

# Óptica y fotónica

La ciencia de la luz

Marc Figueras Atienza

PID\_00166290



## Índice

<b>Introducción .....</b>	5
<b>Objetivos .....</b>	6
<b>1. La luz y su estudio: la óptica .....</b>	7
1.1. ¿Qué es una onda? .....	7
1.1.1. Tipos de ondas .....	9
1.1.2. Descripción de las ondas .....	10
1.1.3. El número de onda y la longitud de onda .....	12
1.1.4. La frecuencia y el periodo .....	13
1.2. ¿Qué es la luz? .....	14
1.2.1. El espectro electromagnético .....	15
1.3. Niveles de descripción de la luz .....	16
1.3.1. La óptica y la fotónica .....	18
<b>2. Óptica geométrica: la luz como rayo .....</b>	20
2.1. ¿Qué es la óptica geométrica? .....	20
2.2. Las bases de la óptica geométrica .....	21
2.2.1. El principio de Fermat .....	21
2.2.2. Índice de refracción .....	22
2.3. Reflexión y refracción .....	22
2.3.1. La ley de la reflexión .....	24
2.3.2. La ley de Snell .....	24
2.3.3. Análisis de sistemas ópticos .....	25
2.4. La reflexión interna total.....	26
2.5. La fibra óptica: una aplicación de la reflexión total .....	28
2.5.1. Tipos de fibras ópticas .....	31
2.6. Dispersión .....	32
2.7. ¿Qué hemos aprendido? .....	33
<b>3. Óptica ondulatoria y electromagnética: la luz como onda .</b>	34
3.1. La luz como onda electromagnética.....	34
3.1.1. Descripción matemática .....	35
3.2. Difracción.....	39
3.3. Interferencia .....	41
3.3.1. El principio de superposición .....	41
3.3.2. Diferencia de fase.....	45
3.3.3. Coherencia .....	46
3.4. Patrones de interferencia y difracción .....	48
3.4.1. El experimento de la doble rendija .....	48
3.4.2. Difracción por una única abertura .....	52
3.4.3. Características generales de los patrones de difracción	54

3.5.	Holografía .....	56
3.5.1.	Principio de funcionamiento .....	57
3.5.2.	La holografía y las películas en 3D.....	60
3.5.3.	La holografía digital .....	62
3.5.4.	Almacenamiento de datos holográfico.....	62
3.6.	¿Qué hemos aprendido? .....	63
<b>4.</b>	<b>Óptica cuántica: la luz como partículas.....</b>	<b>64</b>
4.1.	La naturaleza corpuscular de la luz.....	64
4.2.	La dualidad onda-partícula.....	65
4.3.	La cuantificación de la energía .....	66
4.4.	La descripción cuántica de la luz .....	67
4.5.	Procesos de interacción entre la luz y la materia .....	68
4.5.1.	Absorción .....	68
4.5.2.	Emisión estimulada.....	70
4.5.3.	Emisión espontánea .....	71
4.6.	Fuentes de luz.....	72
4.6.1.	Cómo hacer luz.....	73
4.6.2.	Lámparas de incandescencia.....	73
4.6.3.	Lámparas de descarga.....	76
4.6.4.	Diodos electroluminiscentes.....	78
4.7.	El láser .....	79
4.7.1.	Principio de funcionamiento del láser .....	79
4.7.2.	Características de la luz láser .....	82
4.7.3.	Tipos de láseres .....	83
4.7.4.	Evolución del láser y avances recientes .....	84
4.8.	Informática cuántica .....	85
4.8.1.	Principios básicos.....	87
4.8.2.	Ordenadores cuánticos .....	90
4.9.	¿Qué hemos aprendido? .....	91
<b>5.</b>	<b>Problemas resueltos .....</b>	<b>93</b>
5.1.	Enunciados .....	93
5.2.	Soluciones .....	94
<b>Resumen .....</b>	<b>104</b>	
<b>Ejercicios de autoevaluación .....</b>	<b>106</b>	
<b>Solucionario .....</b>	<b>107</b>	
<b>Glosario .....</b>	<b>107</b>	
<b>Bibliografía .....</b>	<b>108</b>	

## Introducción

La luz es omnipresente en nuestras vidas. Con la luz vemos, ya sea la luz del Sol o la luz producida artificialmente mediante utensilios creados por el hombre. Con la luz estáis leyendo esto, tanto si lo leéis sobre un papel como en una pantalla de ordenador. Mirad por la ventana: si es de día todo estará inundado por la luz del Sol, si es de noche veréis una multitud de aparatos que también dan luz (las farolas de la calle, las luces de los coches, etc.). Pero, realmente, ¿qué es la luz? ¿cómo “funciona”? es decir, ¿cómo se comporta? ¿cómo la podemos manipular? ¿cómo la podemos crear?

En este módulo intentaremos responder a algunas de estas preguntas. En concreto, empezaremos estableciendo qué es la luz, sin entrar en muchos detalles, simplemente con el objetivo de tener claro de qué estamos hablando. Después haremos un recorrido breve por las diversas maneras mediante las cuales podemos describir la luz, desde la más simple, que es la óptica geométrica, hasta la más compleja y actualmente más precisa, que es la óptica cuántica.

En primer lugar trataremos de entender cómo se comporta la luz si la consideramos simplemente como un rayo, sin entrar en más detalles, lo cual nos permitirá llegar a algunas leyes generales y a ver cómo se desvía la luz cuando pasa de un material a otro. Después pasaremos a considerar la luz como una onda electromagnética, hecho que nos permitirá explicar toda una serie de fenómenos que no podíamos entender cuando la considerábamos solo como un rayo. Estas dos descripciones de la luz (como rayo y como onda) son las más clásicas, pero ya son bastantes potentes como para entender aplicaciones relativamente modernas, como la fibra óptica o la holografía.

Finalmente, pasaremos a la descripción más moderna de la luz: la que la considera formada por partículas. Hay que decir que esta descripción no sustituye a la descripción de la luz como onda, sino que ambas coexisten. Es decir, en algunos fenómenos la luz se comporta como una onda, mientras que en otros se comporta como un haz de partículas. Esta descripción de la luz es más compleja matemáticamente y, por lo tanto, sólo la explicaremos de forma muy cualitativa; sin embargo será suficiente para entender una de las creaciones que ha modificado más el panorama de la óptica en los últimos años: el láser. Para acabar el apartado haremos una introducción a un campo muy moderno y activo: la informática cuántica, de la cual daremos unas pinceladas para que seáis capaces de valorar los desarrollos futuros que se vayan produciendo en este campo.

## Objetivos

Después de estudiar este módulo el estudiante deberá haber alcanzado los siguientes objetivos:

1. Tener claro que la luz es una onda electromagnética y saber dónde se sitúa dentro de la totalidad del espectro electromagnético.
2. Entender los diferentes niveles en los que se puede describir la luz y qué se puede estudiar en cada caso.
3. Entender la óptica geométrica como primera aproximación al estudio de la luz y saber cómo se pueden superar sus limitaciones con la óptica ondulatoria clásica y la óptica cuántica.
4. Conocer las bases de la óptica geométrica y cómo dan lugar a las leyes básicas de la reflexión y la refracción.
5. Aplicar las leyes de la óptica geométrica al caso concreto de las fibras ópticas y poder entender y resolver problemas en los que intervenga la reflexión y la refracción de la luz.
6. Poder describir la luz en términos de una oscilación de campos eléctricos y magnéticos.
7. Entender los fenómenos básicos del carácter ondulatorio de la luz: la interferencia y la difracción, y ser capaz de calcular los patrones de interferencia en los casos más simples.
8. Entender las ideas básicas de la holografía.
9. Conocer cualitativamente los principios básicos de la óptica cuántica y saber los procesos básicos de interacción entre luz y materia tal como se describen en óptica cuántica.
10. Entender cómo se puede generar luz y cómo se utiliza a nivel práctico en los diversos tipos de fuentes de luz y, especialmente, en el láser.
11. Tener una idea aproximada de qué es la informática cuántica y tener la capacidad de valorar los desarrollos futuros que se produzcan en este campo.

## 1. La luz y su estudio: la óptica

Dedicaremos este apartado a presentar, de manera general, qué es la luz y cómo se puede describir. Veréis que la luz se puede estudiar a diversos niveles de complejidad, niveles que iremos introduciendo de manera más detallada en los apartados siguientes. Ahora bien, ya os avanzamos que la luz se puede describir como una onda, de manera que antes de empezar no está de más hacer un repaso de qué es una onda y cómo se puede describir.

### 1.1. ¿Qué es una onda?

Todos hemos lanzado alguna vez una piedra dentro de un charco de agua (y si no, ¡podéis probarlo ahora mismo!). ¿Qué pasa cuando lo hacemos? Cuando la piedra cae en el agua vemos que el agua alrededor del punto en que ha caído empieza a moverse arriba y abajo; después, el agua un poco más alejada, que antes estaba tranquila, también empieza a moverse arriba y abajo (figura 1). De hecho, si nos fijamos bien, este movimiento arriba y abajo del agua va llegando cada vez más lejos.

Figura 1. Ondas en la superficie del agua



Fuente: Wikimedia Commons; autor: Roger McLassus.

Lo que hemos hecho al lanzar la piedra es **perturbar** el agua, es decir, la hemos obligado a alejarse de su situación normal, de su situación “tranquila” en que no se movía y ahora, en cambio, se mueve arriba y abajo. Y no solo esto; además, este movimiento del agua arriba y abajo, esta **perturbación**, se

**propaga**, es decir, a medida que transcurre el tiempo llega cada vez más lejos del punto en que la hemos originado.

Esto que acabamos de crear en la superficie del agua es una **onda**. Podemos ver cómo se crean y se propagan ondas cuando lanzamos una piedra a un charco, pero también cuando damos un golpe en el cordel de tender la ropa, por ejemplo. En los dos casos creamos una perturbación en un lugar y esta perturbación se propaga a otros puntos (a otros puntos del charco en el primer ejemplo y a otros puntos del cordel, en el segundo). Esto también pasa cuando producimos un sonido; en este caso la onda no es evidente, no la podemos “ver”, pero en cambio sí que la podemos “oír”, de manera que es evidente la propagación de una perturbación, que en este caso es el sonido, desde un lugar hacia otro.

En todos estos casos hay mecanismos físicos que hacen que una perturbación que se produce en un lugar tenga unos efectos en otro lugar, situado a una cierta distancia y después de un cierto tiempo. Además, fijaos que solo se propaga la **perturbación**, no hay ningún cuerpo ni ningún otro agente físico que se desplace desde el lugar de origen hasta el lugar de llegada. En cada caso, la perturbación consistirá en una variación de alguna magnitud física con respecto a un valor inicial; esta magnitud puede ser:

- un desplazamiento,
- la presión,
- la densidad,
- el campo eléctrico,
- etc.

y el mecanismo mediante el cual la variación de esta magnitud se propaga por el espacio será muy diferente en cada caso.

En general, por lo tanto, la magnitud física considerada realizará algún tipo de oscilación alrededor de un punto de equilibrio, pero sin sufrir ningún desplazamiento neto. Esta magnitud, y especialmente su variación a medida que pasa el tiempo, nos caracterizará la onda; es decir, describiremos la onda mediante la variación de esta magnitud. En la figura 2 podéis ver una representación esquemática de una perturbación, una onda, que se propaga hacia la derecha con una cierta velocidad  $v$ .

El hecho de que la perturbación se vaya propagando nos indica que se está propagando energía, que es la que permite que la magnitud perturbada en un punto también pueda resultar perturbada en otro punto tras un cierto tiempo. En otras palabras, y volviendo nuevamente al ejemplo del charco de agua, cuando lanzamos la piedra al agua le comunicamos una cierta energía, que es la que provoca la perturbación. Y posteriormente esta energía se va propagando y es la que permite que la perturbación vaya apareciendo más y más lejos.

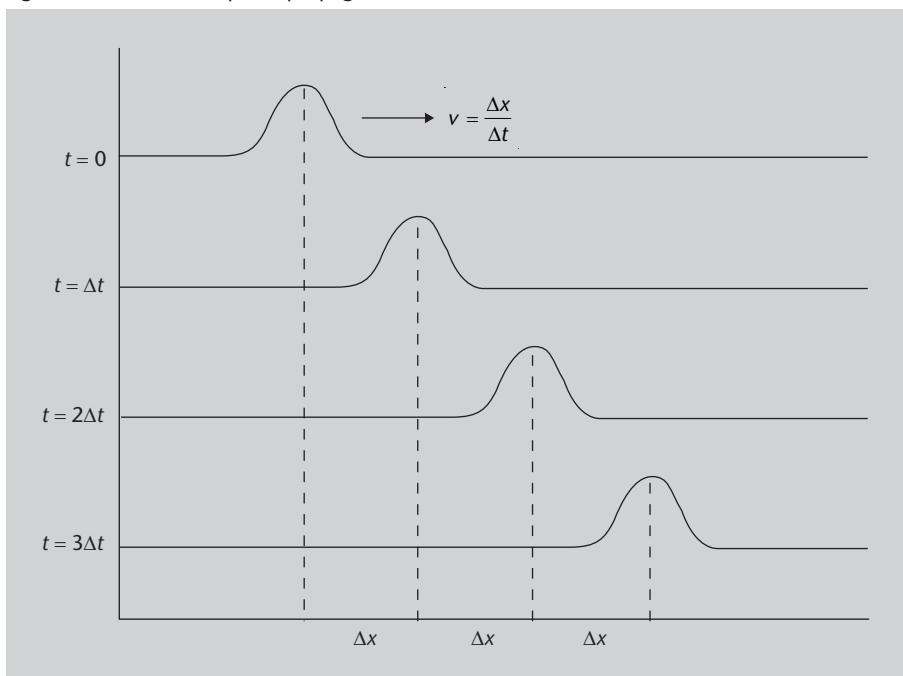
#### Mecanismo físico

Entendemos por mecanismo físico algún conjunto de fuerzas que hacen cambiar el estado de un sistema, es decir, que modifican la situación en que se halla un cuerpo o un conjunto de cuerpos.

#### Punto de equilibrio

El punto de equilibrio es el valor que tiene una magnitud física cuando no la perturbamos. Nuevamente, en el caso del agua, el punto de equilibrio es la altura del agua cuando está “tranquila”, antes de lanzar la piedra.

Figura 2. Perturbación que se propaga hacia la derecha

**Figura 2**

Perturbación (onda) que se propaga hacia la derecha, representada en diferentes instantes de tiempo ( $t = 0$ ,  $t = \Delta t$ , etc.). La velocidad de propagación de esta perturbación,  $v$ , es el espacio recorrido,  $\Delta x$ , dividido por el tiempo empleado en recorrerlo,  $\Delta t$ .

Una **onda** es una perturbación que se propaga por el espacio y el tiempo, con transporte de energía y de cantidad de movimiento, pero sin transporte neto de materia.

Fijaos que la definición remarca el hecho de que en una onda no hay movimiento neto de materia, solo hay propagación de energía y de cantidad de movimiento. Es esta propagación de energía la que hace que la perturbación vaya llegando cada vez más lejos. La cantidad de movimiento, por su parte, da idea de la fuerza que lleva la onda; pensad que la fuerza es la variación de la cantidad de movimiento en función del tiempo.

### 1.1.1. Tipos de ondas

En el subapartado 1.1 hemos visto que en cada caso particular la magnitud perturbada en un movimiento ondulatorio puede ser diferente, y también lo puede ser el mecanismo de propagación de esta perturbación. Aun así, podemos clasificar las ondas en función de diversas características. De este modo tenemos:

- Según el sentido de vibración:
- **Ondas transversales:** la vibración es perpendicular a la dirección de propagación. La onda en el agua, es, de hecho, un ejemplo de onda transversal, ya que la onda se desplaza en la dirección paralela a la superficie del agua, pero hace oscilar el medio arriba y abajo, es decir, en la direc-

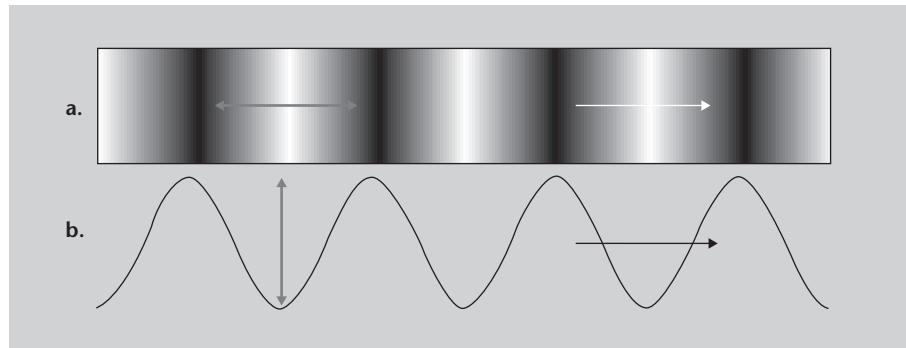
### Dirección web

Podéis ver animaciones de ondas transversales y longitudinales, bastante clarificadoras, en:  
<http://www.youtube.com/watch?v=Rbuhd0AZDU>,  
<http://www.youtube.com/watch?v=MoVz2ENjb8M> i a  
<http://www.youtube.com/watch?v=f66syH8B9D8>.

ción perpendicular a la superficie del agua. En la figura 3b podéis ver una representación de una onda transversal: la magnitud que varía lo hace perpendicularmente a la dirección de propagación (en este caso particular, además, lo hace siguiendo la forma de una función sinusoidal, pero podría tener cualquier forma). Otro ejemplo de ondas transversales son las ondas electromagnéticas.

- **Ondas longitudinales:** la vibración es en la misma dirección que la dirección de propagación. Es el caso de las ondas sonoras, pero en este módulo no nos preocuparemos de este tipo de ondas. En la figura 3a podéis ver una representación de una onda longitudinal: las partículas del medio se mueven hacia adelante y hacia atrás y crean zonas de mayor o menor densidad (representadas como más oscuras o más claras).
- Según si necesitan de un medio material para propagarse:
- **Ondas mecánicas:** lo que oscila es un medio material, como en el caso del agua del charco. Por lo tanto, son ondas que necesitan de un medio material para propagarse.
- **Ondas no mecánicas:** no necesitan de medio alguno para propagarse. Es el caso de las ondas electromagnéticas, que son precisamente las que nos interesan en este módulo.

Figura 3. Ondas transversales y longitudinales



Ahora que ya tenemos una idea acerca de qué es una onda, el paso siguiente es describirlas matemáticamente. En general esta descripción será bastante complicada, pero hay un caso que es relativamente sencillo, que corresponde a lo que se denomina *onda armónica*, una onda que se puede describir con una función seno o coseno.

### 1.1.2. Descripción de las ondas

Cuando en una onda la magnitud que varía en función del tiempo alcanza los mismos valores a intervalos periódicos, se trata de una **onda periódica**. Si, además, esta variación sigue una ley sinusoidal o cosinusoidal, se trata de una **onda armónica**. Esto es equivalente a decir que, en una onda armónica, en

**Figura 3**

- |   |
|---|
| <p>a. Onda longitudinal. El color más oscuro o más claro indica un valor más o menos alto de la magnitud perturbada (densidad, presión, etc.).</p> <p>b. Onda transversal. El perfil de la onda representa los valores que alcanza la magnitud perturbada, que siempre varía en dirección perpendicular a la dirección de propagación.</p> <p>En ambos casos las flechas grises indican la dirección en que se produce la perturbación, la flecha blanca y la flecha negra muestran la dirección de propagación de la onda.</p> |
|---|

**Periodicidad**

<p>Que una magnitud sea <i>periódica</i> significa que después de haber transcurrido un tiempo determinado, el valor de la magnitud vuelve a ser el mismo, y esto sucede siempre.</p>
---

cada punto la magnitud que varía lo hace siguiendo un movimiento vibratorio armónico simple.

A primera vista puede parecer muy restrictivo centrarse en este tipo de ondas, ya que, al fin y al cabo, nos podemos imaginar que solo en casos muy concretos las ondas serán ondas armónicas. La importancia de estudiar ondas armónicas no radica tanto en el hecho de su posible aplicación directa a la descripción de ondas reales que, efectivamente, pocas veces son perfectamente armónicas, sino al hecho de que cualquier onda, tenga la forma que tenga, se puede expresar como una suma de diversas ondas armónicas. Este resultado, que recibe el nombre de **teorema de Fourier**, es una herramienta extraordinariamente potente para analizar el movimiento ondulatorio.

