Национальный исследовательский университет "МЭИ"

кафедра Электроники и наноэлектроники

Типовой расчёт по курсу: "Современные методы исследования полупроводников" Вариант №8

Студент: Маринин Н. С.

Группа: ЭР-05м-21

Преподаватель: Баринов АД

Ионы с энергией 2,5 МэВ бомбардируют поверхность пленки толщиной t, напыленной на подложку и сверху покрытой тонким слоем металла

- 1. Постройте кривые зависимости сечения торможения от энергии иона для каждого из элементов пленки и подложки, а также для материала самой пленки и подложки в диапазоне энергий от 0,5 до 3 МэВ
- 2. Постройте спектр обратного рассеяния, укажите особенности спектра (начало, конец, высоту и ширину)

Ток пучка ионов равен 10мкА, длительность бомбардировки - 30 сек.

Угол рассеяния составляет 170 (градусов). площадь приемного окна детектора составляет 0,1 см², расстояние от мишени до детектора- 5 см. Разрешение детектора принять равным 20 кэВ. Энергия нулевого канала - 0,1 МэВ, ширина канала - 5 кэВ.

Материаллы: Подложка Ga_2O_2 Пленка VO_2 Толщиа пленки 250 нм Металл In Ион ⁴He⁺

Размерноти в расчете

Постоянная Кулона $k_c := 9 \cdot 10^9 \frac{m}{F}$

Заряд электрона $q := 1.6 \cdot 10^{-19} \text{coul}$

Масса электрона $m_0 := 9.1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$

Число Авогадро $N_a := 6 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$

10^15 атомов $atom := 10^{15}$

Размерноти в расчетей

Атомные единицы массы в граммы $aem := 1.67 \cdot 10^{-24} gm$

Электрон Вольты в Джоули $eV := 1.6 \cdot 10^{-19} J$

Дано:

Начальная энергия частиц $E_0 := 2.5 \cdot 10^6 \text{eV}$

Толщина пленки $t_f := 250 \, \text{nm}$

Ток частиц $I := 10 \cdot 10^{-6} A$

Время бомбардировки $t_{bomb} := 30s$

Угол детектора $\theta := 170 \cdot \frac{\pi}{180}$

Площадь детектора $S_d := 0.1 \text{cm}^2$

Расстояние до детектора $d_{td} := 5 cm$

Разрешение детектора $dE := 20 \cdot 10^3 eV$

Энерия нулевого канала $E_{ch0} := 0.1 \cdot 10^6 eV$

Ширина канала $W_{ch} := 5 \cdot 10^3 eV$

Атомные массы элементов:

$$M_{He} := 4aem \qquad M_{Ga} := 69.723aem \qquad M_{O} := 15.999aem \qquad M_{V} := 50.942aem$$

 $M_{ln} := 114.820 \cdot aem$

$$M_{HeM} := 4 \frac{gm}{mol}$$
 $M_{GaM} := 69.723 \frac{gm}{mol}$ $M_{OM} := 15.999 \frac{gm}{mol}$ $M_{VM} := 50.942 \frac{gm}{mol}$

$$\mathsf{M}_{\mathsf{InM}} := {\scriptstyle 114.820} \cdot \frac{\mathsf{gm}}{\mathsf{mol}}$$

Молярная масса VO2 :
$$M_{VO2M} := M_{VM} + 2 \cdot M_{OM} = 82.94 \cdot \frac{gm}{mol}$$

Молярная масса GaO3:
$$M_{Ga2O3M} := 2 \cdot M_{GaM} + 3 \cdot M_{OM} = 187.443 \cdot \frac{gm}{mol}$$

Заряды ядер элементов:

$$Z_{He} := 2$$
 $Z_{Ga} := 31$ $Z_{O} := 8$ $Z_{V} := 23$ $Z_{In} := 49$

Плотности:

$$\rho_{\text{In}} := 7.31 \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3} \quad \rho_{\text{Ga2O3}} := 6.44 \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3} \quad \rho_{\text{VO2}} := 4.34 \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3}$$

Первый пункт

Построить кривые зависимости сечения торможения от энергии иона для каждого из элементов плёнки и подложки, а также для материала само плёнки и подложки на одном графике в диапазоне энергий от 0.5 МэВ до 3 МэВ.

Для определения сечения торможения нужно знать порядковый номер и энергию ионизации атомов мишения.

