

How non-orthogonal CDMA behaves on a noise affected channel

Mario Pellegrino Ambrosone

December 2024

Abstract

Il presente lavoro analizza il comportamento del CDMA non ortogonale come tecnica di accesso multiplo per la gestione di canali condivisi in sistemi di comunicazione digitale. Attraverso simulazioni MATLAB, vengono studiate due configurazioni principali: una curva simulata per un sistema PAM con CDMA non ortogonale su canale ideale e una curva simulata per un sistema PAM con CDMA non ortogonale in presenza di rumore. Lo studio si concentra sulla valutazione della relazione tra il numero di utenti e le prestazioni del sistema ma anche sull'impatto della non ortogonalità nella gestione dell'accesso condiviso al canale, fornendo quindi una comprensione dettagliata delle prestazioni e dei limiti di questa tecnica.

Contents

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Modello teorico | 3 |
| 1.1 | Pe di un sistema PAM su canale ideale | 3 |
| 1.2 | Introduzione al CDMA non ortogonale | 3 |
| 1.3 | Interferenza come fenomeno Gaussiano | 4 |
| 2 | Simulazioni MATLAB | 7 |
| 2.1 | Setup delle simulazioni | 7 |
| 2.2 | Simulazione per N=10 utenti | 8 |
| 2.2.1 | Canale Ideale | 8 |
| 2.2.2 | Canale Rumoroso | 9 |
| 2.3 | Simulazione per N=100 utenti | 10 |
| 3 | Conclusioni | 11 |

1 Modello teorico

1.1 Pe di un sistema PAM su canale ideale

In questa sezione viene introdotto il modello teorico di un sistema di modulazione PAM (Pulse Amplitude Modulation) operante su un canale ideale, privo di interferenze e rumore. Si forniscono le espressioni analitiche per la probabilità di errore in condizioni ideali, che saranno utilizzate come baseline per il confronto.

La tecnica di modulazione PAM adottata nella trattazione è di tipo 2-PAM; si tratta quindi di un PAM binario con simboli equiprobabili ad energia $\varepsilon = 1$. Ciò vuol dire che sul piano di modulazione i due simboli $b_0 = 0$ e $b_1 = 1$ si troveranno nei punti $\sqrt{\varepsilon} = \pm 1$.

Sia la probabilità di errore per simbolo di un M-PAM:

$$P_e = 2 \left(1 - \frac{1}{M} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6 \log_2 M}{M^2 - 1}} \right),$$

Allora, per sostituzione con $M = 2$, $E_b = \varepsilon = 1$ e su canale ideale, la P_e di un 2-PAM sarà:

$$P_e = Q \left(\sqrt{2E_b} \right) = Q \left(\sqrt{2} \right).$$

La probabilità di errore teorica ricavata sarà indice delle migliori "aspettative" di P_e del sistema. La curva descritta dalla Qfunc infatti, in assenza di rumore e con così pochi simboli, fungerà da baseline poiché rappresenta non solo il caso ideale ma anche quello più lontano e "semplificato" rispetto alla realtà; il meglio che possiamo aspettarci è pertanto che, in ogni altro caso di trattazione (canale interferente a causa della MU e canale "reale" con rumore e MU), l'andamento delle probabilità di errore simulate segua al più l'andamento esponenziale della Qfunc nella forma appena ottenuta, o che perlomeno tenda ad assomigliarvi il più possibile.

1.2 Introduzione al CDMA non ortogonale

Viene descritta la tecnica CDMA non ortogonale, enfatizzando le differenze rispetto al CDMA ortogonale e il suo utilizzo per la condivisione di un canale condiviso. Si introducono i concetti chiave, come la sovrapposizione dei segnali utente e il ruolo dei codici non ortogonali nell'accesso multiplo.

Il vero obiettivo di questo breve documento è la valutazione delle prestazioni del CDMA non ortogonale come metodo di gestione di un canale condiviso, osservando quanto esso influisca sulle performance di un sistema che utilizza la più semplice modulazione e sul numero più piccolo di simboli utilizzabili in una trasmissione digitale. Per questioni di completezza presentiamo brevemente il NON-ORTHOGONAL CDMA, ovvero quella tecnica di accesso al canale condiviso dove la codifica non avviene in frequenza (FDMA) o nel tempo (TDMA) ma mediante specifici segnali detti codici $c(t)$. Questi codici sono segnali di durata $t = L_c$ che possono assumere i valori:

$$c(t) = \pm 1, \quad \forall t \in \{0, \dots, L_c\}$$

Nello specifico possiamo dire che:

$$P[c_i = 1] = P[c_i = -1] = \frac{1}{2}.$$

Ovvero che le singole realizzazioni dell'esperimento di valutazione del valore corrente del codice vanno come variabili aleatorie binarie equiprobabili.

