Taller Formativo 13

Mario Castillo Sanhueza , Felipe Espinoza Sanchez

Docente: Dr. Julio Rojas Mora

Departamento de Ingeniería Informática
Facultad de Ingeniería
Universidad Católica de Temuco

Septiembre 14, 2022

1. Problemática.

1. En un aula el 70 % de los alumnos son mujeres. De ellas, al 90 % les gusta la estadística, mientras que al 20 % de los hombres no les gusta. ¿Cuál es la probabilidad de que a un alumno al azar le guste la estadística?

2. En un aula el 70 % de los alumnos son mujeres. De ellas, al 90 % les gusta la estadística, mientras que al 20 % de los hombres no les gusta. Si se elije un estudiante al azar y le gusta la estadística, ¿cuál es la probabilidad de que sea un hombre?.

3. Si se elige al azar una tubería y no cumple el largo, ¿cuál es la probabilidad de ser normal?.

4. Suponga que hay seis bolas en una bolsa. Son idénticas excepto por el color. Dos de ellas son rojas, tres son azules y una es verde. Se le indica que debe sacar una bola, anotar su color y apartarla. A continuación se le indica que debe sacar otra bola, anotar su color y apartarla. Finalmente, saca una tercera bola y anota su color.

   a) ¿Cuáles son los eventos del experimento y cuáles sus probabilidades?.

   b) ¿Cuál es la probabilidad de sacar la bola verde en la tercera bola?.

   c) Dado que la bola verde salió en la primera bola, ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera bola sea roja o azul?.

2. Desarrollo

1. Para comprender esta resolución debemos entender que para calcular la probabilidad combinada que deseamos, es decir la probabilidad de escoger un alumno al azar le guste la estadística, debemos descomponer las probabilidades que se nos mencionan anteriormente de la forma:

$$P(E) = P(M \cap E) + P(H \cap E) \tag{1}$$

Es decir $P(E)$ la probabilidad que a un alumno al azar le guste la estadística es igual a $P(M \cap E)$, la probabilidad de una alumna mujer que le guste la estadística más $P(H \cap E)$, la probabilidad de un alumno hombre que le guste la (se ha alcanzado el límite de sugerencias).

$$P(E) = P(M) \cdot P(E \mid M) + P(H) \cdot P(E \mid H) \tag{2}$$

Podemos separar entonces este resultado $P(E)$ como la probabilidad de mujeres $P(M)$ multiplicado por la probabilidad de mujeres que le gusta la estadística $P(E \mid M)$ sumado a la probabilidad de hombres $P(H)$ multiplicado por la probabilidad de hombres que le gusta la estadística $P(E \mid H)$.

$$P(E) = 0{,}7 \cdot 0{,}9 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 \tag{3}$$

$$P(E) = 0{,}87 \tag{4}$$

Luego de calcular obtenemos entonces que existe una probabilidad de 87 % para este evento. Los principales problemas que nos propuso este ejercicio fue la de recordar propiedades de teoría de conjuntos, puesto que al explicar el problema en diálogo común se hace más claro los pasos necesarios para su resolución.

2. Para comprender esta resolución debemos entender que para calcular la probabilidad combinada que deseamos en este caso será mediante el teorema de Bayes, este nos pide formular de la siguiente manera:

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{P(B)} \tag{5}$$

En donde la probabilidad de B, $P(B)$ se puede reemplazar por el teorema de probabilidad total de la forma:

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B \mid A_i)} \tag{6}$$

Utilizando entonces este teorema conociendo los valores de la forma:

$$P(H \mid E) = \frac{P(H) \cdot P(E \mid H)}{P(E)} \tag{7}$$

Donde la probabilidad de que al azar un estudiante le guste la estadística y sea un hombre, $P(H \mid E)$ es igual a la probabilidad de hombre $P(H)$ multiplicado por la probabilidad de hombres que les gusta la estadística $P(E \mid H)$ dividido por la probabilidad total $P(E)$. Como ya conocemos la probabilidad total del cálculo anterior, podemos reemplazar de la forma:

$$P(H \mid E) = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}8}{0{,}87} \tag{8}$$

$$P(H \mid E) = 0{,}276 \tag{9}$$

Obtenemos entonces que la probabilidad de este evento es de 0,27 %. De este problema debemos tener claro que la probabilidad de B, $P(B)$, es la probabilidad sumatoria usando el teorema de probabilidad total y este debe ser calculado de la forma en que se reconoce en el primer ítem, los mayores problemas presentados en la comprensión de este pasan por reconocer cuál sería la probabilidad total del evento general.

