Resumen Teoría de la Programación

Mario Calvarro

Tema 1. El lenguaje WHILE

Índice

[[toc]] ## Sintaxis Tenemos los siguientes conjuntos: - Numerales: n $\in$ Num. - Variables: x $\in$ Var. - Expresiones aritméticas: a $\in$ Aexp. - Expresiones booleanas: b $\in$ Bexp. - Sentencias: S $\in$ Stm.

Semántica

Numerales

Siendo la sintaxis:

```
n ::= 0 | 1 | n 0 | n 1
```

La función semántica es:

$$\mathcal{N} : \text{Num} \to \mathbb{Z}$$

$$\mathcal{N}[\![0]\!] = 0\mathcal{N}[\![1]\!] = 1\mathcal{N}[\![n\ 0]\!] = 2 \cdot \mathcal{N}[\![n]\!]\mathcal{N}[\![n\ 1]\!] = 2 \cdot \mathcal{N}[\![n]\!] + 1$$

Composición

Definiciones composicionales

1. Una categoría sintáctica se define dando una *sintaxis abstracta* de unos *elementos básicos* y otros *compuestos*, que se pueden descomponer en sus constituyentes inmediatos.
2. La semántica de esta categoría se define *composicionalmente*. Se da la definición directa de los elementos base y de los compuestos se da en base a la semántica de sus constituyentes.

Inducción estructural

1. Probar que la propiedad se da para los elementos base de la categoría.
2. Asumiendo, *hipótesis de inducción*, que la propiedad se cumple para los constituyentes de un elemento compuesto, probar que también se cumple para el elemento en sí.

Con esto buscamos *homomorfismos de álgebras* usando los constructores como operadores.

Expresiones

Para las expresiones tenemos que definir la función *estado*:

$$\text{State} = \text{Var} \to \mathbb{Z}.$$

Con esto podemos definir la semántica de las expresiones:

$$\mathcal{A} : \text{Aexp} \to (\text{State} \to \mathbb{Z})\, \mathcal{B} : \text{Bexp} \to (\text{State} \to \mathbb{T})$$

que se definen composicionalmente de manera natural.

Propiedades de la semántica

Variables libres

Llamamos *variables libres* de una expresión a aquellas variables que se encuentran en la misma. Se definen composicionalmente sobre los operadores de la expresión de manera natural.

Lema Sean s y s' dos estados tales que $s\ x = s'\ x,\ \forall x \in \text{FV}\,(a)$. Entonces, $\mathcal{A}[\![a]\!]s = \mathcal{A}[\![a]\!]s'$.

Sustituciones

Una sustitución en una expresión consiste en el reemplazamiento de cada aparición de una variable libre por una expresión. De nuevo, se define composicionalmente de manera natural, pero para el caso base será así:

$$x\,[y \to a_0] = \begin{cases} a_0 & \text{si } x = y \\ x & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

Dicho de otra forma, los estados se actualizarán tal que:

$$(s\,[y \to v])x = \begin{cases} v & \text{si } x = y \\ s\ x & \text{si } x \neq y \end{cases}$$