САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет по лабораторной работе № 2
по курсу «Алгоритмы и структуры данных»
Тема: Сортировка слиянием. Метод декомпозиции
Вариант 7

Выполнила:
Заботкина М.А.
К3139

Проверил:
Афанасьев А.В.

Санкт-Петербург
2024 г.

Содержание отчета

Задачи по варианту

Задача №1. Сортировка слиянием

Перепишите процедуру Merge так, чтобы в ней не использовались сигнальные значения. Сигналом к остановке должен служить тот факт, что все элементы массива L или R скопированы обратно в массив A, после чего в этот массив копируются элементы, оставшиеся в непустом массиве. или перепишите процедуру Merge (и, соответственно, Merge-sort) так, чтобы в ней не использовались значения границ и середины - p, r и q.

Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n ($1 \le n \le 2 \cdot 10^4$) — число элементов в массиве.

Во второй строке находятся n различных целых чисел, по модулю не превосходящих 10^9.

• Формат выходного файла (output.txt). Одна строка выходного файла с отсортированным массивом. Между любыми двумя числами должен стоять ровно один пробел.

• Ограничение по времени. 2сек.

• Ограничение по памяти. 256 мб.

Для проверки можно выбрать наихудший случай, когда сортируется массив размера 1000, 10^4, 10^5 чисел порядка 10^9, отсортированных в обратном порядке; наилучший, когда массив уже отсортирован, и средний.

```
def merge(left, right):
    res = []
    i = j = 0
    while i < len(left) and j < len(right):
        if left[i] <= right[j]:
            res.append(left[i])
            i += 1
        else:
            res.append(right[j])
            j += 1

    while i < len(left):
        res.append(left[i])
        i += 1

    while j < len(right):
        res.append(right[j])
        j += 1

    return res

def merge_sort(a):
    if len(a) <= 1:
        return a

    mid = len(a) // 2
    left = merge_sort(a[:mid])
```

```
    right = merge_sort(a[mid:])
    return merge(left, right)

def check_and_write(input_f, output_f):
    with open(input_f) as f:
        n = int(f.readline())
        a = list(map(int, f.readline().split()))

    if not 1 <= n <= 2 * 10**4:
        with open(output_f, 'w') as f:
            f.write('Число не входит в диапазон')
        return

    for element in a:
        if abs(element) > 10**9:
            with open(output_f, 'w') as f:
                f.write('Число превосходит допустимое значение')
            return

    sorted_a = merge_sort(a)
    with open(output_f, 'w') as f:
        f.write(' '.join(map(str, sorted_a)))

check_and_write('../txtf/input.txt', '../txtf/output.txt')
```

1) Начинаем с написания функции merge(), которая отвечает за объединение двух списков в один. Для этого создаём переменную res. Для левого и правого списка будем использовать i и j для обозначения индексов. Цикл будет продолжаться до тех пор, пока оба списка непустые. Если элемент левого списка меньше или равен элементу правого списка, то он добавляется в общий список res, а индекс увеличивается на единицу, в ином случае происходит наоборот. Следующие два цикла предназначены для добавления в общий список оставшихся элементов, если они остались в списках left и right.

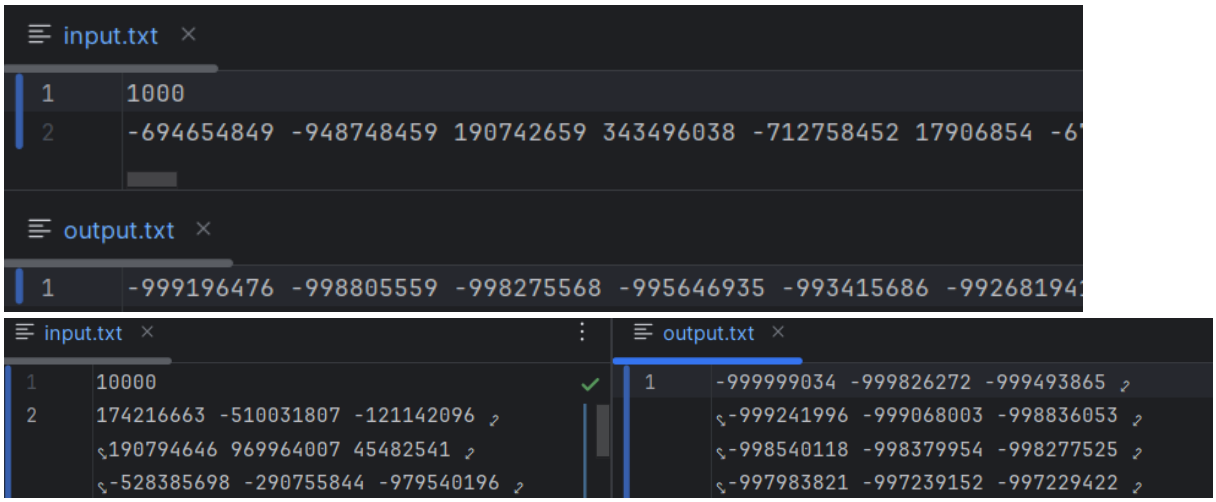
2) Функция merge_sort() отвечает за разделения массива на две части и дальнейшее применение предыдущей функции. Если список пуст или в нём только один элемент, то вернётся этот же список. Находим центр списка и делим массив на две части. Так как функция рекурсивна, то деление списков пополам будет до тех пор, пока не останется в каждом по одному элементу. Затем, начиная с базового случая, начинается процесс слияния. Два подмассива объединяются с помощью функции merge() в один отсортированный массив.