Tal como acabamos de comentar, en una onda armónica, la magnitud física que nos caracteriza dicha onda varía en el tiempo, en cada punto del espacio, de forma sinusoidal. Esto se puede expresar de la forma siguiente (que no justificaremos aquí):

$$f(x,t) = A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \phi) \quad (1)$$

donde:

- $A$  es la **amplitud** de la onda, que corresponde al valor máximo de la perturbación en un punto determinado,
- $x$  es la posición,
- $t$  es el tiempo,
- $k$  es una magnitud denominada **número de onda**,
- $\omega$  es otra magnitud denominada **frecuencia angular** y
- $\phi$  es la llamada **fase inicial**, que simplemente nos dice el valor de la función de onda en el origen de coordenadas y en el instante inicial.

### Movimiento vibratorio armónico simple

Un movimiento vibratorio armónico simple es el que hace un cuerpo que oscila alrededor de un punto de equilibrio y su posición en función del tiempo se puede describir con una función seno o coseno, es decir,  $x(t) \propto \operatorname{sen} t$  o  $x(t) \propto \cos t$ .

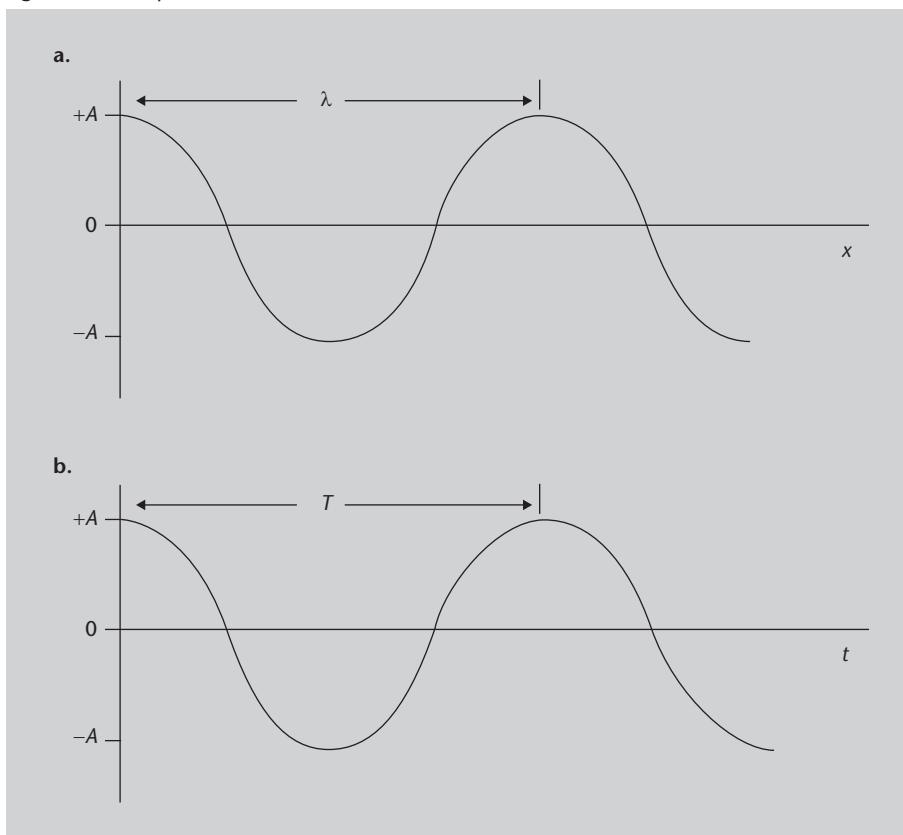
$\omega$  es la letra griega omega minúscula y  $\phi$  es la letra griega fi minúscula.

Antes de explicar estos conceptos detalladamente, vale la pena echar una ojeada a la forma de esta ecuación. Fijaos que la representación gráfica de la ecuación 1 se puede hacer en función de  $x$  o en función de  $t$ . Esto nos da una doble periodicidad: en el tiempo y en el espacio. En la figura 4 podéis ver dos "instantáneas" de una onda armónica; en un caso (a) se trata de la imagen de la onda en un momento concreto; en el otro (b) es la variación en función del tiempo en un punto determinado del espacio.

#### Observación

En lugar de utilizar la función seno podemos utilizar la función coseno y las dos descripciones de la onda son completamente equivalentes. Recordad que para pasar de un seno a un coseno basta con desplazar el origen de coordenadas  $\pi$  radianes o, dicho de otro modo:  $\operatorname{sen} \alpha = \cos(\alpha + \pi)$ .

Figura 4. Doble periodicidad de una onda armónica

**Figura 4**

a. Imagen de una onda armónica que se propaga en la dirección  $x$  en un instante de tiempo  $t$  determinado. La longitud entre dos máximos consecutivos es la longitud de onda  $\lambda$ .

b. Evolución en función del tiempo  $t$  de una onda armónica en un punto  $x$  determinado. El tiempo entre dos máximos consecutivos es el periodo  $T$ .

Pasemos ahora a ver qué significan el número de onda ( $k$ ) y la frecuencia angular ( $\omega$ ); por el camino nos aparecerán también el concepto de longitud de onda ( $\lambda$ ) y el concepto de periodo ( $T$ ).

### 1.1.3. El número de onda y la longitud de onda

Empecemos preguntándonos cuál es, en un instante de tiempo determinado, la distancia mínima entre dos puntos de la onda,  $x$  y  $x'$ , que tienen el mismo valor de la perturbación (por ejemplo, la distancia entre dos máximos o entre dos mínimos). Esta pregunta es equivalente a plantear la ecuación:

$$A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \phi) = A \operatorname{sen}(k(x + x') - \omega t + \phi) \quad (2)$$

Como el seno es una función periódica con periodo  $2\pi$ , las dos expresiones tendrán el mismo valor cuando  $x' = 2\pi/k$ . Esta distancia se llama **longitud de onda** y se acostumbra a simbolizar con la letra griega lambda minúscula, *lambda*, que es, pues, la distancia entre dos puntos que están en el mismo estado de vibración.

### Unidades

En el Sistema Internacional de unidades, la longitud de onda se expresa en metros (m) y el número de onda en metros elevado a menos uno ( $m^{-1}$ ).

Una magnitud asociada a la longitud de onda es el **número de onda**, que simbolizamos con  $k$ . Podemos pensar en el concepto de número de onda a partir de la situación siguiente: en un momento dado “tomamos una fotografía” de la onda y nos preguntamos: ¿cuántos máximos hay en un metro? Como

la longitud de onda es la longitud que hay entre dos máximos consecutivos,  $1/\lambda$  nos dirá cuántos máximos hay en un metro. Esto lo multiplicamos por  $2\pi$  y tenemos la magnitud que denominamos *número de onda*. De este modo obtenemos:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3)$$

Este factor  $2\pi$  puede parecer extraño, pero solo es una cuestión convencional: dado que las funciones sinusoidales son periódicas con periodo  $2\pi$ , si no ponemos este factor  $2\pi$  lo tendríamos que ir arrastrando todo el rato, de manera que es más fácil definir una magnitud que ya lo incluya y así nos ahorraremos ir añadiendo el  $2\pi$  en todas partes. Podríamos perfectamente trabajar con la inversa de la longitud de onda en lugar del número de onda, es simplemente cuestión de comodidad.

#### 1.1.4. La frecuencia y el periodo

Ahora hagámonos la pregunta equivalente pero en función del tiempo: en un punto determinado del espacio, ¿cuánto tarda en repetirse el mismo estado de perturbación?\* De manera muy parecida a como lo hemos hecho antes, esta pregunta es equivalente a plantear la ecuación

$$A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \phi) = A \operatorname{sen}(kx - \omega(t + t') + \phi) \quad (4)$$

\* Por ejemplo, ¿cuánto tardan en producirse dos máximos?

Como el seno es una función periódica con periodo  $2\pi$ , las dos expresiones tendrán el mismo valor cuando  $t' = 2\pi/\omega$ . Este tiempo es el **periodo**, que simbolizamos con la letra  $T$  y que es, pues, el tiempo que tarda la onda en estar otra vez en el mismo estado de vibración.

Una magnitud asociada al periodo es la **frecuencia angular**. Podemos considerar la frecuencia a partir de la situación siguiente: si nos encontramos en un punto del espacio y nos llega una onda, ¿cuántos máximos nos llegan en un segundo? Este valor es la **frecuencia**, la inversa del periodo, que simbolizamos con la letra  $f$ . Este valor multiplicado por  $2\pi$  es la frecuencia angular, que simbolizamos con la letra griega omega minúscula,  $\omega$ . Así pues:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

#### Unidades

En el Sistema Internacional de unidades el periodo se expresa en segundos (s), la frecuencia se expresa en hercios (Hz) y la frecuencia angular se expresa en radianes por segundo (rad/s).

#### Nota

Hay que ir con cuidado, porque a menudo la frecuencia también se simboliza con la letra griega nu minúscula,  $\nu$ , que es fácil confundir con una uve minúscula, ya que son muy parecidas gráficamente.

Conjuntamente, el argumento  $(kx - \omega t)$  que aparece dentro del seno en la ecuación 1 se denomina **fase** de la onda. Fijaos también que durante un tiempo igual a un periodo,  $T$ , la onda se ha desplazado una longitud igual a la longitud de onda, *lambda*; por lo tanto, como el espacio es igual a la velocidad por el tiempo y en este caso la velocidad es la velocidad de propagación de la onda,  $v$ , tenemos que

$$\lambda = vT \quad (6)$$

Si de la expresión anterior aislamos la  $v$ , obtenemos:

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad (7)$$

y ya hemos visto que  $1/T = f$ , de manera que podemos escribir:

$$v = \lambda f \quad (8)$$

Esta última expresión nos relaciona la velocidad de propagación de una onda ( $v$ ) con su frecuencia ( $f$ ) y su longitud de onda ( $\lambda$ ). También se puede reescribir, usando la ecuación 3 y el hecho que  $\omega = 2\pi f$ , como

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (9)$$

En la tabla que presentamos a continuación resumimos las magnitudes principales en la descripción de una onda armónica, junto con sus símbolos y unidades de medida en el Sistema Internacional.

Magnitud	Símbolo	Unidad (SI)
longitud de onda	$\lambda$	m
frecuencia	$f, v$	Hz
frecuencia angular	$\omega$	rad/s
periodo	$T$	s
número de onda	$k$	$m^{-1}$
fase inicial	$\phi$	-
velocidad de propagación	$v, c$	m/s
amplitud	$A$	según el tipo de onda

Ahora ya tenéis una idea un poco más clara de qué es una onda y cómo se puede describir matemáticamente. Con estos conocimientos ya podemos enfrentarnos más tranquilamente al tema de este módulo: la luz. Pasemos, pues, a ver qué es esto de la luz.

## 1.2. ¿Qué es la luz?

Hacia el siglo XVIII había básicamente dos teorías opuestas para explicar qué es la luz: la teoría corpuscular, que consideraba la luz formada por partículas y tenía el apoyo de gente como Isaac Newton y Pierre de Laplace, y la teoría ondulatoria, que consideraba que la luz es una onda y contaba con partidarios como Robert Hooke, Christiaan Huygens, Thomas Young o Augustin-Jean Fresnel. La luz, ciertamente, presenta muchas características ondulatorias, como la interferencia o la difracción, muy difíciles de explicar con la teoría corpuscular. Sin embargo, en aquella época se creía que cualquier onda necesita siempre de un medio para propagarse, mientras que la luz no tiene ningún

### Isaac Newton (1643-1727)

Físico inglés, uno de los más influyentes de la historia. Su obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* ('Fundamentos matemáticos de filosofía natural', 1687) sentó las bases de toda la mecánica y logró relacionar el movimiento de los cuerpos con las causas que lo producen.

problema para propagarse en el vacío, cosa que parecía refutar la posibilidad de que la luz fuera una onda y daba puntos a la teoría corpuscular.

La polémica entre las dos teorías fue larga, pero en cualquier caso, hacia 1850 el peso de las pruebas experimentales hizo abandonar casi definitivamente la teoría corpuscular y todo parecía indicar que la luz era una onda.

### El éter

Como a finales del siglo XIX se seguía pensando que cualquier onda necesitaba de un medio para propagarse, para aceptar que la luz era una onda que se propagaba por el vacío se supuso que el vacío estaba lleno de un medio denominado *éter* (que no tiene nada que ver con los compuestos denominados *éteres*) por el cual se propagaba la luz. Esta suposición siempre fue muy problemática, y posteriormente se demostró totalmente innecesaria y fue una de las causas que llevaron a plantear la teoría de la relatividad.

Por aquella misma época, el físico escocés James Clerk Maxwell, con su gran *A Treatise on Electricity and Magnetism\**, entre muchas otras contribuciones fundamentales, demostró que un campo magnético y un campo eléctrico pueden propagarse por el espacio siguiendo un movimiento ondulatorio; es decir, en forma de onda, que llamó **onda electromagnética**. Maxwell fue capaz de calcular la velocidad de propagación de este tipo de ondas y encontró que era casi idéntica a la velocidad que entonces se conocía de propagación de la luz.

\* "Tratado de electricidad y magnetismo"

Ello llevaba a una posibilidad interesante que el mismo Maxwell expresó:

"Esta velocidad es tan próxima a la de la luz que parece que tenemos razones poderosas para concluir que también la luz [...] es una perturbación electromagnética en forma de ondas que se propagan a través del campo electromagnético de acuerdo con las leyes del electromagnetismo."

Es decir, el resultado de Maxwell llevaba a considerar seriamente la posibilidad que la luz no fuera más que un tipo de onda electromagnética, de unas frecuencias determinadas. Y, efectivamente, eso quedó confirmado poco después y, además, por primera vez se consiguió generar ondas electromagnéticas: el físico alemán Heinrich Hertz consiguió producirlas en la banda que actualmente conocemos como UHF. Así, gracias a los trabajos de Hertz y muchos otros, en las postrimerías del siglo XIX quedó confirmada la existencia de las ondas electromagnéticas, como predecía Maxwell, y el hecho de que la luz no es más que un tipo particular de onda electromagnética.

#### 1.2.1. El espectro electromagnético

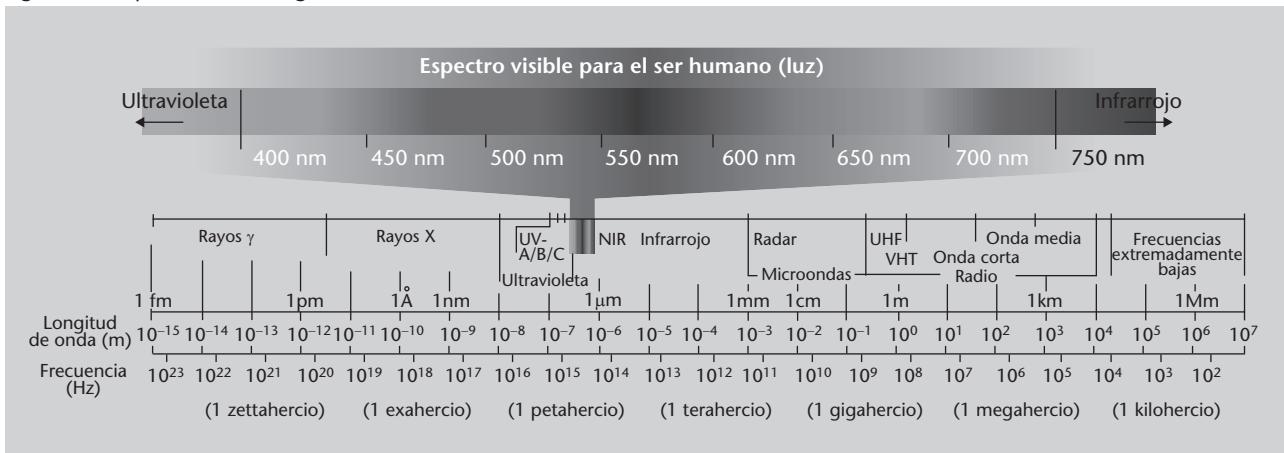
Tal como se fue descubriendo posteriormente, las ondas electromagnéticas abarcan desde las frecuencias más bajas a las más altas. Los diversos intervalos de frecuencias reciben nombres especiales que nos pueden resultar familiares; los principales son: ondas de radio (u ondas radioeléctricas o radioondas), microondas, rayos infrarrojos, luz visible, rayos ultravioletas, rayos X y rayos  $\gamma$ . El conjunto de todas las frecuencias de las ondas electromagnéticas es el **espectro electromagnético**, que podéis observar en la figura 5.

#### Las ondas según Hertz

Curiosamente, Hertz, como tantos otros en aquel momento, no se dio cuenta de la gran importancia que tenían las ondas electromagnéticas, cuya existencia acababa de confirmar de manera tan brillante. En sus propias palabras:

"no tienen ningún tipo de utilidad [...] esto solo es un experimento que demuestra que el maestro Maxwell tenía razón. Tenemos estas misteriosas ondas electromagnéticas que no podemos ver con los ojos, ¡pero ahí están!".

Figura 5. El espectro electromagnético



Hay que tener en cuenta dos aspectos importantes:

- En primer lugar, la luz visible no es nada más que el intervalo de frecuencias de la radiación electromagnética que los seres humanos podemos detectar de manera natural, gracias al órgano de la visión, el ojo. Este intervalo es, aproximadamente  $7,9 \cdot 10^{14}$  Hz –  $4,0 \cdot 10^{14}$  Hz, o bien, en términos de longitud de onda, 380 nm – 750 nm.
- En segundo lugar, la separación en diferentes bandas es arbitraria, pero tiene una cierta lógica dado que hacen falta métodos de generación y detección diferentes en cada caso.

Tras haber hecho esta introducción a las ondas electromagnéticas y haber visto dónde se sitúa la luz dentro del espectro electromagnético, ya podemos pasar al tema de este módulo: la luz visible. Esta restricción es puramente antropocéntrica, ya que nosotros podemos detectar de manera natural la luz y, por lo tanto, tenemos un interés especial en estudiarla, saber cómo se comporta y poder manipularla. Eso es precisamente el objeto de estudio de la óptica.

Figura 5

En la parte inferior de la figura podéis ver todo el espectro electromagnético, desde las longitudes de onda más pequeñas (rayos  $\gamma$ ) hasta las más largas, con los nombres que se acostumbran a utilizar para cada intervalo de longitudes de onda. En la parte superior podéis ver, ampliado, el espectro visible, es decir, la parte de ondas electromagnéticas que nosotros, los seres humanos, podemos detectar con los ojos.

**La óptica** es la parte de la física que se ocupa de estudiar la luz, su generación, manipulación y detección y los procesos mediante los cuales interacciona con la materia. En óptica el concepto de *luz*, además, se extiende desde la zona visible del espectro electromagnético hasta frecuencias de la región infrarroja y ultravioleta en que todavía son aplicables los mismos conceptos que para la luz visible.

### 1.3. Niveles de descripción de la luz

Ahora que ya sabemos que la luz es una onda electromagnética podríamos empezar estudiándola a partir de la teoría electromagnética clásica, es decir, a partir de las ecuaciones de Maxwell. Sí, podríamos hacerlo, pero la compli-

Véanse los módulos de electrostática y de magnetostática.



cación asociada es considerable y es mejor haberse familiarizado primero con los fenómenos básicos de la luz, por un lado, y con las ondas electromagnéticas en general, por otro, para poder tratar problemas de óptica a partir de la descripción electromagnética de la luz.

Llegados a este punto hay que remarcar que, en muchos casos, para los problemas ópticos más simples de propagación de la luz, lentes y construcción de instrumentos, el carácter ondulatorio resulta irrelevante y se describe la luz obviando cualquier referencia a las ondas. Esta descripción, como decimos, sirve para los problemas más simples de óptica y para construir instrumentos ópticos, pero se queda corta en muchos aspectos. Si consideramos que la luz es una onda y, más concretamente, una onda electromagnética, el estudio se vuelve más difícil pero nos permite describir muchos más fenómenos, como la interferencia, la difracción o la polarización. Finalmente, cuando consideramos que la luz está formada por partículas (llamadas *fotones*) que siguen las leyes de la mecánica cuántica, podemos llegar a comprender los aspectos más complejos del comportamiento de la luz, especialmente cómo interacciona con la materia; éste es el campo de la óptica cuántica.

