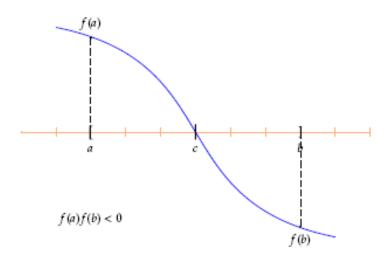
#### Métodos de Soluciones de Ecuaciones

## **Bisección**

Si f es una función continua sobre el intervalo [a, b] y si f(a) f(b)<0, entonces f debe tener un cero en (a, b). Dado que f(a)f(b)<0, la función cambia de signo en el intervalo [a, b] y por lo tanto tiene por lo menos un cero en el intervalo.



Esta es una consecuencia del teorema del valor intermedio para funciones continuas, que establece que si f es continua en [a, b] y si k es un número entre f(a) y f(b), entonces existe por lo menos un c (a, b) tal que f(c)=k. (para el caso en que f(a)f(b)<0 se escoge k=0, luego f(c)=0, c (a, b)).

El método de bisección consiste en dividir el intervalo en 2 sub-intervalos de igual magnitud, reteniendo el sub-intervalo en donde f cambia de signo, para conservar al menos una raíz o cero, y repetir el proceso varias veces.

Por ejemplo, suponga que f tiene un cero en el intervalo [a, b].

Primero se calcula el punto medio del intervalo  $c = \frac{a+b}{2}$ ; después se averigua sí f(a)f(c)<0. Si lo es, entonces f tiene un cero en [a, c].

A continuación, se renombra a c como b y se comienza una vez más con el nuevo intervalo [a, b], cuya longitud es igual a la mitad del intervalo original.

Si f(a)f(c)>0, entonces f(c)f(b)<0 y en este caso se renombra a c como a.

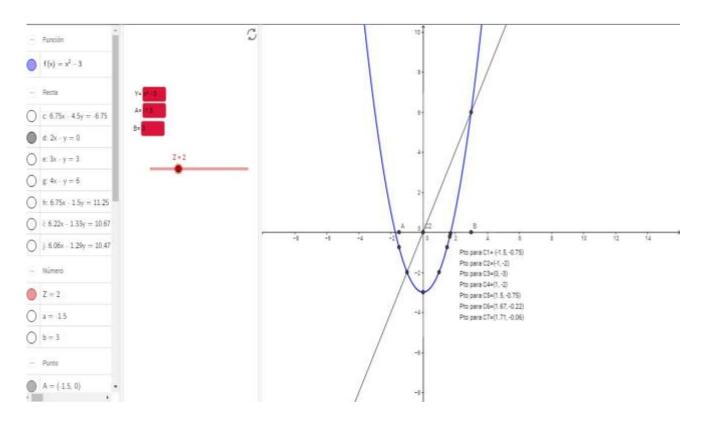
En ambos casos se ha generado un nuevo intervalo que contiene un cero de f, y el proceso puede repetirse.

## Falsa posición

Aun cuando la bisección es una técnica perfectamente válida para determinar raíces, su método de aproximación por "fuerza bruta" es relativamente ineficiente. La falsa posición es una alternativa basada en una visualización gráfica.

Un inconveniente del método de bisección es que al dividir el intervalo de x1 a xu en mitades iguales, no se toman en cuenta las magnitudes de f(x1) y f(xu). Por ejemplo, si f(x1) está mucho más cercana a cero que f(xu), es lógico que la raíz se encuentre más cerca de x1 que de xu.

Un método alternativo que aprovecha esta visualización gráfica consiste en unir f(x1) y f(xu) con una línea recta. La intersección de esta línea con el eje de las x representa una mejor aproximación de la raíz. El hecho de que se reemplace la curva por una línea recta de una "falsa posición" de la raíz; de aquí el nombre de método de la falsa posición.



### Punto Fijo

El método del punto fijo es un método iterativo que permite resolver sistemas de ecuaciones no necesariamente lineales. En particular se puede utilizar para determinar raíces de una función de la forma, siempre y cuando se cumplan los criterios de convergencia.

El procedimiento empieza con una estimación o conjetura inicial de que es mejorada por iteración hasta alcanzar la convergencia. Para que converja, la

Derivada debe ser menor que 1 en magnitud (al menos para los valores x que se encuentran durante las iteraciones). La convergencia será establecida mediante el requisito de que el cambio en de una iteración a la siguiente no sea mayor en magnitud que alguna pequeña cantidad  $\varepsilon$ .

# **Newton Raphson**

Este método es uno de los más utilizados para localizar raíces ya que en general es muy eficiente y siempre converge para una función polinomial.

Se requiere que las funciones sean diferenciables y, por tanto, continuas, para poder aplicar este método.

Se debe partir de un valor inicial para la raíz: xi, este puede ser cualquier valor, el método convergirá a la raíz más cercana.

Si se extiende una tangente desde el punto  $(x_i, f(x_i))$ , el punto donde esta tangente cruza al eje x representa una aproximación mejorada de la raíz.

