Universidad De Sonora

División de Ciencias Exactas y Naturales
Licenciatura En Física

Física Computacional I

Reporte PDE
" Reporte de las Actividades: 10, 11 y 12""

Hernández Fraijo Mario Gilberto

Profr. Carlos Lizárraga Celaya

Hermosillo, Sonora Mayo 2 de 2021

0.1 Introducción

En este reporte, se habla acerca de diversos métodos númericos para la resolución de ecuaciones diferenciales mediante condiciones. Posteriormente dar una solución adecuada a las ecuaciones de calor, onda y poisson.

0.2 Ecuaciones Diferenciales Parciales

Parabólica

Para ello consideremos una función de valor real **u(x,y)** de dos variables reales independientes, **x** y **y**. Una PDE lineal de segundo orden de coeficiente constante para **u** toma la forma:

$$Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + F = 0$$

y en este PDE se clasifica como parabólico si los coeficientes satisfacen la condición:

$$B^2 - AC = 0$$

Por lo general **x** representa la posición unidimensional y **y** representa el tiempo, y el PDE se resuelve sujeto a las condiciones iniciales y de contorno prescritas. El nombre "parabólico" se usa porque la suposición de los coeficientes es la misma que la condición para la ecuación de geometría analítica $A^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ para definir una parábola plana.

Hiperbólica

Una ecuación diferencial parcial hiperbólica de orden **n** es una ecuación diferencial parial (PDE(que, en términos generales, tiene un problema de valor inicial bien planteado para el primer **n-1** derivados. Más precisamente, el problema de Cauchy puede resolverse localmente para datos iniciales arbitrarios a lo largo de cualquier hipersuperficie no caracterísitica. Muchas de las ecuaciones hiperbólicas tiene un interés contemporáneo sustancial. La ecuación hiperbólica modelo es la ecuación de onda. En una dimensión espacial, esto es:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 * \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

La ecuación tiene la propiedad de que, si **u** y su primera derivada en el tiempo son datos iniciales epecíficados arbitrariamente en la línea $\mathbf{t} = 0$ (con sufientes propiedades de suavidad), entonces existe una solución para todo el tiempo **t**.

Elíptica

Las ecuaciones diferencial parciales lineales de segundo orden (PDE) se clasifican como elípticas, hiperbólicas o parabólicas. Cualquier PDE lineal de segundo orden en dos variables se puede escribir en la forma:

$$Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu + G = 0$$

donde **A, B, C, D, E, F y G** son funciones de **x** y **y**, donde $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}, u_{xy} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$. De manera similar para u_{xx}, u_y, u_{yy}. Un PDE escrito en esta dorma es elíptico si $B^2 - AC < 0$, con esta convención de nomenclatura inspirada en la ecuación de una elipse plana. Los ejemplos no triviales más simples de PDE elípticas son la ecuación de Laplace y la ecuación de Poisson.

0.3 Condiciones a la Frontera

Dirichlet

Para una ecuación diferencial ordinaria, por ejemplo:

$$y'' + y = 0 \tag{1}$$

las condiciones de frontera de Dirichlet en el intervalo **[a,b]** toman la forma:

$$\mathbf{y(a)} = \alpha, \mathbf{y(b)} = \beta \tag{2}$$

donde α y β se dan números.

Para una ecuación diferencial parcial, por ejemplo:

$$\nabla^2 y + y = 0 \tag{3}$$

donde ∇^2 denota el operador de Laplace, las condiciones de frontera de Dirichlet en un dominio $\Omega \subset R^n$ toman la forma:

$$y(x) = f(x), \forall x \in \partial\Omega \tag{4}$$

donde **f** es una función conocida definida en el límite $\partial\Omega$

Neumann

Para una ecuación diferencial ordinaria, por ejemplo:

$$y'' + y = 0 \tag{5}$$

las condiciones de frontera de Dirichlet en el intervalo **[a,b]** toman la forma:

$$y'(a)=\alpha,\ y'(b)=\beta$$

donde α y β se dan números.