Sia dunque un segnale $s(t)$ a durata limitata T_b , allora definiamo $y(t) = c(t) \cdot s(t)$. Inoltre, se $c(t)$ varia per ogni intervallo $t = T_c \ll T_b$, $y(t)$ avrà banda $B_{y(t)}$ t.c. :

$$B_{y(t)} = B_{c(t)} = \frac{1}{T_c} > B_{s(t)} = \frac{1}{T_b}.$$

Il segnale $y(t)$ sarà quindi la versione frequency spread di $s(t)$; quest'ultimo può essere però recuperato moltiplicando il segnale prodotto $y(t)$ per il medesimo codice $c(t)$. Essendo che questi varia tra 1 e -1, basterà infatti definire $y'(t)$ t.c.:

$$y'(t) = y(t) \cdot c(t) = s(t) \cdot c(t) \cdot c(t) = s(t) \cdot c(t)^2;$$

dove per $c(t)^2 = 1$ (il prodotto di ± 1 per sé stesso restituirà sempre 1):

$$y'(t) = s(t) \cdot c(t)^2 = s(t).$$

Deduciamo quindi che tutti gli effetti del frequency spread del codice sul segnale prodotto vengono annullati ed è possibile risalire al segnale originariamente trasmesso $s(t)$.

Diverso è il panorama multi-utente dove, nel segnale aggregato che viaggia sul canale, vi sono molti codici differenti. Si immagini di avere N utenti con i rispettivi codici associati, allora all' i -esimo utente, a valle della demodulazione e del prodotto con il codice $c_i(t)$ accordato, il segnale $y(t)$ sarà la somma tra il segnale a lui indirizzato e tutti i termini dei vari $N - 1$ segnali, spread out con i rispettivi codici e moltiplicati con il codice $c_i(t)$.

Si consideri la trasmissione su un canale ideale di N utenti il cui accesso al mezzo condiviso è gestito mediante Non-Orthogonal CDMA; sia inoltre c_1 il codice associato al primo utente, ε_s l'energia del segnale del primo utente, ottenuta mediante il prodotto con il codice associato, e siano s_n con $n \in N$ i segnali destinati ai rispettivi N utenti, allora per il primo utente il segnale y_1 a valle della demodulazione sarà t.c. :

$$y_1 = \varepsilon_s + \sum_{k=1}^{L_c} c_{1k} \sum_{n \neq 1} s_{nk} c_{nk}$$

$$\text{con } L_c = \frac{T_b}{T_c}.$$

y_1 è quindi un segnale con interferenza MU; nello specifico, a meno dell'energia ε_s , tutta l'espressione descrive e rappresenta l'interferenza sul ricevitore, nel nostro caso l'utente 1.

1.3 Interferenza come fenomeno Gaussiano

Analisi teorica dell'interferenza generata dalla sovrapposizione dei segnali degli utenti in un sistema CDMA non ortogonale al fine di dimostrarne l'approssimazione come variabile aleatoria gaussiana.

È possibile dimostrare che, assegnando a ogni utente un codice i cui valori sono variabili aleatorie binarie indipendenti e identicamente distribuite (i.i.d.), come in effetti presentato nel paragrafo precedente, l'interferenza multi-utente può essere approssimata come una variabile gaussiana a livello del singolo utente grazie al *Teorema del Limite Centrale*. Infatti, l'interferenza percepita da un utente è data dalla somma delle contribuzioni interferenti provenienti dagli altri utenti, ciascuna ponderata dai codici assegnati e dai relativi segnali trasmessi.

Poiché tali contribuzioni possono essere considerate variabili casuali indipendenti, ad esempio nella nostra trattazione sono variabili binarie indipendenti, dato un numero sufficientemente elevato di utenti interferenti, la distribuzione della somma tende a una gaussiana.

Questo risultato, di seguito dimostrato al fine di ottenere i parametri necessari a mappare la detta gaussiana nel codice di simulazione, garantisce una solida base teorica per modellare l'interferenza multi-utente come un processo gaussiano nelle analisi e simulazioni.

Valutiamo, a meno dell'energia del segnale s_1 , ovvero ε_s , i termini della seguente uguaglianza la quale descrive il segnale y_1 ricevuto a valle del demodulatore dal primo utente:

$$y_1 = \varepsilon_s + \sum_{k=1}^{L_c} c_{1k} \sum_{n \neq 1} s_{nk} c_{nk}$$

D'ora in poi, poiché non influente sulla dimostrazione dell'interferenza come fenomeno gaussiano, si escluderà il termine ε_s da ogni computazione.

1. *Somma doppia:*

$$\sum_{k=1}^{L_c} \left(c_{1k} \sum_{n \neq 1} s_{nk} c_{nk} \right).$$

con c_{nk} e s_{nk} variabili aleatorie binarie indipendenti, tali che:

$$s_{nk}, c_{nk} \in \{-1, +1\}, \quad P[x = 1] = P[x = -1] = \frac{1}{2}.$$

Questa somma è la composizione di due termini; una somma esterna che descrive il frequency spread causato dal codice associato al primo utente (c_{1k}) su tutti gli altri $N - 1$ utenti del sistema e una somma interna.