Así pues, vemos que podemos considerar varios niveles de descripción de la luz y de los fenómenos ópticos que, de forma esquemática, podemos resumir a continuación.

**La óptica geométrica** no se plantea qué es la luz. Solo considera que es una “cosa” que se propaga en línea recta i que está sometida a unas leyes determinadas.

**La óptica ondulatoria u óptica física** considera la luz como una onda y permite explicar todos los fenómenos en que se muestra el carácter ondulatorio de la luz.

**La óptica electromagnética**, además de las consideraciones hechas por la óptica ondulatoria, añade el hecho de que la onda es, específicamente, una onda electromagnética y cumple las leyes de Maxwell.

**La óptica cuántica** considera la luz formada por partículas denominadas *fotones* y se basa en la mecánica cuántica. Entre otras cosas, permite entender el funcionamiento del láser y muchos procesos de interacción entre la luz y la materia.

En el apartado siguiente nos quedaremos en el primer nivel, el de la óptica geométrica, y podremos entender cómo se comporta la luz en los casos más simples, cómo se refleja y cómo se desvía cuando pasa de un material transparente a otro. En los apartados posteriores estudiaremos las ondas electromagnéticas y, por lo tanto, nos aproximaremos a la óptica física y la óptica

electromagnética para poder entender fenómenos como las interferencias y la difracción y llegaremos a entender una tecnología relativamente moderna como es la holografía. Finalmente, en el último apartado haremos una breve introducción, bastante divulgativa, a la óptica cuántica y la fotónica, para poder describir cualitativamente algunas aplicaciones actuales, como los láseres o la informática cuántica.

Quizás os habréis fijado que este módulo se llama “Óptica y fotónica” pero de momento sólo hemos hablado de óptica, mientras que la fotónica no ha aparecido por ninguna parte. ¿Qué es, pues, la fotónica? ¿Dónde se sitúa dentro del esquema que acabamos de presentar de niveles de descripción de la luz?

### 1.3.1. La óptica y la fotónica

En este punto hay que explicar dónde se sitúa dentro de la óptica una disciplina que últimamente ha tomado bastante impulso: la **fotónica**. ¿Es lo mismo que la óptica? ¿Es una parte de la óptica? ¿En qué se diferencia la fotónica de la óptica? Actualmente se habla mucho de *fotónica*, de *aplicaciones fotónicas*, de *materiales fotónicos*, etc., pero quizás hay que establecer bien de qué se está hablando cuando se habla de *fotónica*.

Lo cierto es que el término *fotónica*, creado a mediados del siglo XX con la aparición del láser y sus aplicaciones, ha recibido definiciones diversas, de manera que autores diferentes pueden diferir en qué consideran que forma parte de la fotónica. Algunas definiciones equiparan fotónica a una especie de óptica aplicada con un énfasis especial en las aplicaciones y los conceptos más modernos; otras la equiparon a la óptica cuántica en su vertiente más aplicada.

De todas maneras, nos parece que ninguna de estas definiciones es lo bastante acertada, ya que al fin y al cabo bajo la denominación de fotónica se incluye prácticamente todo lo que también se incluye en la óptica. Durante la primera mitad del siglo XX parecía que la óptica estaba establecida en una confortable comodidad de disciplina importante pero a la cual ya le había pasado su momento de gloria; en resumidas cuentas, que era una disciplina acabada, sin novedad. La aparición del láser, sin embargo, cambió las cosas. El fuerte impulso que desde aquel momento experimentó el campo hizo necesario renovar la denominación. En cierta manera se trata de una cuestión de marketing, para alejar la óptica moderna de la imagen de cosa anticuada que para algunos podía tener en aquel momento.

En definitiva, en nuestra opinión, *fotónica* es una denominación moderna del campo científico y técnico que tradicionalmente se ha denominado *óptica*, que apareció y se fue consolidando a raíz del espectacular resurgimiento que produjo la aparición y la generalización del láser. Digamos que, en cierta ma-

nera, el cambio de contenido ha provocado un cambio de nombre. En cualquier caso, es solo cuestión de nombres y, como el nombre no hace la cosa, tampoco hay que preocuparse demasiado.

### **Instituto de Ciencias Fotónicas**

Una muestra de la fuerza actual de la fotónica la podéis encontrar en la creación del Instituto de Ciencias Fotónicas (ICFO), el centro de investigación creado por la Generalitat de Cataluña y la Universidad Politécnica de Cataluña en Castelldefels, con la misión de “realizar actividades de investigación y formación, tanto básica como aplicada, en las diferentes ramas de las ciencias y tecnologías ópticas”. Podéis dar una ojeada a su página web (<http://www.icfo.cat>) para haceros una idea de los temas de investigación típicos en fotónica. Fijaos que el objetivo es “investigación en ciencias y tecnologías ópticas”, es decir, exactamente lo que hace la óptica.

## 2. Óptica geométrica: la luz como rayo

En este apartado nos quedamos en el primer nivel de descripción de la luz, que hemos comentado en el subapartado 1.3: la óptica geométrica. En los subapartados siguientes veremos con detalle qué es la óptica geométrica, en qué se basa y cuáles son sus leyes fundamentales.

### 2.1. ¿Qué es la óptica geométrica?

En general, la óptica describe la propagación de la luz a través de los materiales o del vacío. Todos los materiales a través de los cuales se puede propagar la luz se llaman **transparentes**; en caso contrario, se llaman **opacos**. En el caso de la óptica geométrica, para hacer esta descripción de la propagación de la luz se parte de unas hipótesis o suposiciones que simplifican los cálculos.

Normalmente, en óptica geométrica esta propagación se considera en términos del concepto de **rayo**.

Un **rayo** es la línea que sigue la luz en su propagación a través de un medio transparente.

Una vez definido el concepto de *rayo* podemos definir la óptica geométrica y sus hipótesis de partida.

La óptica geométrica es la parte de la óptica que se ocupa de describir el comportamiento de la luz sin plantearse qué es exactamente. Se basa en las hipótesis siguientes:

- Los rayos se propagan en línea recta entre dos puntos de un mismo medio homogéneo transparente.
- Cuando los rayos llegan a la superficie que separa dos medios cumplen unas leyes, obtenidas experimentalmente:
  - la ley de la reflexión,
  - la ley de Snell de la refracción.

#### Nota

Aquí no consideraremos medios translúcidos, es decir, los que dejan pasar la luz solo parcialmente. Así, trabajaremos con medios transparentes.

#### Homogeneidad

Que un medio sea *homogéneo* significa que tiene las mismas características en todas partes, en cualquier punto.

 La ley de la reflexión y la ley de Snell de la refracción se estudian en el subapartado 2.3.

Hay que decir que la óptica geométrica es siempre una buena aproximación cuando la longitud de onda es muy pequeña comparada con las dimensiones de los objetos con los que interactúa la luz. Esta condición se cumple en la mayoría de aplicaciones ópticas tradicionales.

Las hipótesis en que se fundamenta la óptica geométrica se pueden obtener de unos principios aún más básicos y que son los que veremos a continuación.

## 2.2. Las bases de la óptica geométrica

A continuación presentaremos las bases conceptuales de la óptica geométrica. Ya hemos dicho que consideramos que los rayos de luz se propagan en línea recta entre dos puntos. Este hecho, observado experimentalmente, lo podemos afinar un poco más y obtenerlo a partir de un principio más básico, que es el principio de Fermat. Es más, este principio también nos permitirá obtener las leyes de la reflexión y de la refracción, que como habéis visto están también en el seno de las hipótesis que hacemos en el caso de la óptica geométrica.

### 2.2.1. El principio de Fermat

Para determinar cómo es la trayectoria que sigue un rayo de luz se puede partir de la observación empírica que la trayectoria es siempre recta en un medio homogéneo. Ahora bien, cuando un medio no es homogéneo la trayectoria ya no es recta y no sabemos cómo describirla.

En cambio, si partimos de un principio básico descubierto por el matemático Pierre de Fermat en el siglo XVII, podremos determinar la trayectoria de la luz en cualquier situación. Este principio se denomina **principio de Fermat** o **principio del tiempo mínimo**.

El principio de Fermat afirma que la trayectoria que sigue un rayo de luz para ir de un punto a otro es tal que el tiempo invertido en recorrerla es mínimo.

Este principio se puede expresar matemáticamente, pero como el tratamiento completo es relativamente complejo solo lo enunciamos cualitativamente, sin hacer ningún ejemplo concreto. Solo comentaremos que, a partir del principio de Fermat es fácil calcular la trayectoria seguida por un rayo de luz en cualquier tipo de medio, homogéneo o no, y también que nos permite obtener las leyes de la reflexión y de la refracción, que estudiaremos en el subapartado 2.3.

### Condición de longitud de onda pequeña

Para ver que la condición de longitud de onda pequeña se cumple habitualmente, pensad que la longitud de onda de la luz es de unos cuantos centenares de nanómetros, como hemos visto en el subapartado 1.2.1, es decir, es del orden de  $10^{-7}$  m, mientras que en las aplicaciones ópticas tradicionales (como la formación de imágenes) se utilizan elementos siempre de dimensiones superiores al milímetro, es decir del orden de  $10^{-3}$  m o más, cuatro órdenes de magnitud mayor.

### Pierre de Fermat (1601–1665)

Abogado y matemático francés, Fermat fue uno de los mayores estudiosos de la teoría de números y el denominado Último Teorema de Fermat ha sido uno de los problemas matemáticos más famosos de todos los tiempos. Su contribución más importante en física es uno de los primeros enunciados del principio del tiempo mínimo.

Ahora ya sabemos a partir de qué principio básico se pueden obtener las suposiciones fundamentales de la óptica geométrica, pero nos falta caracterizar de alguna manera los medios por donde se propaga la luz. Es decir, queremos encontrar alguna cosa que nos permita diferenciar un medio de otro con respecto a la propagación de la luz. Esto es lo que haremos a continuación mediante el concepto denominado *índice de refracción*.

### 2.2.2. Índice de refracción

Para caracterizar los medios transparentes (es decir, los medios por donde se puede propagar la luz) necesitamos alguna característica definitoria. Una posible característica del medio, con respecto a la propagación de la luz, es la velocidad de la luz en este medio. Como esta velocidad tiene siempre un valor muy grande, los medios transparentes suelen caracterizarse mediante una magnitud llamada *índice de refracción*.

El **índice de refracción** de un medio,  $n$ , es igual al cociente entre la velocidad de propagación de la luz en el vacío,  $v_0$ , y la velocidad de propagación de la luz en ese medio,  $v$ :

$$n = \frac{v_0}{v} \quad (10)$$

Como el índice de refracción es el cociente de dos velocidades, se trata de una magnitud que no tiene dimensiones (es decir, que no se expresa con ninguna unidad). Por otra parte, a partir de la definición, el índice de refracción del vacío es precisamente  $v_0/v_0$ , es decir, 1. En la tabla siguiente podéis ver algunos índices de refracción de diversos materiales transparentes habituales.

Material	$n$ para $\lambda = 598,3$ nm
aire (0 °C)	1,00029
oxígeno (0 °C)	1,00027
agua (20 °C)	1,333
etanol (20 °C)	1,362
benceno (20 °C)	1,501
hielo (0 °C)	1,310
vidrio común (20 °C)	≈ 1,51
vidrio de cuarzo (20 °C)	1,459
poliestireno (20 °C)	≈ 1,59
zafiro (20 °C)	1,769
diamante (20 °C)	2,417

#### Medio transparente y longitud de onda

Tened en cuenta que el hecho de ser transparente o no, depende de la longitud de onda de la radiación electromagnética. Un medio puede ser transparente a la luz y opaco a los rayos ultravioletas, como por ejemplo el vidrio, o ser opaco a la luz y transparente a las ondas de radio.

#### Índices de refracción negativos

Actualmente se pueden conseguir materiales con índices de refracción negativos, llamados **metamateriales**, que tienen propiedades sorprendentes, como por ejemplo la invisibilidad a determinadas longitudes de onda. Hay que decir, sin embargo, que en estos casos el índice de refracción ya no se interpreta simplemente como  $v_0/v$  y las cosas se vuelven más complejas.

### 2.3. Reflexión y refracción

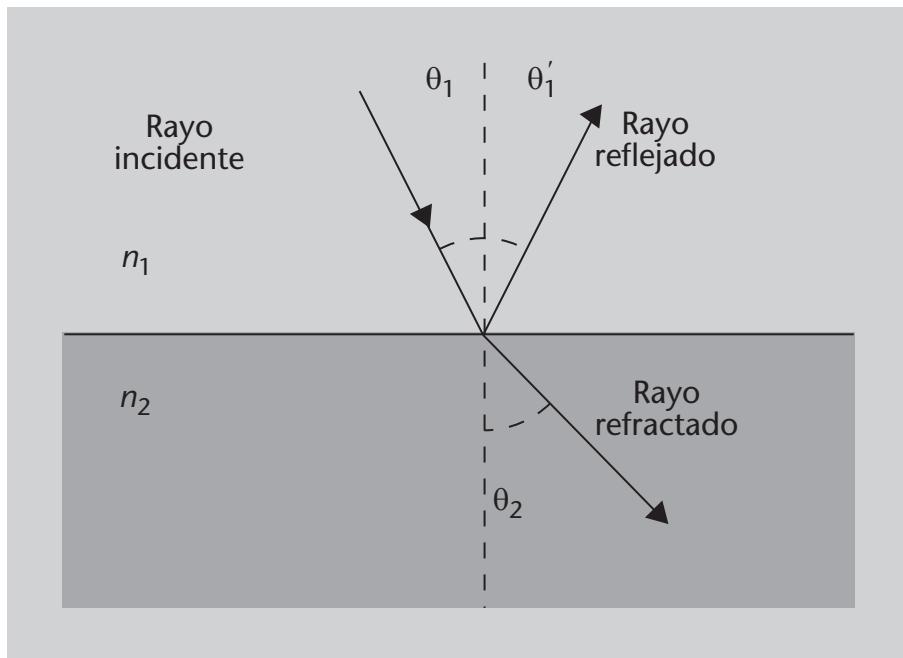
Ahora que ya sabemos cómo se propaga la luz por un medio transparente, nos preguntaremos qué pasa cuando un rayo de luz llega a la superficie de sepa-

ración de dos medios transparentes, también llamada **dioptrio**. En general, a partir del estudio de las ondas, sabemos que parte de la energía “rebota” y vuelve al primer medio, formando otro rayo, mientras que otra parte atraviesa la separación y forma un rayo de luz que se propaga por el segundo medio, habitualmente con un cambio de dirección. El primer fenómeno es la **reflexión** y el segundo, la **refracción**.

Ambos fenómenos siguen leyes muy concretas que se descubrieron experimentalmente, pero también se pueden deducir a partir del principio de Fermat, como ya habíamos comentado. Para describir estas leyes con precisión necesitamos definir primero unos cuantos conceptos. Veámoslos, junto con su representación que podéis ir consultando en la figura 6:

- El **ángulo de incidencia** es el ángulo que forma un rayo que llega a una superficie de separación entre dos medios con la dirección normal (es decir, perpendicular) a esta superficie. Lo simbolizaremos como  $\theta_1$ .
- El **ángulo de reflexión** es el ángulo que forma un rayo reflejado en una superficie de separación entre dos medios con la dirección normal a esta superficie. Lo simbolizaremos como  $\theta'_1$ .
- El **ángulo de refracción** es el ángulo que forma un rayo refractado en una superficie de separación entre dos medios con la dirección normal a esta superficie. Lo simbolizaremos como  $\theta_2$ .
- El **plano de incidencia** es el plano que queda definido por la dirección del rayo incidente y la dirección normal a la superficie de separación. En la figura 6 es, precisamente, el plano del papel o de la pantalla en que estás leyendo.

Figura 6. Reflexión y refracción



### Dioptrios y dioptrías

Un dioptrio es cualquier superficie de separación entre dos medios transparentes. No se debe confundir el término **dioptrio** con el término **dioptría**, que es una unidad de medida de la potencia de un sistema óptico.

$\theta$  es la letra griega theta.

$\theta'_1$  se lee como “theta prima sub uno”.

Figura 6

Un rayo incidente, que se propaga por un medio de índice de refracción  $n_1$  llega a una superficie de separación formando un ángulo de incidencia  $\theta_1$  con la normal (la línea vertical punteada). Sale un rayo reflejado con un ángulo de reflexión  $\theta'_1$  y un rayo refractado con un ángulo de refracción  $\theta_2$ , que se propaga por el segundo medio, de índice de refracción  $n_2$ . El plano de incidencia coincide con el plano del papel.

Teniendo claros estos conceptos ya podemos pasar a ver cómo son la reflexión y la refracción y qué leyes siguen.

### 2.3.1. La ley de la reflexión

¿Cómo se produce la reflexión? La **ley de la reflexión** establece que el rayo reflejado se encuentra en el plano de incidencia y forma un ángulo de reflexión que es igual al ángulo de incidencia, como podéis ver en la figura 6. Es decir:

$$\theta_1 = \theta'_1 \quad (11)$$

### 2.3.2. La ley de Snell

Con respecto a la refracción, experimentalmente se observa que cuando la luz pasa de un medio de índice más pequeño a uno de índice mayor (por ejemplo de aire a vidrio o agua) el rayo refractado se acerca a la normal, mientras que cuando pasa de un medio de índice mayor a uno más pequeño (de agua o de vidrio al aire) el rayo refractado se aleja de la normal (véase también la figura 6).

Esta observación todavía se puede afinar más y determinar cuál es el ángulo de refracción.

La ley que describe la refracción es la **ley de Snell** o ley de la refracción, que afirma que:

- El rayo refractado se halla en el plano de incidencia.
- La relación entre los ángulos de incidencia y de refracción cumple la ecuación siguiente:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \quad (12)$$

Esta ecuación nos dice que el índice de refracción del primer medio,  $n_1$ , por el seno del ángulo de incidencia,  $\theta_1$ , es igual al índice de refracción del segundo medio,  $n_2$ , por el seno del ángulo de refracción,  $\theta_2$  (ángulos que podéis ver indicados en la figura 6).

#### La ley de Snell

La ley recibe el nombre del astrónomo y matemático neerlandés Willebrord Snell van Royen, o Snellius, que la descubrió el año 1621. Aun así, la ley ya había sido descubierta por Ibn Sahl, en Bagdad, el año 984, y otra vez por Thomas Harriot en Inglaterra en 1602. Posteriormente también fue redescubierta por René Descartes y por eso a veces, y especialmente en Francia, también se la conoce como ley de Descartes.

#### Ejemplo

En la figura 7 podéis ver un rayo de luz que se propaga en aire e incide con un ángulo de  $60^\circ$  con respecto a la normal sobre un trozo de vidrio. Calcularemos en qué dirección saldrán los rayos reflejado y refractado según las leyes de la reflexión y de la refracción y veremos si coincide con lo que observamos.

Tenemos  $\theta_1 = 60^\circ$ . A partir de la ley de la reflexión sabemos que  $\theta_1 = \theta'_1$ ; por tanto:

$$\theta'_1 = 60^\circ \quad (13)$$

es decir, el rayo reflejado sale, también, con un ángulo de 60 grados con respecto a la normal. Como vemos, el resultado coincide con el experimento mostrado en la figura.

