EJEMPLO DE APLICACIÓN DE ALGORITMOS GENETICOS:

UN PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN EN PLANTA

La distribución en planta, entendiendo como tal "el proceso de determinación de la mejor ordenación de los factores productivos disponibles, de modo que constituyan un sistema productivo capaz de alcanzar los objetivos fijados de la forma más eficiente posible" (Domínguez Machuca et al, 1995) se configura como una de las decisiones de carácter estratégico dentro del área de operaciones de la empresa. Una buena distribución en planta puede contribuir a mejorar el grado de eficiencia del proceso productivo en cuanto permite minimizar el manejo de materiales, eliminar retrasos durante el proceso de fabricación, utilizar convenientemente el espacio disponible, disminuir la cantidad de inventarios en curso, etc.

Uno de los problemas típicos de distribución en planta es el conocido como distribución en planta orientada a proceso, consistente en decir la disposición óptima de un conjunto de secciones o talleres en un conjunto de áreas dentro de la planta.

Por ejemplo, supóngase que una empresa está planteándose la ubicación en su planta de producción de 10 secciones diferentes: S1, S2,..., S10. Para ello dividido su planta en 10 áreas diferentes, tal como muestra la figura.

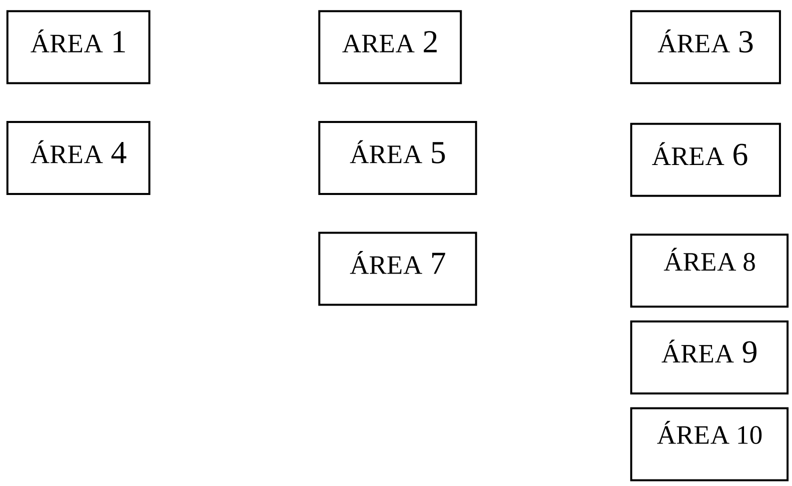


Figura 10: Disposición de las diferentes áreas en planta de producción.

Determinadas secciones deberían estar situadas próximas debido al flujo de materiales entre ambas, por ejemplo supóngase que estos flujos son los que aparecen en la tabla 1.

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
S1	-	10	15	12	-	-	-	21	-	5
S2	-	-	13	8	-	10	11	-	-	-
S3	20	-	-	5	10	-	-	15	8	6
S4	-	8	-	-	-	-	10	12	-	8
S5	10	12	-	-	-	8	6	4	-	-
S6	-	-	-	-	-	-	10	12	-	-
S7	-	-	-	-	-	12	-	8	-	-
S8	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-
S9	12	6	4	-	-	-	-	-	-	-
S10	4	8	10	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 1: Flujos entre secciones

Además de los flujos de mercancías, han de tenerse en cuenta las distancias entre las áreas de la planta, ya que el coste del transporte de la mercancía será proporcional a la distancia que debe recorrer. Las distancias entre las áreas son las que muestra la Tabla 2. Tal como queda planteado el problema, el número de posibles colocaciones de las secciones en la planta es:

$$10! = 3\,628\,800$$

Una cifra considerable como para poder analizar todas esas posibilidades. El objetivo se plantea como búsqueda de una distribución óptima en el sentido de minimizar el coste total del transporte de las mercancías entre las distintas secciones. Dicho coste total de transporte (CTT) viene dado por:

$$CTT = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} t_{ij} d_{ij} c_{ij}$$

Donde t_{ij} es el número de unidades a mover entre las secciones S_i y S_j, d_{ij} es la distancia existente desde el área i hasta el j y C_{ij} es el coste por unidad de distancia y carga desde i hacia j. En el ejemplo considerado se supondrá que ese coste es igual en todos los desplazamientos, es decir, C_{ij} constante.