Сечение торможения

$$\text{E}(Z,I,E) := k_c^2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot Z_{He}^2 \cdot q^4}{E \cdot eV} \cdot Z \cdot \frac{M_{He}}{m_0} \cdot In \left(\frac{4 \cdot m_0 \cdot E \cdot eV}{M_{He} \cdot I} \right)$$

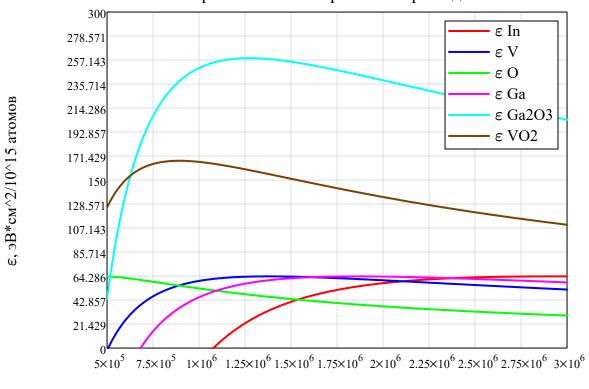
Средняя энергия возбуждения электрона

$$\begin{split} I_{In} &:= 12 eV \cdot Z_{In} = 588 \cdot eV \\ I_{V} &:= 12 eV \cdot Z_{V} = 276 \cdot eV \\ I_{O} &:= 12 eV \cdot Z_{O} = 96 \cdot eV \\ I_{Ga} &:= 12 eV \cdot Z_{Ga} = 372 \cdot eV \\ I_{Ga2O3} &:= 12 eV \cdot \left(2 \cdot Z_{Ga} + 3 \cdot Z_{O}\right) = 1.032 \times 10^{3} \cdot eV \\ I_{VO2} &:= 12 eV \cdot \left(Z_{V} + 2 \cdot Z_{O}\right) = 468 \cdot eV \end{split}$$

Составной материал

$$\begin{split} & \varepsilon_{\text{Ga2O3}}(\text{E}) := 2 \, \varepsilon \big(Z_{\text{Ga}} \,, \, I_{\text{Ga}} \,, \, \text{E} \big) + 3 \cdot \varepsilon \big(Z_{\text{O}} \,, \, I_{\text{O}} \,, \, \text{E} \big) \\ & \varepsilon_{\text{VO2}}(\text{E}) := \varepsilon \big(Z_{\text{V}} \,, \, I_{\text{V}} \,, \, \text{E} \big) + 2 \cdot \varepsilon \big(Z_{\text{O}} \,, \, I_{\text{O}} \,, \, \text{E} \big) \end{split}$$

Сечения торможения от энергии электрона для элементов



Е, эВ

Второй Пункт

Кинематический фактор:

$$\texttt{K}(\mu) := \left[\frac{\cos(\theta) + \sqrt{\left|\mu^2 - \left(\sin(\theta)\right)^2\right|}}{1 + \mu}\right]^2$$

$$\mu_{Ga} := \frac{M_{Ga}}{M_{Ha}} = 17.431$$
 $K_{Ga} := K(\mu_{Ga}) = 0.796$

$$\mu_V := \frac{M_V}{M_{H_0}} = 12.736$$
 $K_V := K(\mu_V) = 0.732$

$$\mu_{O} := \frac{M_{O}}{M_{He}} = 4$$
 $K_{O} := K(\mu_{O}) = 0.363$

$$\mu_{ln} := \frac{M_{ln}}{M_{He}} = 28.705$$
 $K_{ln} := K(\mu_{ln}) = 0.871$

$$\Omega := \frac{S_d}{d_{td}^2} = 4 \times 10^{-3}$$

$$Q := \frac{I \cdot t_{bomb}}{q} = 1.875 \times 10^{15}$$

Формула Резерфорда для сечения рассеяния без учета эффекта отдачи (для тяжёлых атомов)

$$d\sigma d\Omega_{H}\!\!\left(Z\,,E_{0}\,,\mu\right) \coloneqq k_{c}^{\ 2} \cdot \left(\frac{Z \cdot Z_{He} \cdot q^{2}}{^{4} \cdot E_{0}}\right)^{2} \cdot \frac{_{1}}{\left(\text{sin}\!\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{4}}$$

Формула Резерфорда для сечения рассеяния с учетом эффекта отдачи (для лёгких атомов)

$$d\sigma d\Omega_L \Big(Z \,, E_0 \,, \mu \Big) := k_c^2 \cdot \left(\frac{Z \cdot Z_{He} \cdot q^2}{4 \cdot E_0} \right)^2 \cdot \frac{4}{\left(sin(\theta) \right)^4} \cdot \frac{\left[\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\mu} \cdot sin(\theta) \right)^2} + cos \right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\mu} \cdot sin(\theta) \right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\mu}$$