Para una ecuación diferencial parcial, por ejemplo,

$$\nabla^2 y + y = 0 \tag{6}$$

donde ∇^2 denota el operador de Laplace, las condiciones de frontera de Nuemann en un dominio $\Omega \subset R^n$ toman la forma:

$$\frac{\partial y}{\partial n}(x) = f(x), \forall x \in \partial\Omega, \tag{7}$$

donde **n** denota la normal (normalmente exterior= al límite $\partial\Omega$, y **f** es una función escalar dada. La derivada normal, que aparece en el lado izquierdo, se define como:

$$\frac{\partial y}{\partial n}(x) = \nabla y(x) \cdot \hat{n}(x) \tag{8}$$

donde ∇ y (x) representa el vector gradiente de $y(x)$, $\hat{n}$ es la unidad normal y "$\cdot$" representa el operador del producto interno. Resulta claro que el límite debe ser lo suficientemente suave para que pueda existir la derivada normal. Por ejemplo, en los puntos de esquina del límite el vector normal no está bien definido.

Robin (mixto)

Las condiciones de contorno de Robin son una combinación ponderada de las condiciones de contorno de Dirichley y las condiciones de contorno de Neumann. Si Ω es el dominio en el que se va a resolver la ecuación dada y $\partial\Omega$ denota su límite, la condición de Robin es:

$$\alpha u + b\frac{\partial u}{\partial n} = g, \quad en \quad \partial\Omega \tag{9}$$

para algunas constantes no cero **a** y **b**. De una función dada **g** definida en $\partial\Omega$. Aquí, **u** es la solución desconocida definida Ω y $\frac{\partial u}{\partial n}$ denota la derivdad normal en el límite. Más en general, **a** y **b** están autorizados a ser funciones (dados), en lugar de constantes.

0.4 Método de Diferencias Finitas

Los métodos de diferencias finitas son una clase de técnicas numéricas para resolver ecuaciones diferenciales mediante la aproximación de derivadas con diferencias finitas. Tanto el dominio espacial como el intervalo de tiempo (si corresponde) se discretizan o se dividen en un número finito de paso, y el valor de la solución en estos puntos discretos se aproxima resolviendo ecuaciones algebraicas que contienes diferencias finitas y valores de puntos cercanos. Los métodos de diferencias finitas convierten las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) o las ecuaciones diferenciales (PDE), que pueden ser no lineales, en un sistema de ecuaciones lineales que pueden resolverse mediante técnias de álgebra matricial.

Aproximación de la primer derivada.

Si se conoce el valor de una función $f(x)$ en un punto x_0, se puede conocer el valor en una vecindad $x_0 + h$, con h pequeño, utilzando una Serie de Taylor

$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + \frac{h}{1!}f'(x_0) + \mathcal{O}(h^2) \tag{10}$$

de la ecuación anterior, obtenemos el valor aproximado de la primer derivada

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + \mathcal{O}(h^2) \tag{11}$$

El término $\mathcal{O}(h^2)$ denota términos de orden h^2 y superior.

Esta aproximación de la primera derivada, se le conoce como *diferencias finitas de $f'(x_0)$ hacia enfrente, porque involucra un punto hacia enfrente en la derivada.

De la misma forma se obtiene el término de diferencias finitas hacia atrás

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + \mathcal{O}(h^2) \tag{12}$$

Podemos promediar las dos ecuaciones anteriores y se obtiene una *diferencia finita centrada* de orden superior

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} + \mathcal{O}(h^3) \tag{13}$$

Aproximación de la segunda derivada.

Podemos utilizar esta última ecuación para calcular la aproximación de la segunda derivada

$$f''(x_0) \approx \frac{f'(x_0 + h) - f'(x_0)}{h} + \mathcal{O}(h^2) \tag{14}$$

y substituimos $f(x_0 + h)$ por una diferencia finita hacia atrás

$$f'(x_0 + h) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + \mathcal{O}(h^2) \tag{15}$$

y la derivada $f'(x_0)$ por una diferencia finita hacia atrás

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + \mathcal{O}(h^2) \tag{16}$$

Finalmente obtenemos la diferencia finita centrada de segundo orden para $f''(x_0)$ que involucra los valores en 3 puntos.