3. Dada la siguiente tabla de frecuencia

Defectos de Fábrica	Cumple Largo SI	Cumple Largo NO	Total
Normal	189	280	469
Defecto A	108	359	467
Defecto B	6	58	64
Total B	303	697	1000

$$P(N \mid NL) = \frac{P(N) \cdot P(NL \mid N)}{P(NL)} \tag{10}$$

Podemos establecer entonces mediante el teorema de Bayes que este evento se puede calcular como la probabilidad de tubos normales que no cumplen el largo,$P(N \mid NL)$ lo que se obtiene mediante la probabilidad de tubos normales $P(N)$ multiplicado por la probabilidad de tubos normales que no cumplan el largo, $P(N \mid NL)$ dividido por la probabilidad total de tubos que no cumplen el largo $P(NL)$.

$$P(N \mid NL) = \frac{\frac{469}{1000} \cdot \frac{280}{469}}{\frac{697}{1000}} \tag{11}$$

$$P(N) = \frac{280}{697} \rightarrow 40 \tag{12}$$

Obtenemos entonces que la probabilidad de este evento se presenta con un 40 %. Los mayores problemas presentados en este ítem fueron conformar las probabilidades dado que en los casos anteriores estas estaban dadas, fue un buen ejercicio de práctica para ejercitar el reconocer estas probabilidades de los eventos dados contra su total.

4. *a*) Primero comenzamos generando nuestra tabla que nos ayudara a calcular las probabilidades.

	Rojas	Azules	Verdes
Cantidad	2	3	1
Total	2	5	6

Sea Ω=A,V,R las posibilidades iniciales creamos los eventos del experimento:

{(AAA),(AAR),(AAV)
(ARA),(ARR),(ARV)
(AVA),(AVR)
(RAA),(RAR),(RAV)
(RRA),(RRV),(RVA),(RVR)
(VAA),(VAR),(VRR),(VRA) }

Cuadro 1: Eventos

Calculamos la probabilidad de estos eventos de la forma:

$$P(T) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3) \tag{13}$$

Siendo $P(T)$ la probabilidad total, $P(B_1)$ sacar la bola número 1, $P(B_2)$ sacar la bola número 2, $P(B_3)$ sacar la bola número 3,por lo tanto, si queremos por ejemplo calcular la probabilidad de obtener Una bola roja luego una azul y luego una verde en ese orden lo calculamos de la forma:

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} \to 0{,}05 \tag{14}$$

Cabe recalcar que al tratarse de un ejercicio sin reposición la probabilidad total debe ir disminuyendo. Al usar la fórmula

propuesta para todos los eventos obtenemos:

{(AAA = 0.05),(AAR = 0.1),(AAV = 0.05)
(ARA = 0.1),(ARR = 0.05),(ARV = 0.05)
(AVA = 0.05),(AVR = 0.05)
(RAA = 0.1),(RAR = 0.05),(RAV = 0.05)
(RRA = 0.05),(RRV = 0.017),(RVA = 0.05),(RVR = 0.017)
(VAA = 0.05),(VAR = 0.05),(VRR = 0.017),(VRA = 0.05) }

Cuadro 2: Eventos

b) Para obtener una bola verde en la tercera bola debemos entonces sumar los eventos que cumplan con esta condición deseada, siendo aquellos los siguientes:
$\{(AAV = 0{,}05), (ARV = 0{,}05), (RAV = 0{,}05), (RRV = 0{,}017)\}$
Por lo tanto, el cálculo de esta probabilidad lo obtenemos de su suma siendo :

$$P(xxV) = 0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}017 \to 0{,}167 \tag{15}$$

resultando entonces que la probabilidad es de 0.16 % para este evento.

c) Para obtener la probabilidad de que la primera bola sea verde y la última roja o azul nos están hablando, entonces de una intersección de estados de la forma:

$$P(RA3 \mid V1) = \frac{P(RA3 \cap V1)}{P(V1)} \tag{16}$$

$$P(RA3 \mid V1) = \frac{0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}017 + 0{,}05}{\frac{1}{6}} \to 1 \tag{17}$$

Siendo $P(RA3 \mid V1)$ la probabilidad de obtener una bola roja o azul en la tercera bola y verde en la primera, usando el teorema de Bayes de la forma en que , $P(RA3 \cap V1)$ es la intersección del evento de obtener una bola verde en la primera bola y una bola roja o azul en la tercera bola y esto dividido en la probabilidad general de obtener una bola verde en la primera bola. Siendo estos eventos $\{$(VAA = 0.05),(VAR = 0.05),(VRR = 0.017),(VRA = 0.05)$\}$ y el evento de probabilidad total $\frac{1}{6}$ Obtenemos entonces una probabilidad del 100 % para este evento.