OPTIMIZACIÓN

Erik Cuevas, Valentín Osuna, Diego Oliva y Margarita Díaz

CAPÍTULO 1

OPTIMIZACIÓN Y MÉTODOS DE CÓMPUTO EVOLUTIVO

Introducción

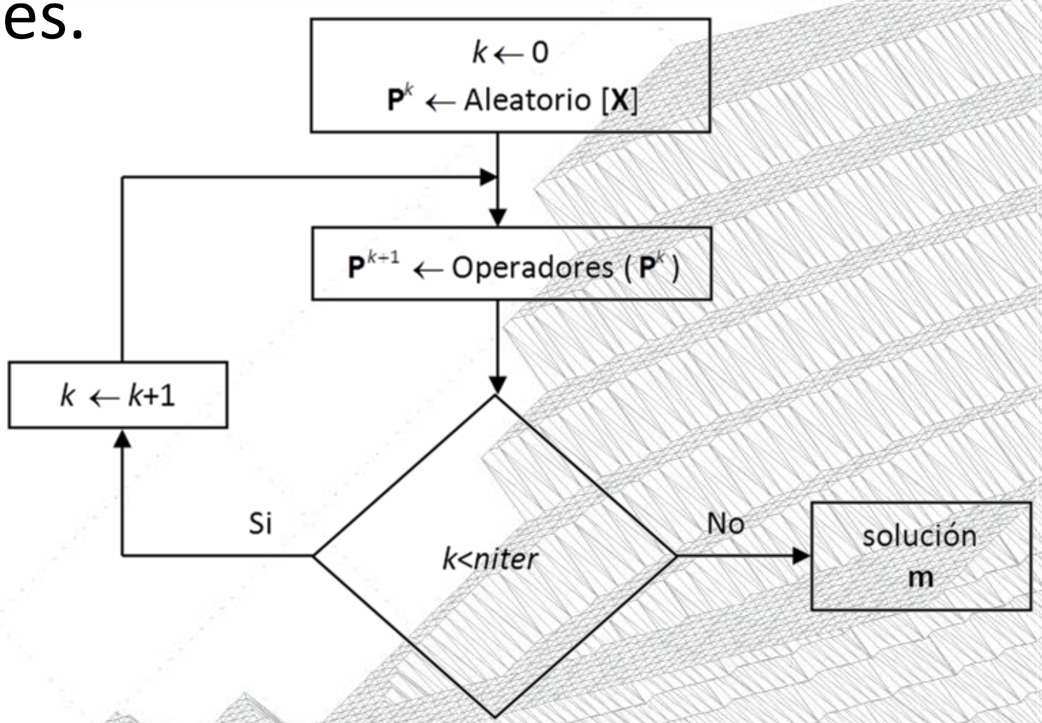
Un problema de optimización puede ser formulado como un proceso donde se desea encontrar el valor optimo $\mathbf{x}^*$ que minimiza o maximiza la función objetivo $f(\mathbf{x})$. Tal que:

$$\begin{array}{lll} \text{Minimizar/Maximizar} & f(\mathbf{x}), & \mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_d) \in \mathbb{R}^d \\ \text{considerando} & \mathbf{x} \in \mathbf{X} & \end{array} \tag{1.1}$$

Donde **x** representa el vector de variables de decisión mientras *d* especifica su número. **X** representa el conjunto de soluciones candidato, conocido también como espacio de búsqueda o espacio de soluciones. En muchas ocasiones el espacio de búsqueda se encuentra limitado por los límites inferior (l_i) o superior (u_i) de cada una de las *d* variables de decisión tal que $\mathbf{X} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d \,\middle|\, l_i \leq x_i \leq u_i, i = 1, \ldots, d \right\}$.

Métodos de cómputo evolutivo

- Los métodos de computo evolutivo [9] no usan información del gradiente de la función objetivo. Prescindir de este requerimiento, hace posible que los métodos evolutivos puedan utilizar funciones objetivo tan complejas como la aplicación lo requiera. En algunos casos, la función objetivo puede incluso contener simulaciones o modelos experimentales.