3) Функция check_and_write(), в отличие от предыдущих лабораторных работ, теперь объединяет в себе чтение файла, проверку значений на допустимость и запись ответа в выходной файл. С помощью with open файл будет открыт для чтения и по умолчанию закроется после считывания значений: n – количество элементов в массиве, a – сам массив, где каждый элемент из строкового вида перейдёт к целочисленному. Если числа не

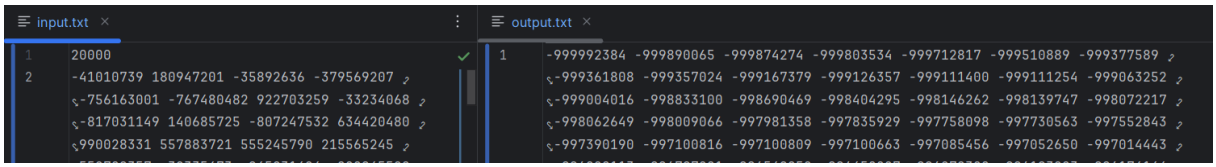
пройдут проверку, то появится в файле output соответствующая запись и программа прекратит работу. Вызываем функцию merge_sort() и записываем в выходной файл.

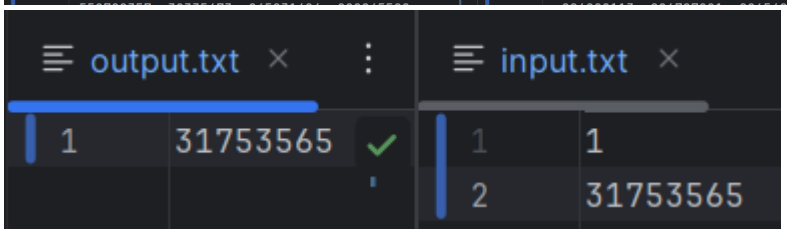
4) Чтобы функция check_and_write() начала работать, нужно её вызвать. Передав ей нужные файлы.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:





	Время выполнения, с	Затраты памяти, Mb
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.009844199987128377	0.01715373992919922
Средние значения	0.02070979995187372	0.0680389404296875
Верхняя граница диапазона значений входных данных из	0.7625499999849126	2.349956512451172

текста задачи		

Вывод по задаче: программа работает быстро даже при больших значениях и использует минимум памяти, без использования граничных значений код выглядит даже более понятно.

Задача №2. Сортировка слиянием+

Дан массив целых чисел. Ваша задача — отсортировать его в порядке неубывания с помощью сортировки слиянием. Чтобы убедиться, что Вы действительно используете сортировку слиянием, мы просим Вас, после каждого осуществленного слияния (то есть, когда соответствующий подмассив уже отсортирован!), выводить индексы граничных элементов и их значения.

• Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n ($1 \le n \le 10^5$) — число элементов в массиве. Во второй строке находятся n различных целых чисел, по модулю не превосходящих 10^9.

• Формат выходного файла (output.txt). Выходной файл состоит из нескольких строк.

– В последней строке выходного файла требуется вывести отсортированный в порядке неубывания массив, данный на входе. Между любыми двумя числами должен стоять ровно один пробел.

– Все предшествующие строки описывают осуществленные слияния, по одному на каждой строке. Каждая такая строка должна содержать по четыре числа: I_f , I_l, V_f , V_l, где I_f — индекс начала области слияния, I_l — индекс конца области слияния, V_f — значение первого элемента области слияния, V_l — значение последнего элемента области слияния.

– Все индексы начинаются с единицы (то есть, $1 \le I_f \le I_l \le n$).

Индексы области слияния должны описывать положение области слияния в исходном массиве! Допускается не выводить информацию о слиянии для подмассива длиной 1, так как он отсортирован по определению.

• Ограничение по времени. 2сек.

• Ограничение по памяти. 256 мб

```
def merge(a, l, r, l_start, r_end, f):
    res = []
    i = j = 0
    while i < len(l) and j < len(r):
        if l[i] <= r[j]:
```

```
            res.append(l[i])
            i += 1
        else:
            res.append(r[j])
            j += 1

    while i < len(l):
        res.append(l[i])
        i += 1

    while j < len(r):
        res.append(r[j])
        j += 1

    a[l_start:r_end + 1] = res
    f.write(f"{l_start + 1} {r_end + 1} {a[l_start]} {a[r_end]}\n")

def merge_sort(a, l, r, f):
    if l < r:
        mid = (l + r) // 2
        merge_sort(a, l, mid, f)
        merge_sort(a, mid + 1, r, f)
        merge(a, a[l:mid + 1], a[mid + 1:r + 1], l, r, f)
    return a

def check_and_write(input_f, output_f):
    with open(input_f) as f:
        n = int(f.readline())
        a = list(map(int, f.readline().split()))

    if not 1 <= n <= 10**5:
        with open(output_f, 'w') as f:
            f.write('Число не входит в диапазон')
        return

    for element in a:
        if abs(element) > 10**9:
            with open(output_f, 'w') as f:
                f.write('Число превосходит допустимое значение')
            return

    with open(output_f, 'w') as f:
        merge_sort(a, 0, n - 1, f)
        f.write(' '.join(map(str, a)))


check_and_write('../txtf/input.txt', '../txtf/output.txt')
```

1) Снова всё начинается с функции merge(). В этот раз для вывода граничных элементов чуть изменим код и будем использовать дополнительные значения: l_start и r_end, и a – исходный массив. Цикл будет продолжаться до тех пор, пока оба списка непустые. Если элемент левого списка меньше или равен элементу правого списка, то он добавляется в общий список res, а индекс увеличивается на единицу, в ином случае происходит наоборот. Следующие два цикла предназначены для добавления в общий список оставшихся элементов, если они остались в списках l и r. Исходный массив a обновляется: часть массива от l_start до

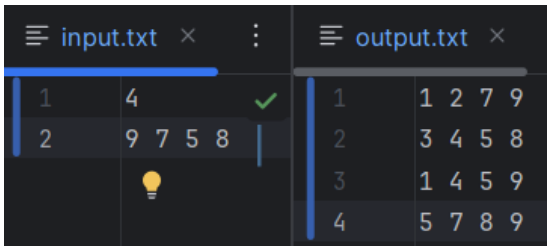
r_end (то есть границы слияния) заменяется на отсортированный результат из res. Функция записывает в файл индексы и значения первого и последнего элементов в слиянии.