2. *Somma interna:*

$$\sum_{n \neq 1} s_{nk} c_{nk}$$

Ovvero il termine che rappresenta tutta la restante componente di segnale aggregato che non "serve" al ricevitore considerato, nel nostro caso utente 1, poiché porta con sé solo i restanti $N - 1$ segnali già spread out dai rispettivi codici.

Si noti che, essendo gli N termini s_n i segnali trasmessi associati agli N utenti, ed essendo i k termini c_k i "frammenti" di codice le cui realizzazioni $c_k = \pm 1$ sono da condizioni iniziali definite equiprobabili, allora ogni componente s_{nk} e c_{nk} sarà una variabile aleatoria binaria con $p = \frac{1}{2}$ e il loro prodotto sarà, poiché prodotto di due variabili aleatorie binarie, una variabile aleatoria binaria i.i.d. per fissato valore n .

Formalizzazione della distribuzione gaussiana per y_1

Sia il termine S_k definito come segue:

$$S_k = \sum_{n \neq 1} s_{nk} c_{nk}.$$

Poiché s_{nk} e c_{nk} sono variabili binarie indipendenti, la media del prodotto è:

$$E[s_{nk} c_{nk}] = E[s_{nk}] \cdot E[c_{nk}].$$

Dato che $E[s_{nk}] = 0$ e $E[c_{nk}] = 0$, si ha:

$$E[S_k] = \sum_{n \neq 1} E[s_{nk} c_{nk}] = 0.$$

La varianza di S_k è:

$$\text{Var}(S_k) = \sum_{n \neq 1} \text{Var}(s_{nk} c_{nk}).$$

Poiché s_{nk} e c_{nk} sono indipendenti, abbiamo:

$$\text{Var}(s_{nk} \cdot c_{nk}) = E[(s_{nk} \cdot c_{nk})^2] - (E[s_{nk} \cdot c_{nk}])^2.$$

Dato che s_{nk} e c_{nk} sono binarie ($x^2 = 1$), risulta:

$$\text{Var}(s_{nk}c_{nk}) = 1 - 0^2 = 1.$$

Pertanto:

$$\text{Var}(S_k) = \sum_{n \neq 1} 1 = (N - 1),$$

dove $N - 1$ è il numero di termini nella somma ($n \neq 1$).

Applicando quindi il Teorema del Limite Centrale (CLT), per $N \rightarrow \infty$, la distribuzione di S_k tende a:

$$S_k \sim \mathcal{N}(0, N - 1).$$

Valutazione della somma esterna

Ora consideriamo la somma esterna:

$$y_1 = \sum_{k=1}^{L_c} c_{1k} S_k.$$

Sostituendo S_k , abbiamo:

$$y_1 = \sum_{k=1}^{L_c} c_{1k} \mathcal{N}(0, N - 1).$$

Poiché c_{1k} è una variabile binaria indipendente con $E[c_{1k}] = 0$, allora:

$$E[y_1] = \sum_{k=1}^{L_c} E[c_{1k}] \cdot E[S_k] = 0.$$

La varianza totale è:

$$\text{Var}(y_1) = \sum_{k=1}^{L_c} \text{Var}(c_{1k} S_k).$$

Poiché c_{1k} è binario ($\text{Var}(c_{1k}) = 1$) e indipendente da S_k , abbiamo:

$$\text{Var}(y_1) = \sum_{k=1}^{L_c} \text{Var}(S_k).$$

Sostituendo $\text{Var}(S_k) = N - 1$, otteniamo:

$$\text{Var}(y_1) = \sum_{k=1}^{L_c} (N - 1) = L_c (N - 1).$$

C v d

Possiamo quindi dire che i contributi dei codici c e dei segnali s , che costituiscono i termini del segnale aggregato ricevuto dal destinatario a valle della demodulazione, vanno per N sufficientemente grande come una gaussiana di varianza $L_c \cdot (N - 1)$.

Per essere precisi, alla valutazione della somma più esterna, il segnale ricevuto a destinazione sarà pari proprio al segnale trasmesso in origine traslato di un fattore pari a $\sum_{k=1}^{L_c} c_{1k}$ volte la gaussiana dell'interferenza, ovvero una gaussiana : $\sim \mathcal{N}(0, L_c \cdot (N - 1))$.

2 Simulazioni MATLAB

2.1 Setup delle simulazioni

Descrizione dettagliata del framework di simulazione sviluppato in MATLAB. Si specificano i parametri del sistema, tra cui numero di utenti, lunghezza dei codici, rapporto segnale-rumore (SNR), configurazione del canale e Montecarlo.

Il framework sviluppato simula il comportamento di un sistema di telecomunicazione che sfrutta un PAM binario su mezzo condiviso con gestione degli accessi mediante CDMA non ortogonale. I parametri caratterizzanti i test sono:

- Parametri di input:
 1. N , numero utenti del canale;
 2. SNRdB, intervallo di rapporto segnale rumore di interesse;
 3. T_b , durata del simbolo trasmesso da ogni utente (tempo di bit);
 4. T_c , durata di un chip del codice;
 5. MonteCarlo, numero totale di simulazioni di trasmissione per singolo SNR;
- Parametri interni al framework:
 1. L_c , numero di chip necessari per trasmettere un singolo segnale, nel nostro caso un singolo bit;
 2. A , matrice dei simboli trasmissibili, nel nostro caso 1 e -1;

Definizione dei test cases

Definiamo i casi di test fornendo anzitutto il valore di alcuni parametri di input, che chiameremo invarianti, i quali definiscono sommariamente alcune caratteristiche del framework e del sistema considerato.