Pasemos ahora a la refracción. Si aislamos el ángulo de refracción  $\theta_2$  de la ley de Snell (equación 12), obtenemos:

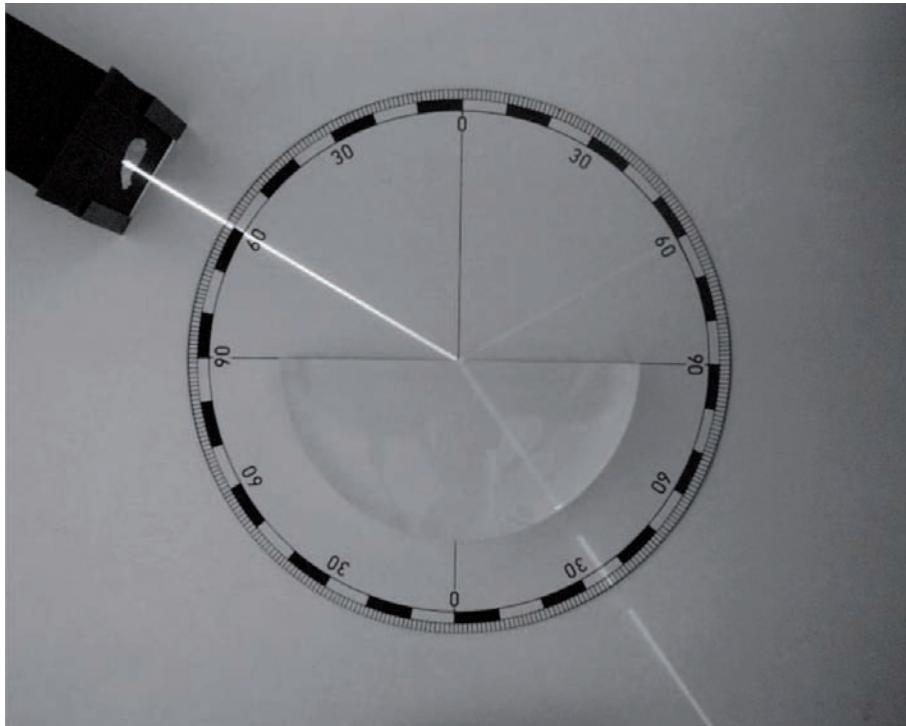
$$\theta_2 = \arcsen \left( \frac{n_1}{n_2} \sen \theta_1 \right) \quad (14)$$

Si consultamos el índice de refracción del vidrio en la tabla de índices de refracción, podemos introducir los números siguientes en la ecuación anterior:

$$\theta_2 = \arcsen \left( \frac{1}{1,5} \sen \pi/3 \right) = 0,615 \text{ rad} = 35,3^\circ \quad (15)$$

donde hemos pasado los 60 grados a radianes ( $\frac{\pi}{3}$  rad). Al hacer el cálculo obtenemos el resultado final de  $35,3^\circ$ , que nuevamente coincide con el experimento.

Figura 7. Rayo de luz que incide sobre un trozo de vidrio



Fuente: Wikimedia Commons

**Figura 7**

Rayo de luz que incide sobre un trozo de vidrio. En el ejemplo podéis ver el análisis matemático de esta figura y que, efectivamente, se cumplen la ley de la reflexión y la ley de Snell.

### 2.3.3. Análisis de sistemas ópticos

Con la ley de Snell y la ley de la reflexión (que acabamos de ver) y las suposiciones básicas de la óptica geométrica (que hemos visto en el subapartado 2.2), se pueden analizar todos los sistemas ópticos que podamos considerar, como espejos, lentes, conjuntos de espejos y lentes, microscopios, telescopios, prismas y cualquier otro sistema que imaginemos. Pensad que, al fin y al cabo, cualquier sistema óptico no es nada más que un conjunto de dioptrios, es decir, un conjunto de superficies que reflejan o refractan la luz.

En muchos casos, este análisis, que consiste en encontrar qué tipo de imagen forma el sistema, es relativamente sencillo, y es lo que se hace en los cursos introductorios de óptica geométrica: encontrar las imágenes formadas por lentes y espejos y combinaciones de ambos. Sin embargo, no es el objetivo de este módulo entrar en tales detalles.

En otros casos, sin embargo, este análisis de un sistema óptico puede llegar a ser muy laborioso. Entonces es muy habitual utilizar programas informáticos de trazado de rayos (en inglés *ray tracing*) para determinar cómo se comporta el sistema. Un programa informático de trazado de rayos parte de una situación con una cierta disposición de superficies reflectoras y refractoras y de un punto de partida para cada rayo de luz. El programa va avanzando los rayos una cierta distancia, calcula si se han desviado en la nueva posición y determina la nueva dirección de propagación; después vuelve a avanzar los rayos y se repite todo el proceso hasta que se genera el recorrido completo de cada rayo. Si en la simulación hay objetos opacos, el sistema va comprobando en cada punto si se han encontrado el rayo y el objeto y, en caso afirmativo, aplica las modificaciones pertinentes en función del tipo de objeto.

### Lectura recomendada

Si queréis saber más sobre la óptica geométrica podéis consultar los capítulos 31 y 32 de Tipler (2005) o, a un nivel más avanzado, Hecht (1986).

### Dirección web recomendada

En la dirección <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnужава/index.php?PHPSESSID=f30ecd69118a14eff48a94de473eff92&topic=121.0> encontraréis una miniaplicación de Java bastante ilustrativa. Permite partir de un bloque de vidrio cuadrado e ir modificando la curvatura de sus superficies para ver cómo se desvían los rayos de luz que llegan a él. Si no os funciona tendrás que instalar la última versión de ejecución (*runtime*) de Java.

## 2.4. La reflexión interna total

Tal como ya hemos comentado cuando hablábamos de la refracción, si un rayo de luz pasa (se refracta) de un medio a otro medio de menor índice de refracción que el primero, el rayo se aleja de la normal.

 La refracción se trata en el subapartado 2.3.2.

Ahora pensemos un poco qué pasará cuando vamos aumentando el ángulo de incidencia (tenéis el proceso ilustrado en la figura 8, donde lo podéis ir siguiendo): llegará un momento en que, para un cierto ángulo de incidencia, el rayo refractado saldrá con un ángulo de  $90^\circ$  con respecto a la normal, es decir, saldrá paralelo a la superficie. ¿Y si aumentamos todavía más el ángulo de incidencia? Según la ley de Snell el ángulo de refracción tendría que ser superior a  $90^\circ$ , pero un ángulo de refracción superior a  $90^\circ$  quiere decir volver al medio original, ¡situación que ya no es una refracción! ¿Qué sucede, pues? Lo que se observa es que, efectivamente, ya no hay refracción y solo se produce reflexión.

Así pues, a partir de un cierto ángulo de incidencia, no hay nunca luz refractada que pase al segundo medio y toda la luz se refleja. Este fenómeno es la **reflexión interna total**.

Hay que tener bien presente que la reflexión interna total solo se produce cuando la luz se encuentra inicialmente en un medio de índice de refracción mayor que el del medio hacia el cual se dirige. 

Figura 8. Reflexión interna total

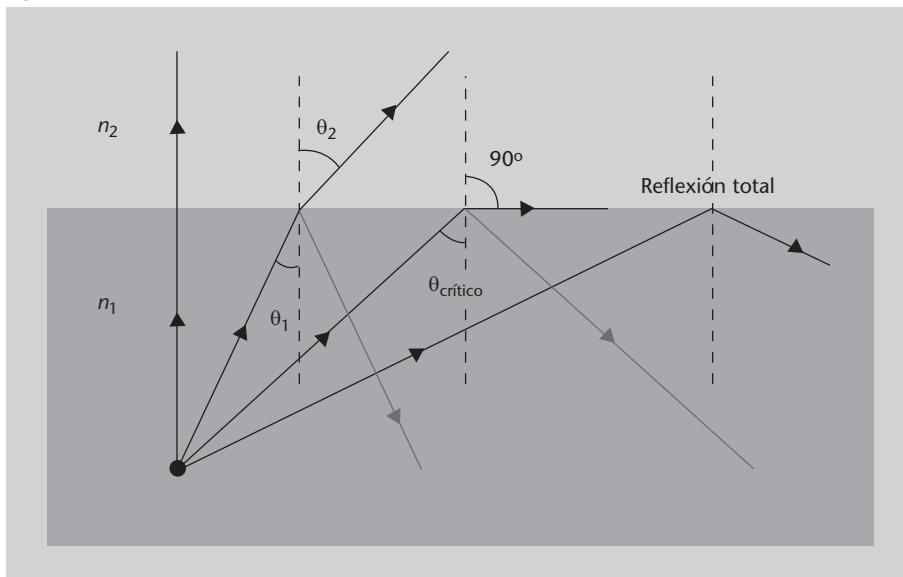


Figura 8

Como  $n_2 < n_1$ , el ángulo de refracción es siempre mayor que el de incidencia. Cuando se llega a un cierto ángulo de incidencia, el ángulo crítico, la refracción se produce a  $90^\circ$ . A partir de este punto ya no hay refracción y toda la luz se refleja.

El ángulo de incidencia para el cual el rayo refractado sale justamente a  $90^\circ$  con respecto a la normal, a partir del cual se produce la reflexión interna total, es el **ángulo crítico**, que simbolizaremos  $\theta_c$  y que se puede calcular a partir de la ley de Snell. Recordad que la ley de Snell (equación 12) era:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (16)$$

#### Dirección web recomendada

Podéis experimentar con una simulación de la reflexión interna total en: <http://demonstrations.wolfram.com/TotalInternalReflection/>.

Ahora imponemos que  $\theta_1$  sea precisamente el ángulo crítico  $\theta_c$  y que  $\theta_2 = 90^\circ$ :

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin \frac{\pi}{2} \quad (17)$$

De aquí aislamos  $\theta_c$  y hallamos:

$$\theta_c = \arcsin \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (18)$$

De esta última expresión para el ángulo crítico ya podéis ver que  $n_2$  siempre tiene que ser más pequeño que  $n_1$ , ya que en caso contrario se tiene el arcoseno de un número mayor que 1, cosa que no existe.

Una aplicación muy habitual de la reflexión interna total son las **fibras ópticas**, en las cuales la luz queda confinada dentro de la fibra porque se refleja en los bordes cuando incide con un ángulo superior al crítico. Estudiémoslas un poco a continuación.

#### El seno y el arcoseno

El arcoseno de un valor entre -1 y 1 es el ángulo cuyo seno sería precisamente este valor. Es decir, si  $\sin \alpha = x$ , entonces  $\arcsin x = \alpha$ . El arcoseno tiene que ser de un valor entre -1 y 1 porque los valores posibles del seno están precisamente entre estos dos valores.

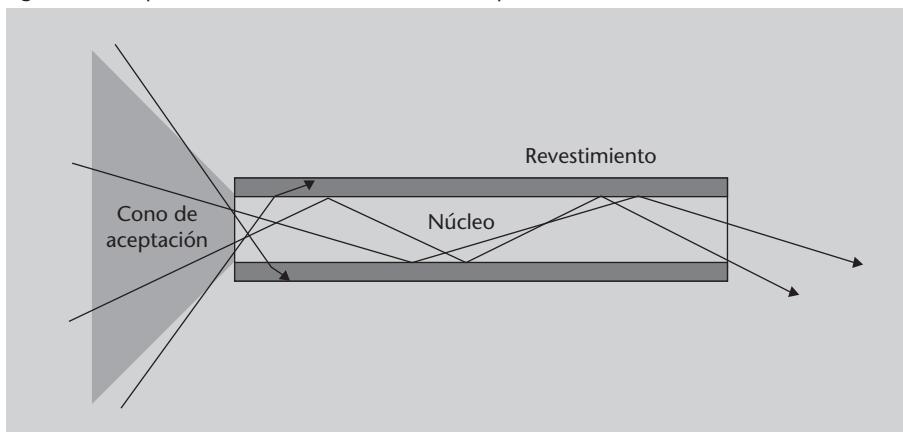
## 2.5. La fibra óptica: una aplicación de la reflexión total

Al estudiar la reflexión interna total hemos comentado que una aplicación interesante y muy habitual de la reflexión interna es la transmisión de luz por **fibras ópticas**, materiales transparentes, estrechos y largos, en forma de hilo.

Recordemos rápidamente la idea de la reflexión total: cuando la luz llega a la superficie de separación con un medio de índice de refracción más pequeño que el del medio por donde está viajando, si lo hace en un ángulo superior al llamado ángulo crítico (equación 18), no se produce refracción y toda la luz se refleja.

Las fibras ópticas aprovechan este hecho para transmitir luz a largas distancias. Normalmente una fibra óptica sencilla está formada por un núcleo transparente rodeado por un revestimiento de índice de refracción inferior al del núcleo y, a menudo, por más capas protectoras adicionales (en la figura 10 podéis ver la estructura detallada de una fibra). Si un haz de luz entra en la fibra por uno de sus extremos, como se puede ver en la figura 9, todos los rayos de luz que se encuentren en un ángulo superior al ángulo crítico con respecto a las paredes de la fibra sufrirán reflexión interna total y, como su ángulo no variará, irán rebotando por las paredes de la fibra hasta el final.

Figura 9. Principio de funcionamiento de una fibra óptica



Los rayos que se propaguen por la fibra en un ángulo inferior al ángulo crítico se perderán por las paredes de la fibra y no se transmitirán más, ya que saldrán de la fibra o serán absorbidos por los materiales que la rodean. El conjunto de rayos que sí se pueden propagar por la fibra definen el **cono de aceptación**, que también podéis ver representado en la figura.

Las fibras ópticas permiten transmitir luz e información grandes distancias con muy pocas pérdidas y con una gran libertad con respecto al trazado de las fibras: la luz seguirá propagándose aunque las doblemos; eso sí, las podemos doblar hasta un límite.

La reflexión interna total se estudia en el subapartado 2.4.



**Figura 9**

Si un haz de luz entra dentro de la fibra por uno de sus extremos, todos los rayos de luz que se encuentren en un ángulo superior al crítico con respecto a las paredes de la fibra sufrirán reflexión interna total e irán rebotando por las paredes hasta el final. Los rayos que entran en la fibra en un ángulo inferior al crítico se perderán por las paredes y no se transmitirán. El conjunto de rayos iniciales que se pueden propagar por la fibra define su cono de aceptación.

Figura 10. Estructura de una fibra óptica

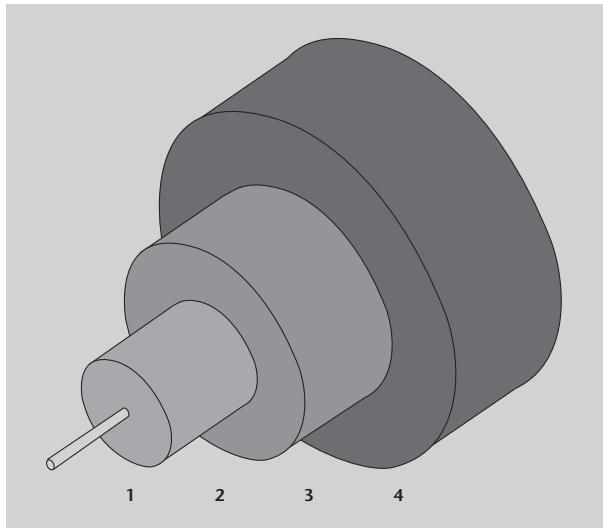


Figura 10

Estructura típica de una fibra óptica:  
 1) núcleo,  
 2) revestimiento,  
 3) refuerzo,  
 4) funda o camisa.

### Ejemplo

Como ejemplo de cálculo en una fibra óptica podemos tratar de determinar el cono de aceptación de una fibra óptica determinada, como la que mostramos en la figura 11. Esta fibra óptica tiene un núcleo de índice de refracción  $n_2$  y radio  $b$  y un revestimiento de índice  $n_3$ . Calcularemos su cono de aceptación cuando le llega luz desde un medio de índice  $n_1$ .

Figura 11. Propagación de un rayo por una fibra con el ángulo crítico

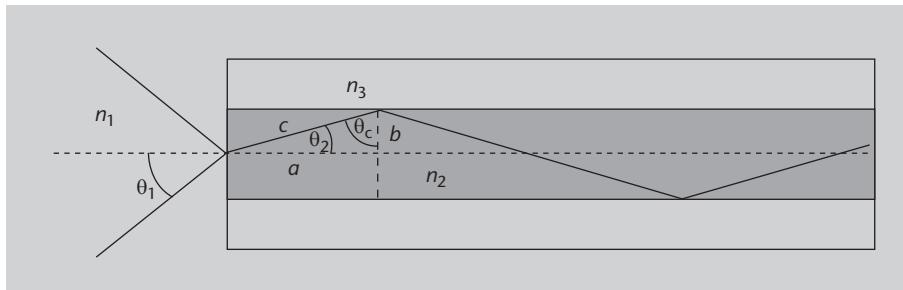


Figura 11

Propagación de un rayo de luz por una fibra, con un núcleo de índice de refracción  $n_2$  y radio  $b$  y un revestimiento de índice  $n_3$ . El ángulo  $\theta_1$  es la mitad del cono de aceptación y un rayo que entre con este ángulo llegará al revestimiento con el ángulo crítico  $\theta_c$ . De hecho, si el rayo llega justo con el ángulo crítico saldría paralelo a la superficie. Sin embargo, superando, ni que sea en una cantidad infinitesimal, el ángulo límite ya tenemos la reflexión total. Por lo tanto, a todos los efectos podemos trabajar exactamente como si en el ángulo crítico ya se produjera la reflexión total. Estudiemos, pues, cómo se propaga este rayo e intentemos obtener el ángulo  $\theta_1$  en función de las otras variables.

Supongamos que el ángulo  $\theta_1$  es la mitad del cono de aceptación. Esto significa que un rayo que entre con este ángulo estará justo en el límite de ser reflejado totalmente, es decir, llegará al revestimiento con el ángulo crítico  $\theta_c$ . De hecho, si el rayo llega justo con el ángulo crítico saldría paralelo a la superficie. Sin embargo, superando, ni que sea en una cantidad infinitesimal, el ángulo límite ya tenemos la reflexión total. Por lo tanto, a todos los efectos podemos trabajar exactamente como si en el ángulo crítico ya se produjera la reflexión total.

Fijaos que cuando la luz entra en la fibra sufrirá una refracción inicial según la ley de Snell (ecuación 12):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (19)$$

Por otra parte, como estamos calculando el rayo que llega con el ángulo crítico, en el primer rebote se cumple la condición del ángulo crítico (ecuación 18):

$$\theta_c = \arcsin \left( \frac{n_3}{n_2} \right) \quad (20)$$

Pero tened en cuenta que, en la figura 11, los ángulos  $\theta_2$  y  $\theta_c$  son dos de los ángulos de un triángulo rectángulo. Por lo tanto, se cumple que:

$$\theta_c + \theta_2 + \frac{\pi}{2} = \pi \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_c \quad (21)$$

**Recordad que los ángulos de un triángulo suman  $180^\circ$ , es decir,  $\pi$  radianes.**

Con esto bien establecido, la ecuación 19 se puede escribir como:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{2} - \theta_c \right) \quad (22)$$

Pero resulta que  $\operatorname{sen}(\pi/2 - x) = \cos x$ , de modo que la ecuación 22 queda:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \cos \theta_c \quad (23)$$

Y ahora sustituimos  $\theta_c$  según la ecuación 20:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \cos \left( \operatorname{arc sen} \frac{n_3}{n_2} \right) \quad (24)$$

Esta expresión aún no es muy cómoda, pero ahora podemos usar otra relación trigonométrica, que nos asegura que  $\cos x = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 x}$ . Así, la ecuación 24 queda:

**Recordad que**  
 $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$ .

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \left( \operatorname{arc sen} \frac{n_3}{n_2} \right)} \quad (25)$$

Pero, claro, el arcoseno del seno de un ángulo es el propio ángulo, de manera que esto se reduce a:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \sqrt{1 - \left( \frac{n_3}{n_2} \right)^2} \quad (26)$$

Ahora pasamos  $n_1$  al otro lado y tenemos:

$$\operatorname{sen} \theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{1 - \left( \frac{n_3}{n_2} \right)^2} \quad (27)$$

y aún podemos introducir  $n_2/n_1$  dentro de la raíz cuadrada y nos quedará:

$$\operatorname{sen} \theta_1 = \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{n_3}{n_2} \right)^2 \right]} \quad (28)$$

y multiplicando, llegamos a

$$\operatorname{sen} \theta_1 = \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \left( \frac{n_3}{n_1} \right)^2} \quad (29)$$

De aquí podemos aislar  $\theta_1$ , el ángulo que buscábamos, haciendo simplemente el arco-seno:

$$\theta_1 = \arcsen \left( \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \left( \frac{n_3}{n_1} \right)^2} \right) \quad (30)$$

Pero de hecho es mucho más habitual trabajar con la cantidad  $\sin \theta_1$ , que se llama **apertura numérica** de la fibra. Así, tal y como hemos hallado en la ecuación 29, la apertura numérica de la fibra es:

$$\sin \theta_1 = \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \left( \frac{n_3}{n_1} \right)^2} \quad (31)$$

Fijaos que la apertura numérica solo depende de los índices del medio exterior, del núcleo y del revestimiento. En el caso concreto en que el medio exterior sea el aire ( $n_1 = 1$ ), la apertura numérica de la fibra es simplemente:

$$\sin \theta_1 = \sqrt{n_2^2 - n_3^2} \quad (32)$$

### 2.5.1. Tipos de fibras ópticas

Hasta ahora hemos hablado de fibras genéricamente, pero lo cierto es que hay diversos tipos concretos de fibras, que básicamente se pueden agrupar en:

- **Fibras multimodo.** Las fibras con un núcleo de diámetro superior a  $10 \mu\text{m}$  (pueden llegar a centenares de micrómetros, unas décimas de milímetro) se pueden estudiar perfectamente con las herramientas de la óptica geométrica que ya conocemos, tal como acabamos de hacer. Sólo hay que tener en cuenta la ley de Snell y el fenómeno de la reflexión interna total. Este tipo de fibras se llaman **fibras multimodo** y se utilizan solo en conexiones cortas, dentro de un edificio o en un campus universitario, por ejemplo, ya que a distancias más largas la dispersión (fenómeno que comentaremos a continuación) se hace demasiado problemática. Actualmente, estas fibras pueden transmitir información a un ritmo de hasta 10 Gb/s.
- **Fibras monomodo.** Las fibras que tienen un diámetro del núcleo inferior a unas diez veces la longitud de onda de la luz que se propaga por ellas ya no se pueden analizar mediante la óptica geométrica, hay que utilizar la descripción de la luz en términos de onda electromagnética y resolver las ecuaciones de Maxwell. Estas fibras se denominan **fibras monomodo**. Son fibras que presentan una dispersión mucho menor, pero tienen la dificultad de su instalación, a causa del diminuto diámetro del núcleo, que siempre tiene que quedar bien alineado en cualquier conexión que se haga entre dos fibras o de una fibra con algún otro elemento.