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2} + \mathcal{O}(h^3) \tag{17}$$

0.5 Solución de la Ecuación de calor

La ecuación del calor es de la forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \tag{18}$$

donde la constante κ es el coefficiente de difusividad. La Ecuación del Calor describe el flujo de calor en una región mediante los cambios de la Temperatura $u(x, t)$. En un medio unidimensional x, la ecuación se simplifica

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \tag{19}$$

Solución de la Ecuación de Calor por un método híbrido (EDP ¿ EDO).

Podemos escribir la ecuación del calor como

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} && (20) \\ &\approx \kappa \frac{u(x+h,t) - 2u(x,t) + u(x-h,t)}{h^2} && (21) \end{aligned}$$

y luego integrar en el tiempo como si tuviéramos una ecuación diferencial ordinaria.

Formalmente, para un determinado punto (jh, t), tendremos la ecuación diferencial ordinaria $u(jh, t) = u_j(t)$

$$\frac{du_j(t)}{dt} = \kappa \frac{u_{j+1}(t) - 2u_j(t) + u_{j-1}(t)}{h^2} \tag{22}$$

para la cual requerimos proporcionar la condición inicial al tiempo $t = 0$

$$u(0) = f(x) \tag{23}$$

Y condiciones a la frontera: * $u_0 = c_1, u_N = c_2$, para el tipo de Dirichlet * Del tipo Neumann, $du_0/dx = 0$ ó $dx_N/dx = 0$, para casos de equilibrio térmico.

Condiciones a la frontera tipo Neumann

Tenemos que definir cómo estimar la derivada en la frontera, digamos en la frontera $x = L$. Recordando que estamos usando un aproximación de segundo orden para $\partial^2 u/\partial x^2$, debemos encontrar una aproximación para la primer derivada también de orden h^2

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{u_{N+1} - u_{N-1}}{2h} = 0 && (24) \\ u_{N+1} &= u_{N-1} && (25) \\ & && (26) \end{aligned}$$

aunque formalmente u_{N+1} esta "fuera" de nuestro dominio, pero utilizamos esto para determinar la ecuación que se satisface en la frontera, reemplazando $u_{N+1} = u_{N-1}$ en la ecuación del calor obteniendo

$$\frac{du_N(t)}{dt} = \kappa \frac{2u_{N-1}(t) - 2u_N(t)}{h^2} \tag{27}$$

Aproximación Ecuación de Calor por el método de diferencias finitas

Un método para resolver la Ecuación del Calor es usar diferencias finitas hacia enfrente en el tiempo y diferencias finitas centradas en el espacio. Discretizamos el espacio-tiempo, mediante una malla: * Definimos n puntos entre x=0 y x=L, separados una distancia Δx. * Definimos m puntos entre t=0 y t, separados en lapsos de tiempo Δt. Supodremos que el incremento en el tiempo es $k = \Delta t$ y en el espacio $h = \Delta x$. La Ecuación del Calor es

$$\frac{u(x,t+k) - u(x,t)}{k} = \kappa \frac{u(x+h,t) - 2u(x,t) + u(x-h,t)}{h^2} + \mathcal{O}(h^3, k^2) \tag{28}$$

donde error de aproximación es de orden $\mathcal{O}(h^3, k^2)$ Si denotamos la temperatura en el punto $(x,t) = (jh, nk)$, por $u(x_j, t_n) = u_j^n$, la ecuación anterior se puede representar geométricamente por la "molécula computacional"

Implementando el método de diferencias finitas

Si conocemos la condición inicial $u(x,0) = f(x)$ y las condiciones a la frontera $u(0,t), u(L,t)$ podemos calcular sin problema el valor desconocido de la temperatura en el tiempo $t = k$: $u(x,k)$. Una vez hecho lo anterior, podremos conocer la temperatura al tiempo $t = 2k$, $u(x,2k)$ y así sucesivamente.