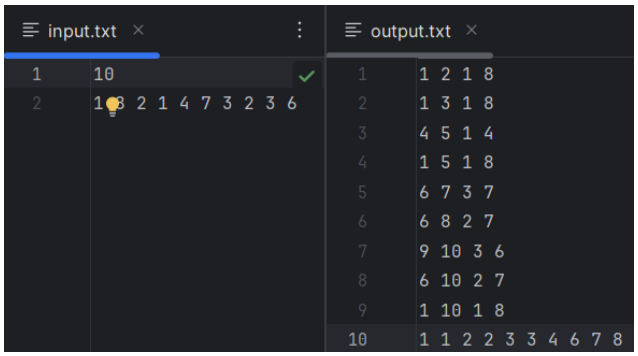
2) Функция merge_sort() отвечает за разделения массива на две части и дальнейшее применение предыдущей функции. Так как здесь используются индексы, то проверяем, что левый индекс меньше правого, иначе массив имеет только один элемент или массив пустой, и его разделить нельзя. Ищем центральный индекс для разделения по нему массива. Затем каждый массив делится ещё на два массива и так до момента, пока изначальный массив не будет состоять из отдельных элементов. Затем используется предыдущая функция для объединения подмассивов в единый массив.

3) Функция check_and_write(), в отличие от предыдущих лабораторных работ, теперь объединяет в себе чтение файла, проверку значений на допустимость и запись ответа в выходной файл. С помощью with open файл будет открыт для чтения и по умолчанию закроется после считывания значений: n – количество элементов в массиве, a – сам массив, где каждый элемент из строкового вида перейдёт к целочисленному. Если числа не пройдут проверку, то появится в файле output соответствующая запись и программа прекратит работу. Вызываем функцию merge_sort() и записываем в выходной файл.

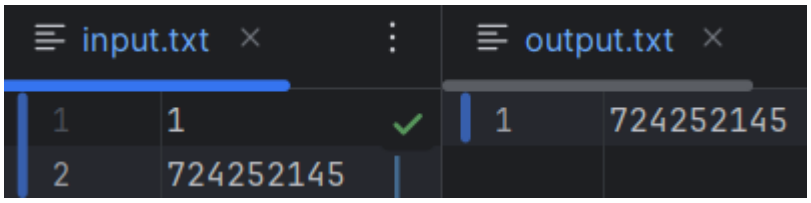
4) Чтобы функция check_and_write() начала работать, нужно её вызвать. Передав ей нужные файлы.

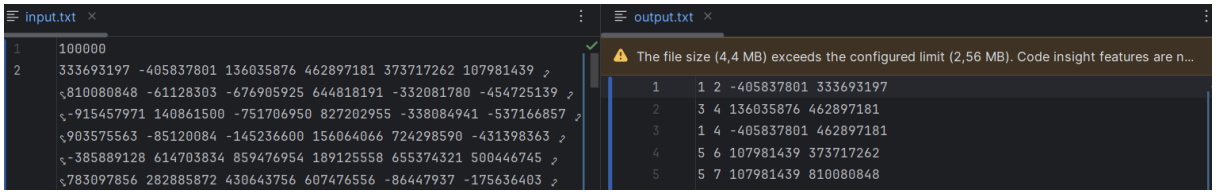
Результат работы кода на примерах из текста задачи:





Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:





	Время выполнения, с	Затраты памяти, Mb
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.010401399922557175	0.017157554626464844
Пример из задачи	0.0011301001068204641	0.017186164855957031
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	8.18310439994093	10.772686958312988

Вывод по задаче: из-за большого количества записей в файл при больших значениях время выполнения программы увеличивается, но при этом используемая память остаётся в пределах допустимого.

Задача №9. Метод Штрассена для умножения матриц

Цель. Применить метод Штрассена для умножения матриц и сравнить его с простым методом.

• *Формат входа. Стандартный ввод или input.txt. Первая строка - размер квадратных матриц n для умножения. Следующие строки соответсвенно сами значения матриц A и B.*

• *Формат выхода. Стандартный вывод или output.txt. Матрица C = A · B.*

Простой метод:

```
def matrix_mult(n, X, Y):
    Z = [[0] * n for i in range(n)]

    for i in range(n):
```

```
        for j in range(n):
            for k in range(n):
                Z[i][j] += X[i][k] * Y[k][j]

    return Z


def check_and_write(input_f, output_f):
    with open(input_f) as f:
        n = int(f.readline())

        A = []
        for i in range(n):
            A.append(list(map(int, f.readline().split())))

        B = []
        for i in range(n):
            B.append(list(map(int, f.readline().split())))

    C = matrix_mult(n, A, B)
    with open(output_f, 'w') as f:
        for r in C:
            f.write(' '.join(map(str, r)) + '\n')

check_and_write('../txtf/input.txt', '../txtf/output.txt')
```

1) Простой метод заключается в стандартном перемножении матриц. Здесь создается пустая матрица Z размером n×n, заполненная нулями. Каждый элемент результирующей матрицы Z[i][j] вычисляется как сумма произведений элементов строки i матрицы X и столбца j матрицы Y. Это соответствует правилу умножения матриц.