Saranno invarianti:

- SNRdB = [0dB, ..., 10dB] ;
- $T_b = 2 \cdot 10^{-6}$ s;
- $T_c = 1 \cdot 10^{-6}$ s;
- MonteCarlo = $1 \cdot 10^6$.

Varierà invece il numero di utenti N al fine di valutare gli effetti dell'interferenza all'aumentare dell'utenza mediante l'osservazione dell'andamento delle Pe .

Sia la struttura di un qualsiasi input al codice definita come segue:

main(N , SNRdB, T_b , T_c , Montecarlo);

allora stabiliamo i seguenti due casi di test:

- a. main(10, [0:10], 2e-6, 1e-6, 1e6);
- b. main(100, [0:10], 2e-6, 1e-6, 1e6);

2.2 Simulazione per N=10 utenti

Presentazione ed analisi dei risultati della simulazione per un sistema a 10 utenti con PAM e CDMA non ortogonale operante su un canale con e senza rumore. Viene analizzata la distribuzione della probabilità di errore in funzione del numero ridotto di utenti, valutando il fenomeno dell'interferenza e l'influenza del rumore su di esso.

2.2.1 Canale Ideale

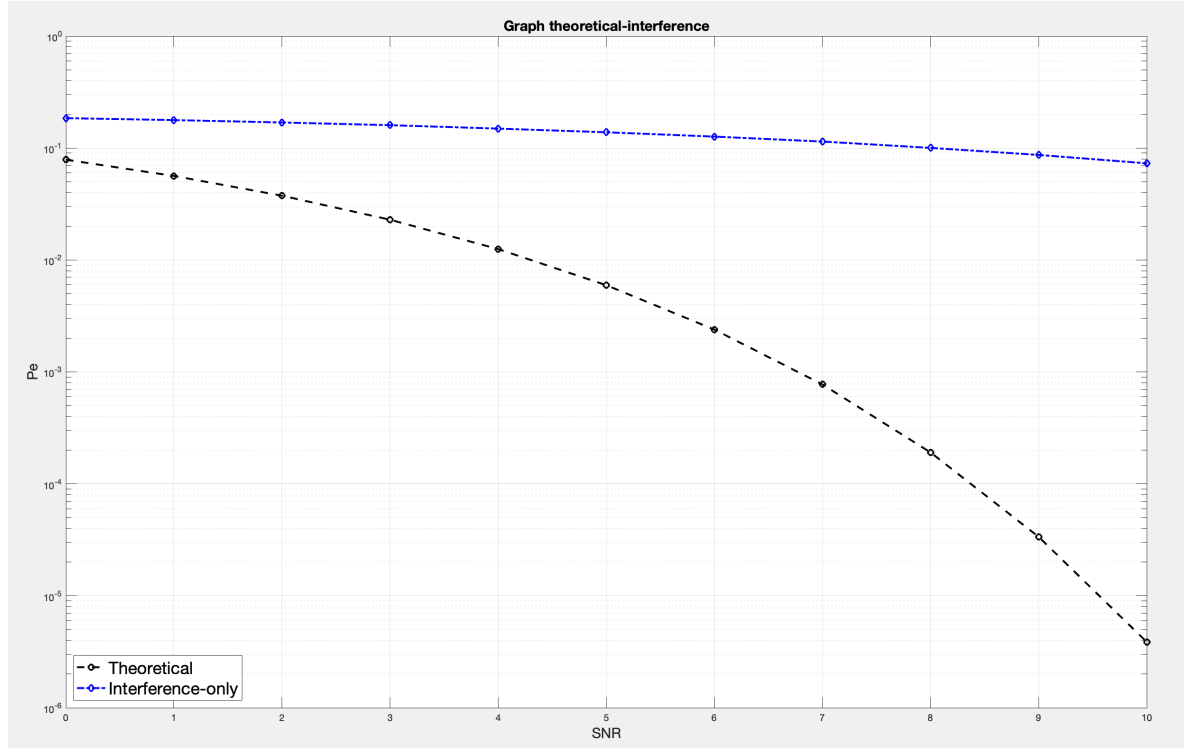


Figure 1: Simulazione a. - main(10, [0:10], 2e-6, 1e-6, 1e6);

L'output in figura mostra l'andamento delle probabilità di errore mediate sulle MonteCarlo realizzazioni per singolo valore di SNRdB. Nello specifico, la curva nera mostra l'andamento della P_e teorica del 2-PAM, già descritta in Sec. 1.1, mentre la curva blu mostra l'andamento della P_e simulata con interferenza MU. Sia detto $IntPe \approx 10^{-1}$ il valore della curva blu in SNRdB=10 e $ThPe \approx 10^{-5}$ il valore della curva nera nel medesimo punto, allora il deterioramento percentuale delle prestazioni Δ sarà pari a $\Delta \approx \frac{IntPe - ThPe}{ThPe} \cdot 100 = 999900\%$.

