GRUPPO VII – ESERCIZIO 3

INTERPOLAZIONE

Per interpolazione si intende un metodo per individuare nuovi punti del piano cartesiano a partire da un insieme finito di punti dati.

METODO DI LAGRANGE

Data una funzione f(x) e n+1 punti (a_0 , a_1 , a_2,...,a_n) per cui sono noti i valori f(a_0), f(a_1), f(a_2),...,f(a_n), si definisce il polinomio interpolatore di Lagrange della funzione il polinomio:

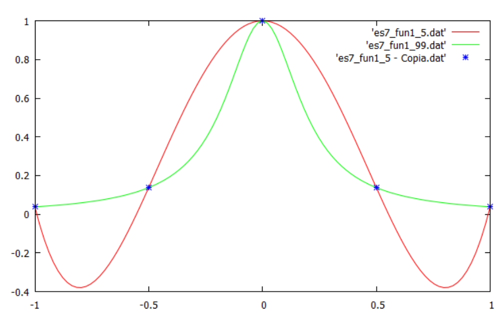
$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} f(a_i) \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^{n} \frac{x - a_j}{a_i - a_j}$$

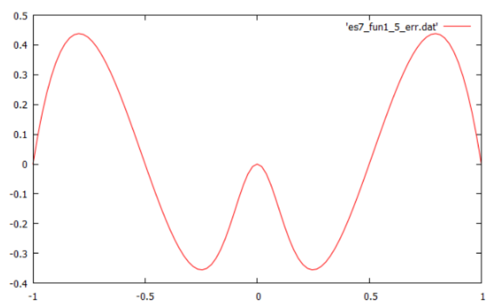
Utilizziamo sperimentalmente le nozioni acquisite dalla teoria per risolvere il seguente esercizio:

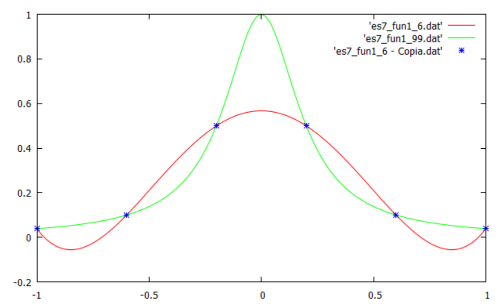
"*Verificare la bontà del metodo di interpolazione di Lagrange o di Newton su alcune funzioni, di cui si conosce la formula analitica, considerando tabulati con 5, 6, 11, 12, 20, 25 punti equidistanti. Analizzare il grafico degli errori. Costruire la tabella contenente la norma dell'errore. Commentare i risultati.*"

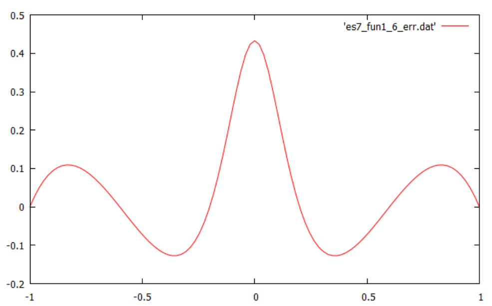
▪ TEST #1

Consideriamo la funzione: $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ definita in [-1,1]