Метод Штрассена:

```
def add_matrix(A, B):
    return [[A[i][j] + B[i][j] for j in range(len(A))] for i in
range(len(A))]

def sub_matrix(A, B):
    return [[A[i][j] - B[i][j] for j in range(len(A))] for i in
range(len(A))]

def strassen(A, B):
    n = len(A)
    if n == 1:
        return [[A[0][0] * B[0][0]]]

    mid = n // 2

    A11, A12, A21, A22 = [r[:mid] for r in A[:mid]], [r[mid:] for r in
A[:mid]], [r[:mid] for r in A[mid:]], [r[mid:] for r in A[mid:]]
    B11, B12, B21, B22 = [r[:mid] for r in B[:mid]], [r[mid:] for r in
B[:mid]], [r[:mid] for r in B[mid:]], [r[mid:] for r in B[mid:]]

    P1 = strassen(A11, sub_matrix(B12, B22))
    P2 = strassen(add_matrix(A11, A12), B22)
    P3 = strassen(add_matrix(A21, A22), B11)
    P4 = strassen(A22, sub_matrix(B21, B11))
    P5 = strassen(add_matrix(A11, A22), add_matrix(B11, B22))
```

```
    P6 = strassen(sub_matrix(A12, A22), add_matrix(B21, B22))
    P7 = strassen(sub_matrix(A11, A21), add_matrix(B11, B12))

    C11 = add_matrix(sub_matrix(add_matrix(P5, P4), P2), P6)
    C12 = add_matrix(P1, P2)
    C21 = add_matrix(P3, P4)
    C22 = sub_matrix(sub_matrix(add_matrix(P1, P5), P3), P7)

    C = [[0] * n for i in range(n)]
    for i in range(mid):
        C[i][:mid], C[i][mid:], C[i + mid][:mid], C[i + mid][mid:] =
C11[i], C12[i], C21[i], C22[i]

    return C

def check_and_write(input_f, output_f):
    with open(input_f) as f:
        n = int(f.readline())

        A = []
        for i in range(n):
            A.append(list(map(int, f.readline().split())))

        B = []
        for i in range(n):
            B.append(list(map(int, f.readline().split())))

    C = strassen(A, B)
    with open(output_f, 'w') as f:
        for r in C:
            f.write(' '.join(map(str, r)))

check_and_write('../txtf/input.txt', '../txtf/output.txt')
```

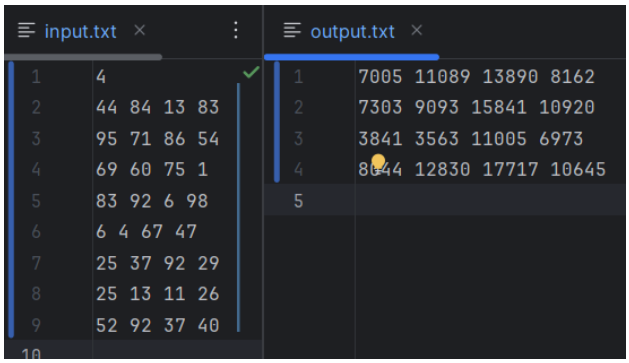
1) Для начала напишем функции для сложения и для вычитания элементов матриц. В дальнейшем это пригодится для реализации метода Штрассена. Переменная i – количество строк, j – количество столбцов (то есть количество элементов в одной строке), элементы с одинаковыми индексами по строке и столбцу складываются (или вычитаются, если функция sub_matrix()) и эта матрицу функция возвращает.

2) В функции Strassen() реализован сам алгоритм. На вход функция получает n – размерность матрицы (так как она квадратная по условию, то количество строк и столбцов совпадает). Если размер матрицы равен единице, то перемножаются нулевые элементы. В ином случае ищем середину строк и столбцов, поделив n нацело. Затем делим обе матрицы на 4 подматрицы. P1-P7 – это промежуточные умножения матриц по методу Штрассена. После вычисления промежуточных матриц, формируем подматрицы результирующей матрицы C. Создаём матрицу C, заполненную нулями и заменяем эти нули с помощью цикла на вычисленные ранее подматрицы.

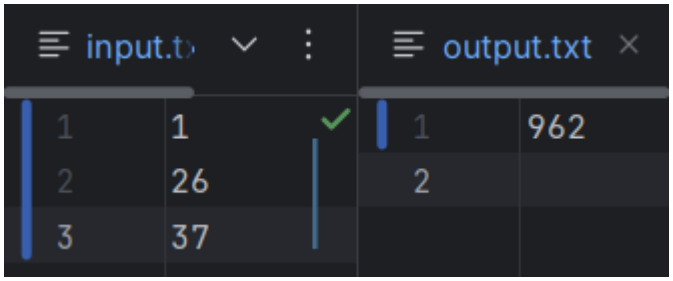
3) Функция check_and_write(), в отличие от предыдущих лабораторных работ, теперь объединяет в себе чтение файла, проверку значений на допустимость и запись ответа в выходной файл. С помощью with open файл будет открыт для чтения и по умолчанию закроется после считывания значений: n – размер матриц, A и B – две матрицы. Если числа не пройдут проверку, то появится в файле output соответствующая запись и программа прекратит работу. Вызываем функцию strassen() и записываем в выходной файл.

4) Чтобы функция check_and_write() начала работать, нужно её вызвать. Передав ей нужные файлы.

