ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ИТЕРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

Евтеева Марина, БПМ-143

Вариант 7

2017

Оглавление

Задание 4.1.7 2
Задание 4.2.7 3
Задание 4.3.7 4
Задание 4.6.2 5

Матрица A и вектор b для заданий 4.1.7, 4.2.7, 4.3.7

A =

	4.95	1.12	2.9	0.66;
	8.91	19.9 −	4.0	6.93;
−	2.97	2.2 −	5.8	0;
	5.94	1.3	10.5	17.82

b =

−	3.41;
	50.33;
	19.49;
−	45.88

Задание 4.1.7 Дана система уравнений $Ax = b$. Найти решение системы с помощью метода Гаусса. Выполнить 10 итераций по методу Зейделя. Принимая решение, полученное с помощью метода Гаусса за точное, найти величину абсолютной погрешности итерационного решения.

Вариант 7. Решение

Реализую метод Зейделя с остановкой по количеству шагов через L, U, D и посчитаю относительную ошибку.

```
function [x] = zeideln(A, b, steps)
    n = size(A, 1);
    x = zeros(n, 1);
    step = 0;
    flag = 0;
    while flag == 0
        xn = x;
        for i = 1:n
            s1 = 0;
            s2 = 0;
            for j = 1:i-1
               s1 = s1 + A(i, j)*xn(j);
            end
            for j = i+1:n
                s2 = s2 + A(i, j)*x(j);
            end
            xn(i) = (b(i) - s1 - s2) / A(i,i);

        end
        if step >= steps
            flag = 1;
        end
        x = xn;
        step = step + 1;
    end

end
```

```
A = [4.95 1.12 2.9 0.66;
8.91 19.9 -4.0 6.93;
-2.97 2.2 -5.8 0;
5.94 1.3 10.5 17.82];

b = [-3.41;
50.33;
19.49;
-45.88];

normval = inf;

x1 = A\b;
x2 = zeideln(A, b, 10);
norm(x1 - x2, normval)/norm(x1, normval)
```

За десять шагов относительная погрешность решения (принимая посчитанное матлабом за точное) = **0.0047**

Задание 4.2.7 Для системы уравнений Ax=b из задачи 4.1 найти решение по методу Зейделя с точностью $\epsilon = 1e^{-6}, ., \epsilon$.
Вариант 7. Решение
Реализую метод Зейделя с остановкой по точности и подсчетом шагов.

```
function [x, steps] = zeidel(A, b, eps)
n = size(A, 1);
x = zeros(n, 1);
steps = 0;
flag = 0;
while flag == 0
    xn = x;
    for i = 1:n
        s1 = 0;
        s2 = 0;
        for j = 1:i-1
           s1 = s1 + A(i, j)*xn(j);
        end
        for j = i+1:n
            s2 = s2 + A(i, j)*x(j);
        end
        xn(i) = (b(i) - s1 - s2) / A(i,i);

    end
    if sqrt(sum((xn - x).^2)) <= eps
        flag = 1;
    end
```

```
    x = xn;
    steps = steps + 1;
end

end

A = [4.95 1.12 2.9 0.66;
8.91 19.9 -4.0 6.93;
-2.97 2.2 -5.8 0;
5.94 1.3 10.5 17.82];

b = [-3.41;
50.33;
19.49;
-45.88];

normval = inf;

x1 = A\b;
[x2, n] = zeidel(A, b, 1e-6);
norm(x1 - x2, normval)/norm(x1, normval)
n
```

Относительная погрешность = **2.5865e-07** (считая посчитанное матлабом решение за точное), для достижения точности $1e^{-6}$ потребовалось **33** шага

