

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.  
РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ  
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ  
ИТЕРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

Евтеева Марина, БПМ-143  
Вариант 7

2017

# Оглавление

Задание 4.1.7 . . . . .	2
Задание 4.2.7 . . . . .	3
Задание 4.3.7 . . . . .	4
Задание 4.6.2 . . . . .	5

Матрица  $A$  и вектор  $b$  для заданий 4.1.7, 4.2.7, 4.3.7

```
A =
    4.95    1.12    2.9    0.66;
    8.91   19.9 -    4.0    6.93;
-   2.97    2.2 -    5.8    0;
    5.94    1.3   10.5   17.82
-   3.41;
    50.33;
b =
    19.49;
-   45.88
```

**Задание 4.1.7** Дана система уравнений  $Ax = b$ . Найти решение системы с помощью метода Гаусса. Выполнить 10 итераций по методу Зейделя. Принимая решение, полученное с помощью метода Гаусса за точное, найти величину абсолютной погрешности итерационного решения.

### Вариант 7. Решение

Реализую метод Зейделя с остановкой по количеству шагов через  $L, U, D$  и посчитаю относительную ошибку.

```
function [x] = zeideln(A, b, steps)
    n = size(A, 1);
    x = zeros(n, 1);
    step = 0;
    flag = 0;
    while flag == 0
        xn = x;
        for i = 1:n
            s1 = 0;
            s2 = 0;
            for j = 1:i-1
                s1 = s1 + A(i, j)*xn(j);
            end
            for j = i+1:n
                s2 = s2 + A(i, j)*x(j);
            end
            xn(i) = (b(i) - s1 - s2) / A(i,i);
        end
        if step >= steps
            flag = 1;
        end
        x = xn;
        step = step + 1;
    end
end
```

```
A = [4.95 1.12 2.9 0.66;
8.91 19.9 -4.0 6.93;
-2.97 2.2 -5.8 0;
5.94 1.3 10.5 17.82];
```

```
b = [-3.41;
50.33;
19.49;
-45.88];
```

```
normval = inf;
```

```
x1 = A\b;
x2 = zeideln(A, b, 10);
norm(x1 - x2, normval)/norm(x1, normval)
```

За десять шагов относительная погрешность решения (принимая посчитанное матлабом за точное) = **0.0047**

**Задание 4.2.7** Для системы уравнений  $Ax=b$  из задачи 4.1 найти решение по методу Зейделя с точностью  $\epsilon = 1e^{-6}$ , ..,  $\epsilon$ .

#### **Вариант 7. Решение**

Реализую метод Зейделя с остановкой по точности и подсчетом шагов.

```
function [x, steps] = zeidel(A, b, eps)
n = size(A, 1);
x = zeros(n, 1);
steps = 0;
flag = 0;
while flag == 0
    xn = x;
    for i = 1:n
        s1 = 0;
        s2 = 0;
        for j = 1:i-1
            s1 = s1 + A(i, j)*xn(j);
        end
        for j = i+1:n
            s2 = s2 + A(i, j)*x(j);
        end
        xn(i) = (b(i) - s1 - s2) / A(i,i);
    end
    if sqrt(sum((xn - x).^2)) <= eps
        flag = 1;
    end
end
```

```

        x = xn;
        steps = steps + 1;
    end

end

A = [4.95 1.12 2.9 0.66;
     8.91 19.9 -4.0 6.93;
     -2.97 2.2 -5.8 0;
     5.94 1.3 10.5 17.82];

b = [-3.41;
     50.33;
     19.49;
     -45.88];

normval = inf;

x1 = A\b;
[x2, n] = zeidel(A, b, 1e-6);
norm(x1 - x2, normval)/norm(x1, normval)
n

```

Относительная погрешность = **2.5865e-07** (считая посчитанное матлабом решение за точное), для достижения точности  $1e^{-6}$  потребовалось **33** шага

**Задание 4.3.7** Для системы уравнений  $Ax = b$  из задачи 4.1 выполнить 10 итераций по методу простой итерации. Оценить абсолютную погрешность полученного решения теоретически. Найти реальную величину абсолютной погрешности, приняв за точное решение - решение, полученное с помощью встроенной функции `lsolve` пакета MATHCAD. Объяснить результаты. **Вариант 7. Решение**

