаций могут быть получены из формул (7) и (8)

()

()

И радиус купола выражается в формуле (9)

()

## Компьютерное моделирование процесса формовки

Наиболее часто используемым способом для компьютерного моделирования любых процессов обработки металлов давлением является метод конечных элементов. Для этого существует несколько программных комплексов, таких как MSC Marc,

# Список литературы

|  |  |
| --- | --- |
| [1] | T.G. Langdon, R.C. Gifkins,, «On the nature of superplastic deformation in the Mg-Al eutectic,,» *Scripta Metall,* pp. 337-340, 1970. |
| [2] | D. Woodford, «Strain-rate sensitivity as a measure of ductility,» *ASM Trans. Quart. 62,* pp. 291-293, 1969. |
| [3] | E.M. Taleff, G.A. Henshall, T.G. Nieh, D.R. Lesuer, J. Wadsworth, «Warm-temperature tensile in Al-Mg alloys,» *Metall. Mater. Trans. A 29A,* pp. 1081-1091, 1998. |
| [4] | F. Wakai, S. Sakaguchi, Y. Matsuno, «Superplasticity of yttria-stabilized tetragonal ZrO2,» *Adv. Ceram. Mater. 1,* pp. 259-263, 1986. |
| [5] | Antonio Piccininni, Francesco Gagliardi, Pasquale Guglielmi, Luigi De Napoli, Giuseppina Ambrogio, Donato Sorgente and Gianfranco Palumbo, «Biomedical Titanium alloy prostheses manufacturing by means of Superplastic and Incremental Forming processes,» в *NUMIFORM 2016: The 12th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, 2016. |
| [6] | Чумаченко Е.Н., Логашина И.В., Математическое моделирование течение металла при прокатке, Москва: Московский институт электроники и математики, 2005. |
| [7] | Backofen, W.A., Turner, I.R., Avery, D.H, «Superplasticity in an Al–Zn alloy,» *Trans. ASM 57 (4),* pp. 980-990, 1964. |
| [8] | S.A. Aksenov, E.N. Chumachenko, A.V. Kolesnikov, S.A. Osipov, «Determination of optimal gas forming conditions from free bulging,» *Journal of Materials Processing Technology 217,* pp. 158-164, 2014. |