El  $\mu\text{m}$  (micrómetro) es una unidad de longitud.  
 $1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .

Sobre el  $\mu\text{m}$ , véase el anexo 1 sobre unidades.



Una fibra multimodo de 1,25 Gb/s.

#### Multimodo y monomodo

Las denominaciones *multimodo* y *monomodo* proceden del estudio de la propagación de ondas electromagnéticas, que no estudiaremos en este módulo.

## 2.6. Dispersión

Hasta ahora siempre que hablábamos de un medio transparente suponíamos que tenía un índice de refracción y que el valor de este índice era único. Bueno, la cosa no es exactamente así: resulta que el índice de refracción de un medio depende ligeramente de la longitud de onda de la luz que por él se está propagando; es decir, que el índice de refracción de un medio es ligeramente diferente para longitudes de onda diferentes\*. Este fenómeno se llama *dispersión*.

\* Por eso en la tabla de índices de refracción hemos puesto "para  $\lambda = 598,3 \text{ nm}$ ". Aún no habíamos explicado la dispersión, pero había que ser precisos.

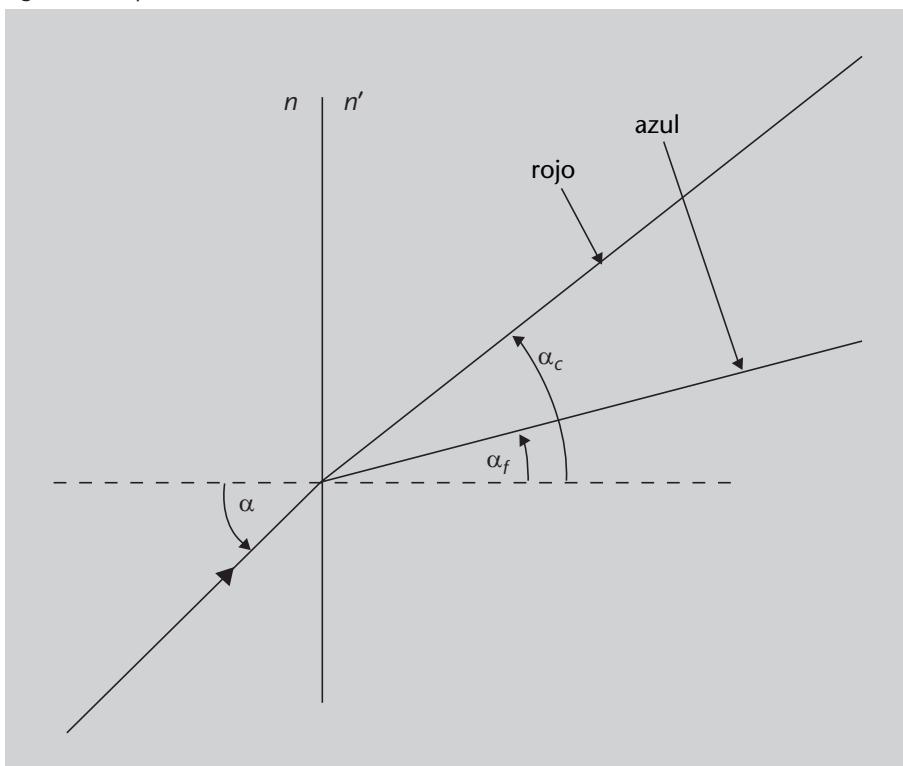
**La dispersión** es la dependencia del índice de refracción de un medio en función de la longitud de onda (y, por lo tanto, de la frecuencia) de la luz que se propaga por él.

Esto significa que cuando un haz de luz que tiene diversas longitudes de onda, como por ejemplo la luz del Sol o la luz de una bombilla, se refracta, cada longitud de onda se desviará un ángulo ligeramente diferente: en concreto, la longitud de onda más pequeña se desviará más que la longitud de onda más larga. De esta manera se separarán las diversas componentes de la luz, es decir, los diferentes colores. Podéis ver esto esquemáticamente en la figura 12, en la cual un rayo de luz que contiene diversas frecuencias llega a una superficie y se refracta; esta refracción es diferente para cada frecuencia y por eso cada una sale desviada un ángulo diferente.

### Dispersión y difusión

Hay que ir con cuidado con el término *dispersión*, ya que a veces también se utiliza para referirse al fenómeno al que hay que denominar con más precisión como *difusión* (y que en inglés denominan *scattering*).

Figura 12. Dispersión



### Figura 12

Un rayo de luz, que contiene diversas longitudes de onda, se refracta en una superficie de separación entre dos medios. Como el índice de refracción es diferente para cada longitud de onda, las diferentes longitudes de onda se refractan en un ángulo diferente. Todas siguen la ley de Snell,  $n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$ , pero ahora  $n_2$  es diferente para cada una.

Por otra parte, el fenómeno de la dispersión es el responsable de la formación de los **arcos iris**. En este caso, la dispersión se produce cuando la luz se refracta y sufre dispersión en las gotas de agua presentes en la atmósfera. Los rayos de luz entran en la gota de agua y se refractan, posteriormente se reflejan en su superficie interna y vuelven a refractarse al salir por el otro lado.

## 2.7. **¿Qué hemos aprendido?**

En este apartado hemos hecho una introducción al campo de la óptica geométrica, la parte de la óptica que trata la luz sin considerar su aspecto ondulatorio (de hecho, sin entrar en absoluto en la cuestión de qué es). Hemos presentado sus bases conceptuales y sus leyes básicas, que son la ley de la reflexión y la ley de Snell de la refracción.

La parte más importante y tradicional de la óptica geométrica, que es la dedicada al cálculo de sistemas ópticos y a las imágenes que estos producen, la hemos comentado muy brevemente y no nos hemos detenido, ya que el objetivo era solo entender los conceptos básicos. En cambio, sí que hemos dedicado un cierto tiempo a estudiar una aplicación interesante para las comunicaciones: la fibra óptica, que se basa en el fenómeno de la reflexión total.

Ahora daremos un paso adelante en el esquema de niveles de descripción de la luz que os hemos presentado en el subapartado 1.3: pasaremos a considerar la luz como una onda.

### 3. Óptica ondulatoria y electromagnética: la luz como onda

Ya hemos visto hasta donde podemos llegar con el estudio más simple que podemos hacer de la luz, la óptica geométrica. Pero ciertamente hay una serie de fenómenos que se pueden observar de manera relativamente fácil con la luz y que son imposibles de explicar mediante la descripción que nos ofrece la óptica geométrica. En el apartado 1 comentamos que ya en el siglo XVIII la idea de que la luz era una onda fue adquiriendo cada vez más fuerza; posteriormente, en la segunda mitad del siglo XIX, con el carácter ondulatorio de la luz ya firmemente establecido, se pudo demostrar que, además, la luz es una onda de tipo electromagnético.

Ahora, en este apartado, nos pondremos como objetivo llegar a comprender qué son los hologramas y cómo se pueden hacer. La técnica de la holografía no se puede comprender sin considerar la luz como onda y sin comprender los fenómenos de la interferencia y la difracción, sin los cuales sería imposible tener hologramas. Así pues, para llegar a este objetivo tendremos que hacer una breve introducción a la óptica ondulatoria, veremos cómo se puede describir la luz en términos de una onda electromagnética y estudiaremos los fenómenos de la interferencia y la difracción.

#### 3.1. La luz como onda electromagnética

A partir de las ecuaciones de Maxwell, que describen perfectamente todos los fenómenos eléctricos y magnéticos, se puede llegar al resultado que un campo eléctrico y un campo magnético oscilantes se pueden propagar por el espacio en forma de onda. La demostración de esto queda fuera del alcance de este módulo y, por lo tanto, nos limitaremos a comentar el resultado.

Una onda electromagnética es una onda transversal consistente en un campo eléctrico  $\vec{E}$  y un campo magnético  $\vec{B}$ , mutuamente perpendiculares, que se propagan en una dirección que es perpendicular a ambos y a una velocidad  $v$ , que en el vacío vale aproximadamente  $v_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s.

En la figura 13 podéis ver una representación esquemática de una onda electromagnética. Los campos eléctrico y magnético de la onda están siempre en fase y sus módulos están relacionados, en el vacío, por

$$|\vec{E}| = v_0 |\vec{B}| \quad (33)$$

#### Recordad

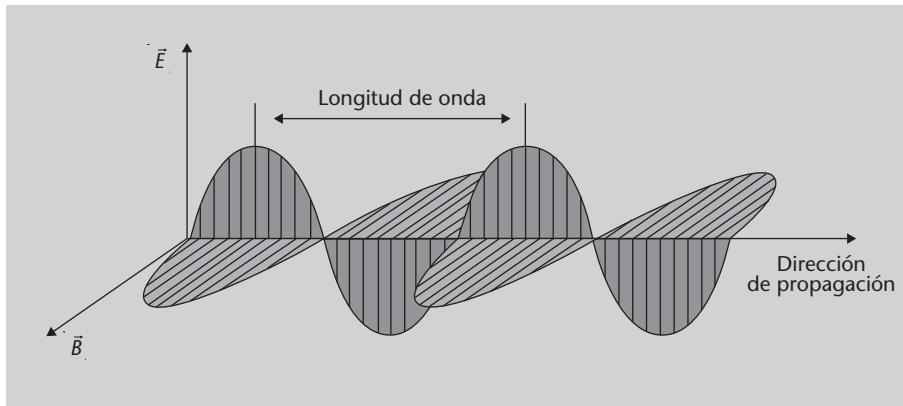
La notación para una magnitud vectorial es  $\vec{x}$ , con la flechita sobre la letra, pero también se puede usar  $x$ , en negrita. En ambos casos se hace referencia a un vector.

donde  $v_0$  es la velocidad de la luz en el vacío, que es igual a

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (34)$$

donde  $\mu$  y  $\epsilon$  son dos características del medio denominadas, respectivamente, *permeabilidad magnética* y *permitividad eléctrica*, y que para el vacío siempre llevan el subíndice 0:  $\mu_0$  y  $\epsilon_0$ .

Figura 13. Onda electromagnética



**Figura 13**

La onda electromagnética está formada por un campo eléctrico,  $\vec{E}$ , y un campo magnético,  $\vec{B}$ , oscilantes y mutuamente perpendiculares que se propagan en una dirección perpendicular a ambos.

Puede parecer extraño que estos campos eléctrico y magnético se vayan propagando libremente por el espacio, reforzándose mutuamente, pero recordad que las ecuaciones de Maxwell establecen que un campo magnético variable puede dar lugar a un campo eléctrico y que, análogamente, un campo eléctrico variable puede dar lugar a un campo magnético.

### 3.1.1. Descripción matemática

Matemáticamente una onda electromagnética se puede describir, en el caso de ondas armónicas, con la ecuación 1 que hemos visto al explicar cómo se pueden describir las ondas en el subapartado 1.1.2. En este caso, sin embargo, como consideramos la onda en tres dimensiones, utilizamos vectores, pero la idea general es la misma. Así, una onda electromagnética se puede expresar como (para simplificar consideramos solo el campo eléctrico; el magnético se haría de la misma manera):

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \operatorname{sen}(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \phi) \quad (35)$$

donde

- $\vec{E}$  es el campo eléctrico. Podríamos haber escogido también el campo magnético, que recordad que está relacionado con el eléctrico por la relación  $|\vec{E}| = v|\vec{B}|$  (ecuación 33, donde  $v$  es la velocidad de la onda en el medio).
- $\vec{E}_0$  es la **amplitud**, que en este caso es el valor máximo del campo eléctrico.
- $\vec{r}$  es la posición en el espacio.
- $t$  es el tiempo.

- $\vec{k}$  es el **vector de onda**. Su módulo está relacionado con la **longitud de onda**,  $\lambda$ , por la ecuación 3.
- $\omega$  es la **frecuencia angular**. Está relacionada con la frecuencia lineal,  $f$ , y con el periodo de la onda,  $T$ , por la ecuación 5.
- $\phi$  es la **fase inicial**, que es la fase de la onda en el punto inicial y el momento inicial.

Hay que remarcar que cuando se trabaja no con una única onda individual, sino con un conjunto de ondas, es útil definir el concepto de *frente de onda*.

El **frente de onda** es el conjunto de puntos en que todas las ondas que consideramos se encuentran en el mismo estado de oscilación, tienen la misma fase. Es decir, es el conjunto de puntos en que todas las ondas se encuentran en su punto más alto, por ejemplo (o en su punto más bajo, da igual); la idea importante es que estén en un mismo estado de oscilación).

### Energía de las ondas electromagnéticas

Al igual que cualquier otro tipo de ondas, las ondas electromagnéticas (y por lo tanto, también la luz) transportan energía y cantidad de movimiento. La energía que transportan se puede describir en términos del concepto de intensidad, mientras que la cantidad de movimiento se puede describir en términos de la presión de radiación.

La **intensidad** es la potencia media que atraviesa una unidad de área perpendicular a la dirección de propagación.

Recordad que la fuerza es la variación de la cantidad de movimiento con el tiempo.

La **presión de radiación** es la cantidad de movimiento por unidad de tiempo y por unidad de área.

A partir de consideraciones de electrostática y magnetostática se puede obtener que la densidad de energía eléctrica  $u_e$  de un campo eléctrico y la densidad de energía magnética  $u_m$  de un campo magnético en el vacío son, respectivamente (resultados que no demostraremos aquí):

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (36)$$

y

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (37)$$

Ahora bien, como en una onda electromagnética en el vacío  $E = v_0 B$  (ecuación 33), la energía magnética (ecuación 37) se puede escribir como

$$u_m = \frac{E^2}{2\mu_0 v_0^2} \quad (38)$$

y como  $v_0^2 = 1/\epsilon_0 \mu_0$  (ecuación 34), tenemos, finalmente:

$$u_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (39)$$

es decir, las densidades de energía eléctrica y magnética son iguales: la ecuación 39 para  $u_m$  es igual que la 36 para  $u_e$ . En consecuencia, la densidad de energía total  $u$  (que podemos hallar sumando directamente  $u_e$  y  $u_m$ , ya que son magnitudes escalares) es:

$$u = u_m + u_e = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{EB}{\mu_0 v_0} \quad (40)$$

Ahora hay que tener en cuenta que  $E$  y  $B$  varían sinusoidalmente según la ecuación 35, de manera que la densidad de energía también variará. Pero a nosotros no nos interesa el valor instantáneo que nos da la ecuación 40, sino el valor medio, que se representa entre  $\langle \rangle$ . Para obtenerlo cambiamos  $E$  y  $B$  por los valores que mediríamos, que serían una especie de valor medio de los campos. Es lo que se conoce como *valores eficaces* y son:  $E_0/\sqrt{2}$  y  $B_0/\sqrt{2}$ :

$$\langle u \rangle = \frac{E_0 B_0}{\sqrt{2} \sqrt{2} \mu_0 v_0} = \frac{E_0 B_0}{2 \mu_0 v_0} \quad (41)$$

Pero la densidad de energía no es una magnitud especialmente cómoda de medir, de modo que, como ya hemos dicho, se utiliza la intensidad, más útil y más fácil de detectar y medir. La intensidad y la densidad de energía se relacionan mediante:

$$I = \langle u \rangle v_0 \quad (42)$$

de modo que la intensidad de la onda electromagnética será:

$$I = \frac{E_0 B_0}{2 \mu_0} \quad (43)$$

Dado que  $E_0 = v_0 B$ , podemos decir que  $I \propto E_0^2$ , es decir,  $I$  es proporcional al cuadrado del módulo del campo eléctrico (o del campo magnético).

### El vector de Poynting

Cuando se trabaja con ondas electromagnéticas también es muy habitual definir una magnitud, denominada **vector de Poynting**, que caracteriza muy bien la onda. El vector de Poynting es:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \quad (44)$$

### Nota

No nos interesa el valor instantáneo que nos da la ecuación 40 porque varía muy rápidamente con el tiempo. Recordad que las frecuencias habituales de la luz son del orden de  $10^{14}$  Hz.

### Valor eficaz de una magnitud

El valor eficaz de una magnitud (campo eléctrico, campo magnético, tensión, intensidad, etc.) es el valor que realmente obtendríamos si lo midiéramos. Pensad que si la magnitud varía muy deprisa, al hacer la medida, en realidad no observamos un único instante y obtenemos una media. Esta media normalmente es el valor máximo dividido por  $\sqrt{2}$ .

### Producto vectorial

$\vec{A} \times \vec{B}$  es el producto vectorial de dos vectores. Se puede calcular con el determinante:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ Ax & Ay & Az \\ Bx & By & Bz \end{vmatrix}$$

Además el módulo es

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha, \text{ donde } \alpha \text{ es el ángulo entre } \vec{A} \text{ y } \vec{B}.$$

Como el vector de Poynting es el producto vectorial del campo eléctrico y el magnético, es perpendicular a ambos y, por lo tanto, apunta en la dirección de propagación de la onda. Por otra parte, si os fijáis, la expresión que hemos encontrado para la intensidad de una onda electromagnética, ecuación 43, es el valor medio del módulo del vector de Poynting, es decir:

$$I = \langle S \rangle \quad (45)$$

El vector de Poynting resulta útil precisamente porque nos permite caracterizar al mismo tiempo la dirección de propagación de la onda y su intensidad.

### Presión de radiación

Por otra parte, se puede demostrar (pero no lo haremos aquí) que la presión de radiación  $P_r$  se relaciona con la intensidad mediante la expresión:

$$P_r = \frac{I}{v_0} \quad (46)$$

donde recordad que  $v_0$  es la velocidad de propagación de la luz en el vacío.

#### Ejemplo

Supongamos que tenemos una bombilla que emite luz con una potencia de 50 W, de manera uniforme en todas direcciones. ¿Cuál es la intensidad de la luz y su presión de radiación a una distancia de 3 metros? Recordad que podemos aproximar la velocidad de la luz en el vacío por  $v_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s.

 Podéis consultar las unidades de presión en el anexo 1.

