

VIETNAMESE REKENSLANG



Opgave

In Vietnam krijgen 8-jarige leerlingen regelmatig een grafisch wiskunderaadsel voorgeschoteld in de vorm van een rekenslang. Een dergelijke rekenslang is een vergelijking bestaande uit een sequentie van een aantal bewerkingen op gehele getallen in het ene lid en een geheel getal in het andere lid. In de vergelijking ontbreken een aantal getallen. Je mag ervan uitgaan dat het getal in het rechterlid steeds bekend is; daar zal er m.a.w. geen ontbrekend getal moeten worden ingevuld. Jouw taak bestaat erin een programma te schrijven dat deze getallen op de correcte plaats invult.

In het originele probleem ontbreken de getallen 1 t.e.m. 9. In deze opgave geven we telkens op wat de ontbrekende getallen zijn, waarbij we garanderen dat elk ontbrekend getal exact één keer wordt gebruikt. De volgorde van de bewerkingen is de normale evaluatievolgorde: eerst de vermenigvuldiging en de deling, vervolgens de optelling en de aftrekking, telkens van links naar rechts. Je programma moet deze evaluatievolgorde dus respecteren! Bij de deling wordt de gehele deling gebruikt, en jij moet ervoor zorgen dat die opgaat, m.a.w. het resultaat van een deling is een geheel getal en de rest na deling moet 0 zijn.

Je programma moet alle mogelijke oplossingen genereren voor de gegeven vergelijking en de opgegeven ontbrekende getallen.

Voorbeeld De rekenslang uit fig. 1 kan geschreven worden als

$$A + \left(\frac{13 \times B}{C}\right) + D + (12 \times E) - F - 11 + \left(\frac{G \times H}{I}\right) - 10 = 66, \quad (1)$$

waarbij de symbolen A t.e.m. I een keuze uit de gehele getallen $1, 2, \dots, 9$ voorstellen. Hierbij moeten zowel $\frac{13 \times B}{C}$ als $\frac{G \times H}{I}$ gehele getallen zijn. Na enig zoekwerk blijkt een oplossing voor verg. (1) de volgende toekenning te zijn:

$$3 + \left(\frac{13 \times 2}{1}\right) + 5 + (12 \times 4) - 7 - 11 + \left(\frac{8 \times 9}{6}\right) - 10 = 66,$$

maar andere oplossingen zoals

$$9 + \left(\frac{13 \times 4}{1}\right) + 5 + (12 \times 2) - 7 - 11 + \left(\frac{8 \times 3}{6}\right) - 10 = 66$$

zijn ook mogelijk.

			-		66
+		X		-	=
13		12		11	10
X		+		+	-
:		+		X	:

Figuur 1: Voorbeeld van een Vietnamese rekenlang.

Invoer

Alle getallen en symbolen in de invoer die op dezelfde regel voorkomen, worden gescheiden door 1 enkele spatie; alle regels worden beëindigd met één enkele newline `\n`.

De invoer begint met een regel met daarop één enkel geheel getal n dat aangeeft hoeveel verschillende rekenlangen je programma moet verwerken. Daarna volgt voor elke rekenlang de beschrijving die uit twee regels bestaat. De eerste regel bevat de ontbrekende getallen in stijgende volgorde. De tweede regel beschrijft de vergelijking. Ontbrekende getallen worden voorgesteld door een van de letters $\{A, \dots, I\}$. De volgende symbolen worden gebruikt voor de operatoren (i) optelling: $+$, (ii) aftrekking: $-$, (iii) vermenigvuldiging: $*$ en (iv) deling: $:$, terwijl het gelijkheidsteken wordt voorgesteld door $=$. Daarnaast kan de vergelijking ook natuurlijke getallen bevatten. Alle symbolen, getallen en letters worden telkens gescheiden door een enkele spatie.

VOORBEELDINVOER

```

1
1 2 3 4 5 6 7 8 9
A + 13 * B : C + D + 12 * E - F - 11 + G * H : I - 10 = 66

```

Uitvoer

Als er t_i oplossingen zijn voor testgeval i , dan bestaat de uitvoer voor dit geval uit t_i regels. Opdat de oplossing geverifieerd kan worden, is het belangrijk dat de verschillende oplossingen (per probleemgeval) in lexicografisch oplopende volgorde uitgeprint worden. In elke regel uitvoer wordt telkens aangegeven welke waarde elke onbekende krijgt, waarbij de onbekende en de waarde gescheiden worden door een = (gelijkheidsteken). Deze toekenningen worden van elkaar gescheiden door een enkele spatie. Elke regel begint bovendien met het volgnummer van het geval dat wordt behandeld. Elke regel in de uitvoer wordt beëindigd door een newline ($\backslash n$).

VOORBEELDUITVOER

1	A=3	B=2	C=1	D=5	E=4	F=7	G=8	H=9	I=6
1	A=3	B=2	C=1	D=5	E=4	F=7	G=9	H=8	I=6
1	A=5	B=2	C=1	D=3	E=4	F=7	G=8	H=9	I=6
1	A=5	B=2	C=1	D=3	E=4	F=7	G=9	H=8	I=6
1	A=5	B=3	C=1	D=7	E=2	F=6	G=8	H=9	I=4
1	A=5	B=3	C=1	D=7	E=2	F=6	G=9	H=8	I=4
1	A=5	B=4	C=1	D=9	E=2	F=7	G=3	H=8	I=6
1	A=5	B=4	C=1	D=9	E=2	F=7	G=8	H=3	I=6
1	A=5	B=9	C=3	D=6	E=2	F=1	G=7	H=8	I=4
1	A=5	B=9	C=3	D=6	E=2	F=1	G=8	H=7	I=4
1	A=6	B=3	C=1	D=9	E=2	F=5	G=7	H=8	I=4
1	A=6	B=3	C=1	D=9	E=2	F=5	G=8	H=7	I=4
1	A=6	B=9	C=3	D=5	E=2	F=1	G=7	H=8	I=4
1	A=6	B=9	C=3	D=5	E=2	F=1	G=8	H=7	I=4
1	A=7	B=3	C=1	D=5	E=2	F=6	G=8	H=9	I=4
1	A=7	B=3	C=1	D=5	E=2	F=6	G=9	H=8	I=4
1	A=9	B=3	C=1	D=6	E=2	F=5	G=7	H=8	I=4
1	A=9	B=3	C=1	D=6	E=2	F=5	G=8	H=7	I=4
1	A=9	B=4	C=1	D=5	E=2	F=7	G=3	H=8	I=6
1	A=9	B=4	C=1	D=5	E=2	F=7	G=8	H=3	I=6