Nonostante ciò, è da considerare che la curva teorica fa riferimento ad un PAM binario senza multiutenza o gestione degli accessi al canale; difatti tale risultato ottenuto non è pessimo, poiché il suo andamento grafico suggerisce una legge di decadimento esponenziale delle P_e all'aumento dell'SNR, seppur sia comunque molto lento. Ciò che è infine necessario dire è che la curva legdata come *Interference-only* rappresenterà d'ora in avanti la nuova migliore aspettativa teorica, poiché unico risultato su canale ideale se si considerano gli effetti della scelta di un Non-Orthogonal CDMA. Ciò che ci aspettiamo infatti di vedere nel seguente output, ove la trasmissione è affetta da rumore termico AWGN sul destinatario, o più semplicemente su un canale rumoroso, è non solo un generico peggioramento delle P_e ma anche e soprattutto un andamento non più di tipo esponenziale decrescente.

2.2.2 Canale Rumoroso

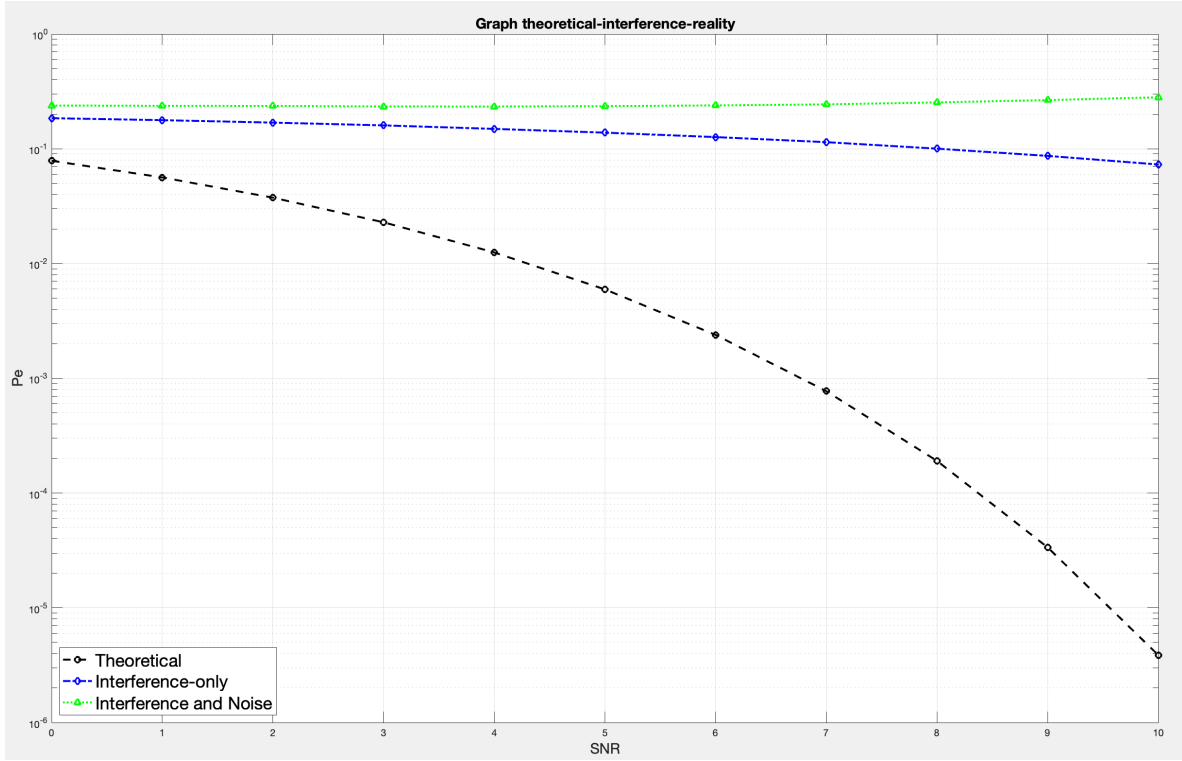


Figure 2: Simulazione a. - `main(10, [0:10], 2e-6, 1e-6, 1e6)`;