Dado el número extraordinario elevado de posibles combinaciones existentes, que puede llegar a impedir obtener soluciones óptimas, para la resolución de este tipo de problemas se ha recurrido a diversas opciones, desde la utilización de algoritmos heurísticos, que al menos proporcionan soluciones factibles y satisfactorias, a técnicas informatizadas como CRAFT, SPACECRAFT, ALDEP o incluso al desarrollo de sistemas expertos, como FADES (Fisher,1986). En este caso, se utilizara un algoritmo genético para mostrar su aplicabilidad a problemas concretos.

Las peculiaridades del problema a tratar hacen necesarios una serie de ajuste en la representación genética de las posibles soluciones y en los operadores genéticos a utilizar.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
A1	0	1	2	1	2	3	3	4	5	6
A2		0	1	2	1	2	2	3	4	5
A3			0	3	2	1	3	2	3	4
A4				0	1	2	2	3	4	5
A5					0	1	1	2	3	4
A6						0	2	1	2	3
A7							0	1	2	3
A8								0	1	2
A9									0	1
A10										0

Tabla 2: Distancias entre las áreas. Se asume que la matriz de distancias es simétrica.

Representación de soluciones potenciales

Toda posible solución del problema de distribución en planta debe ser codificada mediante una cadena de longitud finita en un alfabeto también finito. En este caso el alfabeto binario no resulta apropiado ya que los operadores de cruce y mutación podrían producir soluciones no factibles.

La representación más adecuada es utilizar un vector de números enteros, de manera que toda posible solución (individuo) puede representarse a través de una permutación $P = (S_1, S_2,...,S_n)$ de $(1,2,...n)$, donde $P_i=S_j$ indica que la selección S_j está localizada en el área A_i. Por ejemplo, el individuo (4, 5, 6, 1, 2, 8, 9, 10, 3, 7) corresponde a una distribución en la que las secciones cuarta, quinta y sexta están situadas en las tres primeras áreas, las secciones primera y segunda en las áreas cuarta y quinta, etc.

Función objetivo (Función de ajuste)

En el problema considerado el objetivo se establece en términos de la minimización de la función de coste total de trasporte, CTT, sin embargo, todo algoritmo genético tiene por objetivo la maximización de una función de ajuste positiva.

En este caso, se podría definir la función de ajuste de la siguiente manera:

$$F(P) = C_{max} - CTT(P),$$

Donde C_{max} puede definirse como el mayor valor encontrado hasta el momento en todas las evaluaciones de la función CTT, es decir,

$$C_{max} = \max\{CTT(P)\}$$

Población inicial

Como población inicial del problema se ha optado por generar un conjunto de n=30 soluciones potenciales de forma totalmente aleatoria. La Tabla 3 muestra las posibles distribuciones obtenidas junto son sus respectivos costes totales de transporte.

DISTRIBUCIÓN POTENCIAL	COSTE	DISTRIBUCIÓN POTENCIAL	COSTE
P_1=(1,10,2,6,8,4,3,7,9,5)	840	P_{16}=(8,6,10,5,4,1,3,7,9,2)	867
P_2=(5,6,10,7,1,9,4,8,3,2)	922	P_{17}=(3,10,9,1,2,5,4,8,7,6)	672
P_3=(8,2,7,5,9,1,4,10,3,6)	1002	P_{18}=(9,10,2,6,4,5,3,7,1,8)	898
P_4=(9,4,5,3,10,2,8,1,6,7)	749	P_{19}=(1,7,3,8,9,6,4,5,10,2)	903
P_5=(5,10,7,2,4,1,9,3,8,6)	768	P_{20}=(10,1,6,5,3,8,2,7,4,9)	710
P_6=(5,10,8,3,4,7,9,2,1,6)	957	P_{21}=(8,2,6,7,10,5,1,3,9,4)	854
P_7=(5,6,10,3,2,4,7,1,8,9)	812	P_{22}=(5,6,3,1,4,9,2,8,10,7)	920
P_8=(4,7,6,10,1,3,9,5,8,2)	880	P_{23}=(6,7,1,5,2,10,9,4,8,3)	902
P_9=(4,10,6,2,7,1,8,3,9,5)	784	P_{24}=(8,1,7,10,2,9,3,6,4,5)	905
P_{10}=(8,4,1,9,7,5,10,2,6,3)	978	P_{25}=(7,5,2,1,4,10,6,9,8,3)	964
P_{11}=(5,9,7,2,1,8,4,10,6,3)	919	P_{26}=(2,1,4,3,8,6,7,10,5,9)	844
P_{12}=(3,7,6,10,8,5,4,1,9,2)	875	P_{27}=(10,2,8,9,5,6,4,3,7,1)	926
P_{13}=(6,10,4,3,7,1,8,2,9,5)	852	P_{28}=(8,9,4,7,6,2,3,5,1,10)	784
P_{14}=(1,4,5,7,3,10,2,8,6,9)	853	P_{29}=(9,4,3,8,7,6,2,10,1,5)	858
P_{15}=(3,2,5,9,8,10,1,4,6,7)	802	P_{30}=(3,6,2,8,7,1,4,5,10,9)	829

