

Solución de ecuaciones diferenciales.

Método de Euler o Método de las tangentes

Antecedentes Fue creado por el suizo físico-matemático Leonhard Paul Euler (1707- 1783) a quien se le atribuyó el título del principal matemático del siglo XVII y uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos. Formas de interpretar una ecuación Diferencial.

Analíticamente: es la resolución matemática de ecuaciones a través de los símbolos.

Cualitativamente: es el análisis e interpretación de la ecuación en términos generalmente gráficos para conocer el comportamiento del fenómeno simulado.

Numéricamente: es el estudio de las ecuaciones diferenciales mediante la utilización de construcción de algoritmos computacionales para dar aproximaciones más exactas ¿Cuándo usar el Método de Euler? Se utiliza cuando las ecuaciones diferenciales no tienen una solución analítica, aunque en problemas reales se evita de utilizar este método ya que el error de las curvas generadas con respecto al comportamiento real es mayor que el error que genera mediante otros métodos.

Método de Runge-Kutta.

Antecedentes Fue desarrollado inicialmente alrededor del año 1900 por los matemáticos C. Runge y M. W. Kutta Teorías En cada paso el método de Euler se mueve a lo largo de la tangente de una cierta curva que está "cerca" a la curva desconocida o buscada. Los métodos Runge-Kutta extienden esta idea geométrica al utilizar varias derivadas o tangentes intermedias, en lugar de solo una, para aproximar la función desconocida. Los métodos Runge- Kutta más simples se obtienen usando dos derivadas intermedias. ¿Cuándo usar el Método de Runge-Kutta? Cuando se desea resolver modelos analíticamente complejos mediante la aplicación de técnicas matemáticas básicas (estas técnicas numéricas, son las bases para la solución y simulación de problemas complejos utilizando computadoras), por ejemplo, en ingeniería mecánica, se utilizan para resolver de forma aproximada casos o aplicaciones especiales de las ecuaciones de Navier-Stokes, aplicando técnicas numéricas y posteriormente resolviéndolas en una computadora (a estas técnicas se les conoce como CFD o computational fluid Dynamics).

Se define como el Método de iteraciones que extiende la idea geométrica y utiliza varias derivadas o tangentes intermedias para poder aproximar la función desconocida. Definición $x_{n+1} = x_n + h(\sum_{i=1}^4 b_i k_i)$ con $k_i = f(x_n + \sum_{j=1}^4 a_{ij} k_j, t_n + h c_i)$ Y el error cumple la condición: $\max |X(t) - x| \leq Ch^p$

Características Método de Runge-Kutta Son una especialización de los métodos numéricos a un paso. Sustituye el problema de valor inicial por la integral equivalente Aunque posee el error local de truncamiento del método de Taylor, este prescinde del cálculo y evaluación de las derivadas de la función $f(t,y)$ El Método de Runge-Kutta puede ser de segundo, tercer o cuarto orden. Forma parte de la familia de los métodos iterativos tanto implícitos como explícitos para aproximar las soluciones de ecuaciones diferenciales de primer orden El método de Euler es el método de Runge-Kutta de orden 1

Notas importantes para resolver ecuaciones diferenciales a través del Método e Runge-kutta Siendo Runge-Kutta una especialización de los métodos numéricos a un paso. Fundamentalmente, lo que caracteriza a este método es que el error en cada paso i es de la forma: $E_i = Ch_k$ Siendo C una constante real positiva, al número k se le llama orden del método y h ya sabemos que es el tamaño del paso en cada nodo. Además de ello en dicho método se le llama etapas a las sucesivas evaluaciones de la función f en cada paso. El número de etapas de un método de Runge-Kutta es el número de veces que la función es evaluada en cada paso i , Este concepto es importante porque evaluar la función requiere un coste computacional (a veces alto) por tanto se prefieren métodos con el menor número posible de etapas.