Selección probabilística

La selección probabilística considera el proceso de seleccionar un elemento de un conjunto posible, de tal forma que los elementos con mejor calidad tengan una mayor probabilidad de ser elegidos, en comparación de aquellos que tienen una calidad menor.

En los métodos de computo evolutivo frecuentemente deben de elegir una solución $\mathbf{x}_e^k$ de una población $\mathbf{P}^k\left(\mathbf{x}_1^k,\mathbf{x}_2^k,\ldots,\mathbf{x}_N^k\right)$ de soluciones, donde $e\in[1,2,\ldots,N]$. La elección debe de tomar encuentra la calidad o fitness de las soluciones $\left(f(\mathbf{x}_1^k),f(\mathbf{x}_2^k),\ldots,f(\mathbf{x}_N^k)\right)$, de tal forma que las soluciones de mejor calidad tengan una mayor probabilidad de ser elegidas. Bajo este proceso de selección, la probabilidad de elegir la solución $\mathbf{x}_e^k$ entre las demás N-1 soluciones es definida como:

$$P_e=\frac{f(\mathbf{x}_e^k)}{\sum_{i=1}^{N} f(\mathbf{x}_i^k)} \tag{1.11}$$

Búsqueda aleatoria

El método de búsqueda aleatoria [11] es el primer método que baso su estrategia de optimización en un proceso totalmente estocástico. Bajo este método, solo una solución candidato $\mathbf{x}^k$ es mantenida durante el proceso de evolución. En cada iteración, la solución candidato $\mathbf{x}^k$ es modificada añadiendo un vector aleatorio $\Delta\mathbf{x}$. De esta manera la nueva solución candidato es modelada bajo la siguiente expresión:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta\mathbf{x} \qquad (1.13)$$

Considerando que la solución candidato $\mathbf{x}^k$ tiene d dimensiones $\left(x_1^k, x_2^k, \ldots, x_d^k\right)$, cada coordenada es modificada $\left(\Delta\mathbf{x} = \{\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_d\}\right)$ mediante una perturbación aleatoria Δx_i $\left(i \in [1,2,\ldots,d]\right)$ modelada por una distribución de probabilidad Gaussiana definida como:

$$p(\Delta x_i) = \frac{1}{\sigma_i \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \cdot \frac{(\Delta x_i - \mu_i)}{\sigma_i^2}\right) = N(\mu_i, \sigma_i), \qquad (1.14)$$

donde σ_i y μ_i representan la desviación estándar y el valor medio, respectivamente para la dimensión *i*. Como el valor de Δx_i añade una modificación alrededor de x_i^k, el valor medio se considera cero ($\mu_i = 0$).

Temple simulado

- El algoritmo de temple simulado mantiene durante su funcionamiento una sola solución candidato ($\mathbf{x}^k$). Dicha solución es modificada en cada iteración utilizando un procedimiento similar al método de búsqueda aleatoria, donde cada punto es modificando mediante la generación de un vector aleatorio $\Delta\mathbf{x}$.
- una nueva solución $\mathbf{x}^{k+1}$ será aceptada considerando 2 diferentes alternativas.
- 1. Si su calidad es superior a la de su antecesor $\mathbf{x}^k$. Esto es sí $f(\mathbf{x}^{k+1}) > f(\mathbf{x}^k)$
- 2. Bajo una probabilidad de aceptación p_a
- La segunda alternativa determina que anuqué la calidad de $\mathbf{x}^{k+1}$ no sea superior a $\mathbf{x}^k$ ($f(\mathbf{x}^{k+1}) > f(\mathbf{x}^k)$), la solución será aceptada de acuerdo a una probabilidad de aceptación p_a definida como:

$$p_a = e^{-\frac{\Delta f}{T}},$$