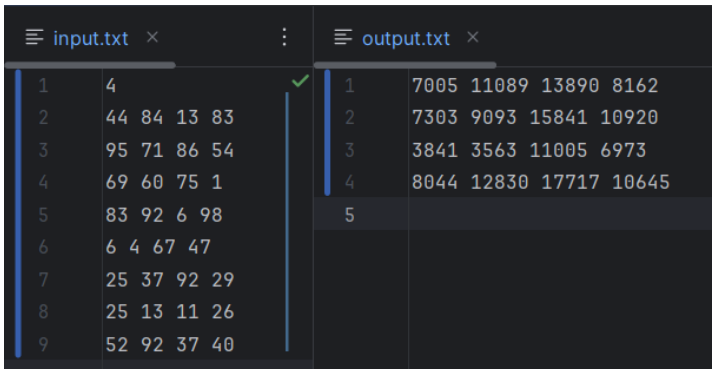
Результат работы кода на примерах (простой метод):



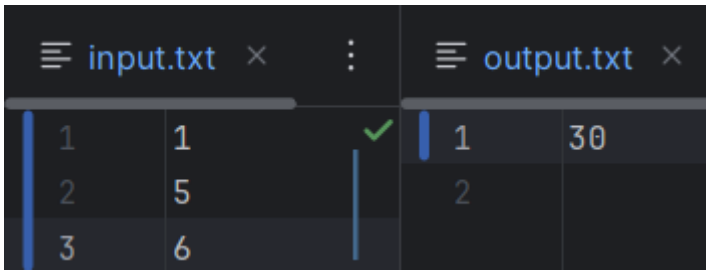
Результат работы кода на минимальных значениях (простой метод):



Результат работы кода на примерах (метод Штрассена):



Результат работы кода на минимальных значениях (метод Штрассена):



Простой метод

	Время выполнения, с	Затраты памяти, Mb
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.00045930000487715006	0.017274856567382812
Пример	0.005189000046811998	0.017026901245117188

Метод Штрассена

	Время выполнения, с	Затраты памяти, Mb
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.0005732000572606921	0.017274856567382812
Пример	0.002982800011523068	0.018169403076171875

Вывод по задаче: на минимальных значениях разницы по времени и памяти не наблюдается, но чем больше будет матрица, тем более выгодным становится метод Штрассена, хотя и будет он использовать больше памяти.

Дополнительные задачи

Задача №3. Число инверсий

Инверсией в последовательности чисел A называется такая ситуация, когда $i < j$, а $A_i > A_j$. Количество инверсий в последовательности в некотором роде определяет, насколько близка данная последовательность к отсортированной.

Например, в сортированном массиве число инверсий равно 0, а в массиве, сортированном наоборот - каждые два элемента будут составлять инверсию (всего $n(n-1)/2$).

Дан массив целых чисел. Ваша задача — подсчитать число инверсий в нем. Подсказка: чтобы сделать это быстрее, можно воспользоваться модификацией сортировки слиянием.

• Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n ($1 \le n \le 10^5$) — число элементов в массиве. Во второй строке находятся n различных целых чисел, по модулю не превосходящих 10^9.

• Формат выходного файла (output.txt). В выходной файл надо вывести число инверсий в массиве.

• Ограничение по времени. 2сек.

• Ограничение по памяти. 256 мб.

```
def merge(l, r):
    res = []
    i = j = inversions = 0

    while i < len(l) and j < len(r):
        if l[i] <= r[j]:
            res.append(l[i])
            i += 1
        else:
            res.append(r[j])
            inversions += len(l) - i
            j += 1

    res.extend(l[i:])
    res.extend(r[j:])

    return res, inversions


def merge_sort(a):
    if len(a) <= 1:
        return a, 0

    mid = len(a) // 2
    l, l_inversions = merge_sort(a[:mid])
    r, r_inversions = merge_sort(a[mid:])
    merged, split_inv = merge(l, r)
```

```
    return merged, l_inversions + r_inversions + split_inv


def check_and_write(input_f, output_f):
    with open(input_f) as f:
        n = int(f.readline())
        a = list(map(int, f.readline.split()))

    if not 1 <= n <= 10 ** 5:
        with open(output_f, 'w') as f:
            f.write('Число не входит в диапазон')
        return

    for element in a:
        if abs(element) > 10 ** 9:
            with open(output_f, 'w') as f:
                f.write('Число превосходит допустимое значение')
            return

    merged, inversions = merge_sort(a)

    with open(output_f, 'w') as f:
        f.write(str(inversions))


check_and_write('../txtf/input.txt', '../txtf/output.txt')
```

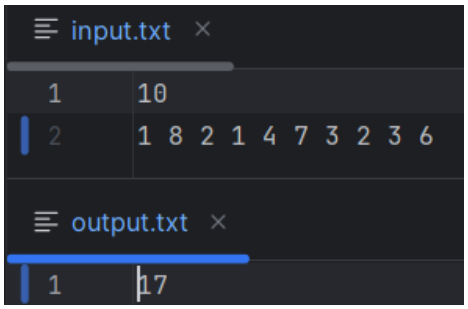
1) Функция merge() сливает два отсортированных списка и считает инверсии. Инверсия возникает, когда элемент из правой части меньше элемента из левой. Когда такое происходит, количество инверсий увеличивается на число оставшихся элементов в левой части. После слияния функция возвращает отсортированный список и число инверсий.

2) Merge_sort: если массив содержит 1 или 0 элементов, он уже отсортирован, и инверсий нет. Массив делится на две части: левая и правая. Затем каждая из них рекурсивно делятся и подсчитываются инверсии в обеих частях. После того, как обе части массива отсортированы, их нужно слить воедино с помощью функции merge. Во время слияния подсчитываются инверсии, возникающие между элементами из левой и правой части.

