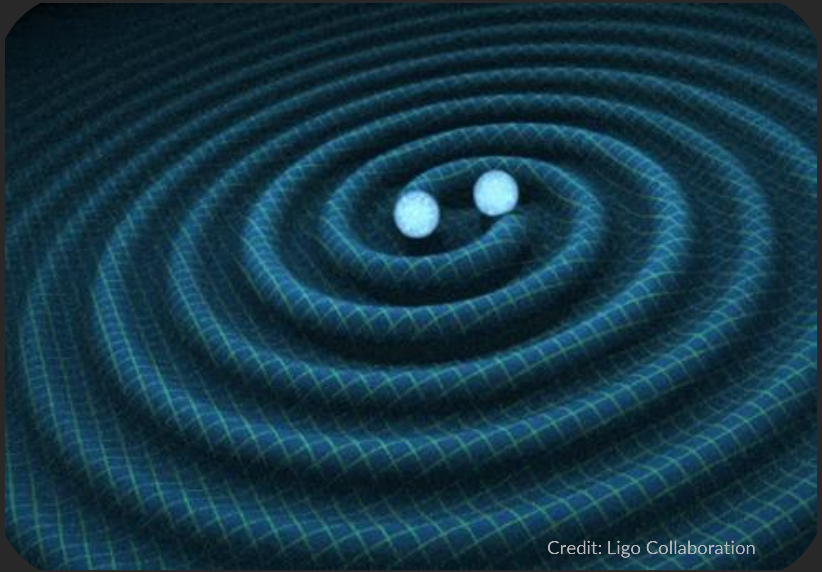
ANALYSE DE CANDIDATS TROUS NOIRS DE MASSE SUBSOLAIRE

dans les données de LIGO-VIRGO

Marine Prunier
sous la supervision du Professeur Sébastien Clesse.

Mars-Juin 2023

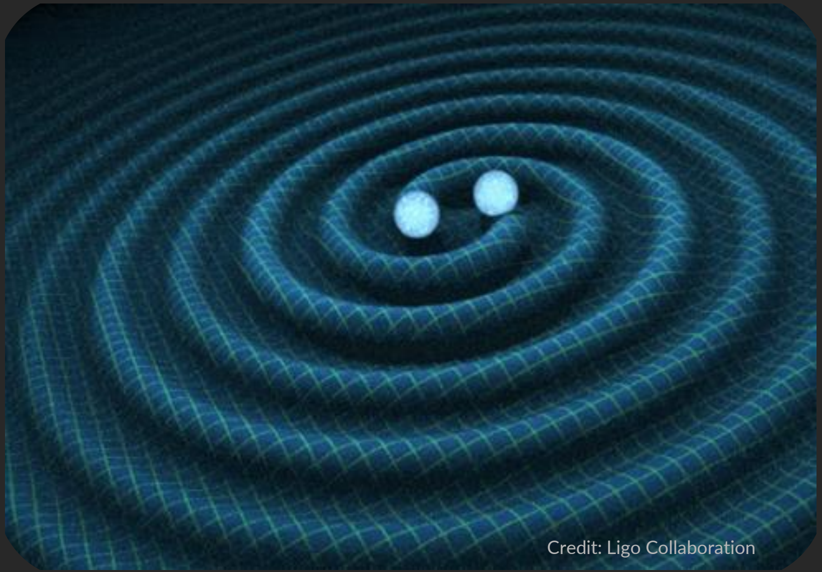
Une nouvelle ère pour l'astronomie

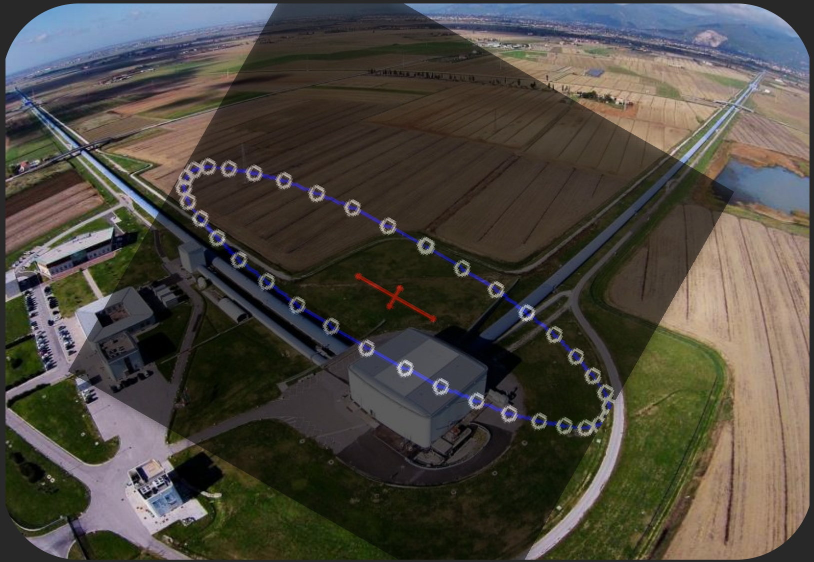

Credit: Ligo Collaboration

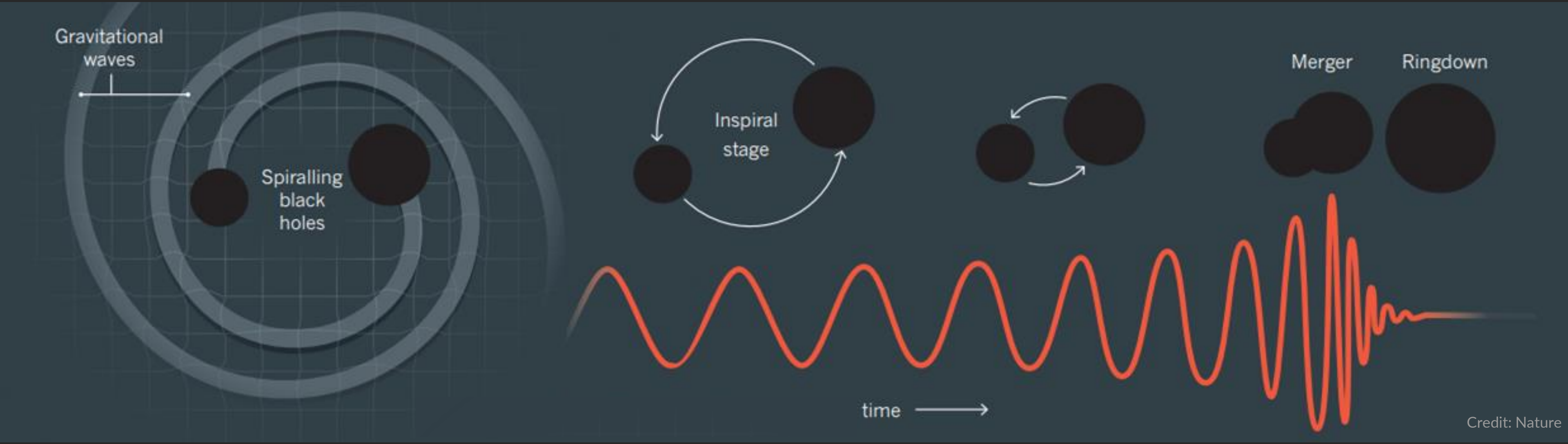
Trois détecteurs Handford, Ligo, Virgo

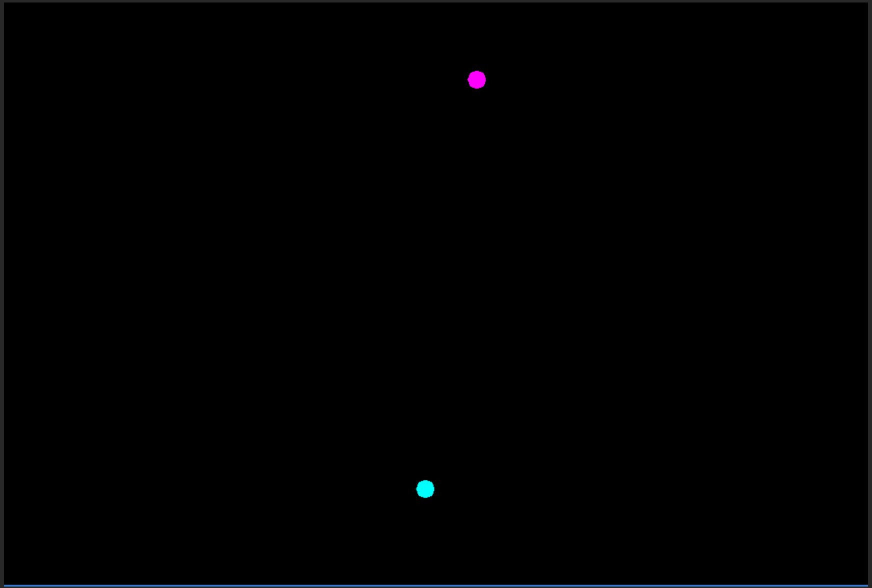

Credit: Ligo-Virgo

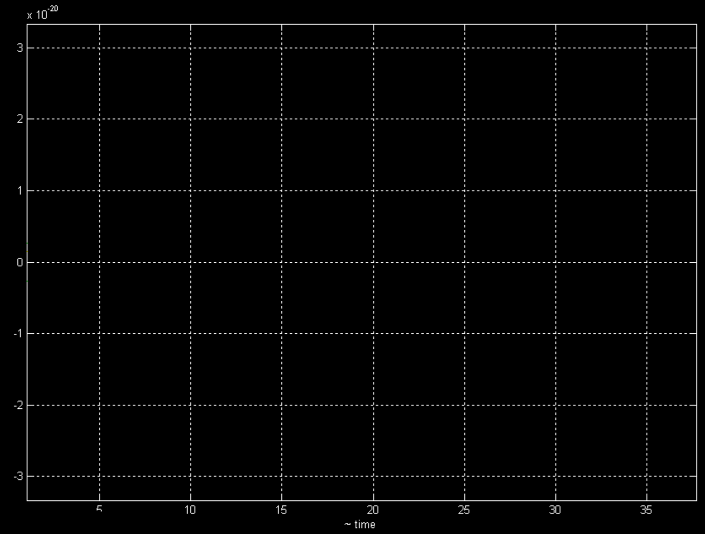
Une nouvelle ère pour l’astronomie



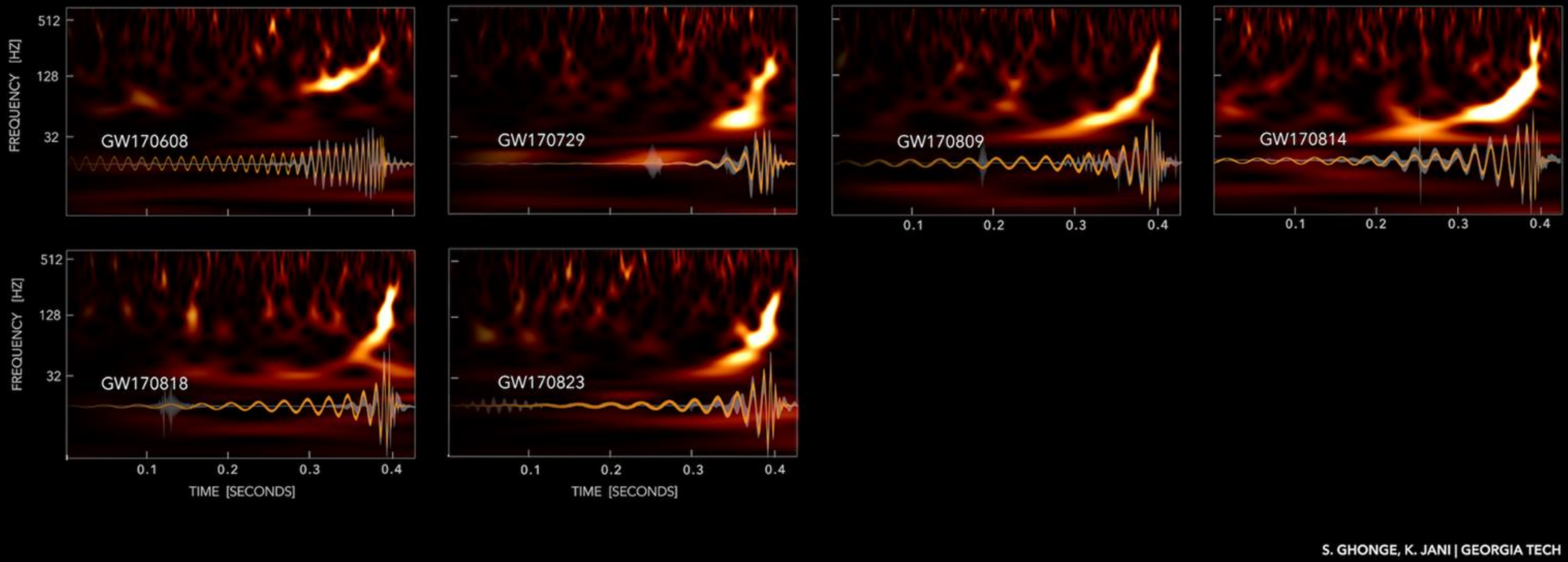


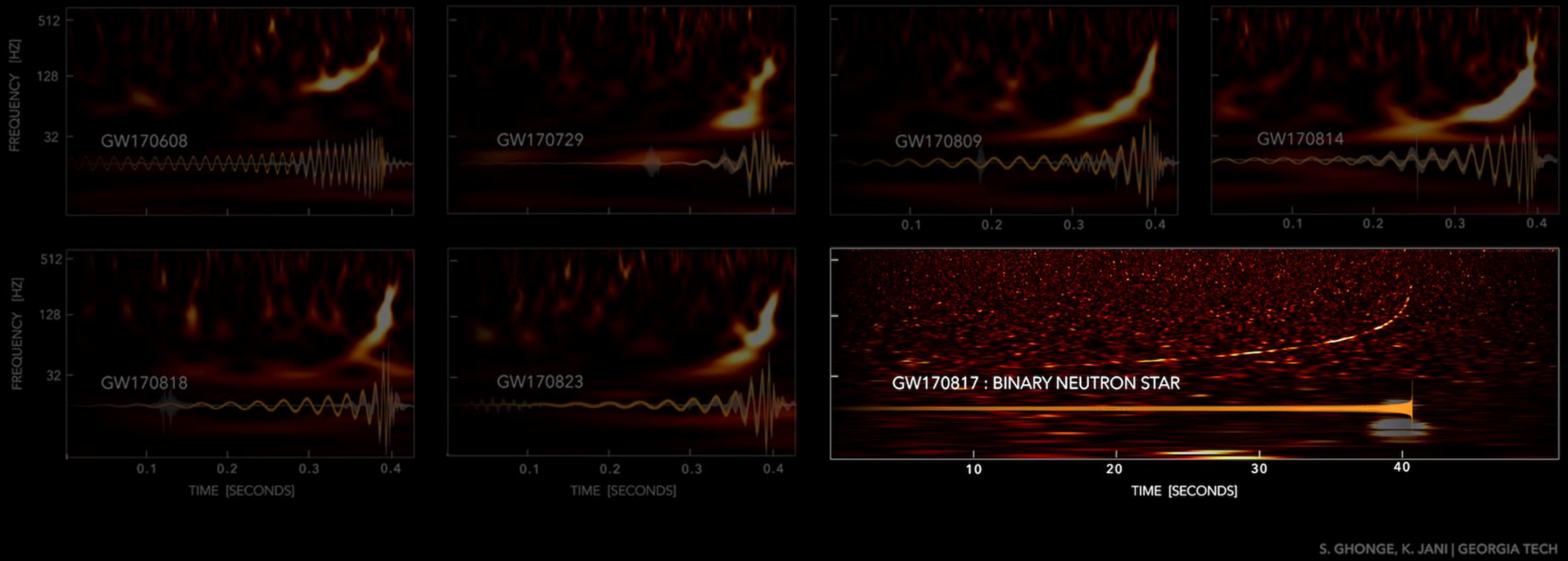

Gravitational waves
Spiralling black holes
Inspiral stage
Merger
Ringdown
time
Credit: Nature