Tabla 3: Población inicial generada de forma aleatoria.

Como puede observarse, la población inicial tiene un rango de costes asociados en el intervalo [cmin, cmax]= [672,1002] , siendo además el coste medio para la población de 860.98 y una desviación típica de 77.67

Operadores de cruce.

El operador de cruce simple analizado anteriormente es claramente ineficaz en este problema, por cuanto conduce a individuos sin ningún sentido. Obsérvese el ejemplo ilustrado en la Figura 2, ninguno de los descendientes obtenidos es admisible ya que en ambos casos existen secciones que quedarían sin ubicación física y por el contrario existen secciones con dos áreas asignadas.

Figura 2: Ejemplo de inconsistencia del operador de cruce tradicional

Se hace necesario, por tanto, algún otro tipo de operador de cruce. Ejemplos de operadores de cruce utilizados en problemas con una estructura similar son:

- El operador de Emparejamiento Parcial (Partial Matched Crossover, PMX).
- El operador de cruzamiento Ordenado (Order Crossover, OX).
- El operador de Cruzamiento Ciclico (Cycle Crossover, CX).

Algunos estudios comparativos sobre estos tres operadores pueden encontrarse en Oliver, Smith and Holland (1987).

El operador PMX (propuesto por Goldberg y Lingle), construye dos descendientes eligiendo al azar dos poccisiones de cruce sobre las representaciones genéticas de los progenitores. Estos dos puntos definen una sección de emparejamiento que es usada para efectuar el cruce mediante operaciones de intercambio de elementos sobre los vectores progenitores. En la figura 12 puede verse un ejemplo de aplicación del operador de cruce PMX.

PUNTOS DE CRUCE

$n_1=5$ $n_2=8$

P_1

6	3	2	7	8	1	5	10	9	4

Intercambios definidos:

8 ↔ 4 1 ↔ 5

5 ↔ 2 10 ↔ 7

P_2

1	6	9	3	4	5	2	7	10	8

DESCENDIENTES OBTENIDOS

Q_1

6	3	1	10	4	5	2	7	9	8

Q_2

2	6	9	3	8	1	5	10	7	4

Fig 3: Ejemplo de cruce utilizado el operador PMX.

Como puede verse en la Figura 3, para obtener los dos descendientes, primero se intercambian los segmentos situados entre las posiciones de cruce obtenidas aleatoriamente. Este intercambio define