Реализую метод простой итерации с остановкой по количеству шагов.

```

function [x] = simpleitern(A, b, steps)
n = size(A, 1);
d = zeros(n, 1);
step = 0;
for i = 1:n
    for j = 1:n
        if i~=j
            C(i, j) = A(i,j)/A(i, i);
        end
    end
    d(i) = b(i)/A(i, i);
end

flag = 0;
x = d;

```

```

while flag == 0
    xn = d - C*x;

    if step >= steps
        flag = 1;
    end
    x = xn;
    step = step + 1;
end

end

A = [4.95 1.12 2.9 0.66;
8.91 19.9 -4.0 6.93;
-2.97 2.2 -5.8 0;
5.94 1.3 10.5 17.82];

b = [-3.41;
50.33;
19.49;
-45.88];

normval = inf;

x1 = A\b;
x2 = simpleitern(A, b, 10);
norm(x1 - x2, normval)/norm(x1, normval)

```

За 10 шагов относительная погрешность получилась = **0.0224**

**Задание 4.6.2** Дана система уравнений  $Ax = b$ , где  $A$  – симметричная положительно определенная разреженная матрица размерности  $nn$ . Методом Зейделя найти решение системы с точностью  $\epsilon = 1e^{-9}$ . Определить число итераций, потребовавшихся для достижения заданной точности. **УКАЗАНИЕ.** Компактное хранение элементов матрицы  $A$  в памяти ЭВМ организовать с использованием одномерных массивов

#### Вариант 7

$n = 35$

В матрице  $A$  на главной диагонали элементы равны 220, на первой наддиагонали элементы равны 22, на 4 наддиагонали равны 2.

$b$  формируется по правилу  $b_i = i * e^{\frac{22}{i}} * \cos(\frac{11}{i})$

#### Решение

Представим диагонали как одномерные массивы, в первом номера столбцов, в которых начинаются диагонали, во втором значения на соответствующих диагоналях. Преобразуем метод Зейделя. Т.к. в нижнем треугольнике матрицы у нас не содержится ничего, кроме 0, можно убрать цикл, в котором происходит умножение элементов из нижнего треугольника на  $x_{new}$ . Работу с верхней тоже можно преобразовать, поскольку у нас только 2 диагонали, нам не

нужен цикл по всем элементам, просто при обращении к строке мы проверяем, есть ли на ней элементы из этих диагоналей и если есть, то работаем с ними, если нет, то идем дальше. Реализация

```
n = 35;
b = zeros(n, 1);

Ad = [1, 2, 5];
Aa = [220, 22, 2];

A = zeros(n, n);
for i = 1:n
    for j = 1:n
        if j == i
            A(i, j) = 220;
        end
        if j == i + 1
            A(i, j) = 22;
        end
        if j == i + 4
            A(i, j) = 2;
        end
    end
    b(i) = i * exp(22/i) * cos(11/i);
end

eps = 1e-9;
n = size(A, 1);
x = zeros(n, 1);
steps = 0;
flag = 0;
while flag == 0
    xn = x;
    for i = 1:n
        s1 = 0;
        s2 = 0;
        %         for j = 1:i-1
        %             s1 = s1 + A(i, j)*xn(j);
        %         end
        for j = 2:numel(Ad)
            if i + 1 < n - Ad(j) + 1
                s2 = s2 + Aa(j)*x(Ad(j) + (i - 1));
            end
        end
        %         for j = i+1:n
        %             s2 = s2 + A(i, j)*x(j);
        %         end
```

```

        xn(i) = (b(i) - s1 - s2) / Aa(1);

    end
    if sqrt(sum((xn - x).^2)) <= eps
        flag = 1;
    end
    x = xn;
    steps = steps + 1;
end
normval = inf;
x1 = A\b;
norm(x1 - x, normval) / norm(x1, normval)
steps

```

Получившаяся относительная погрешность = **3.9356e-07** за **11** шагов