Despejamos la ecuación anterior para el valor desconocido $u(x,t+k)$, resultando

$$\begin{aligned} u(x,t+k) &= u(x,t) + \kappa \frac{k}{h^2} \left(u(x+h,t) - 2u(x,t) + u(x-h,t) \right) \\ &= \kappa r u(x+h,t) + (1-2\kappa r) u(x,t) + \kappa r u(x-h,t) \end{aligned}$$

donde $r = \frac{k}{h^2}$. Podemos simplificar la notación en la ecuación anterior

$$\begin{aligned} u_j^{new} &= u_j + \kappa \frac{k}{h^2} \left(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1} \right) \\ &= \alpha u_{j+1} + (1-2\alpha) u_j + \alpha u_{j-1} \end{aligned}$$

donde hemos definido $\alpha = \kappa k / h^2$.

NOTA IMPORTANTE: El método de diferencias finitas anterior para resolver la Ecuación del Calor es estable y convergente si y sólo si $r \leq 1/2$. Actividad 10: https://github.com/MarioGHdz/FisicaComputacional1/blob/master/Actividad

0.6 Solución de la Ecuación de Onda

La ecuación de onda es una ecuación diferencial parcial de segundo orden en el tiempo y las coordenadas espaciales y tiene la forma

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f(x, y, z, t) \tag{29}$$

donde c^2 es la velocidad de propagación de la información. La función $u(x, y, z, t)$ representa la presión en una onda acústica, la intensidad de un campo electromagnético, el desplazamiento respecto a un nivel de referencia como lo puede ser la amplitud de una onda superficial en la superficie del agua o el desplazamiento respecto a la horizontal de una cuerda vibrante. En una dimensión, por ejemplo el caso de una cuerda vibrante, la Ecuación de Onda se simplifica a

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + f(x, t) \qquad x \in (0, L], t \in (0, T] \tag{30}$$

Requerimos definir 4 condiciones: 2 iniciales (derivada de segundo orden en t) y 2 a la frontera (segundo orden en el espacio), para encontrar la solución.

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= I(x) & (31) \\ \frac{\partial}{\partial t} u(x, 0) &= 0 & (32) \\ u(0, t) &= 0 & (33) \\ u(L, t) &= 0 & (34) \\ & & (35) \end{aligned}$$

Solución de la Ecuación de Onda en una dimensión por el Método de Diferencias Finitas.

Podemos comenzar aproximando las segundas derivadas por diferencias finitas centradas de segundo orden. Si h es el incremento en la dirección $x = \Delta x$ y $k = \Delta t$ es el incremento en el tiempo. Entonces en un punto de la malla discreta (x, t) tendremos

$$\frac{u(x, t+k) - 2u(x, t) + u(x, t-k)}{k^2} = c^2 \frac{u(x+h, t) - 2u(x, t) + u(x-h, t)}{h^2} \tag{36}$$

Se requiere también especificar el valor de la constante c y la función $I(x)$. El cual nos permite calcular los valores de $u(x, t)$ en el espacio discretizado: $x_0 = 0, x_1, x_2, \ldots, x_M = L$, $t_0 = 0, t_1, t_2, \ldots, t_N = T$, espaciados uniformamente por $h = \Delta x$ y $k = \Delta t$.

Para inicial el algoritmo tendremos que calcular el primer nivel de $u(x, k)$ en $t = k$, usando sólo la información de la condición inicial, con otro esténcil de 4 puntos similar al que utilizamos en la Ecuación de Calor.

Una vez hecho esto, ya podremos calcular todos los valores futuros de $u(x,t+k)$ ya que se conocen los valores de $u(x,t)$ y $u(x,t-k)$.