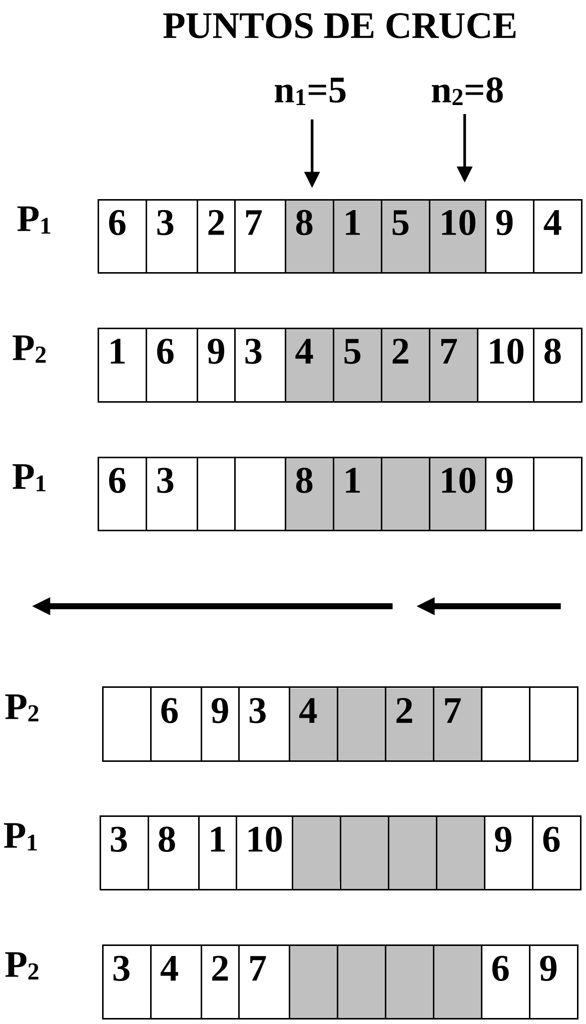
Además una serie de cambios puntuales (8 ↔ 4, 1 ↔ 5, 5 ↔ 2, y 10 ↔ 7) que deben ser aplicados sobre P_1 y P_2. Como resultado de este proceso se obtienen dos nuevos vectores (descendientes):

Q_1 =(6, 3, 5, 10, 4, 5, 2, 7, 9, 8) y Q_2 =(2, 6, 9, 3, 8, 1, 5, 10, 7, 4);

El operador OX (propuesto por Davis) comienza de una manera similar al PMX, es decir, eligiendo de forma aleatoria dos posiciones de cruce sobre los vectores y las correspondientes relaciones ente los elementos. A continuación el operador OX realiza un movimiento de desplazamiento para cubrir los huecos dejados por los elementos del vector a intercambiar; este movimiento de desplazamiento comienza a partir de la segunda posición de cruce. Posteriormente se producen intercambios de elementos definidos por la sección de emparejamiento.

Por ejemplo, considerando las permutaciones P_1 y P_2 anteriores y los puntos de cruce n_1=5 y n_2=8, las nuevas permutaciones que se obtienen con el operador OX son:
Q_1 = (3 ,8, 1, 10, 4, 5, 2, 7, 9, 6) y Q_2 = (3, 4, 2, 7, 8, 1, 5, 10, 6, 9) .

El proceso de obtención de estos descendientes es ilustrado en la figura 4.



DESCENDIENTES OBTENIDOS

Q_1	3	8	1	10	4	5	2	7	9	6
Q_2	3	4	2	7	8	1	5	10	6	9

Figura 4: Ejemplo de cruce con el operador OX.

La principal diferencia entre los operadores PMX OX es el hecho de que, mientras PMX tiende a respetar las posiciones absolutas de los elementos dentro de los vectores, OX tiende a respetar las posiciones relativas.

Finalmente, el operador CX (propuesto por Oliver) construye los descendiente de tal forma que cada elemento de los nuevos vectores (tanto su valor como su occisión dentro del vector) viene de uno de sus vectores progenitores. Por ejemplo, considerando de nuevo P_1 y P_2 se toma el primer elemento del primer vector; como todo elemento debe ser tomado de uno de sus progenitores, la elección del elemento 6 de P_1 obliga a coger el elemento 1 de P_1 . Esta regla se sigue aplicando hasta que se complete un ciclo, momento en el cual los restantes elementos se completan del otro vector progenitor. De esa forma se obtendrían como descendiente Q_1 = (6,3,2,7,4,1,5,10,9,8) y Q_2 = (1,6,9,3,8,5,2,7) la Figura 5 ilustra de nuevo el proceso de obtención de los descendientes.

Los tres operadores analizados (PMX, CX y OX), para el problema de distribución en planta considerado, obtienensoluciones admisibles (posibles distribuciones de las secciones en la áreas) a partir de dos soluciones admisibles.

P_1	6	3	2	7	8	1	5	10	9	4

Q_1	6	3	2	7	4	1	5	10	9	8

Q_2	1	6	9	3	8	5	2	7	10	4
P_2	1	6	9	3	4	5	2	7	10	8

Figura 5: Ejemplo de cruce con el operador CX.

Operador de mutación

El operador de mutación para el problema considerado puede consistir en intercambiar las posiciones de dos elemento del vector elegidos de manera aleatoria.