La figura ha ora tre curve e mostra con chiarezza gli effetti che un canale non ideale ha sulle prestazioni del sistema. Osservando la nuova curva di colore verde, legdata *Interference and Noise*, possiamo infatti vedere con chiarezza la correttezza delle nostre aspettative. Abbiamo difatti non solo un ulteriore peggioramento delle prestazioni ma, cosa ben più importante, un andamento addirittura basso polinomiale-logaritmico crescente. Per SNR medi infatti, dove per medi si fa riferimento ad un intervallo che copra da un segnale esattamente pari al rumore ad un segnale 20dB più forte del rumore, e quindi a circa 10dB, l'andamento delle P_e sembra accennare addirittura una crescita. In maniera piuttosto controintuitiva infatti sembrerebbe che all'aumentare del rapporto segnale-rumore, il che in un certo senso equivale a dire a riduzione del rumore, le probabilità di errore aumentino. Ciò potrebbe essere dovuto al fatto che, con un numero non eccessivamente elevato di utenti, gli effetti logoranti dell'interferenza vengano notevolmente amplificati da quelli del rumore generando "peggioramenti" tanto evidenti quanti meno utenti si hanno sul canale. Potremmo valutare la correttezza d'ipotesi simulando per un numero di utenti minimo, ad esempio $N = 2$ (vedi Figure 3.), ignorando che l'ipotesi d'interferenza come fenomeno gaussiano non sarebbe più così solida con pochi utenti. Se l'ipotesi fosse vera allora vorrebbe dire che all'aumento degli utenti la curva delle probabilità tenderebbe ad una crescita sub-lineare. Utilizziamo la simulazione b. (vedi Figure 4.) per valutare anche questa seconda ipotesi.

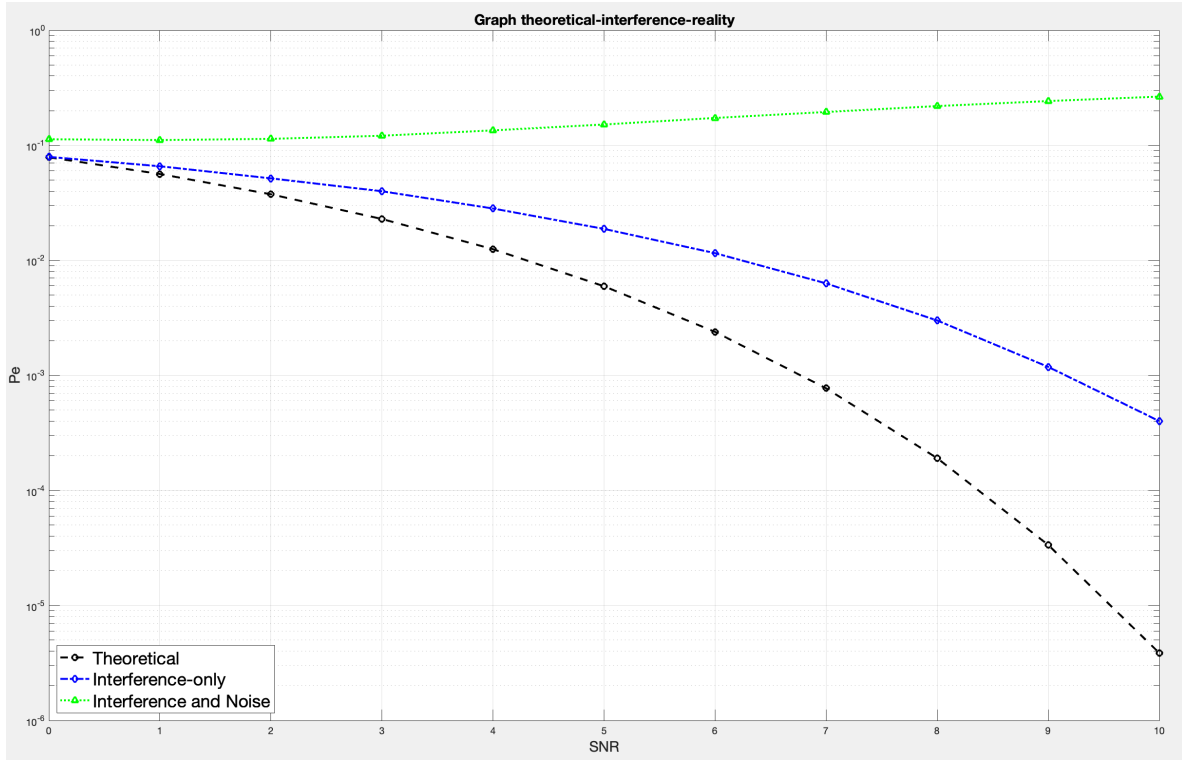


Figure 3: Simulazione a.bis - `main(2, [0:10], 2e-6, 1e-6, 1e6);`

Possiamo subito da questa figura constatare la correttezza della nostra ipotesi.

Ipotizzando che l'interferenza sia come il rumore termico sempre un fenomeno di tipo gaussiano e che si stia valutando un canale rumoroso, a prescindere dal numero di utenti sul canale, allora minore sarà il numero di utenti tanto più ripida sarà la curva dell'andamento delle Pe , suggerendo una crescita polinomiale di basso ordine.