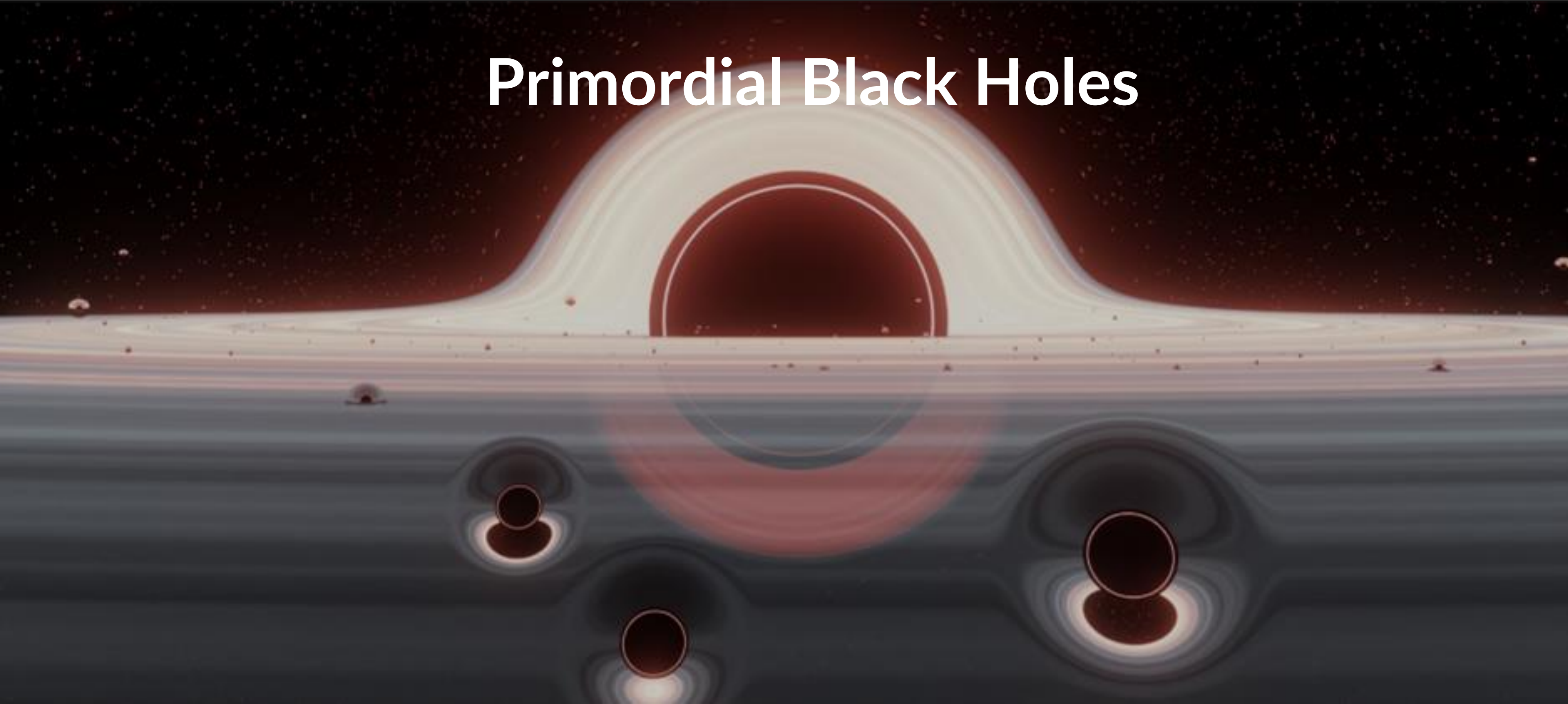
Credit: Nicolas Douillet -ARTEMIS


GW170608
GW170729
GW170809
GW170814
GW170818
GW170823
FREQUENCY [HZ]
512
128
32
TIME [SECONDS]
0.1
0.2
0.3
0.4
S. GHONGE, K. JANI | GEORGIA TECH



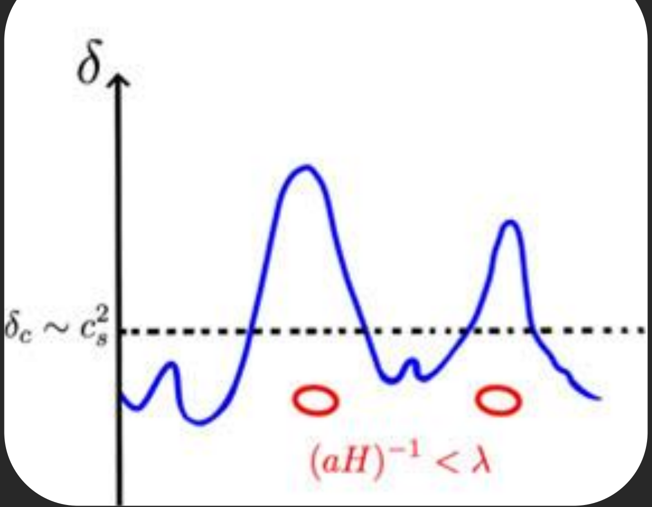
512
128
32
FREQUENCY [HZ]
GW170608
GW170729
GW170809
GW170814
0.1
0.2
0.3
0.4
GW170818
GW170823
GW170817 : BINARY NEUTRON STAR
TIME [SECONDS]
10
20
30
40
S. GHONGE, K. JANI | GEORGIA TECH

Un regain d'intérêt pour des objets théoriques

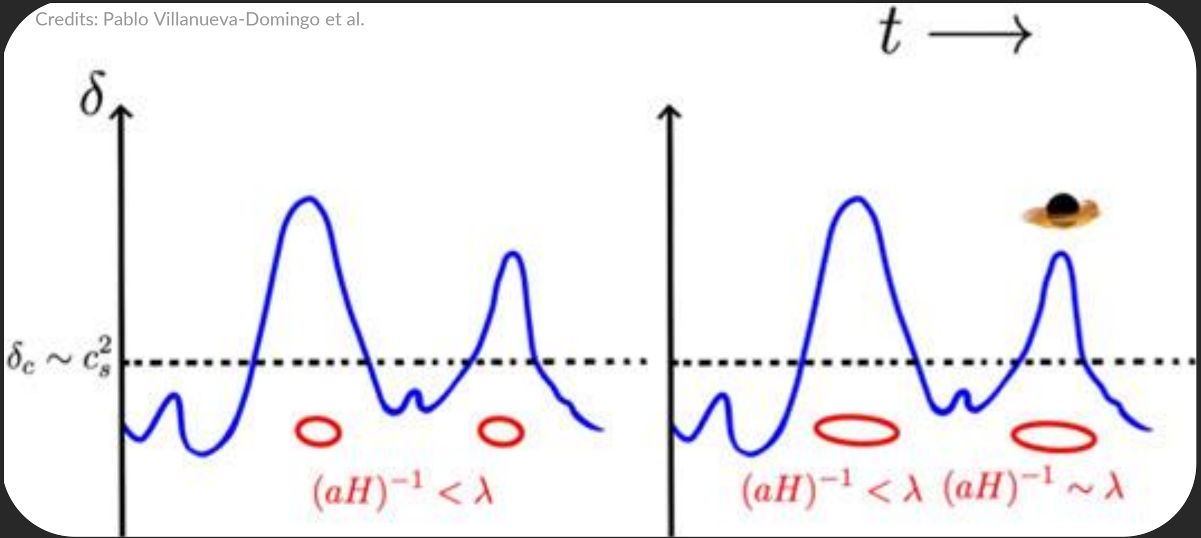


- **Serait-il possible que des trous noirs se soient formés tôt dans l’histoire de l’Univers, à partir de régions très denses ? Zeldovich and Novikov (1967), Hawking (1971)**

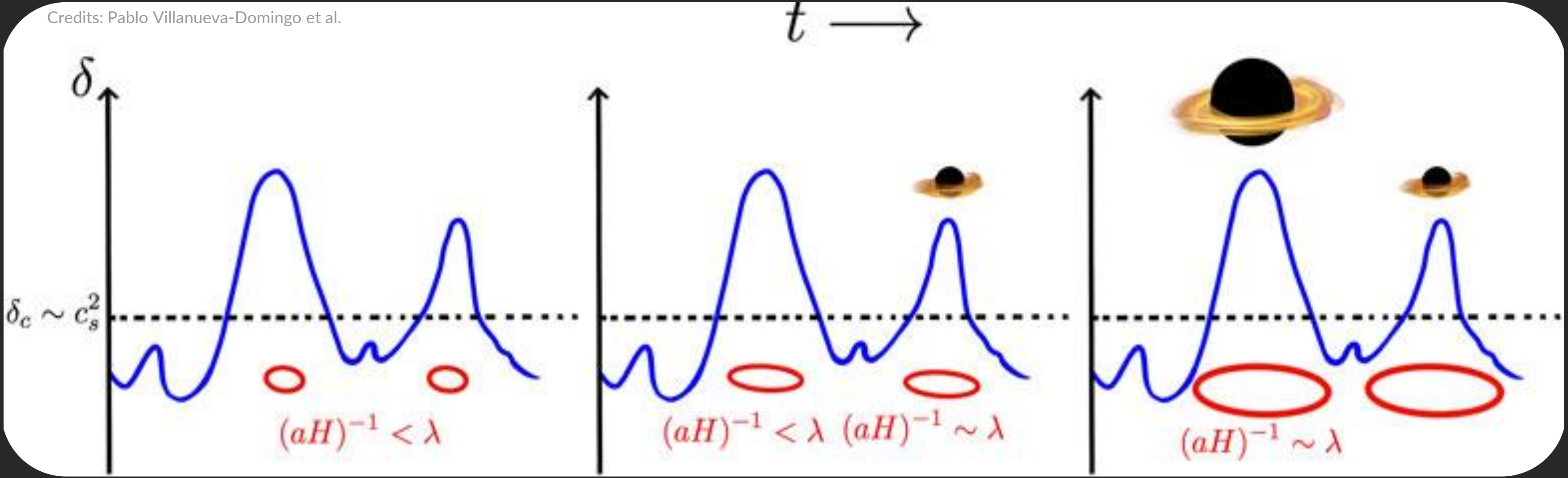
Credits: Pablo Villanueva-Domingo et al.



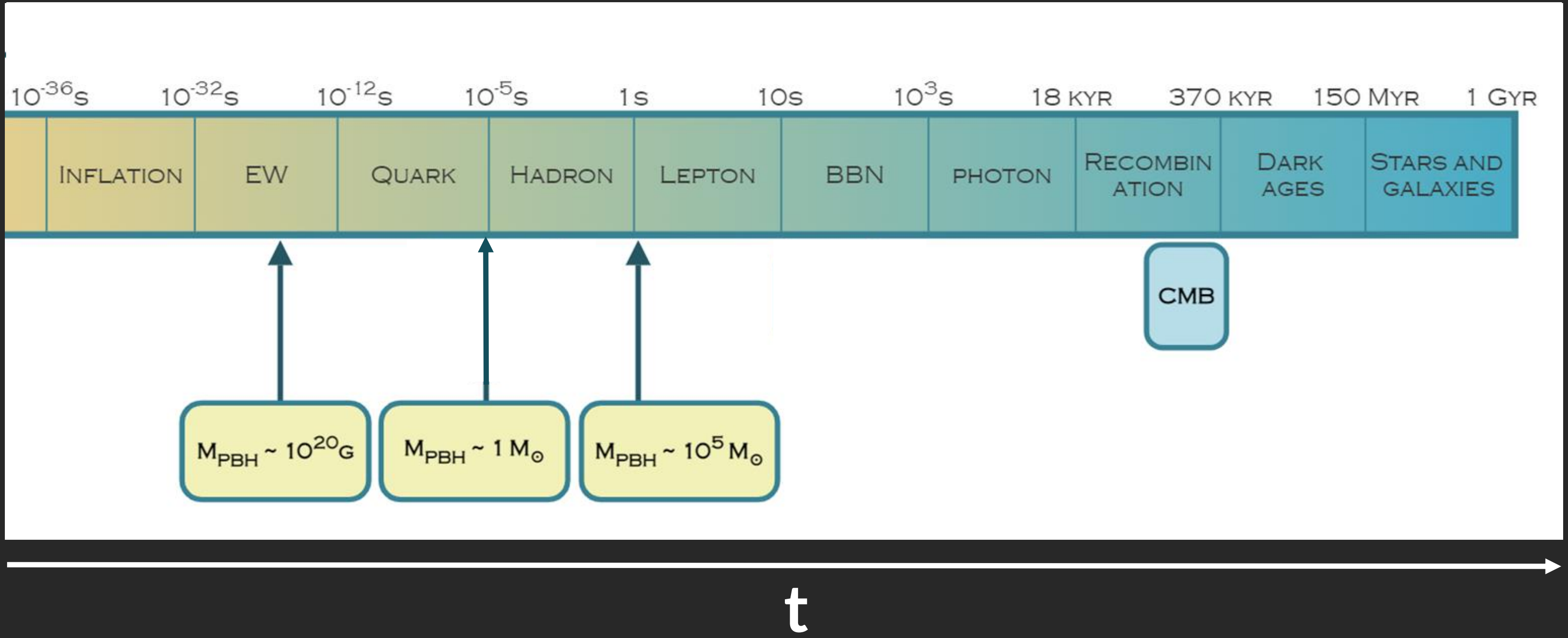
Credits: Pablo Villanueva-Domingo et al.



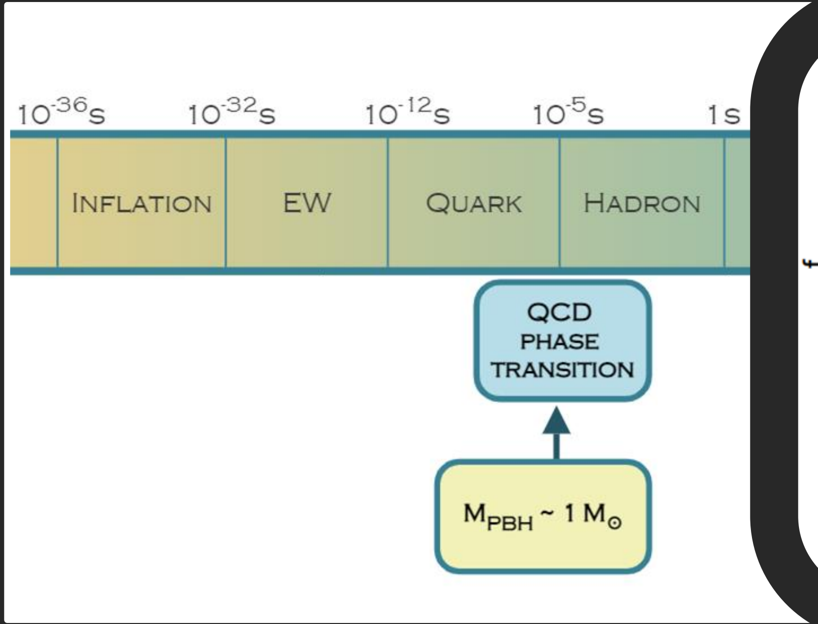
Credits: Pablo Villanueva-Domingo et al.

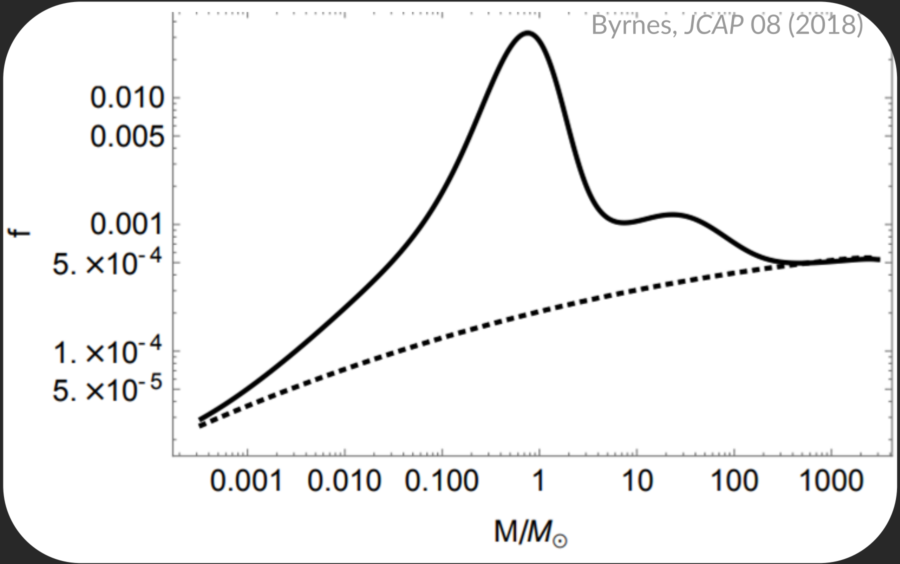


Masse des PBHs

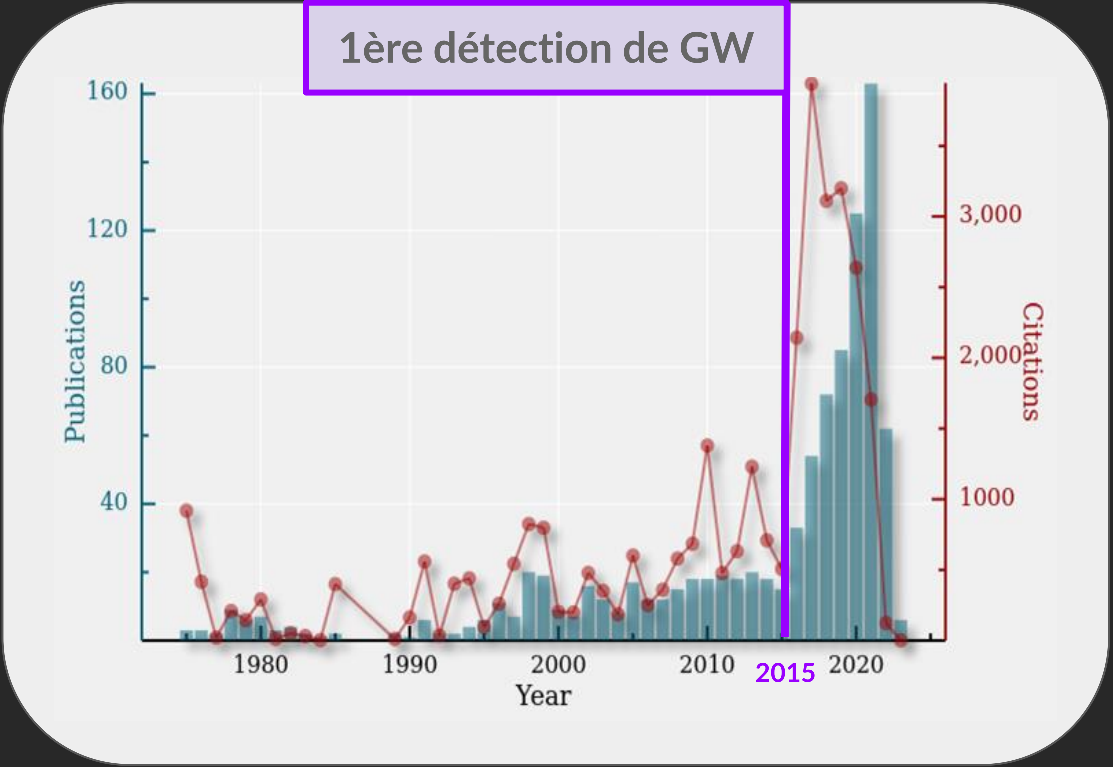


Masse des PBHs





Fonction de masse des PBHs créées pendant la transition de phase de la QCD.