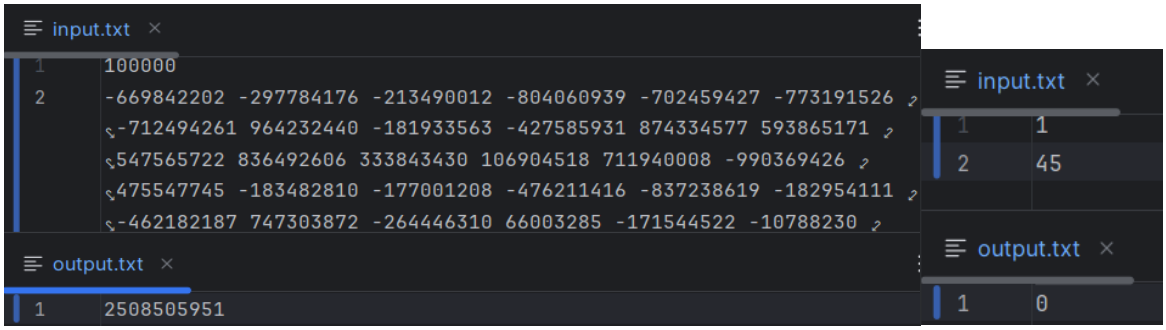
3) Функция check_and_write(), в отличие от предыдущих лабораторных работ, теперь объединяет в себе чтение файла, проверку значений на допустимость и запись ответа в выходной файл. С помощью with open файл будет открыт для чтения и по умолчанию закроется после считывания значений: n – количество элементов в массиве, a – сам массив, где каждый элемент из строкового вида перейдёт к целочисленному. Если числа не пройдут проверку, то появится в файле output соответствующая запись и программа прекратит работу. Вызываем функцию merge_sort() и записываем в выходной файл число инверсий.

4) Чтобы функция check_and_write() начала работать, нужно её вызвать, передав ей нужные файлы.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



	Время выполнения, с	Затраты памяти, Mb
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.0008059000829234719	0.01717662811279297
Пример из задачи	0.0006343999411910772	0.017210006713867188
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	5.866182099911384	9.777156829833984

Вывод по задаче: алгоритм на основе сортировки слиянием эффективно справляется с подсчетом инверсий даже на больших объемах данных, оставаясь в пределах допустимых ограничений по времени и памяти.

Задача №4. Бинарный поиск

В этой задаче вы реализуете алгоритм бинарного поиска, который позволяет очень эффективно искать (даже в огромных) списках при условии, что список отсортирован. Цель - реализация алгоритма двоичного (бинарного) поиска.

- *Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n ($1 \le n \le 10^5$) — число элементов в массиве, и последовательность $a_0 < a_1 < ... < a_{n-1}$ из n различных положительных целых чисел в порядке возрастания, $1 \le a_i \le 10^9$ для всех $0 \le i < n$. Следующая строка содержит число k, $1 \le k \le 10^5$ и k положительных целых чисел $b_0, ...b_{k-1}$, $1 \le b_j \le 10^9$ для всех $0 \le j < k$.*
- *Формат выходного файла (output.txt). Для всех i от 0 до $k - 1$ вывести индекс $0 \le j \le n - 1$, такой что $a_i = b_j$ или -1, если такого числа в массиве нет.*
- *Ограничение по времени. 2сек.*
- *Ограничение по памяти. 256 мб.*
- *Пример:*

```
def binary_search(a, target):
    l = 0
    r = len(a)

    while l <= r:
        mid = (l + r) // 2
        if a[mid] == target:
            return mid
        elif a[mid] < target:
            l = mid + 1
        else:
            r = mid - 1

    return -1

def check_and_write(input_f, output_f):
    with open(input_f, 'r') as f:
        n = int(f.readline())
        a = list(map(int, f.readline().split()))
        k = int(f.readline())
        b = list(map(int, f.readline().split()))

    if not 1 <= n <= 10 ** 5:
        with open(output_f, 'w') as f:
            f.write('Число не входит в диапазон')
        return

    for element in a:
        if not (1 <= element <= 10 ** 9):
            with open(output_f, 'w') as f:
                f.write('Число превосходит допустимое значение')
            return
```

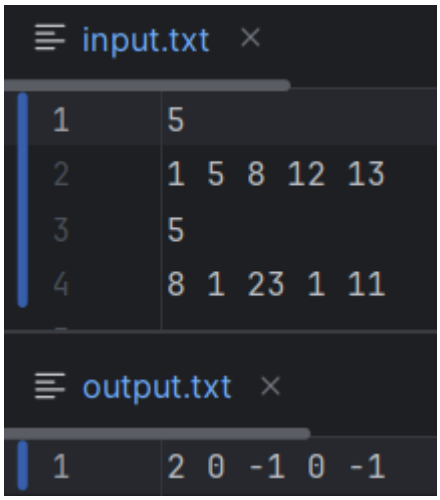
```
    if not 1 <= k <= 10 ** 5:
        with open(output_f, 'w') as f:
            f.write('Число  не входит в диапазон')
        return

    for element in b:
        if not (1 <= element <= 10 ** 9):
            with open(output_f, 'w') as f:
                f.write('Число в массиве b превосходит допустимое
значение')
        return


    res = [binary_search(a, x) for x in b]
    with open(output_f, 'w') as f:
        f.write(' '.join(map(str, res)))


check_and_write('../txtf/input.txt', '../txtf/output.txt')
```

1) l – начало массива, r – конец массива. Этот цикл будет выполняться до тех пор, пока левая граница l не станет больше правой границы r. Как только l>r, это означает, что элемент не был найден, и цикл завершится. На каждой итерации индекс середины массива вычисляется как целая часть от деления суммы индексов l и r на два. Это позволяет делить массив пополам для поиска. Если элемент, находящийся в середине массива a[mid], равен искомому значению target, функция возвращает индекс этого элемента mid. Если элемент в середине не равен target, алгоритм решает, в какой половине массива продолжить поиск. Если центральный элемент меньше нужного, то мы сдвигаем левую границу на одну позицию вправо от середины, чтобы продолжить поиск в правой части. Иначе искомый элемент находится в левой части массива. Правая граница сдвигается на одну позицию влево от середины.