Por ejemplo, dada la distribución P=(1, 4, 7, 2, 8, 9, 5, 3, 10, 6) y las posiciones de mutación n_1=2 y n_2 =7 , elegidas aleatoriamente, el resultado de la mutación sería una distribución ligeramente diferentes:

P' = (1, 5, 7, 2, 8, 9, 4, 3, 10, 6).

Resultados Experimentales.

Para probar la efectividad del algoritmo, se implementó un algoritmo genético con las siguientes características:

Tamaño de población:	***30***
Número de Generaciones	***30***
Operador de Cruce:	***PMX***
Probabilidad de cruce:	***0.7***
Probabilidad de Mutación:	***0.1***

Tomando como base la población inicial de la tabla 3, las figuras 15 y 16, ilustran la evolución decreciente del coste máximo y medio en cada generación.

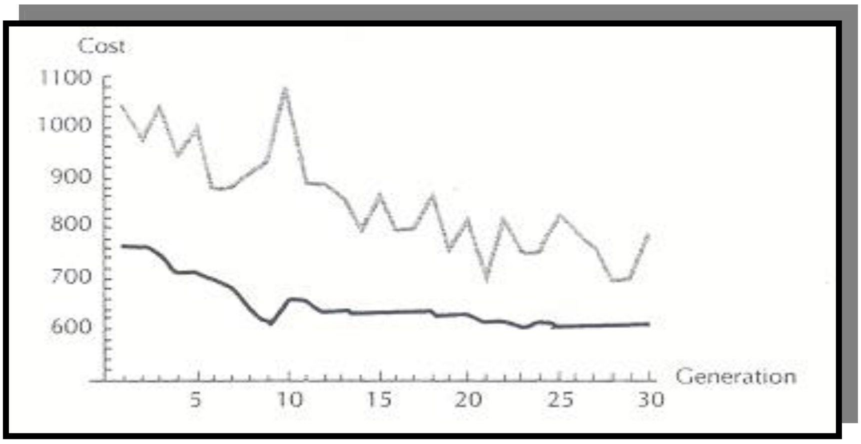


FIGURA 6: Evolución del coste máximo y mínimo

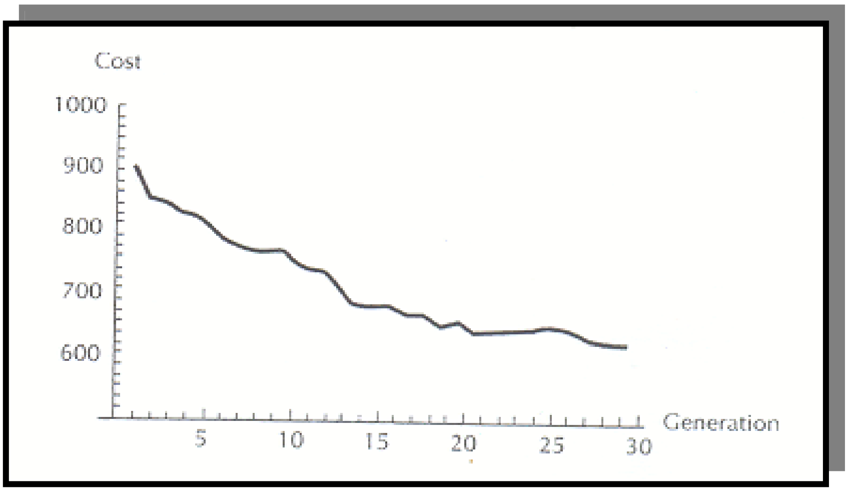


Figura 7: Evolución del coste medio

De igual forma, la Tabla 4 presenta un informa estadístico sobre el número de cruces y mutaciones producidas, y los cortes mínimo, máximo y medio obtenidos en cada una de las 30 generaciones del experimento.