1ère détection de GW
160
120
80
40
Publications
3,000
2,000
1000
Citations
1980
1990
2000
2010
2015
2020
Year

La chasse aux trous noirs de faible masse

- LIGO-Virgo collab 2018
  LIGO-Virgo collab 2019
- Khun Sang Phukon et al. 2021

- Nitz, Alexander, Wang, Yi-Fan 2021
  Nitz, Alexander, Wang, Yi-Fan 2022

- Search for subsolar-mass black hole binaries in the second part of Advanced LIGO's and Advanced Virgo's third observing run 2022

Candidat	$m_1\,[M_\odot]$	$m_2\,[M_\odot]$
SSMC1	0.78	0.23
SSMC2	0.40	0.24
SSMC3	1.52	0.27

Candidat	$\mathbf{m_1}\,[\mathrm{M}_\odot]$	$\mathbf{m_2}\,[\mathrm{M}_\odot]$	SNR	FAP
SSMC1	0.78	0.23	8.90	6 .5%

Candidat	$m_1\,[M_\odot]$	$m_2\,[M_\odot]$	SNR	FAP
SSMC1	0.78	0.23	8.90	6 .5%

Enjeux et Objectifs

1. Faire une analyse complète du candidat pour estimer ses caractéristiques **(masses des trous noirs).**

2. Analyser la probabilité que le signal soit un ***vrai* événement d'onde gravitationnelle** plutôt que généré par **du bruit dans le détecteur.**

Enjeux et Objectifs

1. Faire une analyse complète du candidat pour estimer ses caractéristiques (**masses des trous noirs**).

2. Analyser la probabilité que le signal soit un ***vrai* événement d'onde gravitationnelle** plutôt que généré par **du bruit dans le détecteur.**

1. **Enjeux et objectifs**

2. Méthode d’analyse du candidat

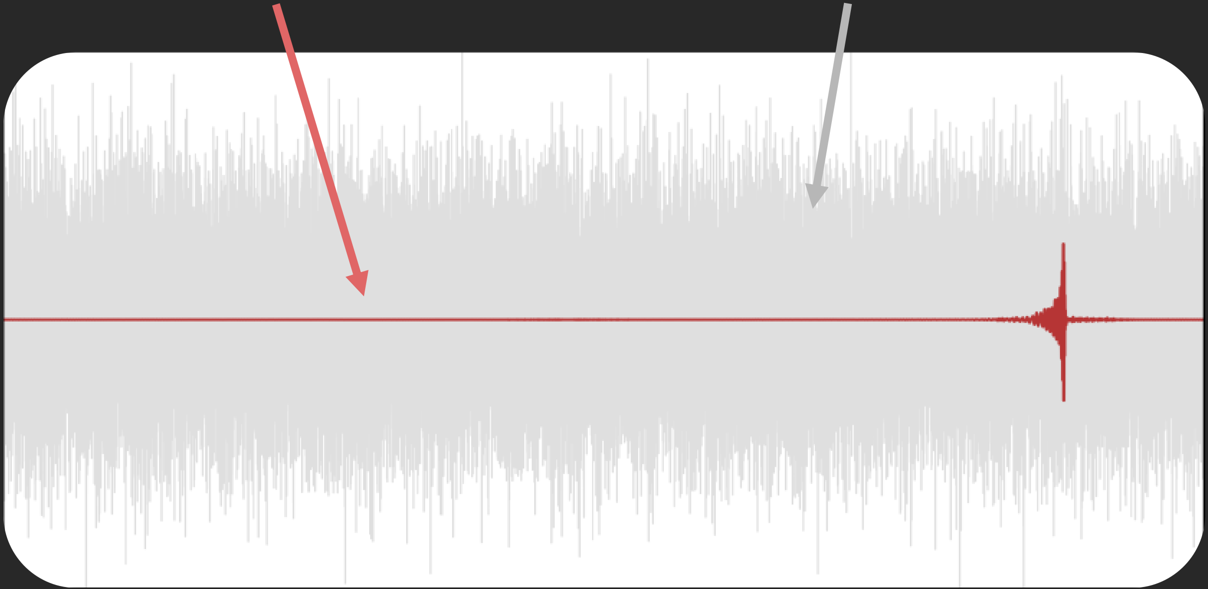
3. Résultats et discussion

1. Enjeux et objectifs

2. **Méthode d’analyse du candidat**

3. Résultats et discussion

$$\mathrm{d} = \mathrm{signal}(\vec{\theta}) + \mathrm{bruit\ gaussien}$$

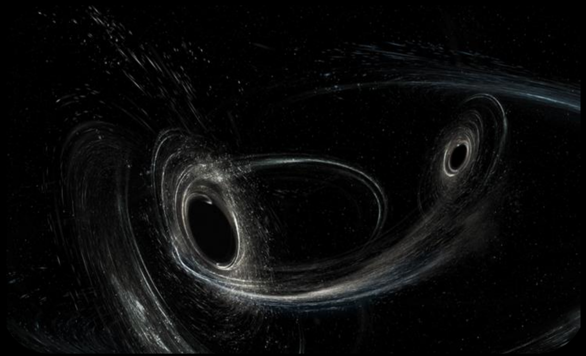


Caractéristiques physiques de la coalescence

$\vec{s_1}, \vec{s_2}$

θ_{JN}

m_1, m_2


Credit: LIGO/Caltech/MIT/Sonoma State

$D_L[\mathrm{Mpc}]$

θ_{12}

δ, α

$$\text{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\text{Prior}(\vec{\theta}) \times \text{Likelihood}}{\text{Evidence}}$$

$$\text{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\text{Prior}(\vec{\theta}) \times \boxed{\text{Likelihood}}}{\text{Evidence}}$$

$$\text{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\text{Prior}(\vec{\theta}) \times \boxed{\text{Likelihood}}}{\text{Evidence}}$$

$$\boxed{L(\mathbf{d}|\vec{\theta}, H_{noise}) \propto e^{-\frac{\langle d,d \rangle}{2}}}$$

$\text{d} = \text{bruit gaussien}$

$$\mathrm{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\mathrm{Prior}(\vec{\theta}) \times \boxed{\mathrm{Likelihood}}}{\mathrm{Evidence}}$$

$$L(\mathbf{d}|\vec{\theta}, H_{GW+noise}) \propto e^{-\frac{\langle d - h(\vec{\theta}), d - h(\vec{\theta})\rangle}{2}}$$

$\mathrm{d} = \mathrm{signal}(\vec{\theta}) + \text{bruit gaussien}$

Inférence Bayésienne pour les GWs

$$\mathrm{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\boxed{\mathrm{Prior}(\vec{\theta})} \times \mathrm{Likelihood}}{\mathrm{Evidence}}$$

Inférence Bayésienne pour les GWs

$$\text{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\boxed{\text{Prior}(\vec{\theta})} \times \text{Likelihood}}{\text{Evidence}}$$

- $m_1, m_2 \in \mathrm{U}[0.1, 2] M_\odot$

BUT

Avoir des priors les moins restrictifs mais sans augmenter trop l’espace des paramètres à explorer.

$$\text{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\text{Prior}(\vec{\theta}) \times \text{Likelihood}}{\boxed{\text{Evidence}}}$$

$$\text{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\text{Prior}(\vec{\theta}) \times \text{Likelihood}}{\boxed{\text{Evidence}}}$$

$$\text{Evidence} = \int_{\Theta} \text{prior}(\vec{\theta}) \times \text{likelihood}\, d\vec{\theta}$$

$$\int_{\Theta_1} \times \ldots \times \int_{\Theta_{15}}$$

$$\text{Posterior}(\vec{\theta}) = \frac{\text{Prior}(\vec{\theta}) \times \text{Likelihood}}{\boxed{\text{Evidence}}}$$

$$\text{Evidence} = \int_{\Theta} \text{prior}(\vec{\theta}) \times \text{likelihood}\, d\vec{\theta}$$

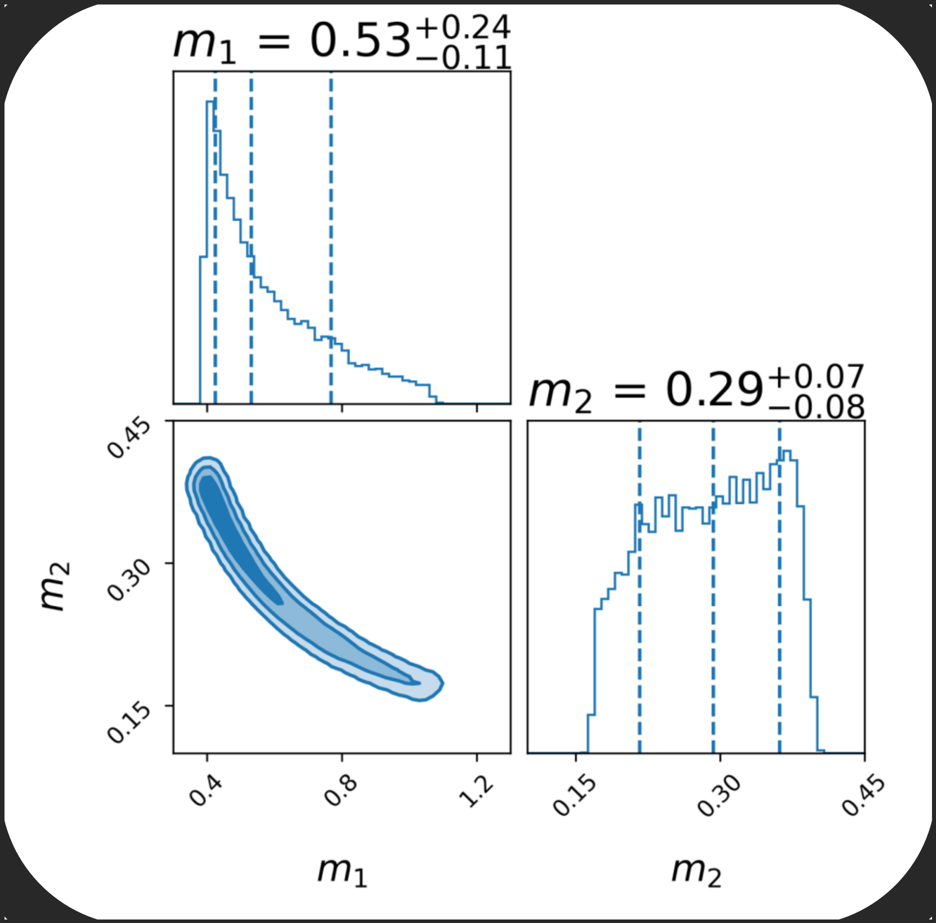
$$\int_{\Theta_1} \times \ldots \times \int_{\Theta_{15}}$$

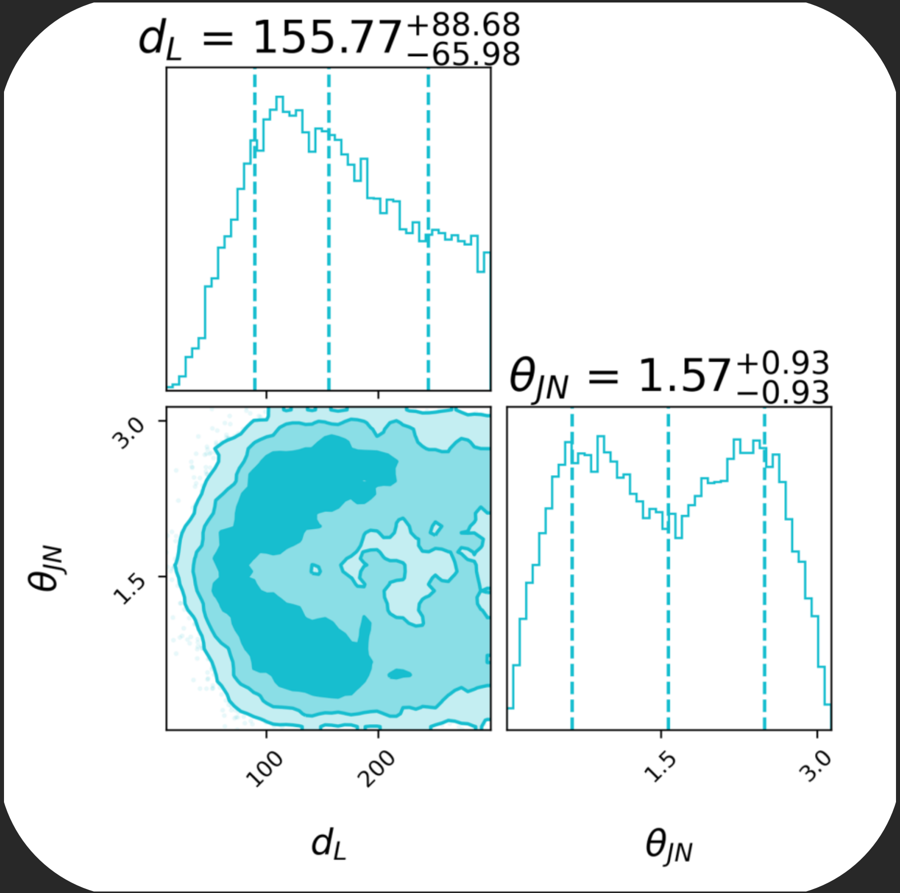
Nested Sampling

1. Enjeux et objectifs

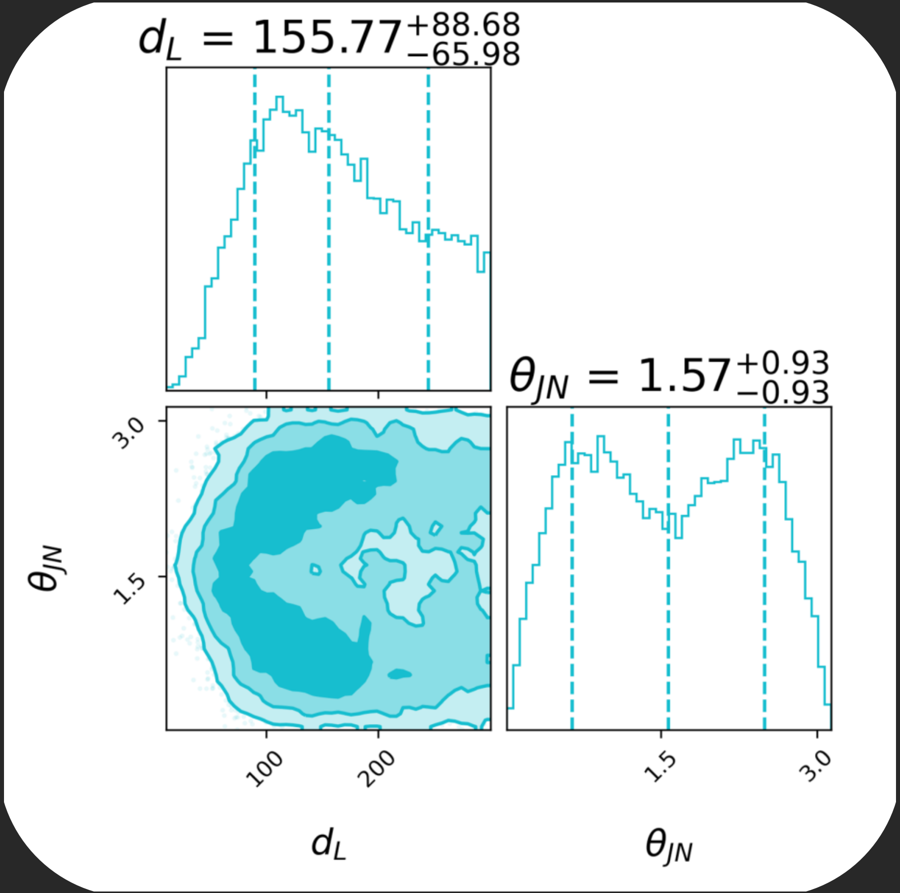
2. Méthode d’analyse du candidat

3. Résultats et discussion


$m_1 = 0.53^{+0.24}_{-0.11}$
$m_2 = 0.29^{+0.07}_{-0.08}$
0.45
0.30
0.15
m_2
0.4
0.8
1.2
m_1
0.15
0.30
0.45
m_2