Выход рассеяния

$$Y(d\sigma d\Omega, N) := d\sigma d\Omega \cdot Q \cdot N \cdot \Omega$$

Высота

$$\underbrace{H\!\!\left(\text{d}\sigma\text{d}\Omega\,,\text{E}\,,\text{E}_0\,,\text{N}_\text{s}\,,\mu\right) := \frac{Y\!\!\left(\text{d}\sigma\text{d}\Omega\,,\text{N}_\text{s}\right)}{\sqrt{4\pi\cdot\!\left(\frac{\text{d}E}{W_{ch}}\right)^2}}\cdot\text{exp}\!\!\left[-\frac{\left(\text{E}_0-\text{E}\right)^2}{2\cdot\text{d}\text{E}^2}\right] }$$

$$\underline{ \mathcal{E}}(Z,I,E) := k_c^2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot Z_{He}^2 \cdot q^4}{E} \cdot Z \cdot \frac{M_{He}}{m_0} \cdot In \left(\frac{4 \cdot m_0 \cdot E}{M_{He} \cdot I} \right)$$

Плотность атомов в веществе

$$\underline{\underline{N}}(\rho, M) := N_a \cdot \frac{\rho}{M}$$

Плотность атомов на поверхности

$$N_{S}(N) := N^{\frac{2}{3}}$$

Скорость потери энергии частицы

$$dEdx(\varepsilon, N) := \varepsilon \cdot N$$

Коэффициент энергетических потерь обратного рассеяния

$$\mathsf{S}_{\mathsf{loss}}\big(\mathsf{K}\,,\mathsf{dEdx}_{\mathsf{in}}\,,\mathsf{dEdx}_{\mathsf{out}}\big) := \mathsf{K}\cdot\mathsf{dEdx}_{\mathsf{in}} + \frac{1}{\big|\mathsf{cos}(\theta)\big|}\cdot\mathsf{dEdx}_{\mathsf{out}}$$

где dEdx(in)-скорость потери энергии при входе, а dEdx(out) - скорость потерь энергии при выходе

Ширина спектра

$$\Delta E(t, S_{loss}) := t \cdot S_{loss}$$

Металл

Плотность атомов в веществе и на поверхности

$$N_{ln} := N(\rho_{ln}, M_{lnM}) = 3.82 \times 10^{22} \cdot \frac{1}{cm^3}$$

$$N_{s.ln} := N_{S}(N_{ln}) = 1.134 \times 10^{15} \cdot \frac{1}{cm^{2}}$$

Кинематический фактор

$$K_{ln} := K(\mu_{ln}) = 0.871$$

Выходная энергия

$$E_{ln} := E_0 \cdot K_{ln} = 2.177 \times 10^6 \cdot eV$$

Формула Резерфорда для сечения рассеяния (с учетом эффекта отдачи)

$$d\sigma d\Omega_{ln} := d\sigma d\Omega_{H}(Z_{ln}, E_{ln}, \mu_{ln}) = 2.667 \cdot \frac{barn}{sr}$$

Выход рассеяния

$$Y_{ln} := Y(d\sigma d\Omega_{ln}, N_{s.ln}) = 2.268 \times 10^4$$

Не имея данных о толщине пленки металла, рассчитать разрешение страгтлинга нельзя, поэтому примем предел разрешения равным разрешению детектора.

$$dE_{ln} := dE = 2 \times 10^4 \cdot eV$$

Зная выход рассеяния и предел разрешения, сможем посчитать высоту спектра

$$H_{ln} := H\!\left(\text{d}\sigma\text{d}\Omega_{ln}\,, E_{ln}\,, E_{0}\,, N_{\text{s.ln}}\,, \mu_{ln}\right) = \text{3.669}\times\text{10}^{-\,54}$$

Тонкая плёнка

Плотность атомов в веществе и на поверхности

$$N_{VO2} := N(\rho_{VO2}, M_{VO2M}) = 3.14 \times 10^{22} \cdot \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$$N_{s.VO2} := N_S(N_{VO2}) = 9.952 \times 10^{14} \cdot \frac{1}{cm^2}$$

$$N_{V} := \frac{1}{3} \cdot N_{VO2} = 1.047 \times 10^{22} \cdot \frac{1}{\text{cm}^{3}}$$

$$N_{O} := \frac{2}{3} \cdot N_{VO2} = 2.093 \times 10^{22} \cdot \frac{1}{\text{cm}^3}$$

