Astronomie
Cursul 3 - Transformări de coordonate (II)
Precesie şi nutaţie

Cristina Blaga

20 octombrie 2025

Răsăritul şi apusul aştrilor

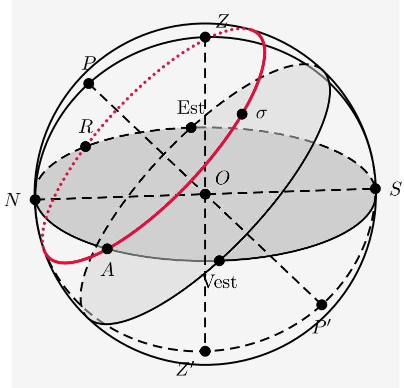

Figura: Paralelul diurn al astrului

- Datorită mişcării diurne a Pământului, stelele descriu un cerc mic al sferei cereşti - *paralelul diurn al astrului*.
- Dacă acesta intersectează orizontul, atunci astrul este cu răsărit şi apus.

Triunghiul nautic al astrului σ

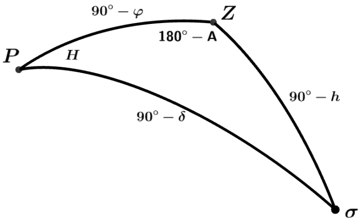

Figura: Triunghiul nautic al lui σ

- Unghiurile triunghiului $m(\widehat{PZ\sigma}) = 180^\circ - A$, $m(\widehat{ZP\sigma}) = H$, $m(\widehat{P\sigma Z}) = \eta$ unghiul paralactic al stelei.
- Laturile triunghiului $PZ = 90^\circ - \varphi$, $P\sigma = 90^\circ - \delta$, $Z\sigma = 90^\circ - h$.

Azimutul punctelor de răsărit şi apus ale astrului

Azimutul astronomic al punctelor de răsărit şi apus ale astrului σ se află din triunghiul nautic $PZ\sigma$ scriind teorema cosinusului pentru latura $P\sigma$. Ea ne conduce la ecuaţia trigonometrică

$$\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi} \,. \tag{1}$$

- Ecuaţia (1) admite soluţii $\Leftrightarrow -1 < \cos A < 1 \Leftrightarrow$ $-\cos\varphi < \sin\delta < \cos\varphi$ pentru că $\cos\varphi > 0$ când $\varphi \in (-90^\circ, 90^\circ)$.
- Pentru o latitudine fixată: $\delta \in (-\arcsin(\cos(\varphi), \arcsin(\cos(\varphi))$ şi cum $\sin(90^\circ - \varphi) = \cos\varphi$

$$\varphi - 90^\circ < \delta < 90^\circ - \varphi. \tag{2}$$

- Dacă notăm cu A soluţia ecuaţiei trigonometrice (1) cuprinsă între 0° şi 180°, atunci $360^\circ - A$ verifică ecuaţia (1), A este **azimutul punctului de apus**, iar $360^\circ - A$ **azimutul punctului de răsărit** al astrului considerat.

Dacă condiţia (2) este îndeplinită atunci pentru un observator aflat la latitudinea φ, astrul de declinaţie δ este **astru cu răsărit şi apus**. Aştrii pentru care

$$\delta > 90^\circ - \varphi$$

sunt întotdeauna deasupra orizontului locului la latitudinea dată şi se numesc **aştrii circumpolari**. Aştrii a căror declinaţie satisfac inegalitatea

$$\delta < \varphi - 90^\circ$$

nu ajung niciodată deasupra orizontului locului considerat, despre ei spunem că **nu sunt vizibili** din locul considerat.

Momentul la care răsare, respectiv apune un astru

Momentul de timp sideral la care răsare sau apune un astru σ de coordonate ecuatoriale date (α, δ), observat dintr-un loc de latitudine cunoscută φ, se află din triunghiul nautic al astrului $PZ\sigma$. Atunci $m(Z\sigma) = 90^\circ$. Teorema cosinusului pentru latura $Z\sigma$ găsim:

$$\cos H = -\operatorname{tg}\delta \cdot \operatorname{tg}\varphi \tag{3}$$

ecuaţie trigonometrică ce admite soluţie dacă membrul drept este cuprins între -1 şi 1.

- Funcţia $\cos$ este o funcţie pară, de aceea dacă H este o soluţie a ecuaţiei (3) atunci şi $-H$ este o soluţie a ei.
- Dacă $H \in [0^h, 12^h]$ este soluţia ecuaţiei (3) atunci H reprezintă unghiul orar al punctului de apus al astrului, iar $24^h - H$ este unghiul orar al punctului de răsărit al astrului.
- Momentele de timp sideral corespunzătoare răsăritului şi apusului astrului sunt:

$$\theta_R = \alpha - H, \quad \theta_A = \alpha + H, \tag{4}$$

unde α este ascensia dreaptă a astrului considerat.