Para empezar, podemos recordar la definición de intensidad que hemos dado: "La intensidad es la potencia media que atraviesa una unidad de área perpendicular a la dirección de propagación". La potencia ya nos la han especificado: 50 W. A una distancia determinada,  $r$ , esta potencia se reparte uniformemente sobre la superficie de una esfera. Y la superficie de esta esfera es  $4\pi r^2$ . Por lo tanto, como queremos la potencia por unidad de área, basta con dividir el valor de la potencia por la superficie de la esfera:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{50}{4\pi r^2} = 0,442 \text{ W/m}^2 \quad (47)$$

Después, para calcular la presión de radiación, podemos aplicar la ecuación 46:

$$P_r = \frac{I}{v_0} = \frac{0,442}{3 \cdot 10^8} = 1,47 \cdot 10^{-9} \text{ Pa} \quad (48)$$

Esta presión provocada por la luz es realmente muy pequeña, es poco más de una milmillonésima de pascal (¡pensad que la presión atmosférica está en torno a los 100.000 pascles!). La fuerza que puede ejercer esta presión sobre un cuerpo es negligible en nuestra experiencia cotidiana y cualquier movimiento que llegara a provocar sería rápidamente detenido por el rozamiento con el aire. Pero, en cambio, en medio del vacío del espacio, donde no hay ningún tipo de rozamiento, la presión de radiación del Sol puede llegar a ejercer una fuerza pequeña pero significativa, capaz de mover lentamente una nave espacial si tiene una superficie lo bastante grande. Esta es la base de funcionamiento de las velas solares, grandes superficies que aprovechan la presión de radiación solar para impulsar un vehículo espacial, de forma equivalente (salvando las distancias) a como una

vela aprovecha la presión del viento para impulsar un barco. Aun así, tened en cuenta que las velas solares son solo una propuesta, no se han utilizado nunca en un vehículo espacial real, ya que para ser efectivas tienen que tener superficies enormes, del orden de centenares de metros cuadrados, cosa que las hace poco prácticas.

Hasta aquí hemos caracterizado matemáticamente una onda electromagnética y especialmente al tratar sus aspectos energéticos hemos utilizado el hecho de que está formada por un campo eléctrico y un campo magnético oscilantes. Ahora, sin embargo, nos centraremos en dos fenómenos muy importantes que son generales para todo tipo de ondas y que, como también se observan con la luz, históricamente fueron determinantes para establecer la naturaleza ondulatoria de la luz: la interferencia y la difracción. Estos dos fenómenos nos permitirán comprender, posteriormente, cómo funcionan los hologramas, que recordad que es el objetivo que nos hemos marcado en este apartado. La interferencia es la combinación por superposición de dos o más ondas que se encuentran en un mismo punto del espacio. La difracción es la desviación que sufren las ondas cuando se encuentran con obstáculos o atraviesan aberturas. Veamos ambos fenómenos con detalle.

### 3.2. Difracción

Ya hemos comentado que la observación del fenómeno de la difracción con la luz fue uno de los argumentos de más peso para apoyar la hipótesis que la luz es una onda. A continuación haremos una definición cualitativa de la difracción.

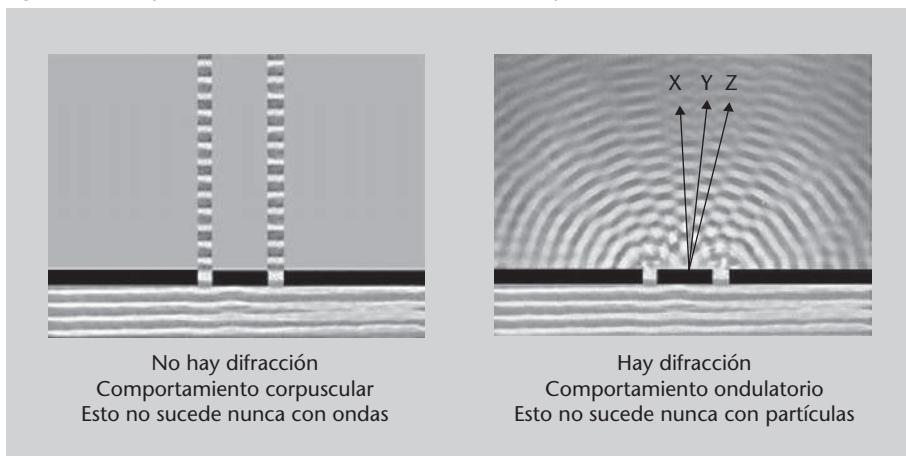
**La difracción** es la desviación en la propagación de una onda cuando esta se encuentra con obstáculos o atraviesa aberturas.

Si la luz estuviera formada por partículas no se produciría este fenómeno, ya que las partículas no se desvían cuando pasan por un orificio. Para verlo, supongamos un frente de onda que llega a un obstáculo o a una pared con un agujero: de la parte del frente de onda que choca directamente con el obstáculo, una parte de la energía de la onda rebotará y otra pasará al segundo medio; la parte del frente de onda que no se encuentra molestada por el obstáculo o que se encuentra delante del agujero parecería que pudiera seguir propagándose normalmente.

Pues bien, no es exactamente así: el frente de onda tiende a rodear el obstáculo y a “abrirse” cuando pasa por un agujero. En eso consiste la difracción. Este diferente comportamiento está ilustrado en la figura 14, donde podemos ver, en la parte izquierda, un caso en que una onda llega a unas aberturas y se comporta como parecería que tendría que hacerlo por analogía con el comportamiento de una partícula. No es eso lo que pasa, sino lo que encon-

tramos en la parte derecha de la figura: las ondas se abren y se alejan de la propagación rectilínea al atravesar los agujeros.

Figura 14. Comparación entre una situación sin difracción y una con difracción

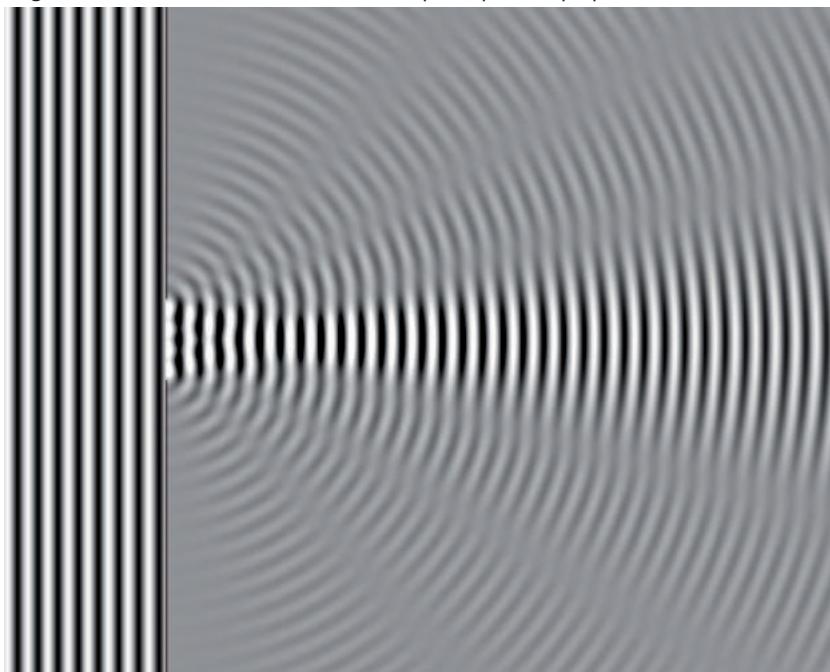


En las figuras 15 y 16 tenéis unos ejemplos de difracción de frentes de onda planos por aberturas diversas. En todos los casos podéis observar que, después de atravesar la abertura, los rayos, en lugar de proseguir su propagación en línea recta "se abren" como si hubieran salido de la abertura en todas direcciones (tened en cuenta que la figura 15 es una representación precisa y exacta, mientras que la figura 16 es un esquema aproximado).

**Figura 14**

Si la luz se comportara como una partícula no se desviaría al pasar por una abertura, como se muestra en la parte izquierda de la figura. Eso no pasa nunca con las ondas (y en particular, no pasa con la luz, que es lo que nos interesa aquí), sino que pasa lo que vemos en la derecha: el frente de onda tiende a "abrirse" tras la abertura. En el caso que se muestra en la imagen, además, como hay dos aberturas, las ondas procedentes de una abertura interfieren con las procedentes de la otra y así tenemos un refuerzo de la onda en algunas direcciones (como la X o la Z indicadas) y una anulación en otras (como la Y). El fenómeno de la interferencia lo veremos en el subapartado 3.3.

Figura 15. Difracción de un frente de onda plano por una pequeña abertura



Fuente: Wikimedia Commons; autor: Dicklyon

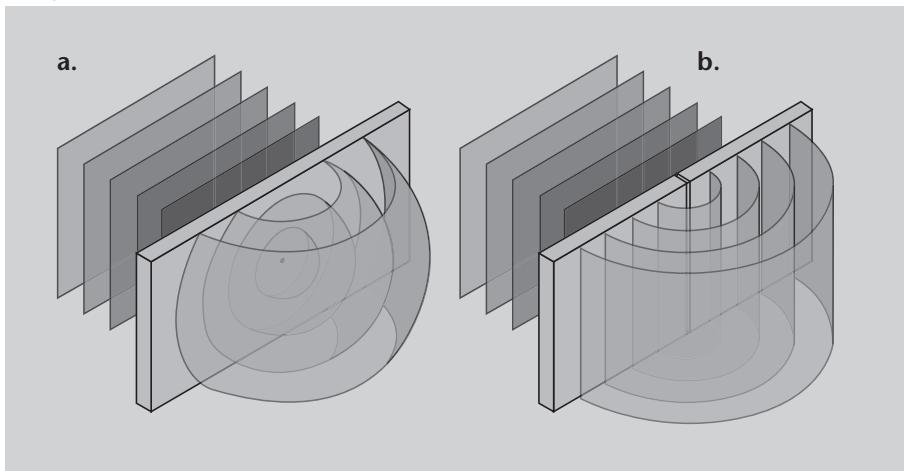
Recordad que los rayos son siempre perpendiculares al frente de onda.

**Figura 15**

Simulación numérica (por ordenador) de la difracción de un frente de onda plano al llegar a una frontera que contiene un pequeño agujero. Las ondas que llegan a la frontera se reflejan (pero esta reflexión no se muestra en la figura). Las ondas que llegan al agujero siguen adelante, pero en lugar de seguir su dirección original, "se abren" y se propagan como si tuvieran su origen en la abertura.

La difracción es un fenómeno que se produce siempre que hay aberturas u obstáculos, pero sus efectos son más pronunciados cuando las ondas implicadas tienen una longitud de onda del mismo orden de magnitud que las dimensiones de estos obstáculos o aberturas que provocan la difracción. En el caso de la luz, las longitudes de onda son del orden de la diezmillonésima del metro (del orden de  $10^{-7}$  m) y, por lo tanto, no la podemos observar habitualmente.

Figura 16. Difracción de un frente de onda plano por un pequeño agujero circular y por una rendija vertical



**Figura 16**

Esquema de la difracción de un frente de onda plano por una pequeña abertura circular (a) y por una rendija vertical (b).

Ahora pasamos a describir el segundo de los fenómenos típicamente ondulatorios que podemos observar con la luz: la interferencia. Recordad que es un fenómeno que necesitamos entender si queremos saber cómo funcionan los hologramas, que es el objetivo final del apartado.

### 3.3. Interferencia

¿Qué sucede cuando dos o más ondas electromagnéticas se encuentran en un mismo punto del espacio? Cuando dos o más ondas de la misma frecuencia se encuentran en un mismo punto del espacio se superponen formando una nueva onda, la amplitud de la cual depende de la amplitud que tuvieran las ondas originales y, sobre todo, de la diferencia de fase entre ambas.

#### 3.3.1. El principio de superposición

Las ondas electromagnéticas, como cualquier otro tipo de onda, cumplen el **principio de superposición**.

El principio de superposición afirma que cuando dos o más ondas se encuentran en un punto del espacio la onda resultante es la suma vectorial de las ondas individuales.

De esta manera, la intensidad del campo eléctrico resultante cuando se encuentran dos o más ondas electromagnéticas, caracterizadas por sus campos eléctricos  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$ , etc., en un punto del espacio, será:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \quad (49)$$

Ahora recordad que estas ondas  $\vec{E}_1$ , etc., son del tipo que vimos en el subapartado 3.1.1 (ecuación 35):

$$\vec{E}_1(\vec{r}_1, t) = \vec{E}_{01} \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \omega_1 t + \phi_1) \quad (50)$$

En el subapartado 3.1.1 también vimos que la intensidad de una onda es proporcional al valor medio del cuadrado del módulo del campo eléctrico:

$$I \propto \langle E^2 \rangle \quad (51)$$

Pero ahora este campo eléctrico es la suma de los campos eléctricos, uno de cada una de las ondas, es decir:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \quad (52)$$

y por lo tanto

$$\vec{E}^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots)^2 \quad (53)$$

Si, para simplificar, nos centramos solo en el caso de dos ondas, esto es igual a

$$\vec{E}^2 = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \quad (54)$$

Recordad que, en general,  
 $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ .

Como lo que queremos es la intensidad, tenemos que obtener sus valores medios:

$$I = \langle \vec{E}^2 \rangle = \langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle + 2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle \quad (55)$$

Los dos primeros términos son las intensidades de cada una de las ondas que interfieren, pero fijaos que aparece un tercer término combinado  $2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$  que recibe el nombre de **término de interferencia** y que necesitamos evaluar. Así tenemos:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle \quad (56)$$

Evaluemos, pues, este término de interferencia, que simbolizaremos  $I_{12}$ . Hacer su derivación nos alejaría ahora demasiado de los objetivos del módulo, por lo tanto, simplemente diremos que si se calcula el producto escalar  $\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle$  el término de interferencia se puede expresar, en definitiva, como:

$$I_{12} = \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos \delta \quad (57)$$

donde  $\delta$  es la diferencia de fase entre las dos ondas, dada por:

$\delta$  es la letra griega delta minúscula.

$$\delta = \vec{k}_1 \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \vec{r}_2 + \phi_1 - \phi_2 \quad (58)$$

Normalmente se trabaja en situaciones en que  $\vec{E}_{01}$  y  $\vec{E}_{02}$  (la amplitud de cada una de las ondas) son paralelos, de modo que el producto escalar de la ecuación 57 se reduce a un producto:

$$I_{12} = E_{01} E_{02} \cos \delta \quad (59)$$

### Producto escalar

Recordad que el producto escalar de dos vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  es  $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cos \alpha$ , donde  $\alpha$  es el ángulo que forman. Si son paralelos,  $\alpha = 0^\circ$ , y dado que  $\cos 0 = 1$ , tenemos  $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B$ .

que se puede expresar en términos de las intensidades  $I_1$  e  $I_2$  como (recordando y utilizando las ecuaciones 40 y 43):

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (60)$$

Así pues, finalmente, la intensidad total de la superposición de dos ondas se puede escribir como

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (61)$$

Fijaos que aquí tenemos una situación muy interesante.

Cuando se superponen dos ondas, la intensidad de la onda resultante no es simplemente la suma de las intensidades de cada una de las ondas, sino que hay un factor adicional, el **término de interferencia**.

Todavía más interesante, este término de interferencia depende de un coseno. El coseno toma valores entre  $-1$  y  $1$ , de modo que, según cual sea el valor de la diferencia de fase  $\delta$  entre las dos ondas, a veces la intensidad resultante será superior a la suma de las intensidades de cada onda y a veces será inferior.

En concreto, los máximos en la intensidad se producirán para una diferencia de fase  $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi$ , etc., ya que entonces  $\cos \delta = 1$  y la intensidad máxima será:

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (62)$$

Esta situación se llama **interferencia constructiva**. Fijaos que la intensidad final es superior a la simple suma de las dos intensidades originales.

Igualmente, los mínimos de intensidad se producirán cuando  $\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi$ , etc., ya que entonces  $\cos \delta = -1$  y la intensidad mínima será:

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (63)$$

Esta situación se llama **interferencia destructiva**, ya que aunque estamos “añadiendo” dos ondas, la intensidad resultante es menor que su simple suma.

En el caso particular, pero muy habitual, en que las dos ondas sean de la misma amplitud (es decir,  $I_1 = I_2$ , que simbolizaremos  $I_0$ ), tenemos:

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (64)$$

y entonces las intensidades máxima y mínima serán:

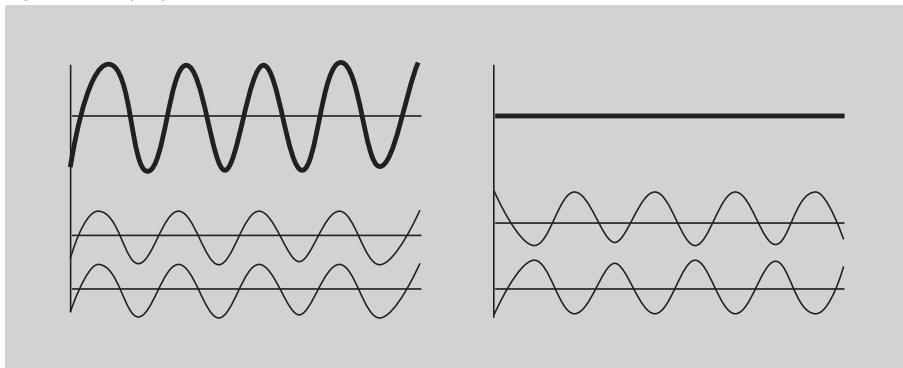
$$I_{max} = 4I_0 \quad (65)$$

y

$$I_{min} = 0 \quad (66)$$

Este caso es muy habitual y, además, es especialmente fácil de observar, ya que el máximo de intensidad es cuatro veces superior a la intensidad de cada una de las ondas originales, y el mínimo es cero. La figura 17 es una representación esquemática de estos dos casos.

Figura 17. Superposición de dos ondas de la misma intensidad



**Figura 17**

A la izquierda tenemos el caso de interferencia constructiva: las dos ondas están en fase y dan lugar a una onda de intensidad cuatro veces superior. A la derecha tenemos el caso de interferencia destructiva: las dos ondas están desfasadas en  $\pm\pi$  y dan lugar a una anulación de la onda, con intensidad igual a cero.

Vemos que, en general, la intensidad de la onda resultante puede variar entre un valor mínimo y un valor máximo según la diferencia de fase entre las ondas,  $\delta$ , y especialmente, en el caso de amplitudes iguales, la intensidad puede variar entre cero y cuatro veces la intensidad de las ondas que se superponen.

### 3.3.2. Diferencia de fase

Pero ahora hay que preguntarse cómo se puede producir una diferencia de fase entre dos ondas. Recordad que la diferencia de fase  $\delta$  entre las ondas que se superponen la hemos hallado en la ecuación 58:

$$\delta = \vec{k}_1 \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \vec{r}_2 + \phi_1 - \phi_2 \quad (67)$$

Ahora bien, en muchos casos se pueden simplificar considerablemente los cálculos haciendo unas suposiciones que son muy habituales:

- Trataremos con ondas que inicialmente estaban en fase, de manera que las fases iniciales  $\phi_1$  y  $\phi_2$  se pueden considerar iguales a cero.
- Acostumbraremos a trabajar con frentes de onda planos o esféricos, en los cuales  $\vec{k}$  y  $\vec{r}$  se pueden considerar paralelos y, por lo tanto, los productos escalares de estas dos magnitudes quedan simplemente como el producto de sus módulos.
- Si las dos ondas tienen la misma longitud de onda, como pasará en la mayoría de casos, los valores de  $k_1$  y de  $k_2$  y de  $\omega_1$  y  $\omega_2$  serán iguales.

Considerando estas suposiciones, las ecuaciones de dos ondas como la de la ecuación 50 se reducirán a:

$$E_1(r_1, t) = E_{01} \operatorname{sen}(kr_1 - \omega t) \quad (68)$$

y

$$E_2(r_2, t) = E_{02} \operatorname{sen}(kr_2 - \omega t) \quad (69)$$

Y la ecuación 58 queda entonces como:

$$\delta = k(r_1 - r_2) \quad (70)$$

o, si definimos  $\Delta r = r_1 - r_2$ ,

$$\delta = k\Delta r \quad (71)$$

$\Delta$  es la letra griega delta mayúscula, que se acostumbra a usar para indicar el cambio o la diferencia de alguna magnitud.