Задание 4.3.7 Для системы уравнений $Ax = b$ из задачи 4.1 выполнить 10 итераций по методу простой итерации. Оценить абсолютную погрешность полученного решения теоретически. Найти реальную величину абсолютной погрешности, приняв за точное решение - решение, полученное с помощью встроенной функции lsolve пакета MATHCAD. Объяснить результаты. **Вариант 7. Решение**
Реализую метод простой итерации с остановкой по количеству шагов.

```
function [x] = simpleitern(A, b, steps)
n = size(A, 1);
d = zeros(n, 1);
step = 0;
for i = 1:n
    for j = 1:n
        if i~=j
            C(i, j) = A(i,j)/A(i, i);
        end
    end
    d(i) = b(i)/A(i, i);
end

flag = 0;
x = d;
```

```
while flag == 0
    xn = d - C*x;

    if step >= steps
        flag = 1;
    end
    x = xn;
    step = step + 1;
end

end

A = [4.95 1.12 2.9 0.66;
8.91 19.9 -4.0 6.93;
-2.97 2.2 -5.8 0;
5.94 1.3 10.5 17.82];

b = [-3.41;
50.33;
19.49;
-45.88];

normval = inf;

x1 = A\b;
x2 = simpleitern(A, b, 10);
norm(x1 - x2, normval)/norm(x1, normval)
```

За 10 шагов относительная погрешность получилась = **0.0224**

Задание 4.6.2 Дана система уравнений $Ax = b$, где A – симметричная положительно определенная разреженная матрица размерности nn. Методом Зейделя найти решение системы с точностью $\epsilon = 1e^{-9}$. Определить число итераций, потребовавшихся для достижения заданной точности. УКАЗАНИЕ. Компактное хранение элементов матрицы A в памяти ЭВМ организовать с использованием одномерных массивов

Вариант 7

$n = 35$

В матрице A на главной диагонали элементы равны 220, на первой наддиагонали элементы равны 22, на 4 наддиагонали равны 2.

b формируется по правилу $b_i = i * e^{\frac{22}{i}} * \cos(\frac{11}{i})$

Решение

Представим диагонали как одномерные массивы, в которых первый элемент соответствует номеру столбца, в котором находится первый элемент диагонали, а остальные - значения элементов. Преобразуем метод Зейделя. Т.к. в нижнем треугольнике матрицы у нас не содержится ничего, кроме 0, можно убрать цикл, в котором происходит умножение элементов из нижнего треугольника на x_new. Работу с верхней тоже можно преобразовать, поскольку у нас только 2 диагонали, нам не нужен цикл по всем элементам, просто при обращении к строке мы проверяем, есть ли на ней элементы из этих диагоналей и если есть, то работаем с ними, если нет, то идем дальше. Реализация

```
n = 35;
A1 = zeros(1, n + 1) + 220;
A1(1) = 1;
A2 = zeros(1, n) + 22; %вычитаем номер диагонали, считая главную 0 и прибавляем 1 на инд
A2(1) = 2;
A3 = zeros(1, n - 3) + 2; %вычитаем номер диагонали, считая главную 0 и прибавляем 1 на
A3(1) = 5;
A = zeros(n, n);
for i = 1:n
    for j = 1:n
        if j == i
            A(i, j) = 220;
        end
        if j == i + 1
            A(i, j) = 22;
        end
        if j == i + 4
            A(i, j) = 2;
        end
    end
    b(i) = i * exp(22/i) * cos(11/i);
end

eps = 1e-9;
n = size(A, 1);
x = zeros(n, 1);
steps = 0;
flag = 0;
while flag == 0
    xn = x;
    for i = 1:n
        s1 = 0;
        s2 = 0;
%         for j = 1:i-1
%             s1 = s1 + A(i, j)*xn(j);
%         end
        if i + 1 < numel(A2) - 1
            s2 = s2 + A2(i + 1)*x(A2(1) + (i - 1));
        end
        if i + 1 < numel(A3) - 1
            s2 = s2 + A3(i + 1)*x(A3(1) + (i - 1));
        end
%         for j = i+1:n
```

```
%              s2 = s2 + A(i, j)*x(j);
%          end
        xn(i) = (b(i) - s1 - s2) / A1(i + 1);

    end
    if sqrt(sum((xn - x).^2)) <= eps
        flag = 1;
    end
    x = xn;
    steps = steps + 1;
end
normval = inf;
x1 = A\b;
norm(x1 - x, normval) / norm(x1, normval)
steps
```

Получившаяся относительная погрешность = **3.9356e-07** за **11** шагов