Кинематический фактор

$$K_V = 0.732$$

$$K_0 = 0.363$$

Выходная энергия

$$E_{V1} := E_0 \cdot K_V = 1.829 \times 10^6 \cdot eV$$

$$E_{O1} := E_0 \cdot K_O = 9.068 \times 10^5 \cdot eV$$

Сечение торможения

$$\varepsilon_{V.0} := \varepsilon(Z_V, I_V, E_0) = 56.19 \cdot \frac{eV \cdot cm^2}{atom}$$

$$\varepsilon_{\text{O.0}} := \varepsilon \left(\mathsf{Z}_{\text{O}} \,, \mathsf{I}_{\text{O}} \,, \mathsf{E}_{0} \right) = {}_{32.472} \cdot \frac{\mathsf{eV} \cdot \mathsf{cm}^{2}}{\mathsf{atom}}$$

$$\epsilon_{\text{VO2.0}} \coloneqq \epsilon_{\text{V.0}} + \epsilon_{\text{O.0}} = 88.663 \cdot \frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{\text{atom}}$$

$$\varepsilon_{V.1} := \varepsilon(Z_V, I_V, E_{V1}) = 61.767 \cdot \frac{eV \cdot cm^2}{atom}$$

$$\varepsilon_{\text{O.1}} := \varepsilon(Z_{\text{O}}, I_{\text{O}}, E_{\text{O1}}) = 55.298 \cdot \frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{\text{atom}}$$

$$\varepsilon_{\text{VO2.1}} := \varepsilon_{\text{V.1}} + \varepsilon_{\text{O.1}} = {}_{117.065} \cdot \frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{\text{atom}}$$

Скорость потери энергии частицы

$$dEdx_{VO2.0} := dEdx(\varepsilon_{VO2.0}, N_{VO2}) = 2.784 \times 10^9 \cdot \frac{eV}{cm}$$

$$dEdx_{VO2.1} := dEdx(\varepsilon_{VO2.1}, N_{VO2}) = 3.675 \times 10^9 \cdot \frac{eV}{cm}$$

Коэффициент энергетических потерь обратного рассеяния

$$S_{loss.V} := S_{loss} \Big(K_V, dEdx_{VO2.0} \, , dEdx_{VO2.1} \Big) = {}_{57.69} \cdot \frac{eV}{Angstrom}$$

$$S_{loss.O} := S_{loss} \big(K_O \,, dEdx_{VO2.0} \,, dEdx_{VO2.1} \big) = {}^{47.418} \cdot \frac{eV}{Angstrom}$$

Ширина спектра

$$\Delta E_V := \Delta E(t_f, S_{loss.V}) = 1.442 \times 10^5 \cdot eV$$

$$\Delta E_O := \Delta E(t_f, S_{loss,O}) = 1.185 \times 10^5 \cdot eV$$

Левая граница спектра

$$E_{V2} := E_{V1} - \Delta E_{V} = 1.685 \times 10^{6} \cdot eV$$

$$E_{O2} := E_{O1} - \Delta E_{O} = 7.883 \times 10^{5} \cdot eV$$

Потеря энергии в плёнке

$$\text{E}_{\text{loss.VO2}} := \text{dEdx}_{\text{VO2.0}} \cdot t_{\text{f}} = {\scriptstyle 6.959} \times {\scriptstyle 10^4} \cdot \text{eV}$$

Формула Резерфорда для сечения рассеяния (с учетом эффекта отдачи)

$$d\sigma d\Omega_{V} := d\sigma d\Omega_{H}\!\!\left(Z_{V}, E_{V1}, \mu_{V}\!\right) = {\scriptstyle 0.832} \cdot \frac{barn}{sr}$$

$$\label{eq:dsigma} \text{d}\sigma \text{d}\Omega_{O} := \text{d}\sigma \text{d}\Omega_{L}\!\left(\text{Z}_{O}\,, \text{E}_{\text{O1}}\,, \mu_{O}\right) = {\scriptstyle 0.361} \cdot \frac{\text{barn}}{\text{sr}}$$