Transformarea coordonatelor orare în ecuatoriale

- Coordonatele orare şi ecuatoriale au în comun o coordonată: declinaţia astrului δ.
- Dacă cunoaştem coordonatele orare (H, δ) ale unui astru şi dorim să aflăm coordonatele lui ecuatoriale (α, δ) folosim relaţia dintre unghiul orar şi ascensia dreaptă a astrului, anume:
$$\alpha = \theta - H, \tag{5}$$
unde θ este timpul sideral, unghiul orar al punctului vernal.
- Timpul sideral poate fi determinat folosind o pendulă de timp sideral sau cu ajutorul unor formule pe care le vom învăţa când vom discuta despre timp.

Coordonate ecliptice

- Plan fundamental - *ecliptica* - cerc mare al sferei cereşti, obţinut la intersecţia planului orbitei aparente a Soarelui pe boltă cu sfera cerească.
- Punct nul - punctul vernal.
- Poli - polul ecliptic nord (Π - constelaţia Dragonul) şi polul ecliptic sud (Π' - constelaţia Peştele de Aur).
- La noi $h_\Pi = 90^\circ - \epsilon$.

Coordonate ecliptice (λ, β)

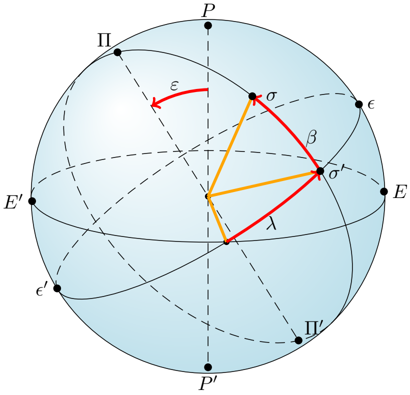

Figura: Coordonate ecliptice

Longitudinea şi latitudinea ecliptică

- *Longitudinea ecliptică* λ unghiul diedru dintre meridianul ecliptic al astrului şi meridianul ecliptic al lui γ. Se măsoară de la punctul vernal, pozitiv spre est.
- Latitudinea ecliptică a astrului β - unghiul dintre planul eclipticii şi direcţia spre astru. Pozitivă înspre polul ecliptic nord.

Al doilea triunghi nautic

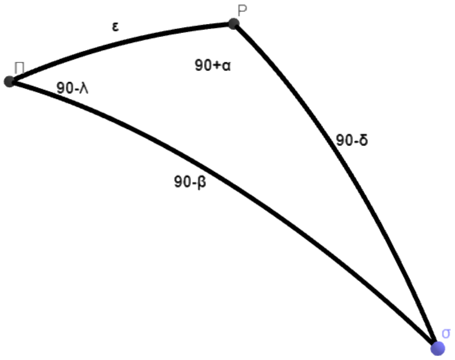

Figura: Al doilea triunghi nautic

- Laturile triunghiului
  $m(\Pi P) = \varepsilon$,
  $m(\Pi\sigma) = 90^\circ - \beta$,
  $m(P\sigma) = 90^\circ - \delta$.
- Unghiurile triunghiului
  $m(\Pi P\sigma) = 90^\circ + \alpha$,
  $m(P\Pi\sigma) = 90^\circ - \lambda$.

Transformarea coordonatelor ecliptice în ecuatoriale

Declinaţia astrului

Reciproc, dacă înclinarea eclipticii pe ecuator este cunoscută, pentru a afla coordonatele ecuatoriale ale astrului de coordonate ecliptice date, folosim triunghiul sferic $\Pi P\sigma$. Din teorema cosinusului pentru pentru latura $P\sigma$ obţinem

$$\sin\delta = \sin\beta \cdot \cos\varepsilon + \cos\beta \cdot \sin\varepsilon \cdot \sin\lambda\,, \tag{6}$$

ecuaţie din care putem afla declinaţia astrului de coordonate ecliptice cunoscute.