			COSTES			
GENERACIÓN	NÚMERO DE CRUCES	NÚMERO DE MUTUACIONES	MEDIDA	DESV. TIPICA	MIN	MAX
1	11	0	897.1	72.9456	759	1040
2	11	2	852.3	63.3753	759	982
3	12	5	842.133	61.8506	745	1040
4	15	6	829.267	58.0909	711	946
5	10	3	818.733	82.6872	708	1002
6	11	2	788.733	51.0341	690	873
7	15	4	778.633	57.3913	675	881
8	9	4	765.1	63.553	633	908
9	12	2	771	77.0298	609	929
10	9	3	762.633	83.4363	653	1079
11	12	6	741.8	69.7065	651	883
12	10	3	737.633	69.9199	633	883
13	13	1	710.6	62.3055	636	859
14	8	1	683.9	43.2812	626	787
15	11	1	681.033	57.6287	626	867
16	13	6	684.767	46.3217	626	797
17	13	3	672.2	42.9686	627	794
18	10	4	667.367	46.537	626	859
19	11	3	653.533	26.6959	621	749
20	11	3	661.467	52.5618	621	815
21	12	2	641.7	20.3455	609	695
22	8	4	644.767	39.8434	609	814
23	14	5	642.467	31.581	598	748
24	8	3	642.467	34.0838	609	750
25	11	8	650.5	52.3218	598	824
26	8	5	649.367	48.84	598	791
27	10	1	639.867	39.1282	598	764
28	8	2	624.567	21.0708	598	693
29	8	3	619.8	19.6704	598	695
30	11	3	619.967	33.1178	598	781

Tabla 4: Informe de evolución.

Finalmente en la Tabla 5 puedes verse la última generación de soluciones potenciales obtenida. La mejor distribución después de las 30 generaciones es:

P= (9, 3, 5, 10, 1, 2, 4, 8, 6, 7) con un coste asociado de 598.

Observar también que se ha obtenido un conjunto de buenas distribuciones, además pueden descubrirse importantes similitudes (esquemas) entre los individuos de esta última generación. Por ejemplo: todas las potenciales distribuciones sitúan la sección 9 en el primer área, y las sección 6, 7 y 8 siempre quedan colocadas en las 3 últimas áreas.

DISTRIBUCIÓN POTENCIAL	COSTE	DISTRIBUCIÓN POTENCIAL	COSTE
P_1=(9,3,4,10,1,2,5,8,7,6)	624	P_{16}=(9,3,5,10,1,2,4,8,7,6)	609
P_2=(9,1,5,10,3,2,4,8,6,7)	601	P_{17}=(9,10,5,3,1,2,4,8,6,7)	618
P_3=(9,3,2,10,1,5,4,8,6,7)	616	P_{18}=(9,3,5,10,1,2,4,8,7,6)	609
P_4=(9,3,2,10,1,5,4,8,7,6)	627	P_{19}=(9,3,5,10,1,2,4,8,6,7)	598
P_5=(9,1,5,10,3,2,4,8,7,6)	612	P_{20}=(9,10,5,3,1,2,4,8,6,7)	618
P_6=(9,3,4,10,1,2,5,8,7,6)	624	P_{21}=(9,10,5,3,1,2,4,8,7,6)	629
P_7=(9,3,5,10,1,2,4,8,6,7)	598	P_{22}=(9,1,5,10,3,2,4,8,6,7)	601
P_8=(9,3,5,10,1,2,4,8,7,6)	609	P_{23}=(9,3,4,10,1,2,5,8,7,6)	624
P_9=(9,3,2,10,1,5,4,8,7,6)	627	P_{24}=(9,3,5,10,1,2,4,8,7,6)	609
P_{10}=(9,8,5,10,3,2,4,1,7,6)	781	P_{25}=(9,3,5,10,1,2,4,8,6,7)	598
P_{11}=(9,3,5,10,1,2,4,8,6,7)	598	P_{26}=(9,3,4,1,10,2,5,8,6,7)	657
P_{12}=(9,3,5,10,1,2,4,8,7,6)	609	P_{27}=(9,3,5,10,1,2,4,8,7,6)	609
P_{13}=(9,3,4,10,1,2,5,8,7,6)	624	P_{28}=(9,3,5,10,1,2,4,8,6,7)	598
P_{14}=(9,3,5,10,1,2,4,8,7,6)	609	P_{29}=(9,3,1,10,2,5,4,8,6,7)	610
P_{15}=(9,10,5,3,1,2,4,8,7,6)	629	P_{30}=(9,3,4,10,1,2,5,8,7,6)	624

Tabla 5 : Población después de 30 generaciones

Evidentemente, el algoritmo descrito puede ser refinado, incluyendo aspectos como penalizaciones a determinados individuos, eliminación de duplicados, poblaciones de tamaño visible, etc. Sin embargo, para los propósitos de esta lección es claramente ilustrativo del modo de funcionamiento de los algoritmos genéticos.