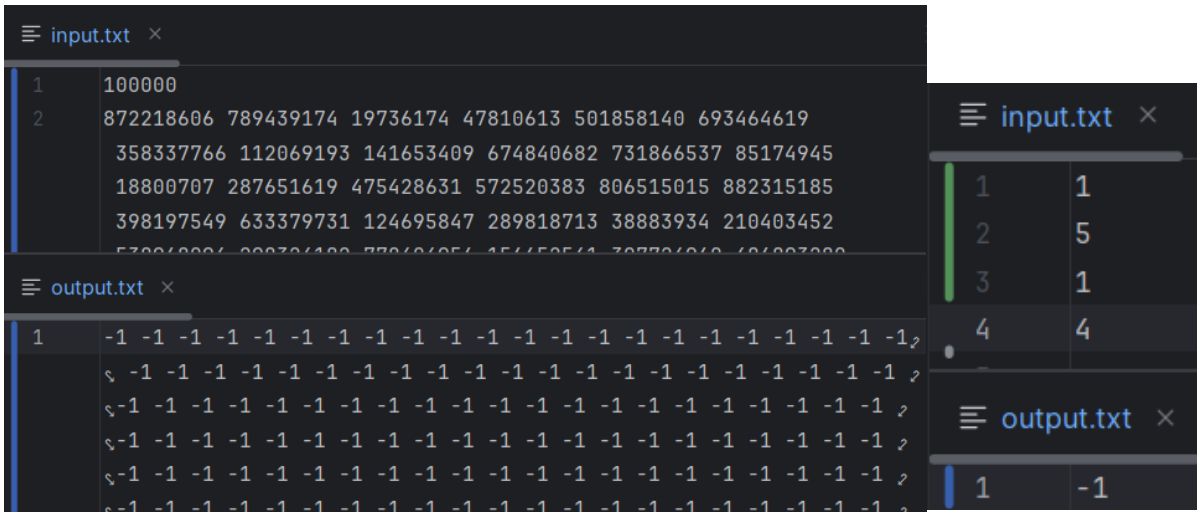
2) Функция check_and_write(), в отличие от предыдущих лабораторных работ, теперь объединяет в себе чтение файла, проверку значений на допустимость и запись ответа в выходной файл. С помощью with open файл будет открыт для чтения и по умолчанию закроется после считывания значений: n — количество элементов в массиве a, a — массив длиной n, k — количество элементов в массиве b, b — массив длиной k. Если числа не пройдут проверку, то появится в файле output соответствующая запись и программа прекратит работу. Для каждого элемента x из массива b выполняется бинарный поиск в массиве a с помощью функции binary_search. Результаты поиска сохраняются в список res.

3) Чтобы функция check_and_write() начала работать, нужно её вызвать. Передав ей нужные файлы.

Результат работы кода на примерах:



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



	Время выполнения, с	Затраты памяти, Mb
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.0008338999468833208	0.017099380493164062
Пример из задачи	0.0010381999891251326	0.017099380493164062
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	5.544071300071664	13.554971694946289

Вывод по задаче: алгоритм показывает высокую эффективность, особенно на малых и средних входных данных, оставаясь в пределах

допустимых ограничений по времени и памяти. При максимальных значениях работа замедляется.

Задача №7. Поиск максимального подмассива за линейное время

Можно найти максимальный подмассив за линейное время, воспользовавшись следующими идеями. Начните с левого конца массива и двигайтесь вправо, отслеживая найденный к данному моменту максимальный подмассив. Зная максимальный подмассив массива A[1..j], распространите ответ на поиск максимального подмассива, заканчивающегося индексом j + 1, воспользовавшись следующим наблюдением: максимальный подмассив массива A[1..j + 1] представляет собой либо максимальный подмассив массива A[1..j], либо подмассив A[i..j + 1] для некоторого 1 ≤ i ≤ j + 1. Определите максимальный подмассив вида A[i..j + 1] за константное время, зная максимальный подмассив, заканчивающийся индексом j.

В этом случае у вас возможны 2 варианта тестирования: первый предполагает создание рандомного массива чисел, аналогично задаче №1 (в этом случае формат входного и выходного файла смотрите там). Второй вариант - взять любые данные по акциям какой-либо компании, аналогично задаче №6.

```
def max_sub(a):
    max_sum = curr_sum = a[0]
    start = end = 0

    for i in range(1, len(a)):
        if curr_sum + a[i] < a[i]:
            curr_sum = a[i]
            start = i
        else:
            curr_sum += a[i]

        if curr_sum > max_sum:
            max_sum = curr_sum
            end = i

    return a[start:end + 1]

def check_and_write(input_f, output_f):
    with open(input_f) as f:
        n = int(f.readline().strip())
        a = list(map(int, f.readline().strip().split()))

    if not 1 <= n <= 2 * 10**4:
        with open(output_f, 'w') as f:
            f.write('Число не входит в диапазон')
        return

    for element in a:
        if abs(element) > 10**9:
```

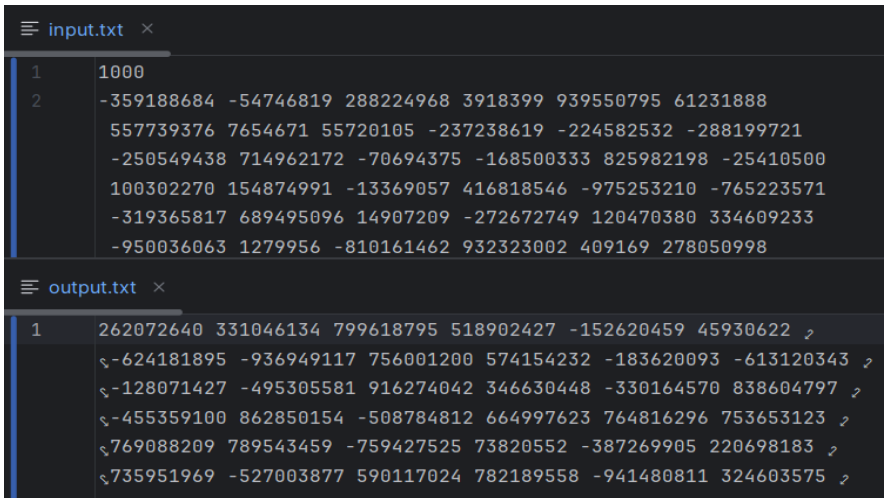
```
            with open(output_f, 'w') as f:
                f.write('Число превосходит допустимое значение')
            return

    maxi = max_sub(a)
    with open(output_f, 'w') as f:
        f.write(' '.join(map(str, maxi)))

check_and_write('../txtf/input.txt', '../txtf/output.txt')
```

