Part I

Appendice: richiami di calcolo delle probabilità

17 Richiami di Calcolo delle Probabilità

Definition 138 *Uno spazio di probabilità è una terna* $\{\Omega, \Im, \mathbb{P}\}$ *dove* Ω *rappresenta lo spazio ambiente,* $\Im$ *una* σ*-algebra,* $\mathbb{P} : \Im \to [0,1]$ *una misura di probabilità, cioè una funzione di insieme che soddisfa le seguenti proprietà:*

- $\mathbb{P}(\Omega) = 1$
- $\mathbb{P}(A) \geq 0$, $\forall A \in \Im$
- $\mathbb{P}(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i)$ *, per ogni sequenze* A_i *tale che* $A_i \in \Im$, $\forall i$ *e* $A_i \cap A_j = \varnothing$ *per ogni* $i \neq j$

Richiamare variabili aleatorie continue e discrete, valor medio e varianza, densità e funzione di ripartizione, funzione caratteristica, cambio di variabile e trasformazioni di densità

18 Esempi ed esercizi

Nel seguito, intendiamo con ε_i, $i = 1, 2, ...$, una sequenza di variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite con momento quarto finito.

1) Si determinino gli stochastic orders of magnitude di queste sequenze:
a) $X_n = \sum_{i=1}^n i^\alpha \varepsilon_i$
b) $Y_n = X_n^2 \times \varepsilon_n$
c) $W_n = (\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2) \times (\sum_{i=1}^n \varepsilon_i)$
d) $U_n =$

2) Si studi la convergenza delle seguenti sequenze, al variare di α e β :
a) $X_n = n^{-\beta} \sum_{i=1}^n i^\alpha \varepsilon_i$
b) $Y_n = X_n^2 \times \varepsilon_n$
c) $U_n = n^\alpha (\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 - n^\beta)$

3) Si studi la convergenza delle seguenti sequenze, al variare di α:
a)
$$X_n = \frac{n^\alpha \sum_{i=1}^n \varepsilon_i}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}$$
b)
$$X_n = \frac{n^\alpha \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^4}$$
c)
$$X_n = \frac{n^\alpha \sum_{i=1}^n \varepsilon_{3i+1}^2}{(\sum_{i=1}^n \varepsilon_{3i}^4) \times (\sum_{i=1}^n \varepsilon_{3i+2}^4)}$$