Выход рассеяния

$$Y_V := Y(d\sigma d\Omega_V, N_V) \cdot t_f = 1.633 \times 10^6$$

$$Y_O := Y(d\sigma d\Omega_O, N_O) \cdot t_f = 1.416 \times 10^6$$

Разрешение страгглинга с примененнием формулы Бора для двух компонентов пленки

$$\begin{split} \text{dE}_{\text{S.V}} &:= 2.35 \cdot \sqrt{4 \cdot \pi \cdot k_{\text{C}}^{\ 2} \cdot Z_{\text{He}}^{\ 2} \cdot q^4 \cdot N_{\text{V}} \cdot Z_{\text{V}} \cdot t_{\text{f}}} = 5.885 \times 10^3 \cdot \text{eV} \\ \text{dE}_{\text{V}} &:= \sqrt{\text{dE}_{\text{S.V}}^{\ 2} + \text{dE}^2} = 2.085 \times 10^4 \cdot \text{eV} \\ \text{dE}_{\text{S.O}} &:= 2.35 \cdot \sqrt{4 \cdot \pi \cdot k_{\text{C}}^{\ 2} \cdot Z_{\text{He}}^{\ 2} \cdot q^4 \cdot N_{\text{O}} \cdot Z_{\text{O}} \cdot t_{\text{f}}} = 4.909 \times 10^3 \cdot \text{eV} \\ \text{dE}_{\text{O}} &:= \sqrt{\text{dE}_{\text{S.O}}^{\ 2} + \text{dE}^2} = 2.059 \times 10^4 \cdot \text{eV} \end{split}$$

Подложка

Плотность атомов в веществе и на поверхности

$$\text{N}_{\text{Ga2O3}} := \text{N} \Big(\rho_{\text{Ga2O3}} \,, \text{M}_{\text{Ga2O3M}} \Big) = \text{2.061} \times \text{10}^{22} \cdot \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$$N_{s.Ga2O3} := N_{s}(N_{Ga2O3}) = 7.518 \times 10^{14} \cdot \frac{1}{cm^{2}}$$

$$N_{Ga} := \frac{2}{5} \cdot N_{Ga2O3} = 8.246 \times 10^{21} \cdot \frac{1}{cm^3}$$

$$N_{O.sub} := \frac{3}{5} \cdot N_{Ga2O3} = 1.237 \times 10^{22} \cdot \frac{1}{cm^3}$$

Кинематический фактор

$$K_{Ga} = 0.796$$

$$K_0 = 0.363$$

Выходная энергия

До подложки будет доходить частично рассеяная на плёнке энергия

$$\varepsilon_{\text{temp}}(Z,I,E) := \varepsilon(Z,I,E) + \varepsilon(Z,I,E)$$

$$\varepsilon_{VO2.0.Ga} \coloneqq \varepsilon_{temp} \Big[Z_V \,, \, I_V \,, \Big(E_0 - E_{loss.VO2} \Big) \cdot K_{Ga} \Big] = {}_{121.897} \cdot \frac{eV \cdot cm^2}{atom}$$

$$\epsilon_{VO2.0.O} \coloneqq \epsilon_{temp} \! \! \left[Z_V \,, \, I_V \,, \left(E_0 - E_{loss.VO2} \right) \cdot K_O \right] = {}_{110.622} \cdot \frac{eV \cdot cm^2}{atom}$$

$$dEdx_{Ga} := dEdx \Big(\epsilon_{VO2.0.Ga} \, , \, N_{VO2} \Big) = 3.827 \times 10^9 \cdot \frac{eV}{cm}$$

$$dEdx_{O} := dEdx(\varepsilon_{VO2.0.O}, N_{VO2}) = 3.473 \times 10^{9} \cdot \frac{eV}{cm}$$

$$\mathsf{E}_{\mathsf{Ga1}} := \mathsf{K}_{\mathsf{Ga}} \cdot \left(\mathsf{E}_{\mathsf{0}} - \mathsf{E}_{\mathsf{loss.VO2}} \right) - \frac{1}{\left| \mathsf{cos}(\theta) \right|} \cdot \mathsf{dEdx}_{\mathsf{Ga}} \cdot \mathsf{t_f} = 1.838 \times 10^6 \cdot \mathsf{eV}$$

$$\mathsf{E}_{O1.sub} := \mathsf{K}_O \cdot \left(\mathsf{E}_0 - \mathsf{E}_{loss.VO2} \right) - \frac{1}{\left| \mathsf{cos}(\theta) \right|} \cdot \mathsf{dEdx}_O \cdot \mathsf{t_f} = 7.934 \times 10^5 \cdot \mathsf{eV}$$