Con esta última expresión simplificada se puede ver que la diferencia de fase en la interferencia de dos ondas depende claramente de la diferencia de dis-

tancias que hayan recorrido las dos ondas. En concreto, fijaos que si las dos ondas han recorrido exactamente el mismo camino, es decir, si

$$r_1 - r_2 = 0 \quad (72)$$

entonces  $\delta$  también vale cero y tenemos interferencia constructiva, como hemos visto anteriormente (ecuaciones 61 y 65).

Fijaos también que cuando hemos descrito matemáticamente una onda electromagnética habíamos visto que el módulo del vector de onda y la longitud de onda están relacionados por:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (73)$$

Así, la ecuación 70 se puede escribir también en función de la longitud de onda como:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (74)$$

Recordad que habíamos dicho que los máximos se producen cuando  $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi$ , etc. Según la ecuación 74 esto pasará justo cuando  $r_2 - r_1 = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda$ , etc., es decir, cuando la diferencia de caminos recorridos por las dos ondas es exactamente un múltiplo de la longitud de onda.

Hay que decir que en algunos casos, cuando una onda se refleja sobre una superficie aparece un desfase igual a  $\pi$  entre la onda incidente original y la onda reflejada.

En resumen, en la mayoría de casos que nos podemos encontrar habitualmente, la diferencia de fase entre dos ondas puede deberse a:

- Una diferencia en la longitud del camino recorrido por las dos ondas desde la fuente hasta el punto en que se superponen, caso en que vale

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (75)$$

- Una reflexión sobre una superficie, caso en que vale  $\delta = \pi$ .

### 3.3.3. Coherencia

Ahora bien, después de lo que acabamos de decir, que cuando se encuentra la luz procedente de dos o más fuentes se producen interferencias, quizás os preguntaréis cómo es que no vemos continuamente interferencias. Al fin y al

cabo solo con que tuviéramos encendidas dos bombillas en una habitación tendríamos que ver interferencias por todas partes. ¿No?

Pues no. Y el porqué es un punto muy importante. La interferencia solo se produce cuando las dos (o más) ondas que interfieren son coherentes. Y ahora, claro está, tenemos que definir qué significa esto de la *coherencia*.

Decimos que dos o más ondas son **coherentes** si su diferencia de fase es constante a lo largo del tiempo.

Fijaos que eso quiere decir que, en un punto determinado del espacio, las dos ondas siempre tienen que tener la misma diferencia de fase, sea la que sea. Es decir, que si en un punto están desfasadas en  $2\pi$ , por ejemplo, siempre tienen que estar desfasadas  $2\pi$ .

En el caso de la luz, la condición de la coherencia es especialmente importante. En la mayoría de casos, las fuentes de luz que utilizamos emiten luz incoherente, resultado de millones de átomos que están emitiendo luz de forma totalmente independiente unos de los otros. De esta manera, su diferencia de fase no conserva ningún tipo de constancia a lo largo del tiempo. Por eso no observamos interferencias con luz habitualmente.

Para obtener luz coherente procedente de dos o más fuentes, y así poder observar interferencias, se puede dividir el haz de luz procedente de una única fuente no coherente en dos o más haces que después se pueden superponer. Como los dos o más haces proceden exactamente de la misma fuente y son las dos partes de un rayo que hemos dividido, se trata de luz coherente y nos permitirá observar interferencias. Hay diversas técnicas para dividir un haz de luz en dos o más haces:

- Reflejar el haz de luz en las dos caras de una película muy delgada. Un caso particular, pero bastante habitual, es el caso en que la película tiene un grueso variable. Entonces se obtienen unas interferencias llamadas **anillos de Newton**.
- Iluminar con la fuente de luz una pantalla opaca en que se han practicado dos o más aberturas y utilizar los haces procedentes de estas aberturas. Es un método muy utilizado y lo comentaremos con detalle en el próximo subapartado.
- Utilizar el haz de luz procedente de la fuente y el procedente de su reflexión en un espejo.

Ahora ya hemos visto cómo se produce el fenómeno de la interferencia y a qué es debido, pero nos falta saber qué “veremos” al observar este fenómeno. Es decir, si observamos una situación de interferencia, ¿cómo veremos estas interferencias constructivas y destructivas que acabamos de comentar?

#### Coherencia espacial y temporal

De hecho, el concepto de coherencia es un poco más complejo y para ser rigurosos hay que diferenciar entre coherencia temporal y coherencia espacial y también está relacionado con la monocromatidad de la onda, es decir, si contiene muchas frecuencias diferentes o no. Pero eso son temas más avanzados que no trataremos aquí.

### 3.4. Patrones de interferencia y difracción

Antes de la aparición del láser, la obtención de fuentes de luz con una gran coherencia era difícil, y como las interferencias solo se pueden observar si las fuentes son coherentes, la obtención de interferencias era un proceso laborioso. Ya hemos comentado que una solución habitual es aprovechar el fenómeno de la difracción: poniendo una o más aberturas o rendijas en una pantalla opaca, cuando se ilumina la pantalla con una única fuente las aberturas actúan como fuentes puntuales y, lo más importante, como fuentes puntuales coherentes, de modo que podremos observar interferencias. Según el número y disposición de las rendijas obtendremos diferentes **patrones de interferencia**, es decir diferentes distribuciones de máximos y mínimos (interferencias constructivas y destructivas) a una cierta distancia.

Como ejemplo, podemos estudiar brevemente el experimento clásico de interferencia de ondas luminosas, el experimento de la doble rendija o experimento de Young.

#### 3.4.1. El experimento de la doble rendija

El año 1801 Thomas Young realizó uno de los experimentos más influyentes en la historia de la física. Se trata del experimento de la doble rendija.

En este experimento se ilumina una pantalla opaca en la cual hay dos pequeñas rendijas verticales, separadas una cierta distancia  $d$ . En el otro lado, sobre una pantalla situada a una distancia  $L$ , bastante grande comparada con  $d$  (es decir,  $L \gg d$ ), como podéis ver en la figura 18, se producirán interferencias entre las ondas procedentes de cada una de las rendijas. Fijaos que según el punto de la pantalla donde nos encontramos, la luz procedente de las dos rendijas habrá recorrido distancias diferentes y, por lo tanto, tendrá una cierta diferencia de fase. Así, en ciertos lugares las ondas procedentes de las rendijas interferirán constructivamente y habrá mucha luz, mientras que en otros, interferirán destrutivamente y no habrá luz.

No estará de más hacer el cálculo de la posición de los máximos y mínimos de la interferencia que se produce sobre la pantalla. Consideraremos nuevamente la figura 18. Lo que nos interesa saber es la diferencia de recorrido de los dos rayos que llegan a un punto cualquiera  $P$ , situado a una distancia  $y$  del eje, con un rayo procedente de una rendija y el otro, de la otra. Como ya hemos dicho consideraremos que  $L \gg d$ , es decir, que la distancia  $L$  es muy grande. En este caso, con buena aproximación, los dos rayos que llegan a  $P$  los podemos considerar paralelos. En esta situación la diferencia de recorrido, que simbolizamos  $\Delta r$ , es:

$$\Delta r = d \operatorname{sen} \theta \quad (76)$$

#### Thomas Young (1773–1829)

Erudito británico que trabajó en numerosos campos. En física es especialmente conocido por el experimento de la doble rendija, que ponía de manifiesto las interferencias de ondas luminosas. Cabe destacar que hizo contribuciones fundamentales para el desciframiento de la escritura jeroglífica egipcia.

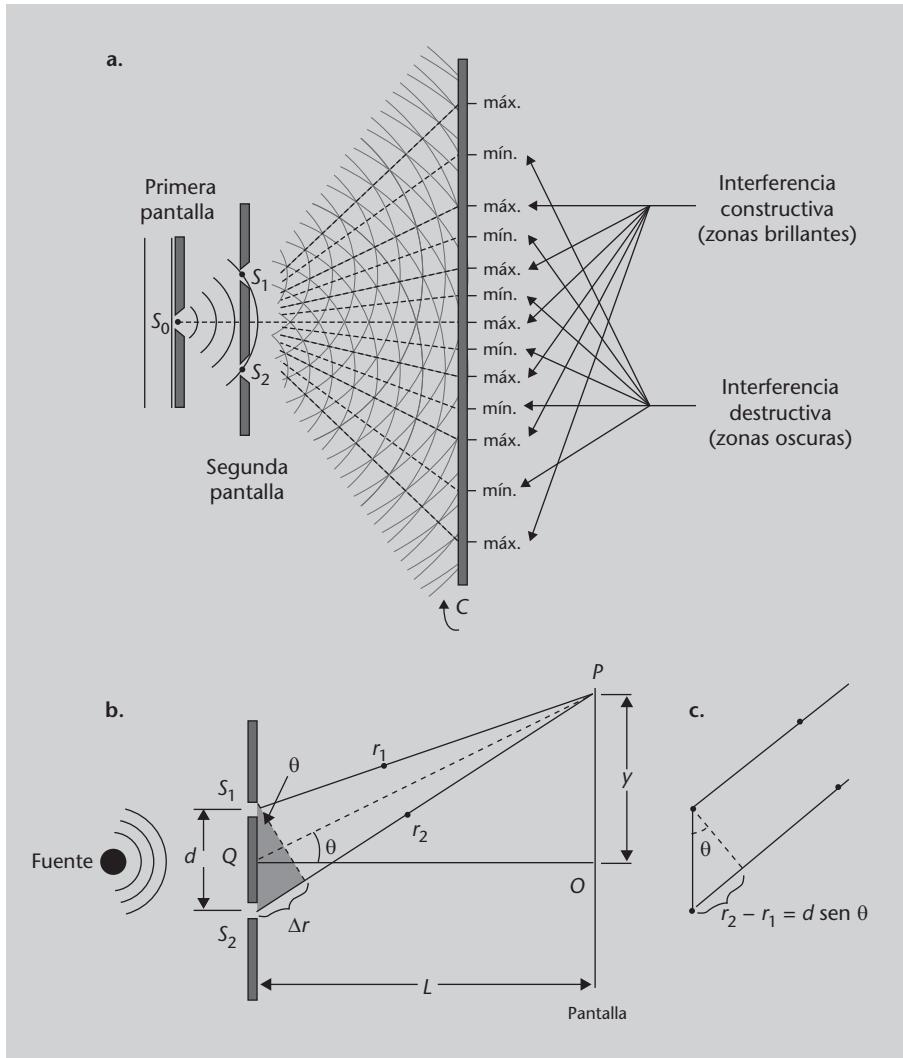
Recordad que en un triángulo rectángulo,

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

donde fijas que el ángulo  $\theta$  es el mismo que forma el punto  $P$  con respecto al centro de las dos rendijas. A partir de esta ecuación 76 y sabiendo que la diferencia de fase y la diferencia de camino están relacionadas por la ecuación 74, tenemos que

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (77)$$

Figura 18. Experimento de Young de la doble rendija



**Figura 18**

Se ilumina una pantalla opaca en la cual hay dos pequeñas rendijas verticales, separadas una cierta distancia  $d$ . Al otro lado, sobre una pantalla situada a una distancia  $L$  (con  $L \gg d$ ), se producirán interferencias a causa del diferente camino recorrido por las ondas procedentes de una y otra rendija. En la parte inferior de la figura tenéis detallados los diversos parámetros que intervienen en el análisis del fenómeno.

Y ya sabemos que habrá interferencia constructiva cuando  $\delta$  sea igual a  $0, 2\pi, 4\pi$ , etc. (consultad las ecuaciones 61 y 62). Por tanto, tendremos máximos cuando

$$\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots \quad (78)$$

que podemos simplificar, eliminando los  $\pi$  y dividiendo por dos, como:

$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \quad (79)$$

o, de forma más compacta:

$$d \operatorname{sen} \theta = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (80)$$

$\theta$  es la letra griega theta minúscula, que corresponde aproximadamente al sonido de la zeta castellana.

donde el valor  $m$  recibe el nombre de **número de orden**. Un proceso análogo para los mínimos, con interferencia destructiva, nos llevaría a

$$d \operatorname{sen} \theta = (m - 1/2)\lambda \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (81)$$

Fijaos que estas expresiones nos dan la posición de los máximos y de los mínimos en función del ángulo  $\theta$ . Seguramente es más interesante poder expresar esto en función de una magnitud más fácilmente medible, como la distancia  $y$  desde el centro del patrón de interferencia hasta al punto en cuestión. Bueno, si miramos nuevamente la figura 18, el ángulo  $\theta$  y la distancia  $y$  están relacionados por

$$\tan \theta = \frac{y}{L} \quad (82)$$

Recordad que en un triángulo rectángulo

$$\tan \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}$$

Pero recordad que estamos considerando que  $L$  es muy grande y, por lo tanto,  $\theta$  es pequeño. Con ángulos pequeños siempre podemos considerar lo suficientemente válida la aproximación

$$\tan \theta \approx \operatorname{sen} \theta \approx \theta \quad (83)$$

Así, como  $\tan \theta \approx \operatorname{sen} \theta$ , podemos hacer

$$\operatorname{sen} \theta \approx \frac{y}{L} \quad (84)$$

$\approx$  es el símbolo que indica "aproximadamente".

y, sustituyendo en las ecuaciones 80 y 81, obtenemos:

$$y = m \frac{\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (85)$$

para los máximos y

$$y = (m - 1/2) \frac{\lambda L}{d} \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (86)$$

para los mínimos. Es decir, los máximos y mínimos están siempre a la misma distancia los unos de los otros sobre la pantalla donde los observamos. También podéis ver que si aumentamos la distancia entre las rendijas la separación entre máximos (o entre mínimos) disminuirá, y viceversa. Es decir, cuanto más juntas estén las rendijas más separados estarán los máximos. También podéis ver que si aumentamos la longitud de onda de la luz\* los máximos

\* Es decir, la hacemos más roja, recordad el espectro electromagnético que hemos explicado en el subapartado 1.2.1.

se espacian más, es decir, cuanto mayor sea la longitud, más separados estarán los máximos.

Figura 19. Patrón de difracción de una doble rendija, para dos longitudes de onda diferentes

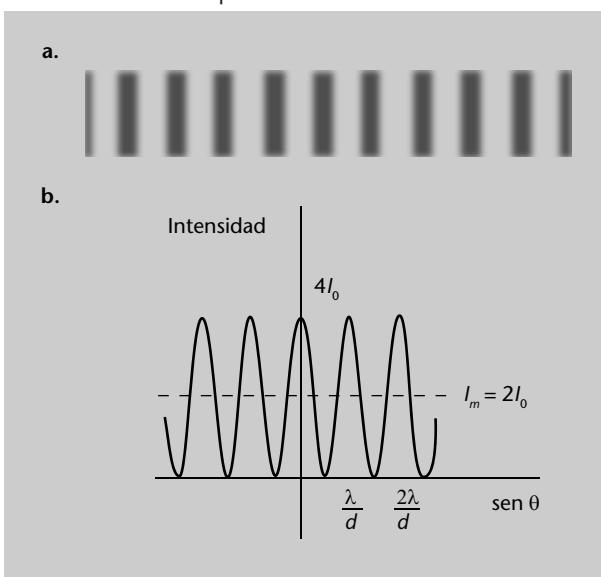


De momento hemos calculado las posiciones de los máximos y mínimos de intensidad, pero aún podríamos hacer más. Usando la ecuación general para la intensidad de dos ondas que interfieren, ecuación 61, y utilizando el hecho de que la diferencia de fase, en este caso, viene dada por la ecuación 77, podríamos hallar exactamente cómo es la intensidad de la luz en cada punto de la pantalla. El resultado lo podéis ver en la figura 20. Fijaos que máximos y mínimos están espaciados uniformemente (siempre que sigamos dentro de la aproximación de ángulos pequeños, esto es, que los senos y las tangentes de un ángulo se puedan aproximar por el valor del ángulo:  $\sin x \approx \tan x \approx x$ ) y que todos los máximos son de la misma intensidad.

**Figura 19**

Ejemplo de dos patrones de difracción creados por una doble rendija. El de arriba es con luz roja de longitud de onda larga, mientras que el de abajo es con luz azul, de menor longitud de onda. Fijaos que en los dos casos los máximos y los mínimos están espaciados equidistantemente y que al disminuir la longitud de onda los máximos y mínimos se han hecho más próximos.

Figura 20. Patrón de difracción de una doble rendija, con la gráfica de la intensidad correspondiente



**Figura 20**

Patrón de interferencia de una doble rendija, con la gráfica de la intensidad correspondiente. Fijaos que los máximos y mínimos están espaciados uniformemente y que todos los máximos son de la misma intensidad (siempre que sigamos dentro de la aproximación de ángulos pequeños, por eso cuando nos alejamos del centro podéis ver que la intensidad baja).

### 3.4.2. Difracción por una única abertura

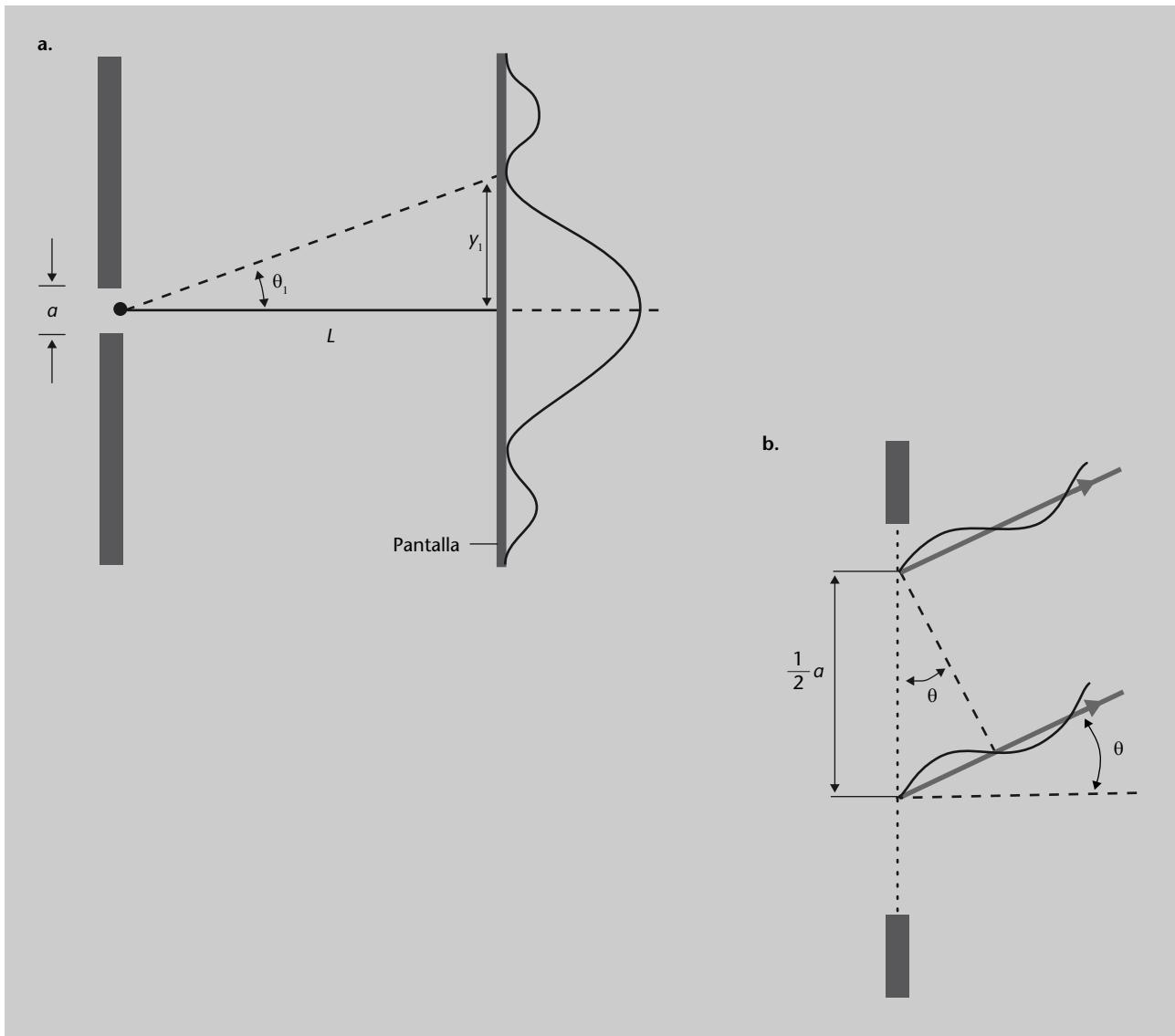
En el caso que acabamos de ver de las interferencias producidas por la difracción en dos rendijas, estas eran debidas a la diferencia de camino que recorren los rayos de luz. Eso nos puede hacer pensar que si no hay más que una abertura no se obtendrán interferencias, ya que en este caso solo habrá luz procedente de una única fuente y, por lo tanto, no puede haber diferencias de camino de rayos de luz.