Seppur come appena detto con pochi utenti la gaussiana dell'interferenza è più che altro un'assunzione per descrivere quanto osserviamo, è comunque importante tenere in considerazione che l'andamento della curva *Interference-only* non è "casuale". Si intende con ciò che la curva simulata, per questioni di scrittura del codice, assume a priori l'interferenza approssimata ad una gaussiana $\mathcal{N}(0, Lc \cdot (N - 1))$, e quindi l'andamento che essa restituisce è un indice della forte dipendenza dal numero di utenti. Infatti, poiché in questo caso ($N = 2$) abbiamo una $IntPe \approx 10^{-3}$ in SNRdB=10, contro il suo precedente valore, per $N = 10$, $IntPe \approx 10^{-1}$, ci aspettiamo di vedere in simulazione b. una molto più elevata $IntPe$, a fissato SNRdB ed un andamento di *Interference and Noise* si crescente, ma molto più lento.

2.3 Simulazione per N=100 utenti

Presentazione ed analisi dei risultati della simulazione con lo stesso sistema ma un numero molto maggiore di utenti e solo su canale rumoroso. Viene valutata la robustezza del sistema rispetto al rumore e confrontate le curve di probabilità con quelle precedentemente ottenute.

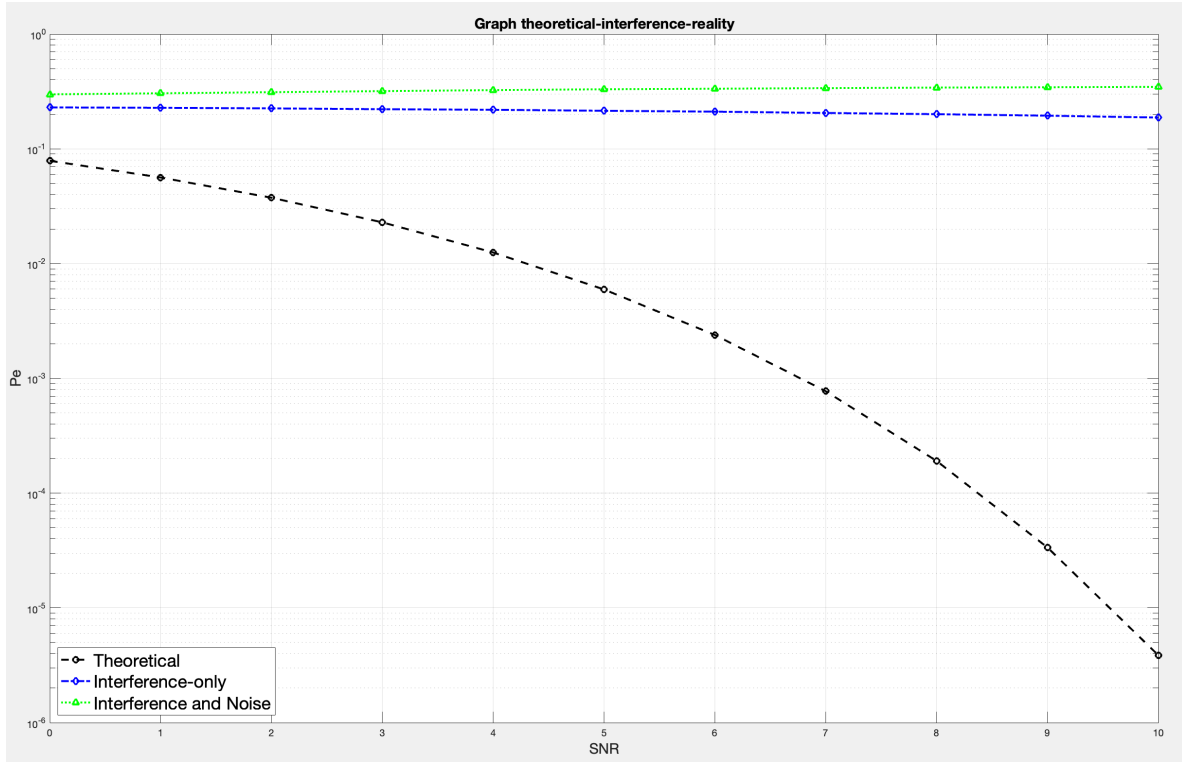


Figure 4: Simulazione b. - main(100, [0:10], 2e-6, 1e-6, 1e6);

Quanto osserviamo in figura ci permette di confermare ancora una volta tutte le nostre ipotesi. Ad essere precisi, per quanto concerne la valutazione su canale rumoroso, ciò che osserviamo è un andamento di *Interference and Noise* praticamente logaritmico costante - **molto lentamente** crescente.