Ecuación de Onda en diferencias finitas

Si definimos $u(x,t) = u(jh,nk) = u_j^n$, la ecuación de onde la podemos expresar

$$\frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{k^2} = c^2 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} \tag{37}$$

y despejamos para el valor desconocido u_j^{n+1}

$$u_j^{n+1} = 2u_j^n - u_j^{n-1} + C^2(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) \tag{38}$$

donde hemos introducido la constante $C^2 = c^2k^2/h^2$, conocida como la constante de Courant.

Iniciando el algoritmo

Como no se puede aplicar el esténcil de 5 puntos pata calcular el primer nivel usaremos un esténcil similar de 4 puntos con la información de la condición inicial para calcular $u(x,t=k)$.

Remplazamos la condición inicial por diferencias finitas centradas de segundo orden

$$\frac{\partial}{\partial t}u_j^0 = \frac{u_j^1 - u_j^{-1}}{2k} = 0 \tag{39}$$

lo que indica que $u_j^1 = u_j^{-1}$. Sustituimos la igualdad anterior en la ecuación de onda y nos queda que

$$u_j^1 = u_j^0 + \frac{C^2}{2}(u_{j+1}^0 - 2u_j^0 + u_{j-1}^0) \tag{40}$$

Y ya tendremos dos niveles de valores para $u(x,t)$ para calcular los valores de u_j^{n+1} usando el esténcil de 5 puntos.

https://github.com/MarioGHdz/FisicaComputacional1/blob/master/Actividad

0.7 Solución de la Ecuación de Poisson

La ecuación de Poisson se define como:

$$-\nabla^2 u(x,y,z) = f(x,y,z) \tag{41}$$

con distintas condiciones a la frontera:

1. Condiciones de Dirichlet (especificando valores de la función u)

2. Condiciones de Neumann (especificando valores de la derivada de la función u perpendicular a la frontera $\partial u/\partial n$).

La Ecuación de Poisson aparece en problemas de campos gravitatorios, campos eléctricos y otros problemas en la Física.

La Ecuación de Poisson es la generalización de la Ecuación de Laplace

$$\nabla^2 u = 0 \tag{42}$$

Solución Numérica de la Ecuación de Poisson por diferencias finitas en 2-D con condiciones a la frontera de tipo Dirichlet.

Se busca la solución de la ecuación:

$$-\nabla^2 u = f \tag{43}$$

dadas las condiciones en la frontera Γ

$$u(x,y)_\Gamma = g(x,y) \tag{44}$$

No requerimos una condición inicial, pues no hay dependencia en el tiempo. Sólo requerimos conocer los valores a la frontera.

Supongamos que tenemos un dominio rectangular cartesiano $\Gamma = (a,b) \times (c,d)$, sobre el cual generamos una malla

$$x_i = a + ih_x \quad i = 0,1,2,\ldots,M \tag{45}$$

$$y_k = c + kh_y \quad k = 0,1,2,\ldots,N \tag{46}$$

donde los incrementos h_x y h_y estan definidos como

$$h_x = \frac{(b-a)}{M} \tag{47}$$

$$h_y = \frac{(d-c)}{N} \tag{48}$$

Si aproximamos las derivadas parciales de segundo orden de la ecuación de Poisson por diferencias finitas centradas de segundo orden

$$\frac{\partial^2 u(x_i,y_k)}{\partial x^2} = \frac{u(x_{i+1},y_k) - 2u(x_i,y_k) + u(x_{i-1},y_k)}{h_x^2} + \mathcal{O}(\langle_{\S}^{\ni}) \quad (49)$$

$$\frac{\partial^2 u(x_i,y_k)}{\partial y^2} = \frac{u(x_i,y_{k+1}) - 2u(x_i,y_k) + u(x_i,y_{k-1}}{h_y^2} + \mathcal{O}(\langle_{\dagger}^{\ni}) \quad (50)$$

$$(51)$$

Si denotamos por $U_{i,k}$ el valor aproximado de $u(x_i, y_k)$, la ecuación de Poisson se puede aproximar por

$$-\frac{U_{i+1,k} - 2U_{i,k} + U_{i-1,k}}{h_x^2} - \frac{U_{i,k+1} - 2U_{i,k} + U_{i,k-1}}{h_y^2} = f_{i,k} + \mathcal{O}(\langle_{\S}^{\ni}, \langle_{\dagger}^{\ni}) \quad (52)$$