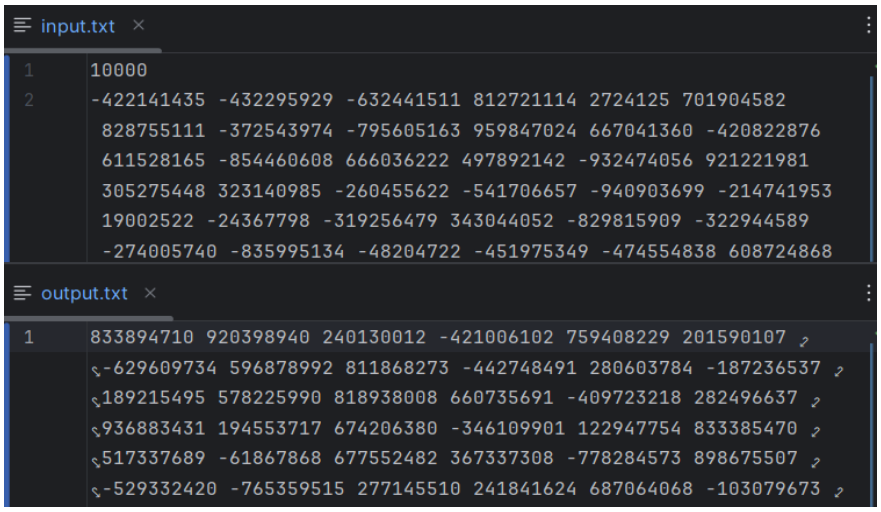
1) max_sum и curr_sum оба инициализируются первым элементом массива a[0]. max_sum — хранит максимальную сумму, которую удалось найти на текущий момент. curr_sum — сумма текущего подмассива. start и end — индексы начала и конца подмассива, который имеет максимальную сумму на текущий момент. Изначально они оба указывают на первый элемент массива. Цикл проходит по всем элементам массива, начиная с индекса 1, чтобы вычислять текущие суммы и искать подмассив с наибольшей суммой. Если сумма текущего подмассива плюс элемент меньше самого элемента a[i], выгоднее начать новый подмассив с этого элемента. В этом случае, текущая сумма curr_sum обновляется на значение текущего элемента a[i]. Индекс начала подмассива обновляется на текущий индекс i. В противном случае, к текущей сумме добавляется элемент a[i], и подмассив продолжается. Если текущая сумма curr_sum больше, чем максимальная сумма max_sum, найденная до этого момента, обновляются

2) Функция check_and_write(), в отличие от предыдущих лабораторных работ, теперь объединяет в себе чтение файла, проверку значений на допустимость и запись ответа в выходной файл. С помощью with open файл будет открыт для чтения и по умолчанию закроется после считывания значений: n – количество элементов в массиве, a – сам массив, где каждый элемент из строкового вида перейдёт к целочисленному. Если числа не пройдут проверку, то появится в файле output соответствующая запись и программа прекратит работу. Вызываем функцию max_sub() и записываем в выходной файл.

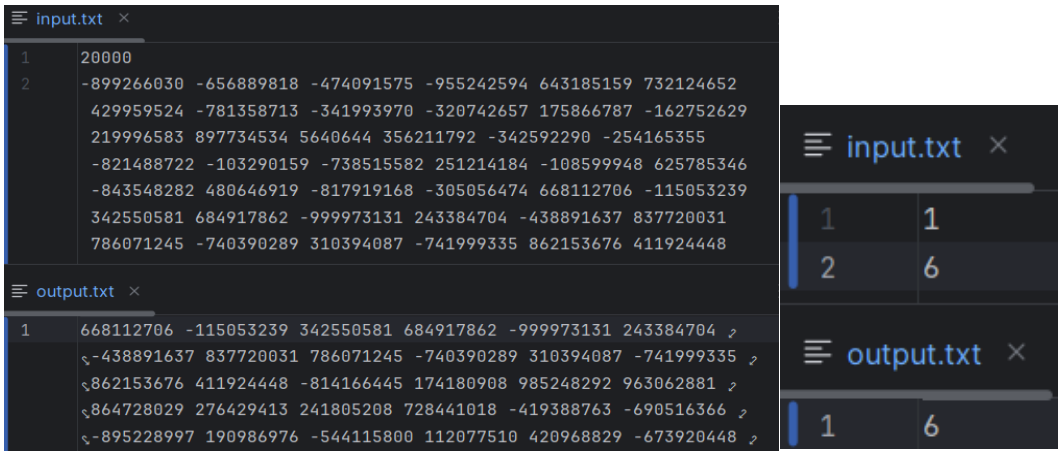
3) Чтобы функция check_and_write() начала работать, нужно её вызвать. Передав ей нужные файлы.

Результат работы кода на примерах из текста задачи:





Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



	Время выполнения, с	Затраты памяти, Mb
Нижняя граница диапазона значений входных данных из	0.0023459000512957573	0.017127037048339844

текста задачи		
Средние значения	0.01177119999192655	0.11244773864746094
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.16359390004072338	2.111726760864258

Вывод по задаче: алгоритм выполняется за линейное время и потребляет умеренное количество памяти, что делает его эффективным для решения задачи на больших объемах данных.

Вывод

Алгоритм сортировки слиянием демонстрирует стабильную производительность даже на больших массивах данных. Основное преимущество метода декомпозиции — это его способность разбивать сложные задачи на меньшие подзадачи, которые легко решаются, а затем объединяются в конечное решение.