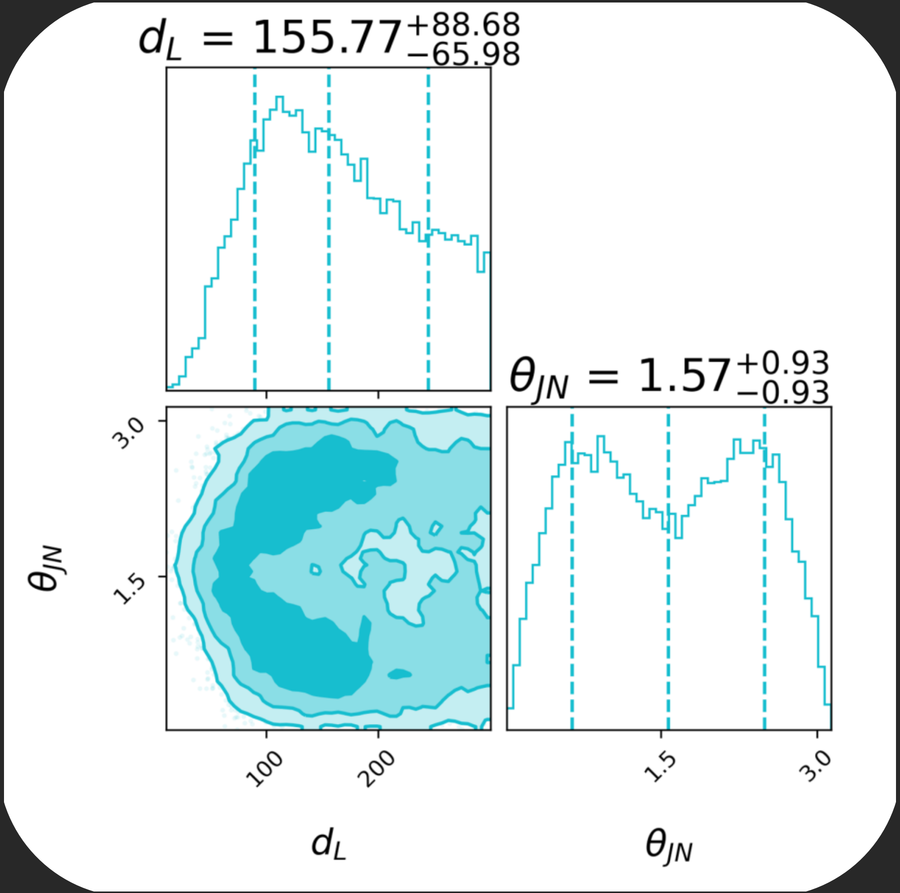


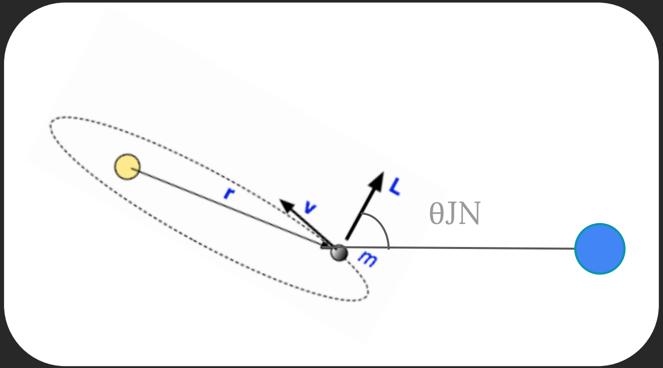
$d_L = 155.77^{+88.68}_{-65.98}$
$\theta_{JN} = 1.57^{+0.93}_{-0.93}$
3.0
1.5
θ_{JN}
100
200
1.5
3.0
d_L
θ_{JN}



$d_L = 155.77^{+88.68}_{-65.98}$
$\theta_{JN} = 1.57^{+0.93}_{-0.93}$
3.0
1.5
θ_{JN}
100
200
d_L
1.5
3.0
θ_{JN}

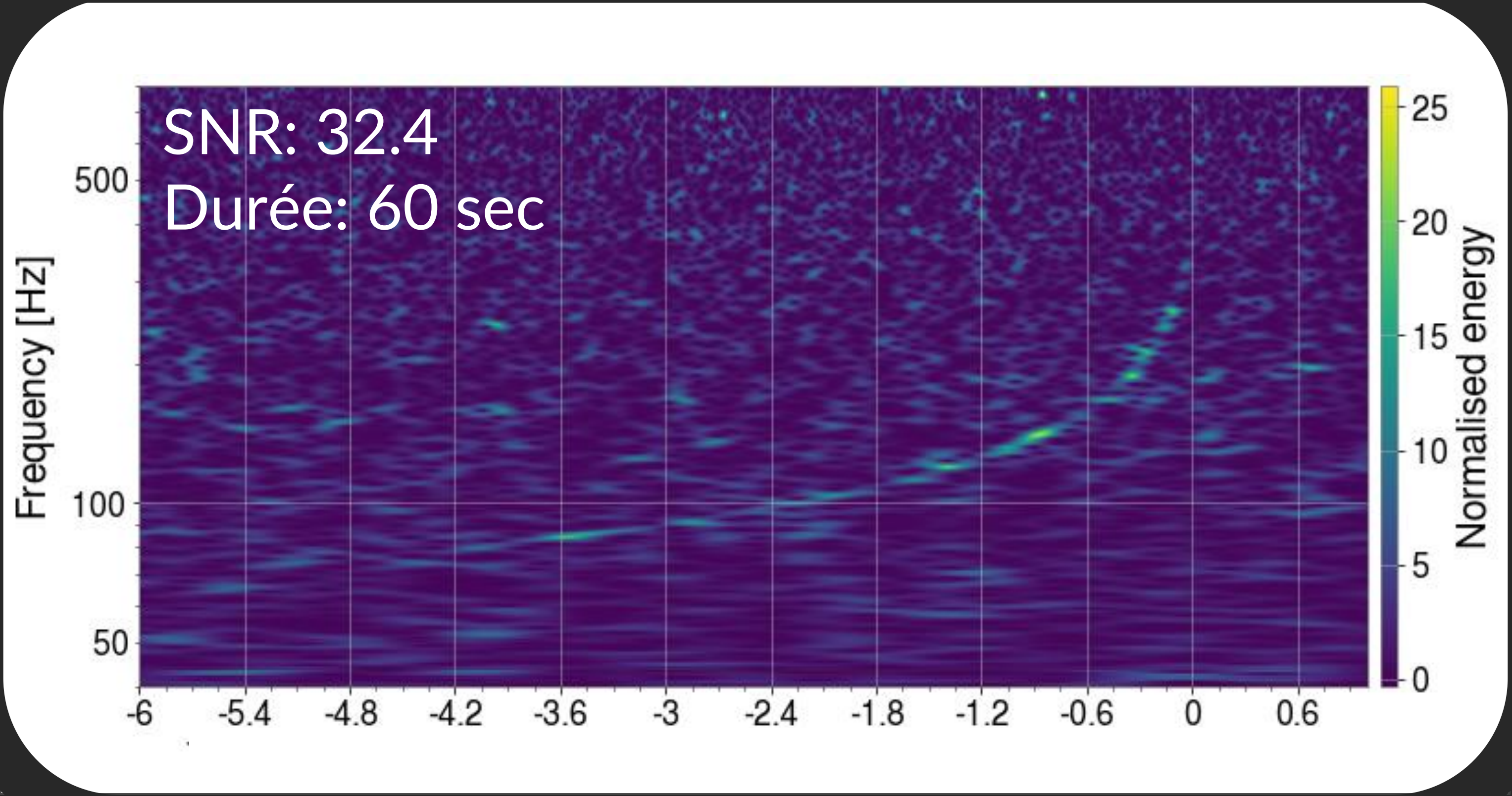
$$z \sim 0.03$$


$d_L = 155.77^{+88.68}_{-65.98}$
$\theta_{JN} = 1.57^{+0.93}_{-0.93}$
3.0
1.5
θ_{JN}
100
200
d_L
1.5
3.0
θ_{JN}

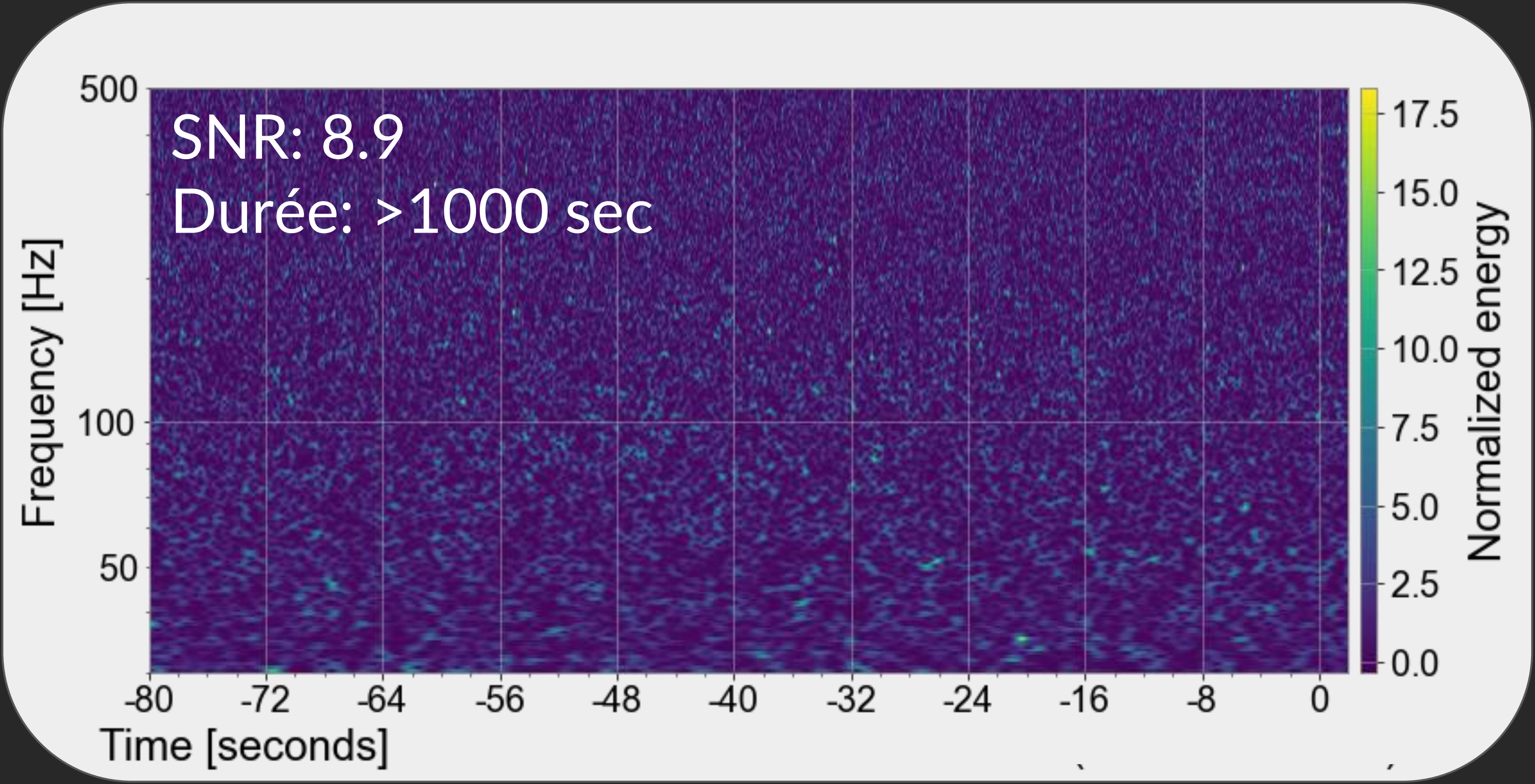

r
v
L
m
θJN

Vraie onde gravitationnelle ou simple bruit dans le détecteur ?

Faibles masses 1.2-2 $M_\odot$



Notre candidat < $1 M_\odot$



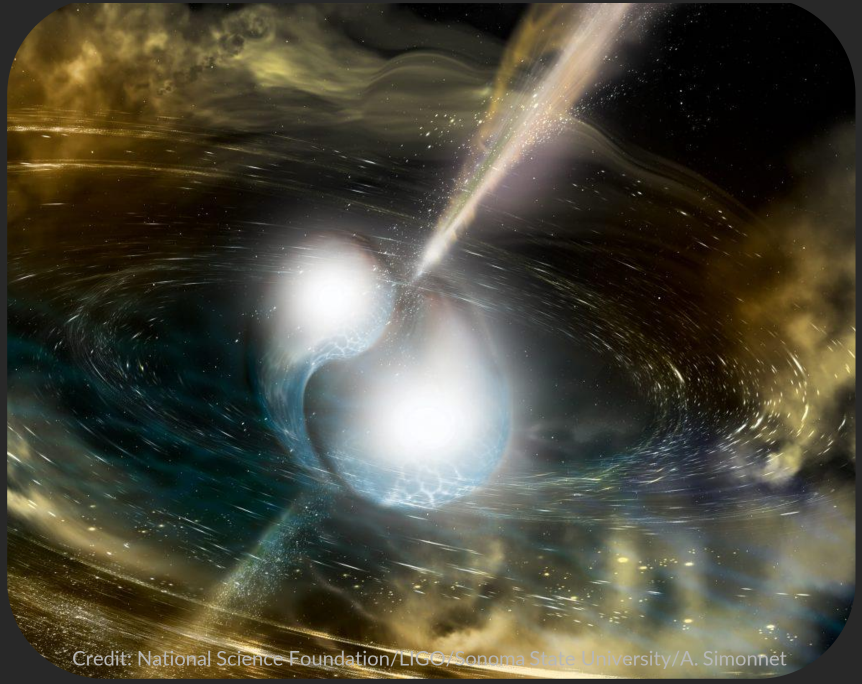
Bayes Factor

$$\frac{\text{Evidence}(\mathbf{d}|H_{GW+noise})}{\text{Evidence}(\mathbf{d}|H_{noise})}$$

$$\frac{\text{Evidence}(\mathbf{d}|H_{GW+noise})}{\text{Evidence}(\mathbf{d}|H_{noise})}$$

	SSMC1	Bruit	Signal GW
$\ln(\texttt{Bayes Factor})$	0.87	-5	> 8

Origine du signal sub-solaire ?



Étoiles à neutrons ?

Objet exotique ?

PBHs ?

Résumé

- Si le signal est celui d'une coalescence d'objet compact, masses sub-solaires :

$$m_1 \sim 0.53 M_\odot, m_2 \sim 0.29 M_\odot$$

Résumé

- Si le signal est celui d'une coalescence d'objet compact, masses sub-solaires :

$$m_1 \sim 0.53 M_\odot, m_2 \sim 0.29 M_\odot$$

- Difficile de discriminer avec certitude l'hypothèse que le signal soit généré par du bruit instrumental ou environnemental dans le détecteur.

Perspectives

Beaucoup d’espoir pour la suite !

LIGO-
Virgo-
KAGRA
O4 O5

BACK-UP SLIDES

$$Z = p(d|H) = \int \mathrm{d}\theta_1 \ldots \mathrm{d}\theta_N \; p(d|\boldsymbol{\theta}, H) p(\boldsymbol{\theta}|H). \tag{4}$$

This is the normalisation constant that appears in the denominator of Eq. (1) for a particular model. Because we cannot exhaustively enumerate the set of exclusive models describing the data, we typically compare two competing models. To do this, one computes the ratio of posterior probabilities

$$O_{ij} = \frac{P(H_i|d)}{P(H_j|d)} = \frac{P(H_i)}{P(H_j)} \times \frac{Z_i}{Z_j} \tag{5}$$

where $B_{ij} = Z_i/Z_j$ is the 'Bayes Factor' between the two competing models i and j, which shows how much more likely the observed data d is under model i rather than model j.