Il risultato è molto interessante poiché quasi controintuitivo. Ciò che le nostre simulazioni mostrano infatti, quando confrontate, è un miglioramento dell'**andamento** delle Pe ma con un peggioramento drastico dei **singoli valori** di Pe all'aumentare degli utenti. In sostanza sembrerebbe che quando vi è sia rumore che MU, seppur il sistema con $N < 100$ utenti abbia probabilità di errore minori per fissato SNRdB, la corrente sia la configurazione migliore. Poiché in ognuna delle simulazioni condotte $Pe \approx \{10^{-1}, \dots, 5 \cdot 10^{-1}\}$ sulla curva *Interference and Noise*, risulta più conveniente avere un andamento sub-lineare o logaritmico costante-lentamente crescente rispetto agli andamenti polinomiali precedentemente ottenuti. L'aspetto controintuitivo della questione è che il rumore è sempre una gaussiana la cui varianza è affetta solo dal SNR e che interagisce con il segnale aggregato sempre nella stessa randomica maniera ovvero mediante una relazione di somma, mentre la varianza dell'interferenza cresce linearmente con l'aumento degli utenti; ciò vuol dire che nonostante vi siano più utenti e una maggiore interferenza su ognuno di essi, in contesti più vicini alla realtà, e quindi con rumore termico al destinatario, per $N \rightarrow \infty$ l'effetto singolo dell'interferenza può essere trascurato rispetto a quello combinato rumore-MU.

3 Conclusioni

L'analisi condotta ha evidenziato come il comportamento di un sistema CDMA non ortogonale sia profondamente influenzato dalle condizioni del canale e dalle caratteristiche della tecnologia stessa. In uno scenario ideale, la curva teorica conferma che la probabilità di errore (Pe) diminuisce esponenzialmente con l'aumentare del rapporto segnale-rumore (SNR), riflettendo il comportamento atteso per un canale privo di interferenze e rumore. Tuttavia, quando si introduce l'interferenza multi-utente, il sistema subisce un degrado significativo delle prestazioni. La simulazione ha mostrato che, in assenza di rumore, Pe rimane pressoché costante per bassi valori di SNR , suggerendo che l'interferenza

domina completamente il comportamento del sistema in queste condizioni. Tale fenomeno evidenzia la difficoltà intrinseca nella separazione dei segnali degli utenti, dovuta alla correlazione imperfetta tra i codici utilizzati in un ambiente non ortogonale. Solo quando il SNR cresce a valori sufficientemente elevati, l'effetto dell'interferenza diventa meno marcato, e si osserva una diminuzione più netta della probabilità di errore.

L'introduzione del rumore bianco additivo (AWGN) complica ulteriormente lo scenario. In presenza simultanea di interferenza multi-utente e rumore, il sistema mostra un ulteriore peggioramento delle prestazioni, con una saturazione di Pe anche per valori di SNR elevati. Questo risultato sottolinea che, anche in condizioni di buon rapporto segnale-rumore, l'interferenza multi-utente rimane il fattore predominante nel limitare l'efficienza del sistema. La combinazione di interferenza e rumore crea dunque una condizione in cui il miglioramento del SNR non si traduce in una significativa riduzione della probabilità di errore, evidenziando i limiti strutturali di un approccio CDMA non ortogonale in tali scenari. Un ulteriore aspetto critico emerso dall'analisi è la forte dipendenza delle prestazioni dal numero di utenti. All'aumentare del numero di utenti, la saturazione di Pe si manifesta a livelli sempre più alti, indicando una perdita di efficienza spettrale. Questo comportamento limita drasticamente l'applicabilità di questa tecnologia in contesti ad alta densità di traffico, come le moderne reti mobili. È evidente che, per mitigare tali effetti negativi, siano necessari miglioramenti significativi, sia nel design dei codici sia nelle tecniche di ricezione. Alcune alternative per mitigare gli effetti dell'interferenza multiutente e migliorare le prestazioni del sistema potrebbero essere:

- *Modulazioni alternative:* La modulazione 2-PAM potrebbe essere sostituita da schemi più robusti, come QAM o PSK, che offrono migliori capacità di discriminazione in presenza di interferenza e rumore.
- *Codici di lunghezza maggiore:* Aumentare la lunghezza L_c dei codici CDMA potrebbe ridurre gli effetti dell'interferenza non ortogonale, favorendo una maggiore separabilità tra gli utenti.
- *Numero di simboli ottimizzato:* L'uso di un numero ottimale di simboli nella modulazione potrebbe mitigare l'interferenza senza introdurre una complessità computazionale eccessiva.
- *Schemi di accesso ibridi:* L'integrazione del CDMA non ortogonale con altre tecniche di accesso, come OFDMA, potrebbe migliorare l'efficienza spettrale e ridurre le Pe anche in condizioni di elevata multiutenza.

In sintesi, le simulazioni hanno confermato che il CDMA non ortogonale, pur offrendo una certa flessibilità, presenta limitazioni strutturali rilevanti quando applicato in condizioni realistiche. La principale sfida risiede nella gestione dell'interferenza multi-utente, che maschera i benefici di un elevato SNR e ne compromette l'efficienza. Sebbene la configurazione con molti utenti sembri fornire un andamento delle Pe più favorevole, rimane critico ottimizzare sia i parametri del sistema che gli schemi di accesso al mezzo per garantire una comunicazione affidabile, anche in scenari con interferenza e rumore. Il futuro lavoro potrebbe focalizzarsi su simulazioni con tecniche di codifica avanzate e schemi adattivi per esplorare ulteriormente le potenzialità di miglioramento di tali sistemi, o magari l'implementazione di algoritmi di cancellazione dell'interferenza.