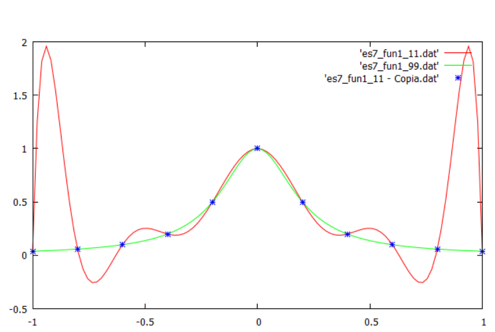
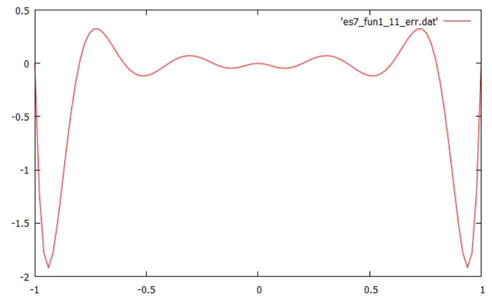
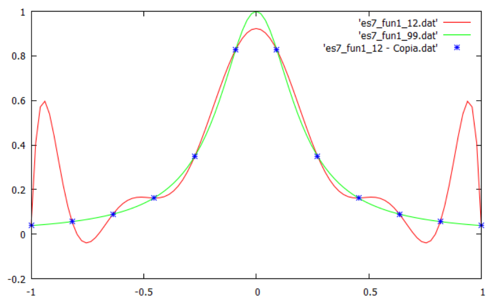
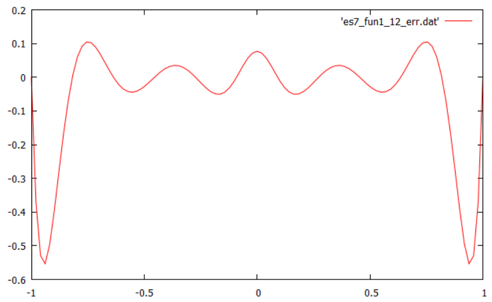
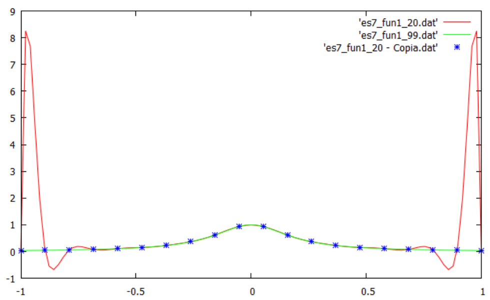
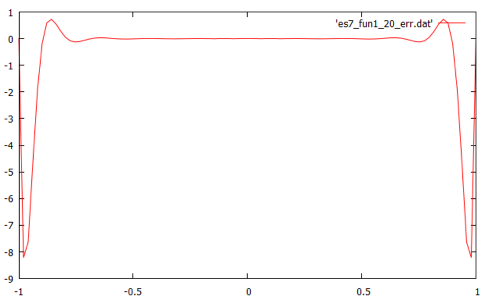
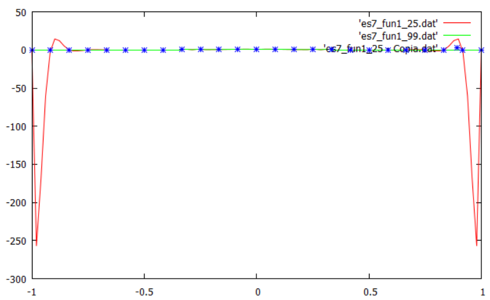
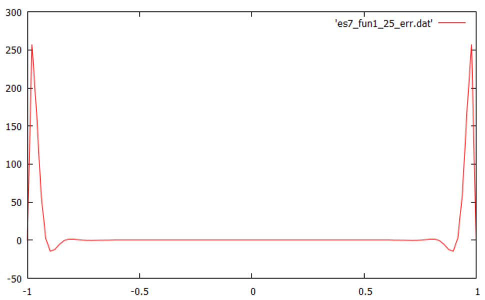
<table>
<tr><th>Interpolazione con 5 punti</th><th>Grafico dell'errore</th></tr>
<tr><td>


</td><td>


</td></tr>
<tr><th>Interpolazione con 6 punti</th><th>Grafico dell'errore</th></tr>
<tr><td>


</td><td>


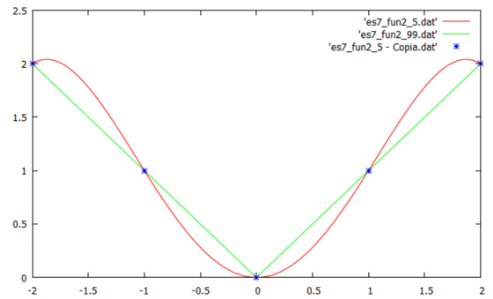
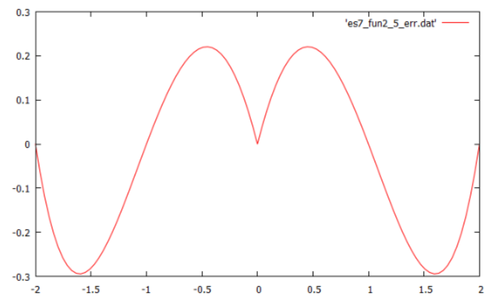
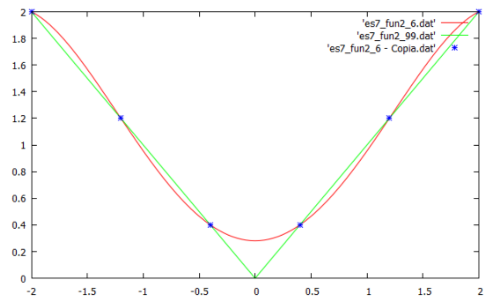
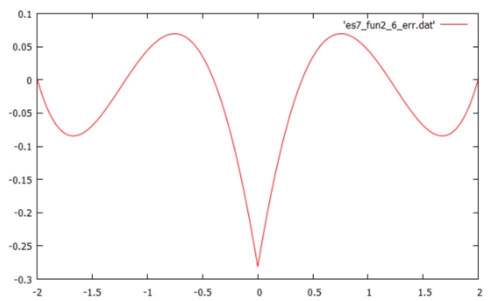
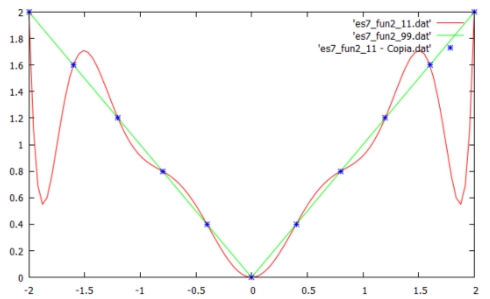
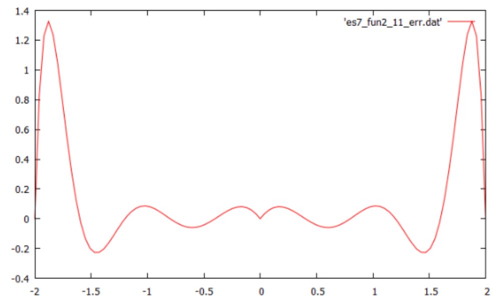
</td></tr>
</table>