Simplificando la expresión anterior y eliminando errores de orden superior, tendremos

$$- \left(\frac{U_{i+1,k} + U_{i-1,k}}{h_x^2} + \frac{U_{i,k+1} + U_{i,k-1}}{h_y^2} \right) \quad (53)$$

$$+ \quad 2\left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} \right) U_{i,k} = f_{i,k} \quad (54)$$

donde los valores de $i = 1, 2, \ldots, M-1$ y $k = 1, 2, \ldots, N-1$ representan los puntos del interior del dominio. Los valores en la frontera ya han sido determinados en la definición del problema.

La ecuación anterior requiere un esténcil de 5 puntos como el que ya hemos utilizado con anterioridad.

Supongamos por conveniencia que $h_x = h_y = h$, entonces el algoritmo para resolver la ecuación de Poisson se simplifica

$$4U_{i,k} - U_{i-1,k} - U_{i,k-1} - U_{i+1,k} - U_{i,k+1} = h^2 f_{i,k} \quad (55)$$

Resolvamos el caso $M = N = 5$.

Es importante a la hora de crear las matrices A y B sólo guardar los valores distintos de cero (matriz rala)

Ecuación de Poisson con condiciones de frontera tipo Neumann.

La Ecuación de Poisson puede también ser resuelta en un dominio $D = (0,a) \times (0,b)$ con frontera Γ

$$-\nabla^2 u(x,y) = f(x,y) \quad (56)$$

para las condiciones de frontera de tipo Neumann.

$$\frac{\partial u}{\partial n} = g(x,y), \quad \text{para } (x,y) \in \Gamma \quad (57)$$

La derivada de u normal a la frontera Γ, descrita por $g(x, y)$ debe ser continua en toda la frontera.

Para resolver la Ecuación de Poisson por el método de diferencias finitas centradas, dentro del dominio mallado utilizaremos de nuevo el esténcil de 5 puntos que ya hemos usado con anterioridad.

$$4U_{i,k} - U_{i-1,k} - U_{i,k-1} - U_{i+1,k} - U_{i,k+1} = h^2 f_{i,k} \tag{58}$$

Primero describiremos las condiciones de frontera en la fronteras verticales.

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \pm \frac{\partial u}{\partial x} \tag{59}$$

Si hacemos las expansiones de Taylor de la función u hacia enfrente y hacia atrás respecto a x

$$u(x+h) = u(x) + hu_x + \frac{h^2}{2} u_{xx} + \frac{h^3}{3!} u_{xxx} + \mathcal{O}(h^4) \tag{60}$$

$$u(x-h) = u(x) - hu_x + \frac{h^2}{2} u_{xx} - \frac{h^3}{3!} u_{xxx} + \mathcal{O}(h^4) \tag{61}$$

$$\tag{62}$$

Calculamos la diferencia de estas dos series

$$u(x+h) - u(x-h) = 2hu_x + \mathcal{O}(h^3) \tag{63}$$

$$\tag{64}$$

$$u_x = \frac{1}{2h} \left(u(x+h) - u(x-h) \right) + \mathcal{O}(h^2) \tag{65}$$

https://github.com/MarioGHdz/FisicaComputacional1/blob/master/Actividad

0.8 Resumen y Conclusiones

Para terminar, el desarrollo de estas tres actividades nos permite aplicar diversos métodos númericos para la resolución de ecuaciones diferenciales. Con la finalidad de poder resolver la ecuación de calor, onda y poisson. Los cuales considero que serán de gran ayuda.