For each detector we assume the noise is stationary, and characterised only by having zero mean and a known variance (estimated from the power spectrum). Then the likelihood function for the noise model is simply the product of Gaussian distributions in each frequency bin

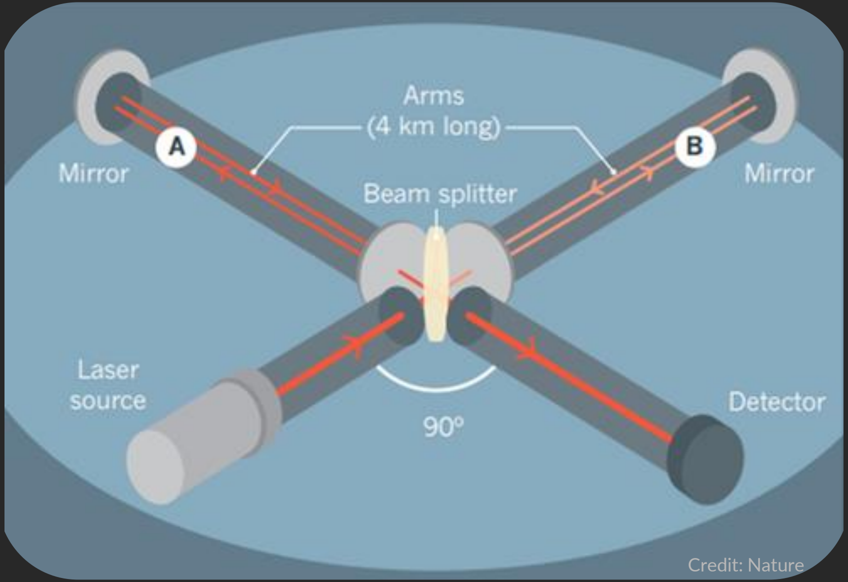
$$p(\boldsymbol{d}|H_N, S_n(f)) = \exp \sum_i \left[-\frac{2|\tilde{d}_i|^2}{TS_n(f_i)} - \frac{1}{2}\log(\pi T S_n(f_i)/2) \right] \tag{8}$$

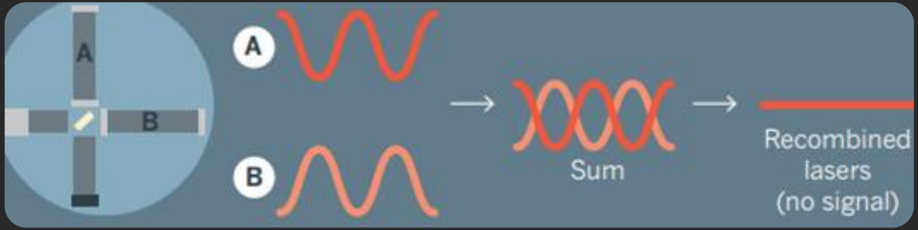
The presence of an additive signal $\boldsymbol{h}$ in the data simply adjusts the mean value of the distribution, so that the likelihood including the signal is

$$p(\boldsymbol{d}|H_S, S_n(f), \boldsymbol{\theta}) = \exp \sum_i \left[-\frac{2|\tilde{h}_i(\boldsymbol{\theta}) - \tilde{d}_i|^2}{TS_n(f_i)} - \frac{1}{2}\log(\pi T S_n(f_i)/2) \right]. \tag{10}$$

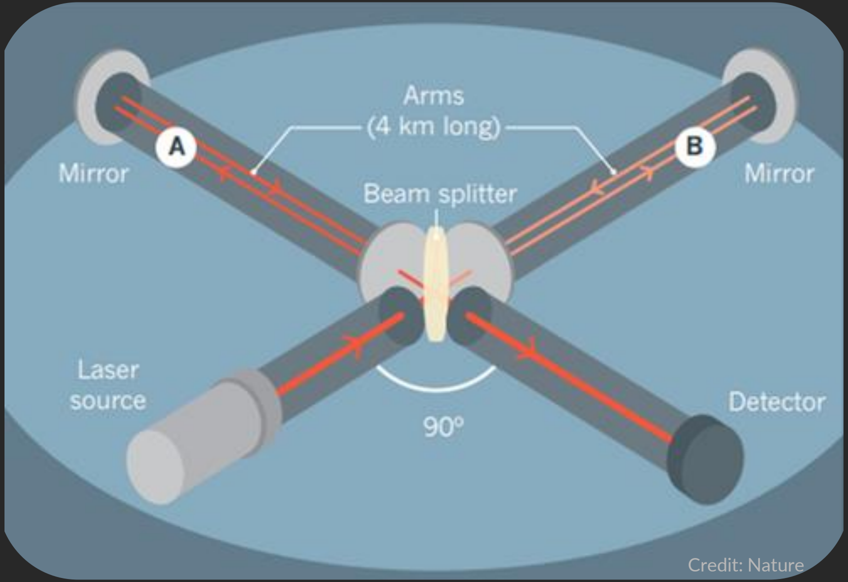
https://www.nature.com/articles/537S198a

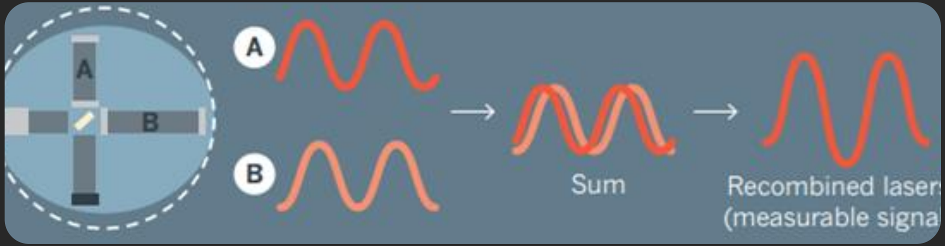
Une nouvelle ère pour l'astronomie

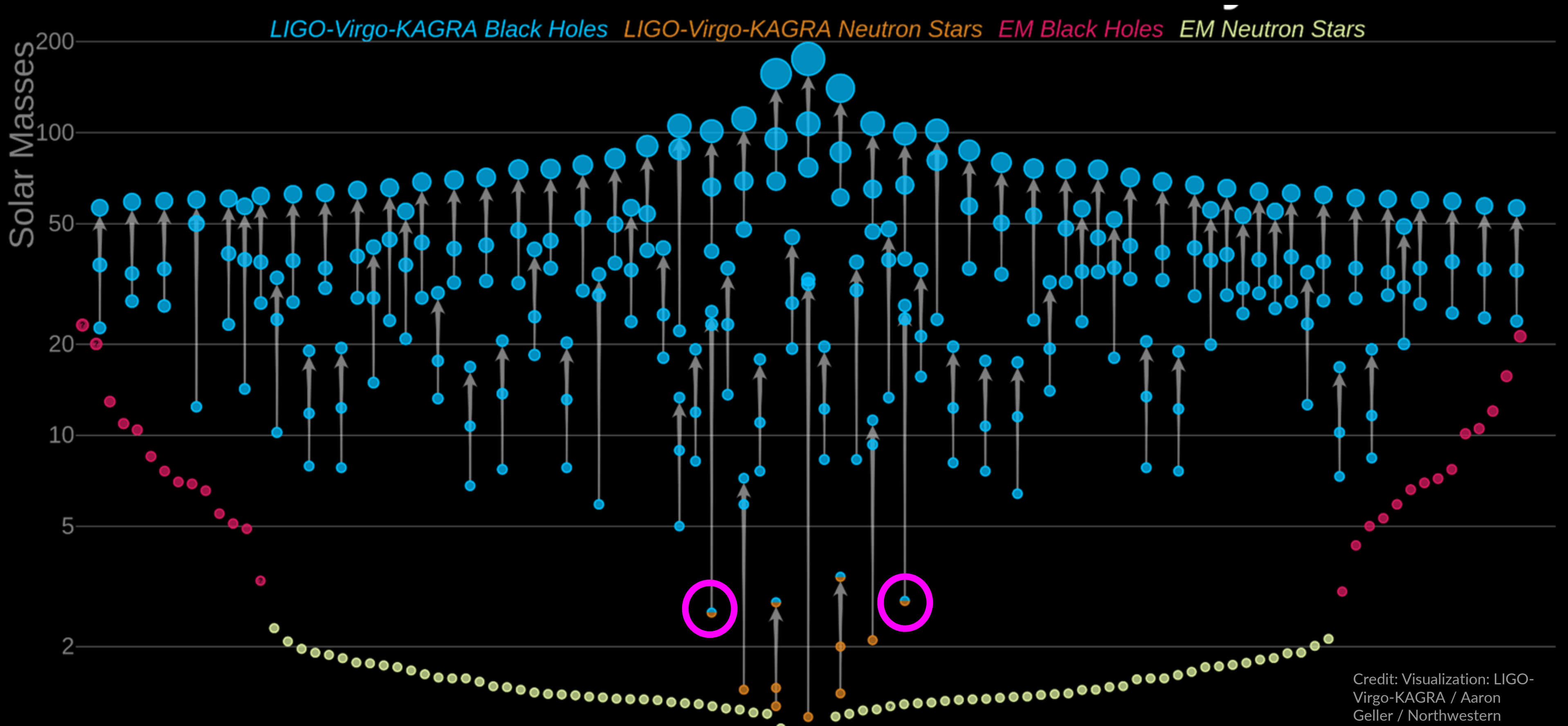




Une nouvelle ère pour l'astronomie







Credit: Visualization: LIGO-Virgo-KAGRA / Aaron Geller / Northwestern

- Une région de masse M formera un trou noir si toute sa masse se retrouve concentrée dans son rayon de Schwarzschild $R_s = 2GM/c^2$

- Serait-il possible que des trous noirs se soient formés tôt dans l'histoire de l'Univers, à partir de régions très denses ? Zeldovich and Novikov (1967), Hawking (1971)

Densité cosmologique $\rho \sim \frac{1}{Gt^2}$

Densité critique Schwarzschild $\rho \sim \frac{M}{R_S^3} \sim \frac{c^6}{G^3 M^2}$

- Une région de masse M formera un trou noir si toute sa masse se retrouve concentrée dans son rayon de Schwarzschild $R_s = 2GM/c^2$

- Serait-il possible que des trous noirs se soient formés tôt dans l'histoire de l'Univers, à partir de régions très denses ? Zeldovich and Novikov (1967), Hawking (1971)

Densité cosmologique $$\rho \sim \frac{1}{Gt^2}$$

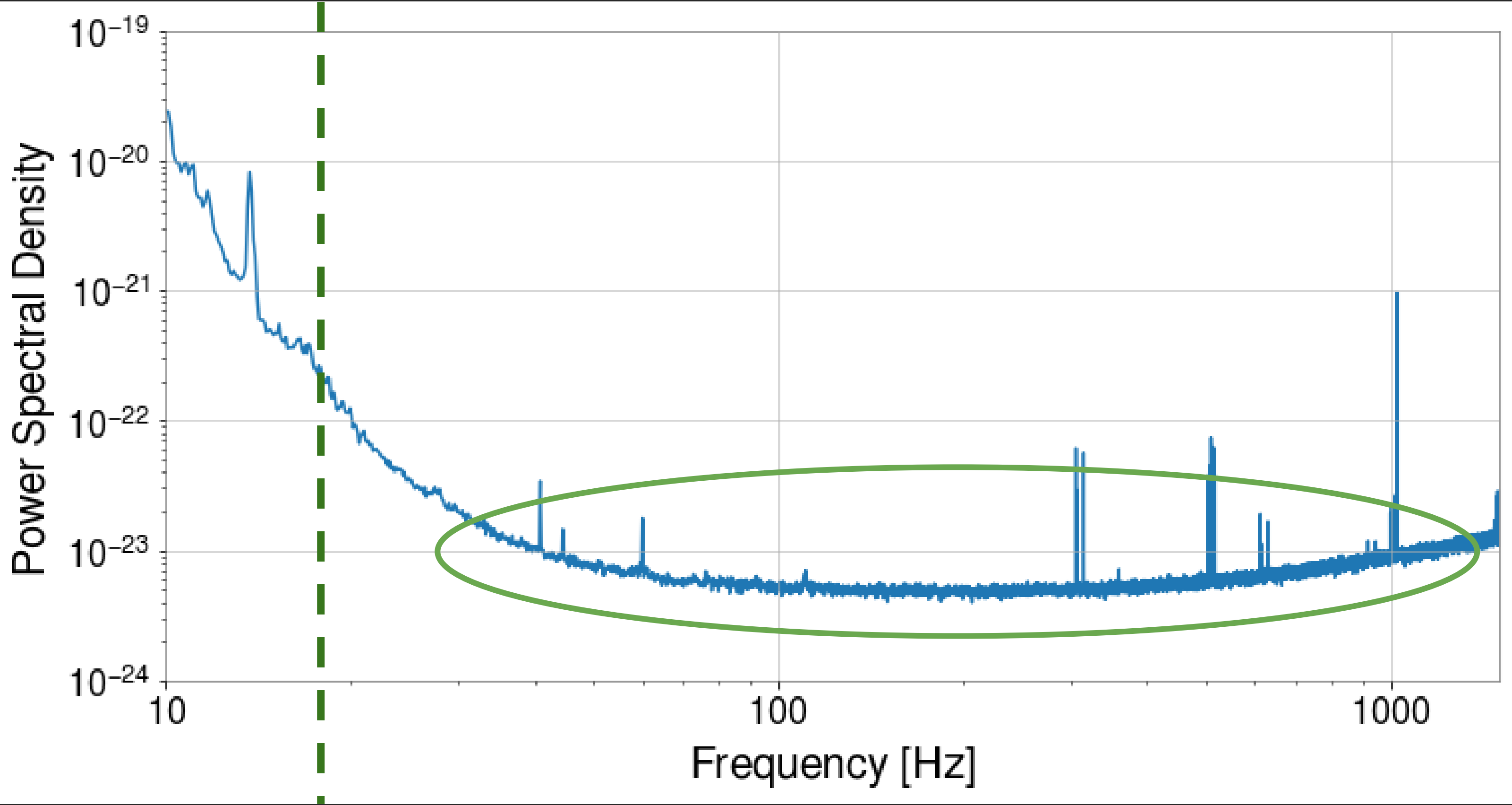
Densité critique Schwarzschild $$\rho \sim \frac{M}{R_S^3} \sim \frac{c^6}{G^3 M^2}$$

$$\implies M_{PBH} \sim M_{Horizon} \sim \frac{c^3 t}{G} \sim 10^{15} \left(\frac{t}{10^{-23}\mathrm{s}} \right) \mathrm{g}$$

Likelihood

$$\langle d, d \rangle = 4 \int_{f_{min}}^{f_{max}} \frac{\tilde{d}^*(f)\tilde{d}(f)}{S_n(f)} \, df$$

Power Spectral Density du détecteur



Power Spectral Density
10^{-19}
10^{-20}
10^{-21}
10^{-22}
10^{-23}
10^{-24}
10
100
1000
Frequency [Hz]

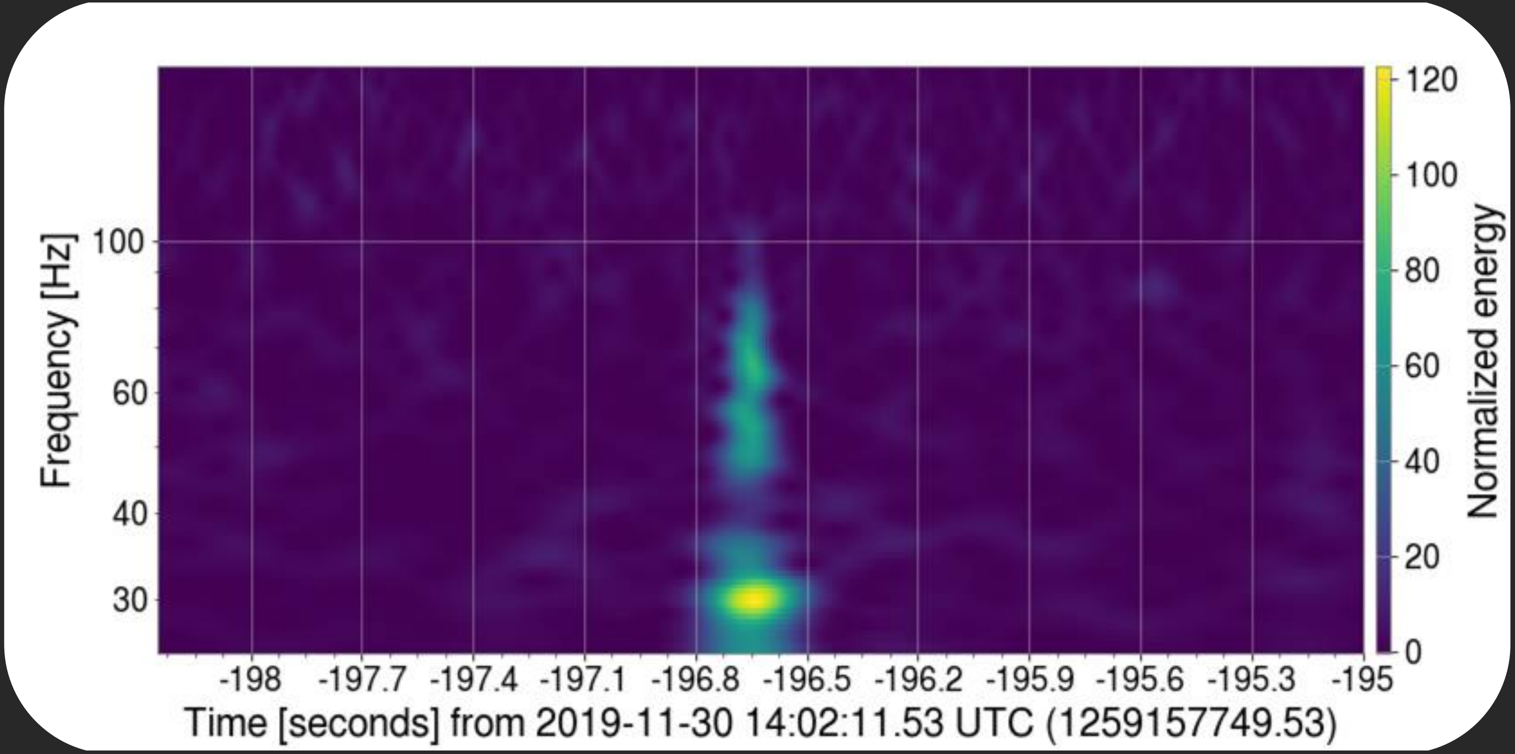
Bayes Factor

$$\text{Evidence} = \int_{\Theta} \text{prior}(\vec{\theta}) \times \text{likelihood}\, d\vec{\theta}$$

$$\text{Evidence}(\mathbf{d}|H) = \int_{\Theta} \pi(\vec{\theta}|H) \times \text{likelihood}(\mathbf{d}|\vec{\theta}, H)\, d\vec{\theta}$$