Сечение торможения

$$\varepsilon_{\text{Ga.0}} := \varepsilon \left(Z_{\text{Ga}}, I_{\text{Ga}}, E_0 \right) = 61.575 \cdot \frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{\text{atom}}$$

$$\varepsilon_{\text{O.0.sub}} := \varepsilon(Z_{\text{O}}, I_{\text{O}}, E_{\text{0}}) = 32.472 \cdot \frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{\text{atom}}$$

$$\varepsilon_{\text{Ga2O3.0}} := \varepsilon_{\text{Ga.0}} + \varepsilon_{\text{O.0.sub}} = 94.047 \cdot \frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{\text{atom}}$$

$$\varepsilon_{\text{Ga.1}} := \varepsilon \left(\mathsf{Z}_{\text{Ga}} \,, \mathsf{I}_{\text{Ga}} \,, \mathsf{E}_{\text{Ga1}} \right) = 63.904 \cdot \frac{\mathsf{eV} \cdot \mathsf{cm}^2}{\mathsf{atom}}$$

$$\varepsilon_{\text{O.1.sub}} := \varepsilon(Z_{\text{O}}, I_{\text{O}}, E_{\text{O1.sub}}) = 58.048 \cdot \frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{\text{atom}}$$

$$\varepsilon_{\text{Ga2O3.1}} := \varepsilon_{\text{Ga.1}} + \varepsilon_{\text{O.1.sub}} = {}_{121.952} \cdot \frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{\text{atom}}$$

Скорость потери энергии частицы

$$\text{dEdx}_{Ga2O3.0} := \text{dEdx} \Big(\epsilon_{Ga2O3.0} \,, \, N_{Ga2O3} \Big) = {\scriptstyle 1.939 \, \times \, 10^9} \cdot \frac{\text{eV}}{\text{cm}}$$

$$\label{eq:dedxGa2O3.1} \text{dEdx} \left(\epsilon_{\text{Ga2O3.1}} \,, \, N_{\text{Ga2O3}} \right) = {\scriptstyle 2.514 \, \times \, 10^9} \cdot \frac{\text{eV}}{\text{cm}}$$

Коэффициент энергетических потерь обратного рассеяния

$$S_{loss.Ga} := S_{loss} \big(K_V, dEdx_{Ga2O3.0}, dEdx_{Ga2O3.1} \big) = {\scriptstyle 39.714} \cdot \frac{eV}{Angstrom}$$

$$S_{loss.O.sub} := S_{loss} \big(K_O \,, dEdx_{Ga2O3.0} \,, dEdx_{Ga2O3.1} \big) = {}_{32.56} \cdot \frac{eV}{Angstrom}$$

Ширина спектра

$$\Delta E_{Ga} := \Delta E(t_f, S_{loss.Ga}) = 9.928 \times 10^4 \cdot eV$$

$$\Delta \text{E}_{\text{O.sub}} \coloneqq \Delta \text{E} \big(t_{\text{f}} \,, \text{S}_{\text{loss.O.sub}} \big) = \text{8.14} \times \text{10}^4 \cdot \text{eV}$$

Левая граница спектра

$$E_{Ga2} := E_{Ga1} - \Delta E_{Ga} = 1.738 \times 10^6 \cdot eV$$

$$E_{O2.sub} := E_{O1.sub} - \Delta E_{O.sub} = 7.12 \times 10^5 \cdot eV$$

Формула Резерфорда для сечения рассеяния (с учетом эффекта отдачи)

$$d\sigma d\Omega_{Ga} := d\sigma d\Omega_{H} \! \left(Z_{Ga} \, , E_{Ga1} \, , \mu_{V} \right) = {\scriptstyle 1.498} \cdot \frac{barn}{sr}$$

$$d\sigma d\Omega_{O.sub} := d\sigma d\Omega_L \Big(Z_O \,, E_{O1.sub} \,, \mu_O \Big) = {\scriptstyle 0.471} \, \cdot \frac{barn}{sr}$$

Выход рассеяния

$$Y_{Ga} := Y(d\sigma d\Omega_{Ga}, N_{S}(N_{Ga})) = 4.585 \times 10^{3}$$

$$Y_{O.sub} := Y \Big(d\sigma d\Omega_{O.sub} \,, \, N_S \Big(N_{O.sub} \Big) \Big) = {\scriptstyle 1.89 \times 10^3}$$

Не имея данных о толщине пленки металла, рассчитать разрешение страгтлинга нельзя, поэтому примем предел разрешения равным разрешению детектора.

$$dE_{Ge} := dE = 2 \times 10^4 \cdot eV$$

Построение графиков

Энерия нулевого канала

$$E_{ch0} = 1 \times 10^5 \cdot eV$$

Ширина канала

$$W_{ch} = 5 \times 10^3 \cdot eV$$

Во всех случаях предел разрешения приймем равным разрешению детектора. Так как в единственном случае учёта страгглина результат мало отличается от разрешения детектора.