Transformarea coordonatelor ecliptice în ecuatoriale

Ascensia dreaptă a astrului

Teorema sinusului şi formula celor cinci elemente pentru latura $P\sigma$ şi unghiul $\widehat{\Pi P\sigma}$ ne conduc la

$$\cos\alpha \cdot \cos\delta = \cos\beta \cdot \cos\lambda \tag{7}$$

$$\sin\alpha \cdot \cos\delta = \cos\beta \cdot \cos\varepsilon \cdot \sin\lambda - \sin\beta \cdot \sin\varepsilon\,, \tag{8}$$

ecuaţii din care putem afla ascensia dreaptă a astrului. Dacă factorii din relaţia (7) sunt diferiţi de zero, împărţind (8) la (7) obţinem

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\cos\varepsilon \cdot \sin\lambda - \operatorname{tg}\beta \cdot \sin\varepsilon}{\cos\lambda}\,, \tag{9}$$

ecuaţie din care putem găsi ascensia dreaptă a astrului. Cadranul în care se află ascensia dreaptă a astrului considerat se determină din semnul lui $\sin\alpha$ şi $\cos\alpha$ dat de (8), respectiv (7).

Observaţii

- Dacă unul dintre membrii ecuaţiei (7) este zero, împărţirea relaţiei (8) prin (7) nu poate fi efectuată.
- Membrul stâng al ecuaţiei (7) este zero dacă $\cos\delta = 0$. Atunci $\delta = \pm 90^\circ$, astrul se află la unul dintre polii cereşti şi ascensia lui dreaptă nu este definită pentru că toate cercurile orare trec prin aceste puncte.
- Dacă membrul drept al ecuaţiei este zero şi $\cos\delta \neq 0$, atunci $\cos\alpha = 0$, de unde $\alpha = 90^\circ$ sau $\alpha = 270^\circ$. Pentru a stabili valoarea ascensiei drepte a astrului dat aflăm semnul lui $\sin\alpha$ cu ajutorul relaţiei (8).

Transformarea coordonatelor ecuatoriale în ecliptice
Latitudinea astrului

- Dacă ştim coordonatele ecuatoriale ale astrului şi înclinarea eclipticii pe ecuator, aplicând teorema cosinusului pentru latura $\Pi\sigma$, obţinem:

$$\sin\beta = \sin\delta \cdot \cos\varepsilon - \cos\delta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\varepsilon\,. \tag{10}$$

ecuaţie trigonometrică din care putem afla latitudinea astrului, unghi cuprins între -90° şi 90°.

Transformarea coordonatelor ecuatoriale în ecliptice
Longitudinea astrului

Aplicând teorema sinusului şi a celor cinci elemente, pentru latura $\Pi\sigma$ şi unghiul alăturat ei $(\widehat{\sigma \Pi P})$, găsim:

$$\cos\lambda \cdot \cos\beta = \cos\delta \cdot \cos\alpha\,, \tag{11}$$

$$\sin\lambda \cdot \cos\beta = \sin\delta \cdot \sin\varepsilon + \cos\delta \cdot \cos\varepsilon \cdot \sin\alpha\,. \tag{12}$$

Dacă membrii ecuaţiei (11) sunt nenuli, împărţind relaţia (12) la (11) obţinem:

$$\operatorname{tg}\lambda = \frac{\operatorname{tg}\delta \cdot \sin\varepsilon + \cos\varepsilon \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha}\,. \tag{13}$$

ecuaţie din care se află longitudinea ecliptică a astrului. Pentru a stabili cadranul în care se află astrul dat folosim relaţiile (12) şi (11) din care aflăm semnul lui $\sin\lambda$ şi $\cos\lambda$.

Observaţii

- Împărţirea ecuaţiei (12) la (11) poate fi efectuată dacă şi numai dacă membrii relaţiei (11) sunt nenuli.
- Dacă $\cos\beta = 0$, membrul stâng al lui (11) este zero. Dar, dacă $\cos\beta = 0 \Rightarrow \beta = \pm 90^\circ$, astrul se găseşte la polul ecliptic nord sau sud şi longitudinea lui ecliptică nu este definită, deoarece toate meridianele ecliptice trec prin polii eclipticii.
- Dacă membrul drept al lui (11) este egal cu zero şi $\cos\beta \neq 0$, atunci relaţia (11) se reduce la $\cos\lambda = 0$. Atunci, longitudinea ecliptică este 90° sau 270°. Valoarea ei se stabileşte ţinând seama de valoarea lui $\sin\lambda$ dată de ecuaţia (12).

Precesia şi nutaţia astronomică

- Punctul vernal, ecliptica, ecuatorul ceresc apar în definirea sistemelor de coordonate cereşti.
- Datorită neuniformităţii mişcării Pământului, planul ecuatorului ceresc şi planul eclipticii alunecă lent unul pe celălalt $\Longrightarrow$ deplasarea punctului vernal pe bolta cerească.
- Cauze: rotaţia Pământului şi revoluţia lui sunt mişcări neuniforme.