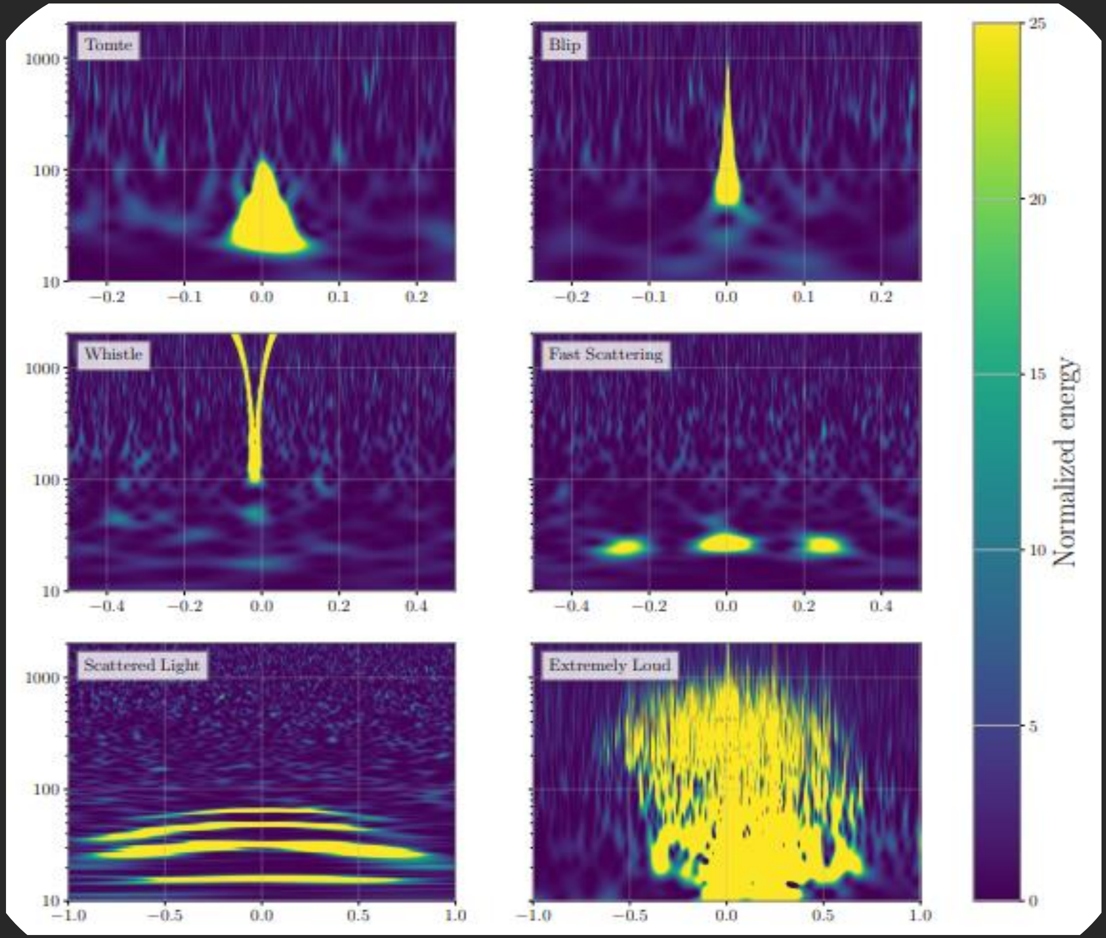
$H_{GW+signal}$ H_{noise}

Préparation des données



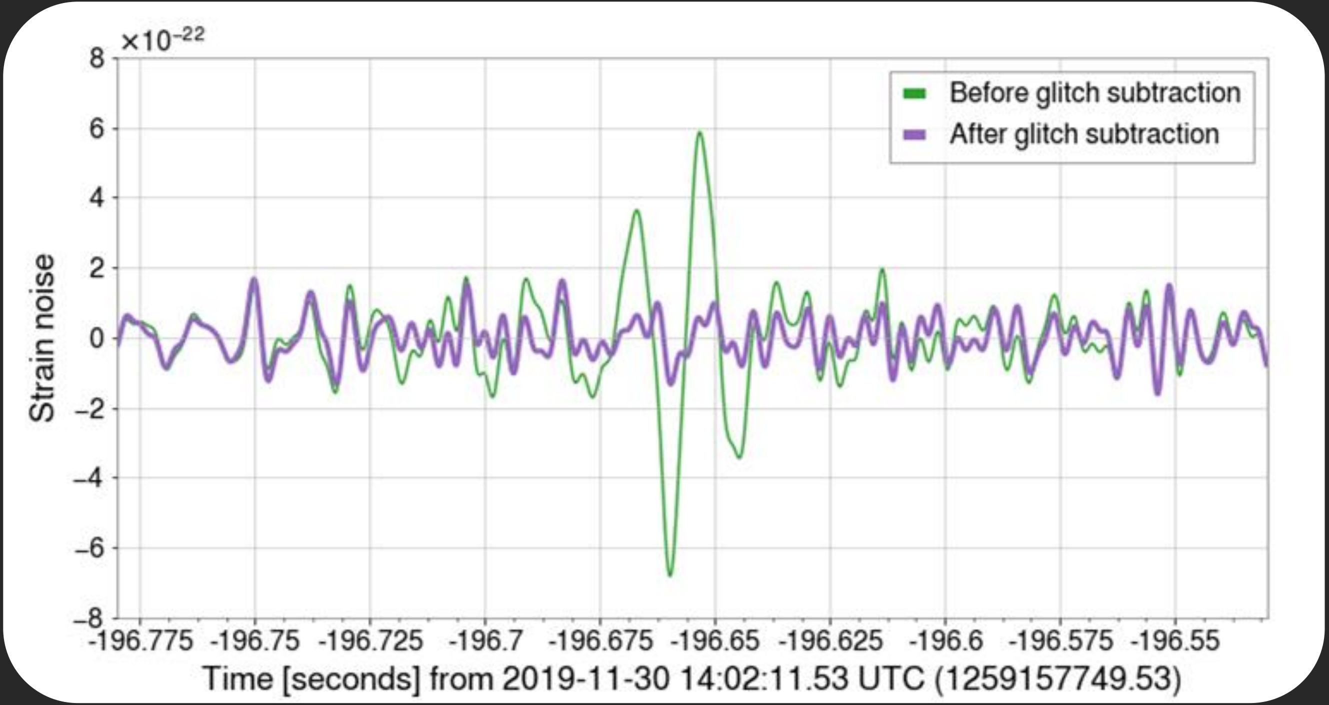
Bestiaire de Glitches

f [Hz]

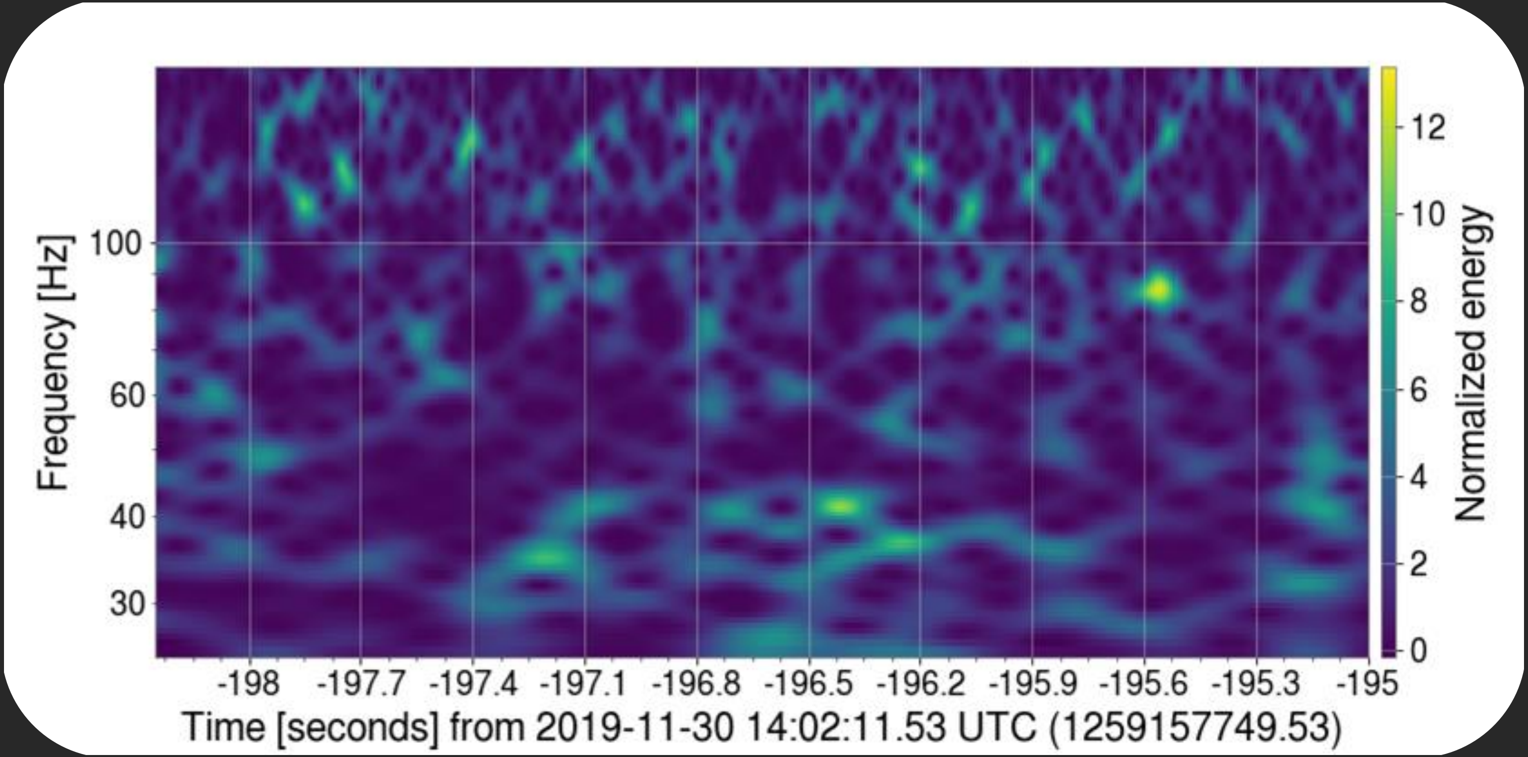


Time [sec]

Préparation des données



Préparation des données

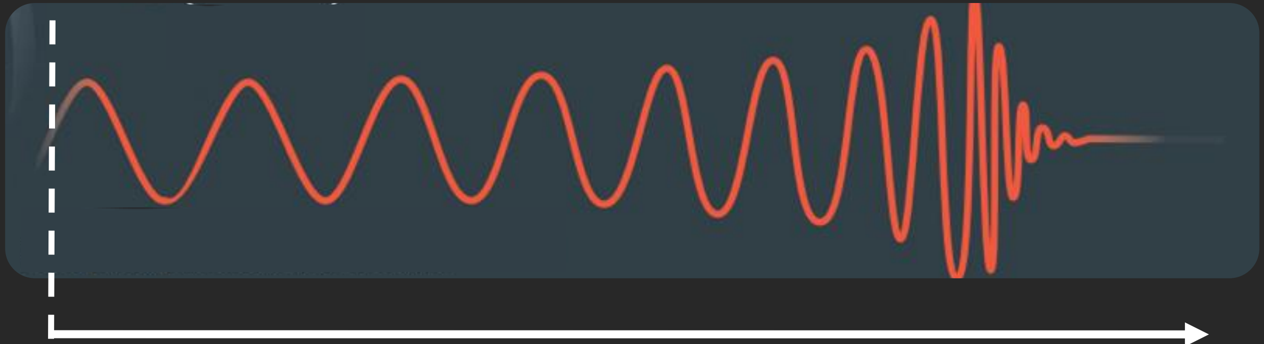


Caractéristiques du candidat SSMC1

Durée attendue du signal dans le détecteur:

$$\tau_c = 6700 \text{ s} \left(\frac{f}{15\text{Hz}}\right)^{-8/3} \left(\frac{M_{ch}}{0.35 M_\odot}\right)^{-5/3}$$