Полное число каналов

$$n(E) := ceil \left(\frac{E - E_{ch0}}{W_{ch}} \right)$$

$$n_{ln} := n \big(\mathsf{E}_{ln} \big) = \mathsf{416}$$

$$\sigma := \frac{\mathsf{dE}}{\mathsf{W}_\mathsf{ch}} = \mathsf{4}$$
 Дисперсия

$$\mu := n_{ln} = 416$$

Математическое ожидание

$$n_{V1} := n(E_{V1}) = 346$$

$$n_{O1} := n(E_{O1}) = 162$$

$$n_{V2} := n(E_{V2}) = 318$$

$$n_{O2} := n(E_{O2}) = 138$$

$$\Delta n_V := n_{V1} - n_{V2} = 28$$

$$\Delta n_0 := n_{01} - n_{02} = 24$$

$$n_{Ga1} := n(E_{Ga1}) = 348$$

$$n_{O1.sub} := n \left(\mathsf{E}_{O1.sub} \right) = {}_{139}$$

$$n_{Ga2} := 0$$

$$n_{O2.sub} := 0$$

$$\Delta n_{Ga} := n_{Ga1} - n_{Ga2} = 348$$

$$\Delta n_{O2.sub} := n_{O1.sub} - n_{O2.sub} = 139$$

$$n_V := n_{V2} .. n_{V1}$$

$$n_O := n_{O2} \mathinner{\ldotp\ldotp} n_{O1}$$

$$n_{Ga} := n_{Ga2}..\ n_{Ga1}$$

$$n_{O.sub} := n_{O2.sub} .. n_{O1.sub}$$

Распределение Гаусса

$$f_{Gauss}(n, \mu, \sigma) := \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{n - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

Функция для построения спектра

$$\begin{split} Y_n \Big(n \,, n_2 \,, n_1 \,, Y \Big) &:= & \left[n_0 \leftarrow n_2 + \left(\frac{n_1 - n_2}{2} \right) \right. \\ & \left. Y_n \leftarrow Y \cdot f_{Gauss} \Big(n_2 \,, n_2 \,, \sigma \Big) \cdot \left(\frac{n_0}{n} \right)^2 \quad \text{if} \quad n_2 < n < n_1 \right. \\ & \left. Y_n \leftarrow Y \cdot f_{Gauss} \Big(n \,, n_2 \,, \sigma \Big) \quad \text{if} \quad n \leq n_2 \right. \\ & \left. Y_n \leftarrow Y \cdot f_{Gauss} \Big(n \,, n_1 \,, \sigma \Big) \quad \text{if} \quad n \geq n_1 \right. \\ & \left. Y_n \leftarrow 0 \quad \text{otherwise} \right. \end{split}$$