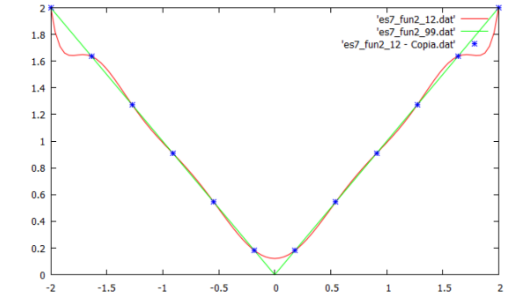
Interpolazione con 11 punti	Grafico dell’errore
	
Interpolazione con 12 punti	Grafico dell’errore
	
Interpolazione con 20 punti	Grafico dell’errore
	
Interpolazione con 25 punti	Grafico dell’errore
	

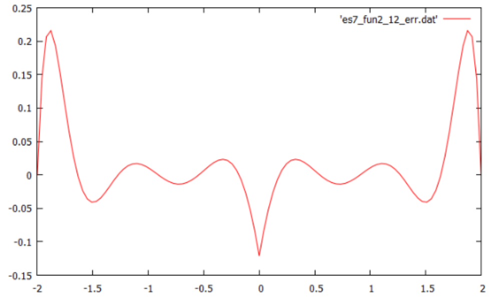
Dai vari grafici si può notare un sempre più preciso andamento della funzione considerata, ovviamente questo dipende dal numero di punti di interpolazione considerati. Quando consideriamo il numero di punti di interpolazione dispari, la curva incontra l'asse x nel punto (0,0), questo dipende ovviamente dal fatto che i punti sono scelti equidistanti. Inoltre dal grafico dell’errore si evince che le funzioni con un numero di punti di interpolazione pari interpolano meglio la curva agli estremi dell'intervallo, mentre quelle con numero di punti dispari hanno un errore minore all'interno dell'intervallo di interpolazione.

▪ TEST #2

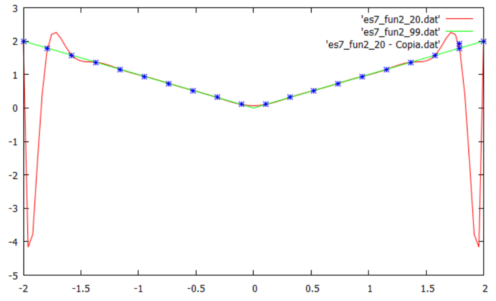
Consideriamo la funzione: $f(x) = |x|$ definita in [-2,2]

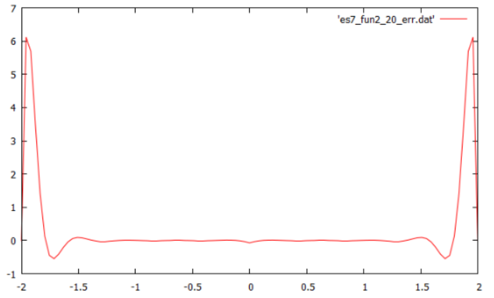
Interpolazione con 5 punti	Grafico dell'errore
	
Interpolazione con 6 punti	**Grafico dell'errore**
	
Interpolazione con 11 punti	**Grafico dell'errore**
	
Interpolazione con 12 punti	**Grafico dell'errore**



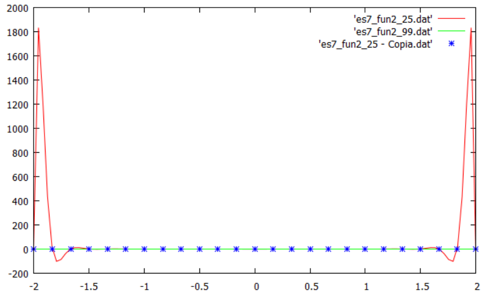


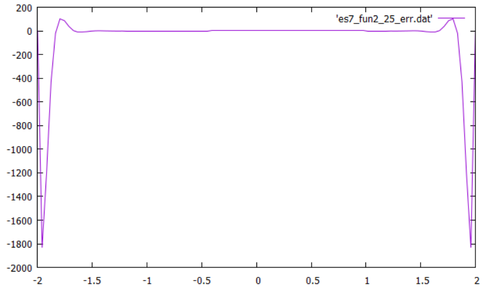
Interpolazione con 20 punti	Grafico dell'errore





Interpolazione con 25 punti	Grafico dell'errore





Dai vari grafici si può notare un sempre più preciso andamento della funzione considerata, tuttavia al crescere dei punti di interpolazione aumenta in modo evidente l'errore commesso agli estremi dell'intervallo.

Quando consideriamo il numero di punti di interpolazione dispari, la curva incontra l'asse x nel punto (0,0), questo dipende ovviamente dal fatto che i punti sono scelti equidistanti.