Analyse du candidat SSMC1

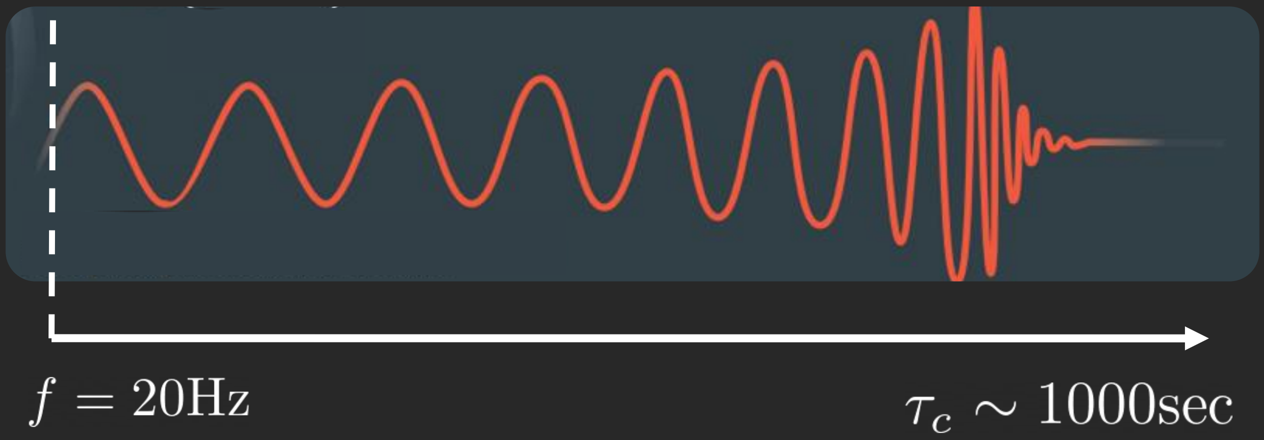


$f = 20\text{Hz}$

$\tau_c \sim 1000\text{sec}$

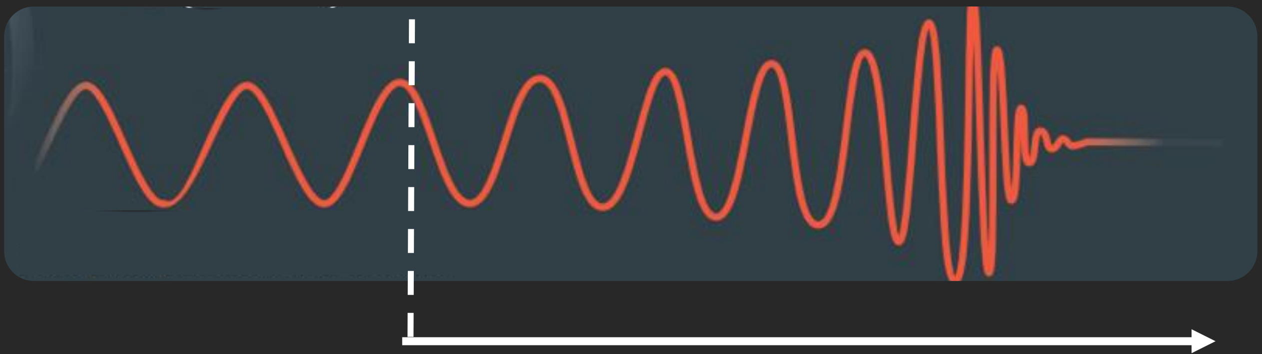
$SNR_{loss} \sim 0$

Caractéristiques du candidat SSMC1



Convergence PE >> 1 mois

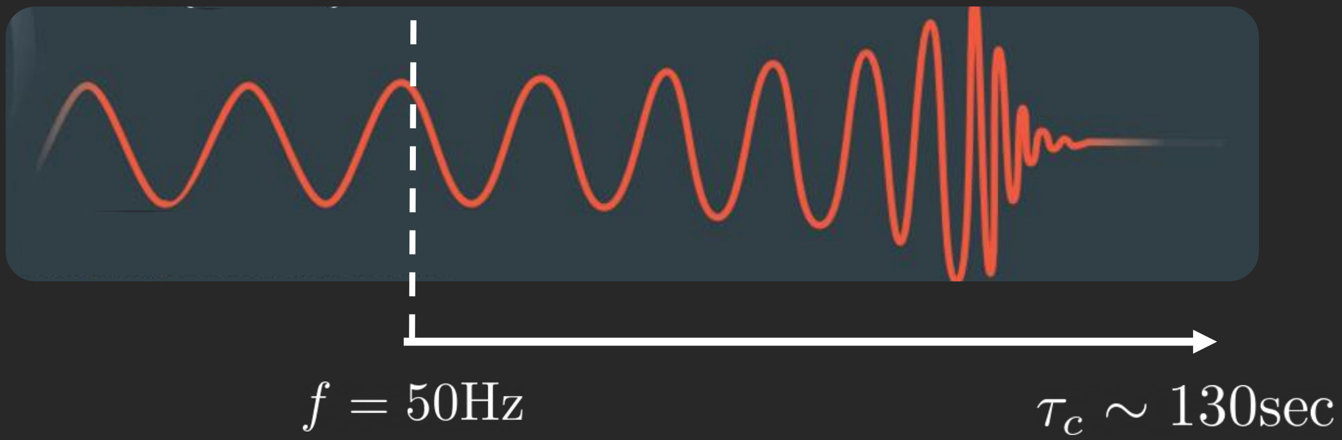
Caractéristiques du candidat SSMC1



$f = 50\text{Hz}$ $\tau_c \sim 130\text{sec}$

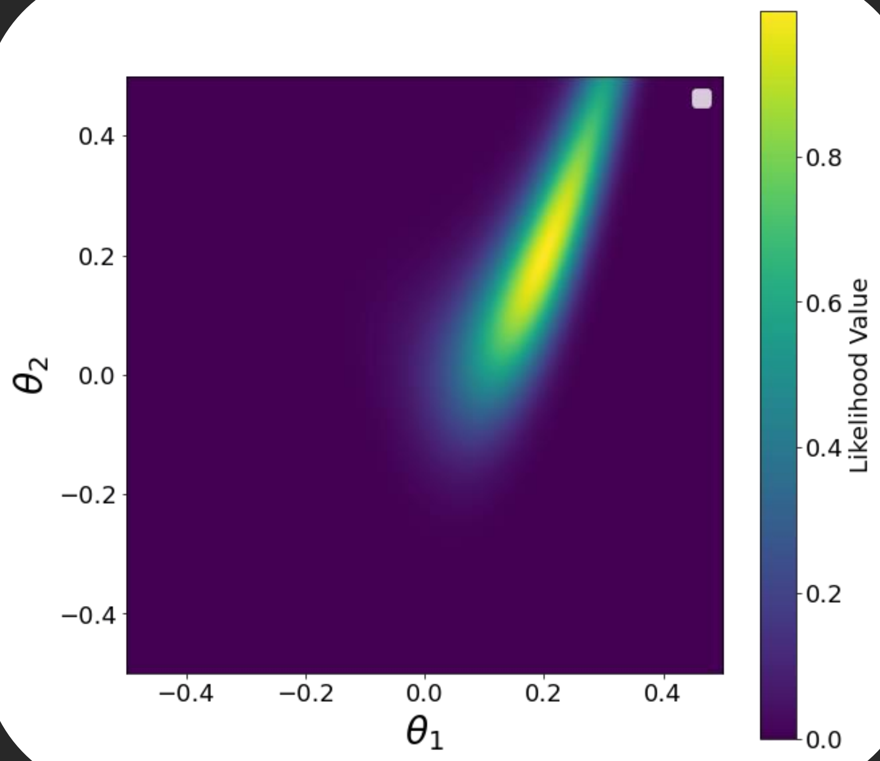
$$SNR_{loss} < 10\%$$

Caractéristiques du candidat SSMC1



$\boxed{\text{Convergence PE} \sim 1 \text{ mois}}$

Nested Sampling



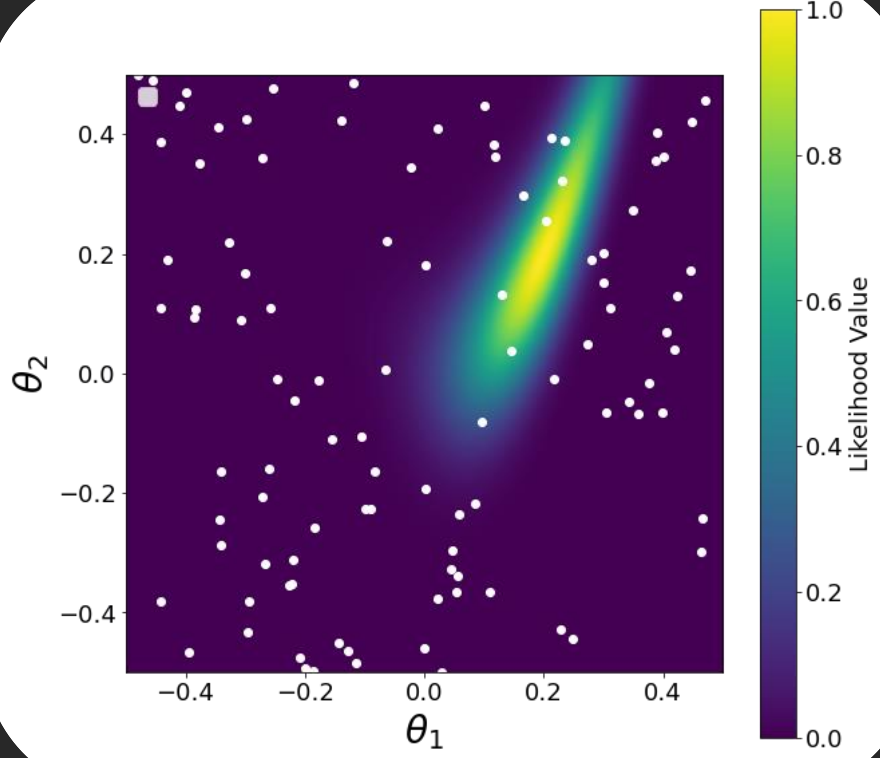
Likelihood

$$f(\theta_1, \theta_2) = (\theta_2 - \theta_1^2)^2 + (1 - \theta_1)^2$$

Priors

$$\theta_1, \theta_2 \in \mathrm{U}[-0.5, 0.5]$$

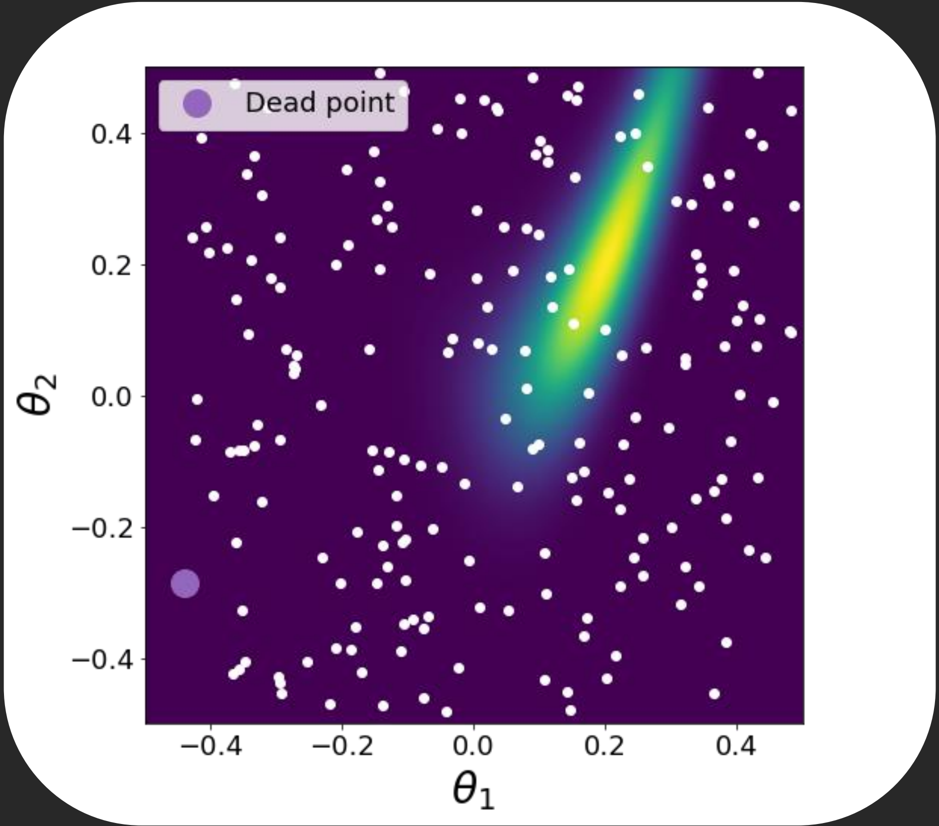
Nested Sampling



$$f(\theta_1, \theta_2) = (\theta_2 - \theta_1^2)^2 + (1 - \theta_1)^2$$

1. N “live points”

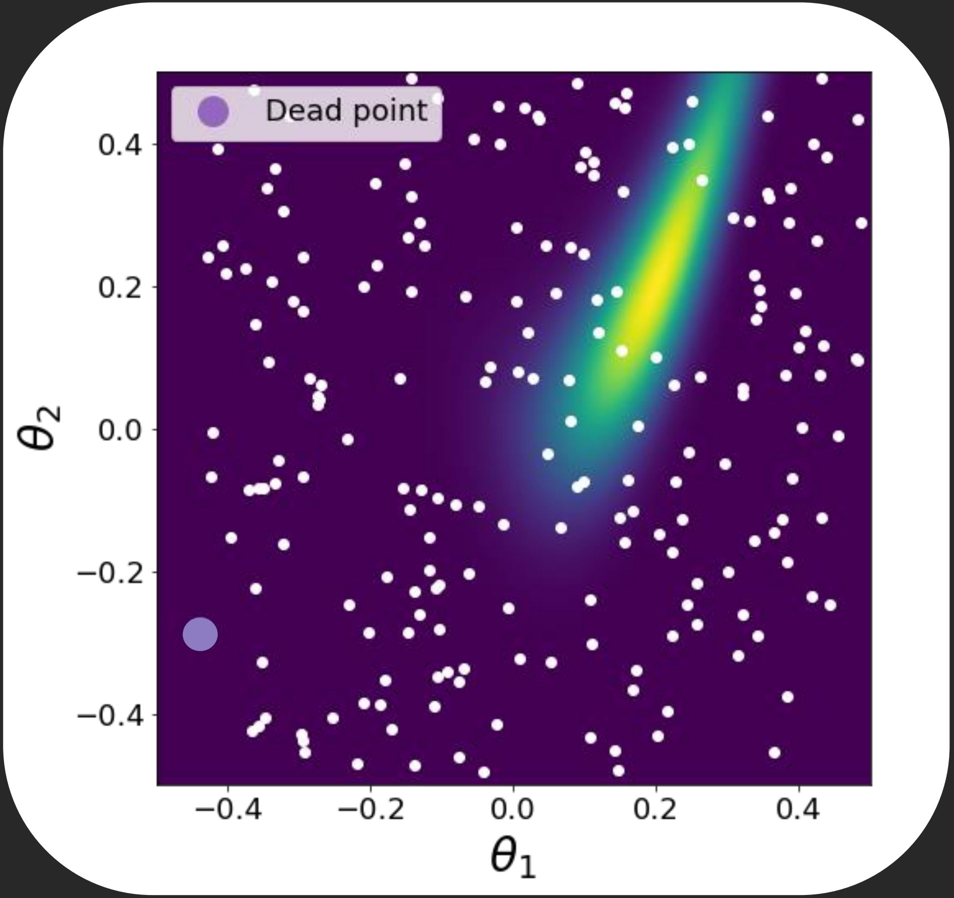
Nested Sampling



2. Trouver et supprimer le *live point* ayant le likelihood le plus bas

-> dead point

3. Cette opération réduit l'espace des paramètres de ΔV_i



2. Trouver et supprimer le *live point* ayant le likelihood le plus bas

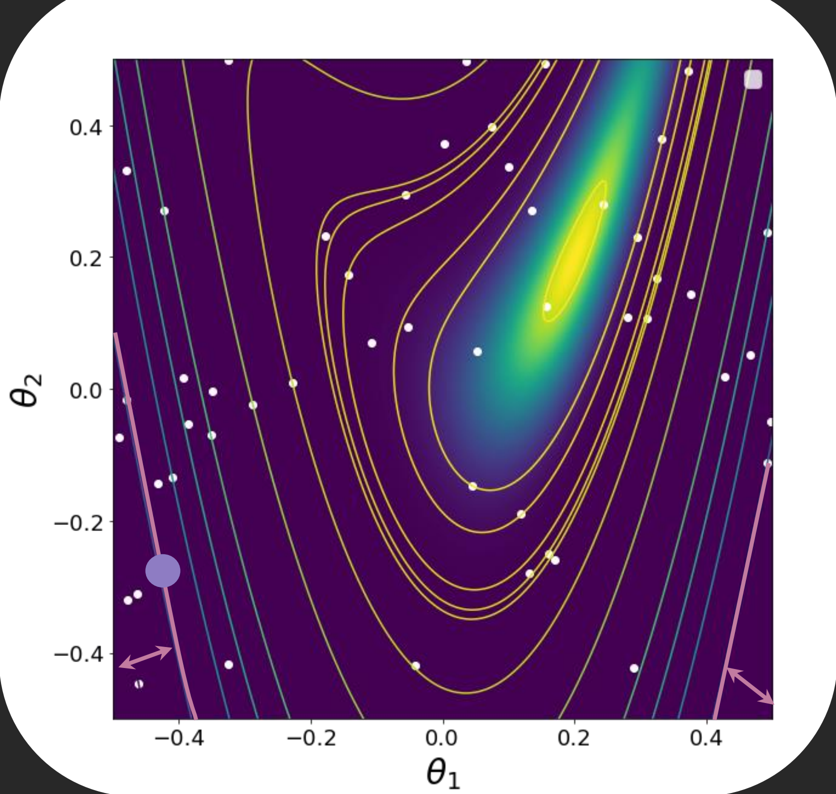
-> dead point

3. Cette opération réduit l’espace des paramètres de ΔV_i

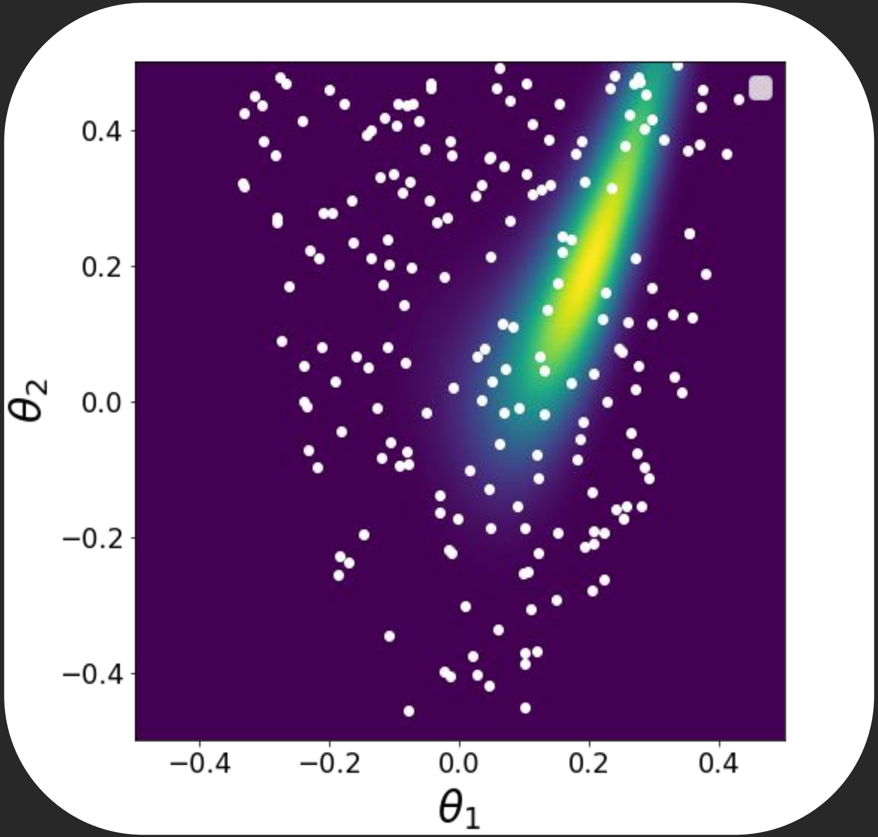
Nested Sampling

$$V_{new} = V_{old} - \Delta V_i$$

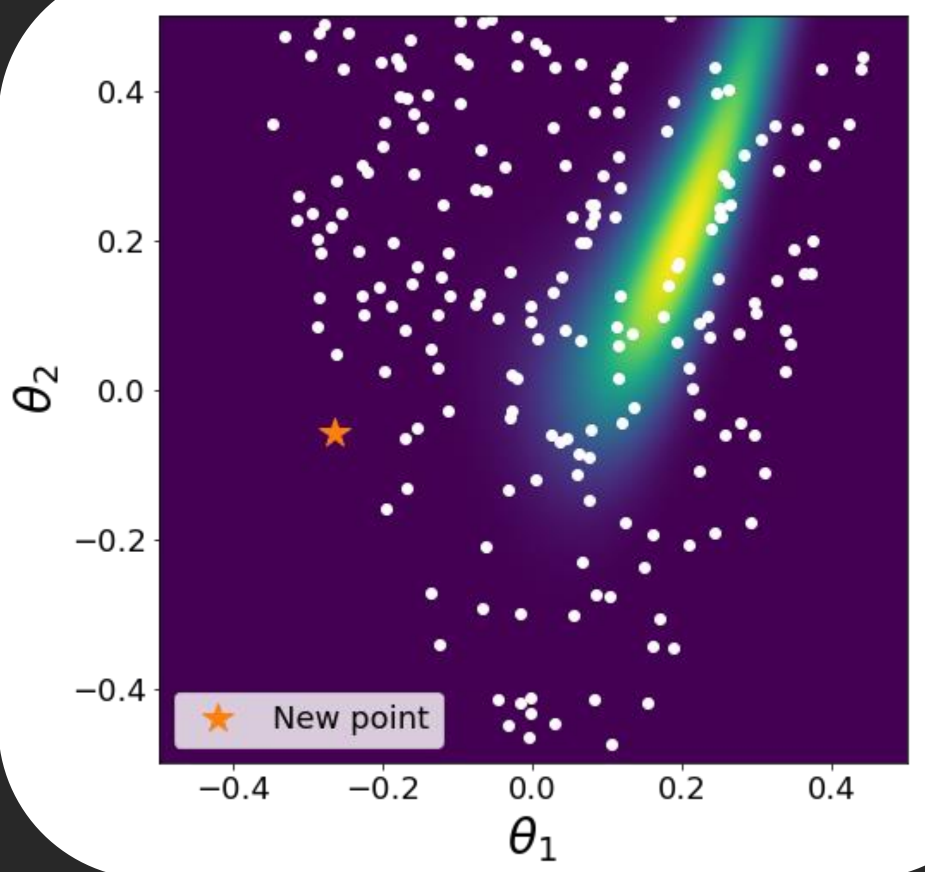
$$\boxed{\Delta V_i \sim e^{-1/N} \times V_{old}}$$