Средний выход рассеяния

$$\begin{split} & \mathsf{E}_{\mathsf{av}} \big(\mathsf{E}_2 \, , \Delta \mathsf{E} \big) := \mathsf{E}_2 + \frac{\Delta \mathsf{E}}{2} \\ & \mathsf{E}_{\mathsf{V}.\mathsf{av}} := \mathsf{E}_{\mathsf{av}} \big(\mathsf{E}_{\mathsf{V2}} \, , \Delta \mathsf{E}_{\mathsf{V}} \big) = 1.757 \times 10^6 \, \text{eV} \\ & \mathsf{E}_{\mathsf{O}.\mathsf{av}} := \mathsf{E}_{\mathsf{av}} \big(\mathsf{E}_{\mathsf{O2}} \, , \Delta \mathsf{E}_{\mathsf{O}} \big) = 8.475 \times 10^5 \, \text{eV} \\ & \mathsf{E}_{\mathsf{Ga}.\mathsf{av}} := \mathsf{E}_{\mathsf{av}} \big(\mathsf{E}_{\mathsf{Ga2}} \, , \Delta \mathsf{E}_{\mathsf{Ga}} \big) = 1.788 \times 10^6 \, \text{eV} \\ & \mathsf{E}_{\mathsf{O}.\mathsf{sub}.\mathsf{av}} := \mathsf{E}_{\mathsf{av}} \big(\mathsf{E}_{\mathsf{O2}.\mathsf{sub}} \, , \Delta \mathsf{E}_{\mathsf{O}.\mathsf{sub}} \big) = 7.527 \times 10^5 \, \text{eV} \\ & \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{V}.\mathsf{av}} := \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{H}} \big(\mathsf{Z}_{\mathsf{V}} \, , \mathsf{E}_{\mathsf{V}.\mathsf{av}} \, , \mu_{\mathsf{V}} \big) = 0.902 \cdot \frac{\mathsf{barn}}{\mathsf{sr}} \\ & \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{O}.\mathsf{av}} := \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{L}} \big(\mathsf{Z}_{\mathsf{O}} \, , \mathsf{E}_{\mathsf{O}.\mathsf{av}} \, , \mu_{\mathsf{O}} \big) = 0.413 \cdot \frac{\mathsf{barn}}{\mathsf{sr}} \\ & \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{Ga}.\mathsf{av}} := \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{H}} \big(\mathsf{Z}_{\mathsf{Ga}} \, , \mathsf{E}_{\mathsf{Ga}.\mathsf{av}} \, , \mu_{\mathsf{Ga}} \big) = 1.582 \cdot \frac{\mathsf{barn}}{\mathsf{sr}} \\ & \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{O}.\mathsf{sub}.\mathsf{av}} := \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{L}} \big(\mathsf{Z}_{\mathsf{O}} \, , \mathsf{E}_{\mathsf{O}.\mathsf{sub}.\mathsf{av}} \, , \mu_{\mathsf{O}} \big) = 0.524 \cdot \frac{\mathsf{barn}}{\mathsf{sr}} \\ & \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{O}.\mathsf{sub}.\mathsf{av}} := \mathsf{d} \sigma \mathsf{d} \Omega_{\mathsf{L}} \big(\mathsf{Z}_{\mathsf{O}} \, , \mathsf{E}_{\mathsf{O}.\mathsf{sub}.\mathsf{av}} \, , \mu_{\mathsf{O}} \big) = 0.524 \cdot \frac{\mathsf{barn}}{\mathsf{sr}} \end{split}$$

$$\begin{split} &Y_{V.av} := Y \Big(d\sigma d\Omega_{V.av} \,, \, N_V \Big) \cdot t_f = 1.77 \times 10^6 \\ &Y_{O.av} := Y \Big(d\sigma d\Omega_{O.av} \,, \, N_V \Big) \cdot t_f = 8.103 \times 10^5 \\ &Y_{Ga.av} := Y \Big(d\sigma d\Omega_{Ga.av} \,, \, N_S \Big(N_{Ga} \Big) \Big) = 4.843 \times 10^3 \\ &Y_{O.sub.av} := Y \Big(d\sigma d\Omega_{O.sub.av} \,, \, N_S \Big(N_{O.sub} \Big) \Big) = 2.1 \times 10^3 \end{split}$$

Полный спектр

$$\begin{split} & \underset{All.1}{\text{M}} := 0\,,\,1\,..\,500 \\ & Y_{\text{All.1}}(n) := Y_{\text{In}} \cdot f_{\text{Gauss}}(n\,,\mu\,,\sigma) \\ & Y_{\text{All.2}}(n) := Y_{\text{n}}\!\left(n\,,n_{\text{V2}},n_{\text{V1}},Y_{\text{V.av}}\right) + Y_{\text{n}}\!\left(n\,,n_{\text{O2}},n_{\text{O1}},Y_{\text{O.av}}\right) \\ & Y_{\text{All.3}}(n) := Y_{\text{n}}\!\left(n\,,n_{\text{Ga2}},n_{\text{Ga1}},Y_{\text{Ga.av}}\right) + Y_{\text{n}}\!\left(n\,,n_{\text{O2.sub}},n_{\text{O1.sub}},Y_{\text{O.sub.av}}\right) \\ & Y_{\text{All}}\!\left(n\right) := Y_{\text{All.1}}\!\left(n\right) + Y_{\text{All.2}}\!\left(n\right) + Y_{\text{All.3}}\!\left(n\right) \end{split}$$



Как видно можно заметить спектр от атомов кислорода VO2 (первый пик) и атомов ванадия (второй пик), метала - индия (третий) и спектр от Ga2O3 подложки.