Nested Sampling



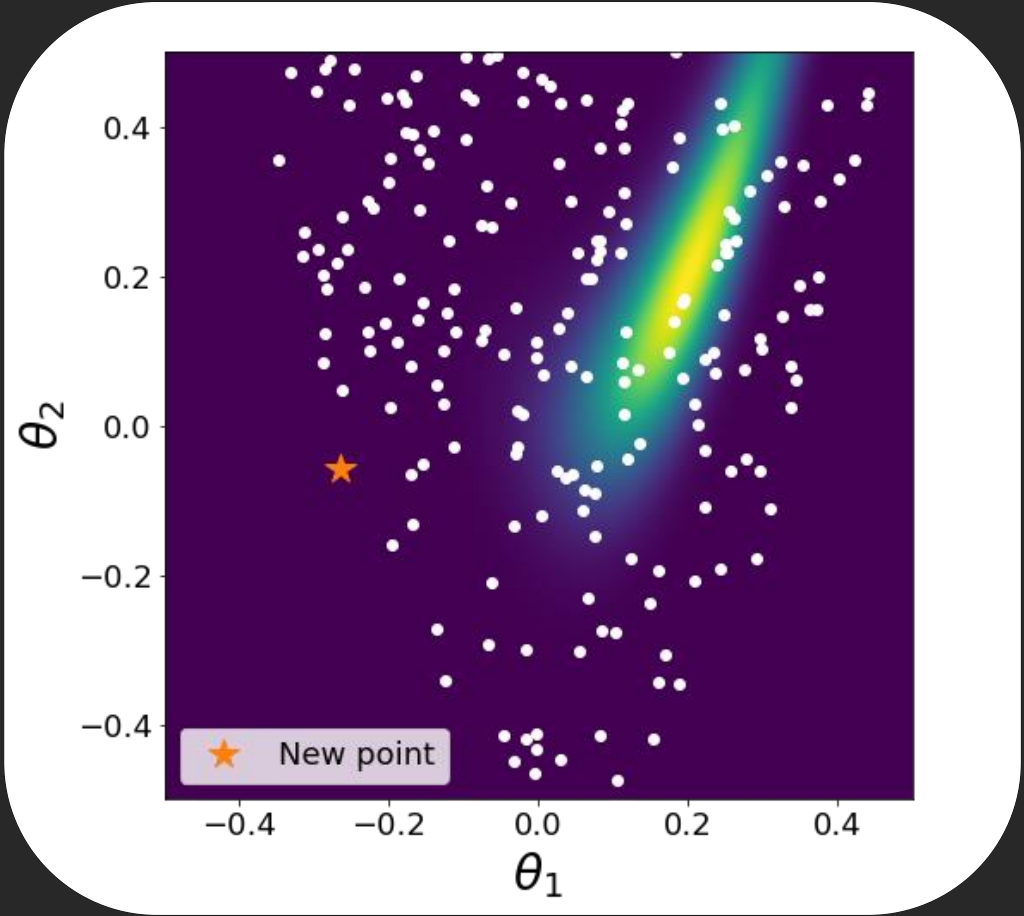
$$V_{new} = V_{old} - \Delta V_i$$



3. Un nouveau *live point* indépendant

avec $L_{new} > L_i$ est

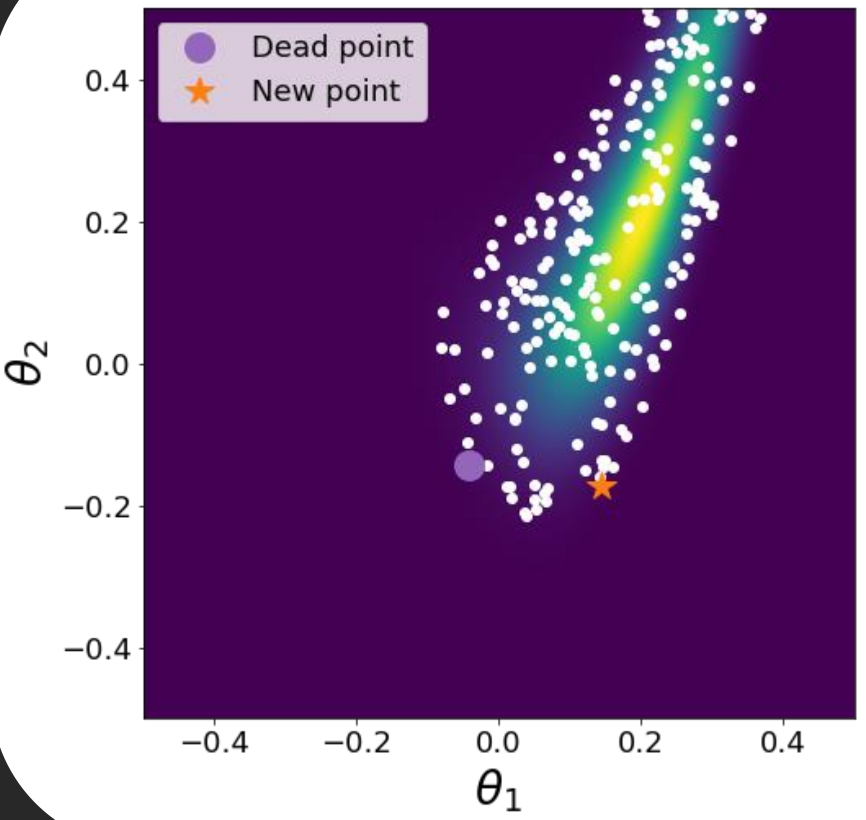
échantillonné à partir du prior.



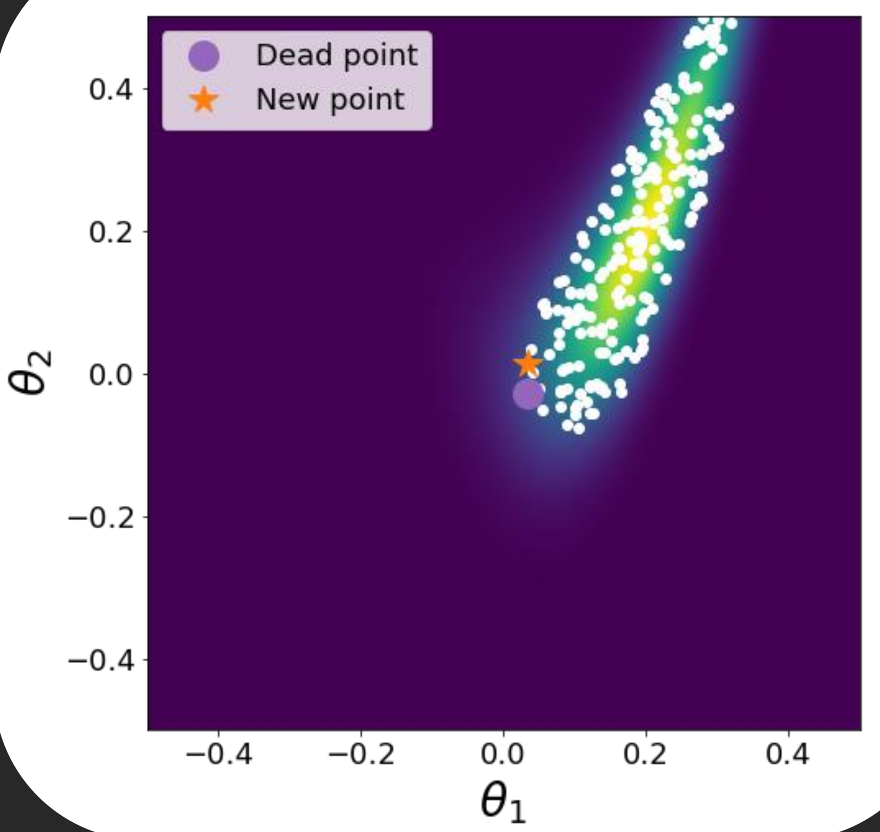
3. Un nouveau *live point* indépendant

avec $L_{new} > L_i$
est

échantillonné à partir du prior.

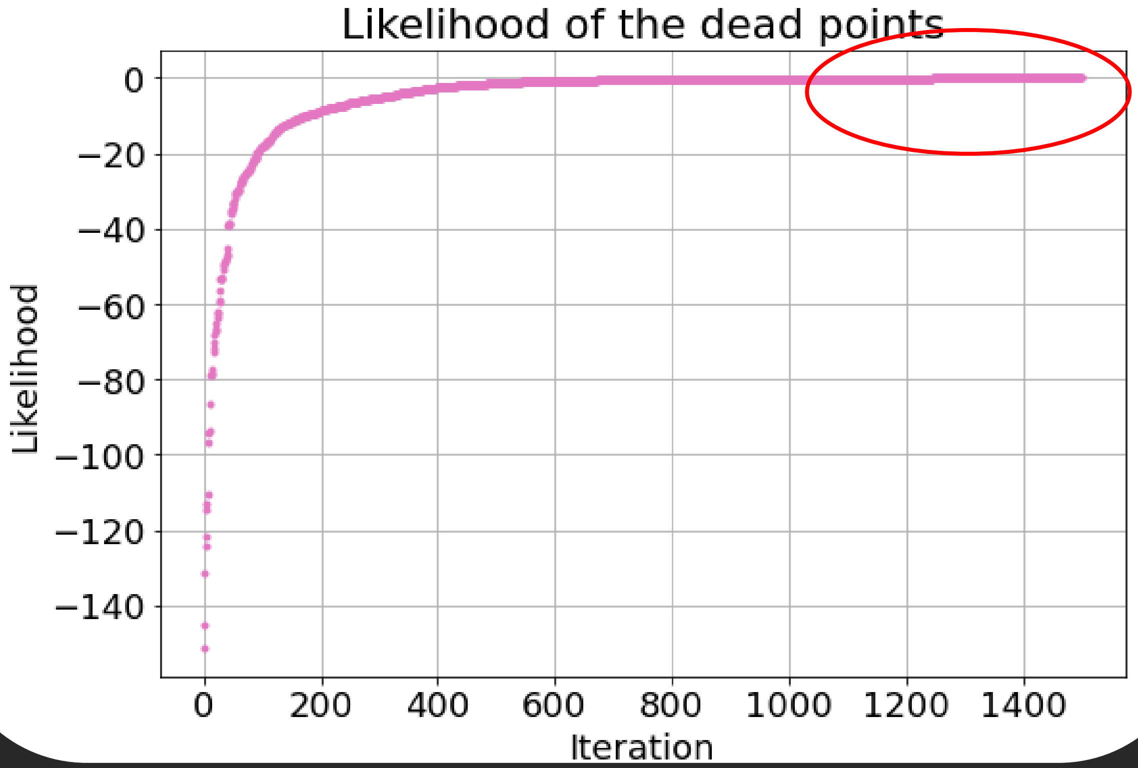


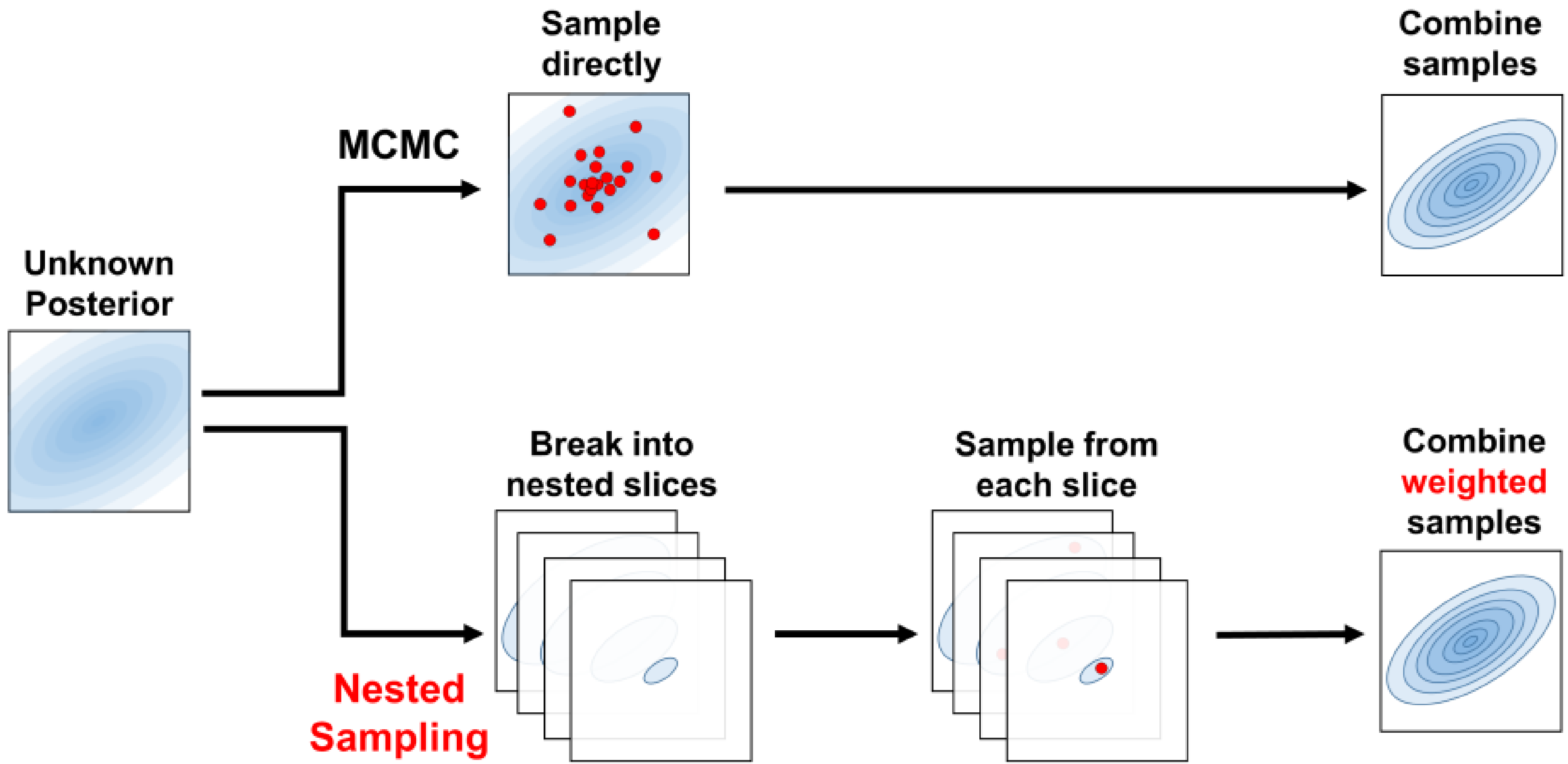
4. Et ainsi de suite jusqu’à ce la variation du likelihood des live point restants tend vers zéro



4. Et ainsi de suite jusqu’à ce la variation du likelihood des live point restants tend vers zéro

Nested Sampling : Stop Criteria




Sample directly
Combine samples
MCMC
Unknown Posterior
Break into nested slices
Sample from each slice
Combine weighted samples
Nested Sampling