Bien, eso solo sería cierto si la abertura fuera muy muy pequeña. De hecho se puede demostrar (aunque no lo haremos aquí) que cuando la abertura tiene unas dimensiones del orden de la longitud de onda de la luz, no se producen interferencias. Con aberturas más anchas lo cierto es que sí se producen interferencias. En este caso se trata de interferencias entre los rayos que salen de los diferentes puntos de la abertura, como podéis ver en la figura 21.

**Figura 21**

Difracción por una sola rendija. Una rendija de anchura  $a$  difracta luz, que crea un patrón de interferencias sobre una pantalla situada a una distancia  $L$ . En este caso las interferencias son creadas por los rayos que salen de los diferentes puntos de la abertura. Se puede demostrar que los rayos que salen de puntos de la rendija separados por  $a/2$  están desfasados en  $\pi$ .

Figura 21. Esquema de la situación de difracción de una sola rendija

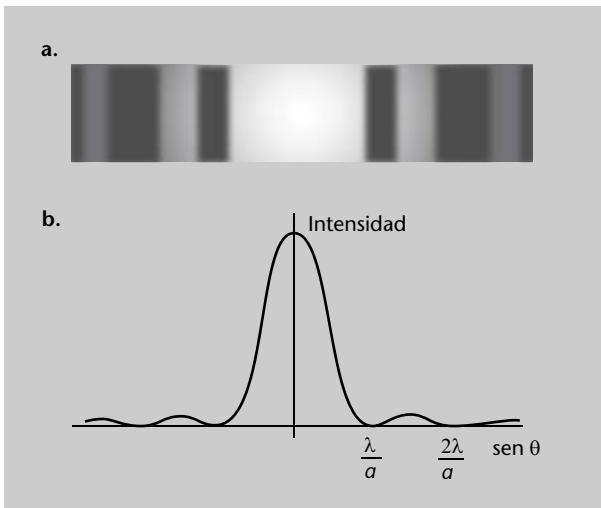


El cálculo preciso del patrón de interferencias creado por una única rendija es un poco más complejo que el que hemos hecho para el caso de la doble rendija y como no es el objetivo de este módulo hacer tales cálculos, solo daremos los resultados más importantes. Se puede demostrar que en este caso los mínimos de intensidad cumplen:

$$a \operatorname{sen} \theta = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (87)$$

donde  $a$  es la abertura de la rendija,  $\theta$  es el ángulo en que se encuentra el mínimo y  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz. Además se puede demostrar que el máximo central es el doble de ancho que los otros y que la intensidad de los máximos va decreciendo rápidamente a medida que nos alejamos del centro. Esto lo podéis ver representado en la figura 22.

Figura 22. Patrón de difracción de una sola rendija y gráfica de la intensidad correspondiente



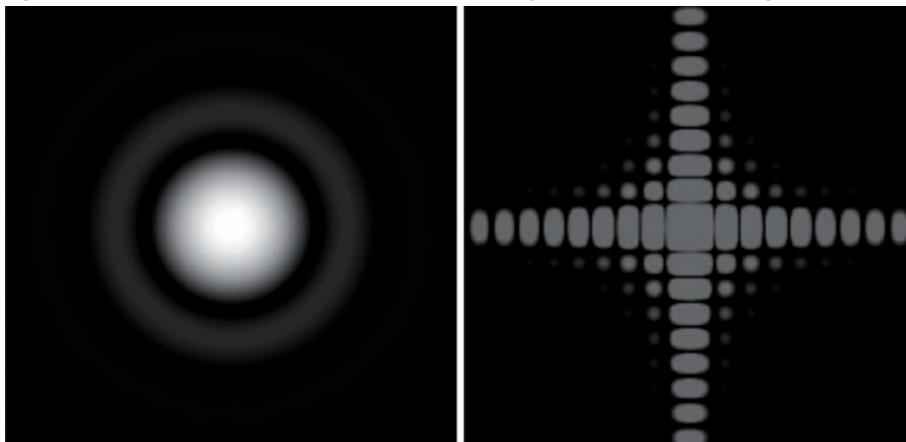
**Figura 22**

Fíjate que el máximo central es el doble de ancho que los otros y que la intensidad de los máximos va decreciendo rápidamente a medida que nos alejamos del centro.

Esto que acabamos de ver lo hemos estado haciendo considerando una abertura en forma de rendija, pero es válido para cualquier tipo de abertura. En cada caso cambiará la forma del patrón de difracción, pero las características básicas serán las mismas. En la figura 23, por ejemplo, podéis ver los patrones de difracción creados por una abertura circular y por una abertura rectangular.

Visto todo lo que hemos visto sobre el patrón de difracción creado por una única abertura podríais preguntaros si no afecta a lo que hemos dicho en el subapartado anterior, referente al patrón de interferencia creado por una doble rendija. Al fin y al cabo, cada una de las dos rendijas es ella misma una abertura que creará un patrón de difracción como el que hemos visto en este subapartado. ¿Qué pasará, pues? ¿Quizás tendremos dos o tres patrones de difracción a la vez? ¿Uno creado por la doble rendija y otro creado por cada rendija?

Figura 23. Patrón de difracción de una abertura circular y de una abertura rectangular



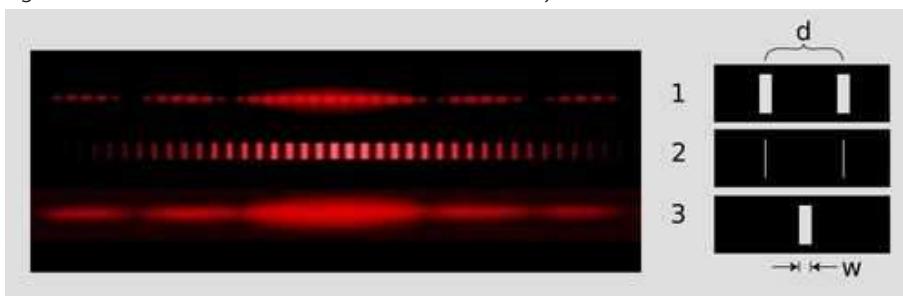
Fuente: Wikimedia Commons

**Figura 23**

Fijaos que el patrón de una abertura rectangular es igual al de una rendija pero en dos direcciones, ya que de hecho podemos considerar una abertura rectangular como una rendija en dos direcciones.

Pues sí, ¡tenéis razón! Si hicierais un experimento bien esmerado de interferencia por doble rendija en el laboratorio, lo que veríais sería una cosa como la de la parte (1) de la figura 24. Si os fijáis bien veréis que tenéis dos patrones de difracción: el más “grueso” que da la estructura general y que es el de una sola rendija (máximo central doble de ancho y con intensidad cada vez menor a medida que nos alejamos) y, sobre este, se sobrepone el patrón de dos rendijas, con máximos igualmente espaciados y aproximadamente de la misma intensidad. Para ver bien esta superposición de los dos patrones, en la misma figura tenéis también por separado los patrones ideales de dos rendijas y de una sola rendija.

Figura 24. Patrón de interferencia real de una doble rendija



Fuente: Wikimedia Commons

**Figura 24**

Comparación entre un patrón de interferencia real de una doble rendija (1) y el patrón ideal que se obtendría si las rendijas fueran muy estrechas, comparables a la longitud de onda de la luz (2). (3) corresponde al patrón de difracción de una sola rendija. Fijaos que en (1) se tienen los dos patrones superpuestos: el de una sola rendija, que corresponde al espacio mayor entre mínimos y el de dos rendijas, que da la estructura más fina.

### 3.4.3. Características generales de los patrones de difracción

Si recordáis las expresiones de localización de máximos o mínimos en la doble rendija (ecuaciones 85 y 86) y en una sola rendija, quizás os habréis dado cuenta de que la distancia representativa del problema (la distancia entre rendijas o la anchura de la rendija) es inversamente proporcional al espacio de los máximos o mínimos. Es decir, que cuanto más pequeña sea la distancia característica del problema,  $d$ , más espaciados estarán los máximos y los mínimos,  $y$ . Esto es una característica general en cualquier situación de difracción.

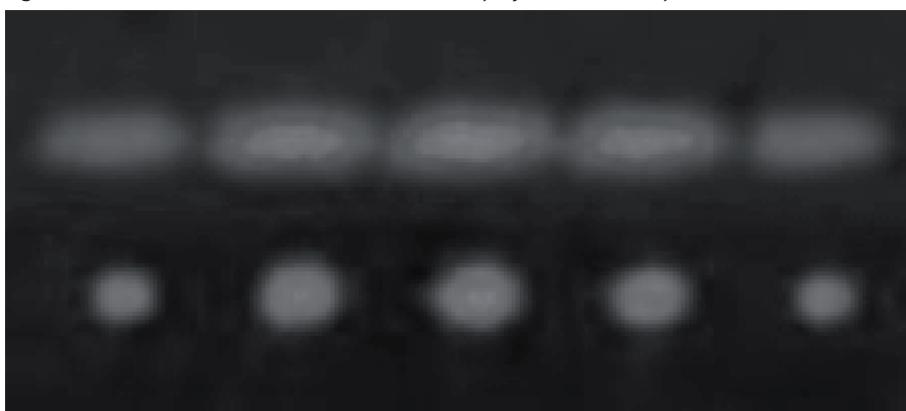
En un proceso de difracción, las distancias características del elemento difractor son inversamente proporcionales al espaciado de los máximos y mínimos de interferencia que se observan. Es decir, si aumentamos las distancias representativas del elemento difractor, los máximos y mínimos se acercarán más, estarán más juntos; y viceversa.

Ahora considerad nuevamente el experimento de la doble rendija pero en lugar de hacerlo con dos rendijas, hagámoslo con tres rendijas. La derivación de los resultados no es diferente de la que hemos hecho para dos rendijas y como no es nuestro objetivo principal hacer cálculos de patrones de difracción, daremos el resultado directamente:

- El primer hecho importante es que la posición de los máximos no cambia con respecto a la situación con dos rendijas.
- El segundo resultado es que los máximos se hacen más estrechos y están mejor definidos.

Estos dos hechos son muy claramente visibles en cualquier experimento, como podéis ver en la figura 25, en que comparamos los patrones de interferencia de dos rendijas y de cinco rendijas. Hay otra característica, difícil de ver en los experimentos, pero igualmente importante: además de los máximos que ya hemos determinado, entre cada par de máximos aparecen unos pequeños máximos, poco destacables, que se llaman *máximos secundarios*. La intensidad de estos máximos secundarios, en el caso de tres rendijas, es solo 1/9 de la intensidad de los máximos principales, por eso son difíciles de observar.

Figura 25. Patrón de interferencia real de dos rendijas y de cinco rendijas



**Figura 25**

Patrón de interferencia creado por dos rendijas (arriba) y por cinco rendijas (abajo). Observad que en el caso de cinco rendijas la posición de los máximos es la misma, pero resultan mucho más estrechos y bien definidos.

Si aumentamos el número de rendijas, esta tendencia se acentúa: los máximos se hacen cada vez más estrechos y bien definidos y van apareciendo más máximos secundarios entre los principales, pero cada vez menos intensos. Así, hemos visto que si añadimos una tercera rendija (y, en general, más rendijas), los máximos de difracción se hacen más estrechos. Y como hay la misma cantidad de energía pero concentrada en una franja más pequeña, cada franja de difracción es más brillante y, en consecuencia, más fácil de observar. Eso nos lleva a otra característica típica de las situaciones de difracción.

En un proceso de difracción, la repetición del elemento difractor provoca un estrechamiento de los máximos de interferencia que se observan, sin cambiar su posición. Es decir, cuantos más elementos difractores pongamos, mejor definidos estarán los máximos y los mínimos, pero no cambiarán de lugar.

Sabiendo esto podríamos llegar a considerar un objeto difractor con miles de rendijas, o centenares de miles. Un objeto de este tipo produciría máximos extraordinariamente estrechos y bien definidos. Esto se llama **red de difracción**. Podéis ver un ejemplo de red de difracción simplemente cogiendo un disco compacto (CD) y viendo cómo refleja la luz. Aunque no están pensados para funcionar como redes de difracción, la estructura de pequeñas rayas que hay en un CD actúa aproximadamente como red de difracción. Un ejemplo más específico lo tenéis en la figura 26, donde podéis ver el patrón de interferencia causado por una red con 150 rendijas. Tened en cuenta, sin embargo, que 150 rendijas todavía está lejos de ser una verdadera red de difracción, que llegan a tener más de 100.000 rendijas (o rayas) por centímetro.

Figura 26. Patrón de interferencia de 150 rendijas

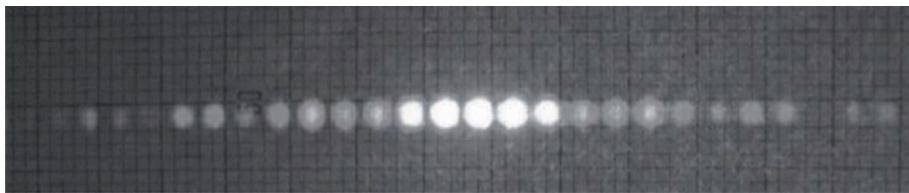


Figura 26

Patrón de interferencia creado por una red de 150 rendijas. Este ejemplo es de una red de difracción simple utilizada para experimentos de docencia. Las redes de difracción reales pueden llegar a 100.000 rendijas o rayas por centímetro.

Finalmente hemos llegado al final del camino: haber introducido las redes de difracción nos permite pasar al objetivo que nos habíamos planteado al empezar el apartado: la holografía. Pasamos a explicarla a continuación.

### 3.5. Holografía

Cuando registramos una imagen en una película fotográfica, en un sensor CCD o en cualquier otro tipo de soporte, lo que estamos haciendo es registrar la amplitud de las ondas luminosas que llegan al mismo. En este proceso se pierde una parte importante de la información que transportan estas ondas: la fase de unas con respecto a las otras. Posteriormente, si proyectamos la imagen registrada (como en una diapositiva o en una película de cine) lo que vemos es una imagen bidimensional, que ha perdido la información tridimensional.

En otras palabras, cuando reproducimos una imagen no estamos reproduciendo exactamente el campo luminoso de la escena (es decir, las ondas electromagnéticas visibles reflejadas por la escena), sino solo un registro del cuadrado de la amplitud de este campo. La luz reflejada en una fotografía lleva información solo de la amplitud al cuadrado, pero no de la fase.

Ahora bien, si pudiéramos reconstruir no solo la amplitud original, sino también la fase, tendríamos una imagen en la cual el campo luminoso que se reproduciría sería exactamente igual que el original. Pensad que eso quiere decir que nosotros, viendo esta imagen estaríamos viendo exactamente lo mismo que veríamos si estuviéramos ante la escena, incluyendo toda la información posible que puede llevar la luz procedente de la escena. En concreto, eso quiere decir que, de esta manera la información sobre la tridimensionalidad de la escena no se perdería y podríamos verla exactamente igual que si estuviera ante nosotros.

Esta idea era uno de los campos de trabajo del físico húngaro Dennis Gabor. En 1947, Gabor, a partir de trabajos previos de Mieczysław Wolfke, consiguió crear la técnica para poder registrar totalmente la información de amplitud y fase, y no solo de amplitud, mientras trabajaba en la mejora de microscopios electrónicos en la empresa británica Thomson-Houston. La técnica original, que él denominó **holografía**, era aplicable a los electrones y la versión óptica solo se pudo desarrollar plenamente con la aparición del láser en la década de 1960. Finalmente, en 1962, Yuri Nikoláievich Denisiuk, en la Unión Soviética, y Emmett Leith y Juris Upatnieks en los Estados Unidos, consiguieron obtener los primeros registros de holografía con luz, es decir, consiguieron registrar los primeros **hologramas**.

### 3.5.1. Principio de funcionamiento

La idea básica de la holografía es utilizar interferencias. Como ya hemos visto al hablar sobre ello en los subapartados 3.3 y 3.4, la intensidad en un patrón de interferencia depende de la diferencia de fase entre las ondas que interfieren. Por lo tanto, de alguna manera, podemos decir que en un patrón de interferencia está contenida la información sobre la fase de las ondas que han interferido. Veamos cómo se puede aprovechar esto.

#### Registro de un holograma

Para registrar un holograma de un objeto o escena (podéis ir siguiendo la descripción con ayuda de la figura 27) en primer lugar se utiliza un láser, ya que es una fuente de luz coherente y hemos visto que para producir interferencias es necesario que la luz sea coherente. El haz láser se divide en dos mediante un divisor de haz. Uno de los haces, denominado *haz de iluminación*, ilumina el objeto y la luz difundida por éste llega a la película fotográfica. El segundo haz, denominado *haz de referencia*, también llega a la película pero sin haber sido difundido por ningún tipo de objeto.

En este punto es donde entran en juego las interferencias. Como los dos haces son coherentes, interferirán y darán lugar a un patrón de interferencia no muy diferente de los que hemos visto en el subapartado 3.4. Sobre la película, pues, lo que queda registrado es el patrón de interferencia que resulta de la

#### Dennis Gabor (1900-1979)

Su nombre original húngaro es Cábor Dénes y por su trabajo en holografía recibió el premio Nobel de física en 1971.

#### Término holografía

El término *holografía* está formado por las raíces griegas ὅλος, *hólos*, 'todo' y γραφή, *grafé*, 'escritura', para dar a entender que es un método de registro que recoge toda la información posible, no solo la amplitud.

#### Divisor de haz

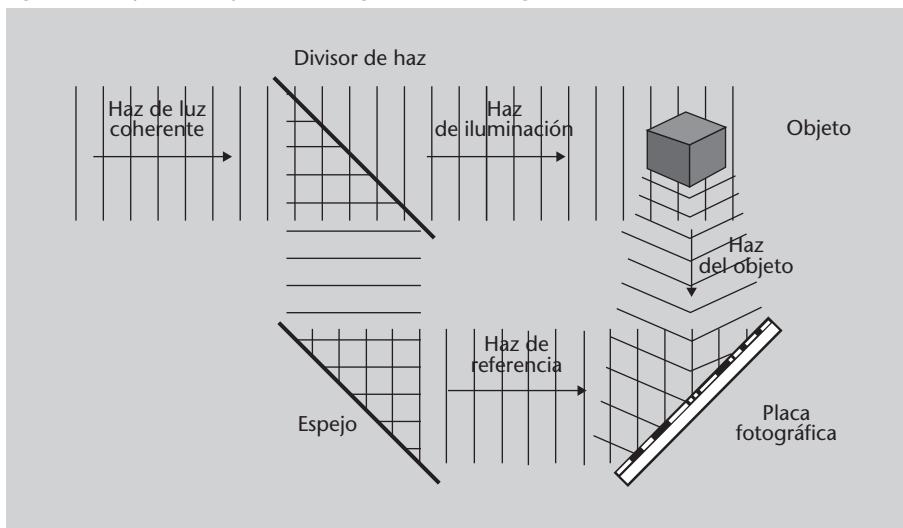
Un divisor de haz (a veces lo encontraréis con su denominación en inglés, *beamsplitter*) es un dispositivo que permite separar un haz en dos o más haces. Puede ser un espejo semitransparente, un cubo formado por dos prismas (llamado *cubo divisor*) u otros aparatos más sofisticados.

superposición del haz procedente del objeto y el haz de referencia. Y como la forma del patrón de difracción depende de la diferencia de fase entre las ondas, queda registrada en la película la información sobre la fase, además de la intensidad. Es precisamente esta película con el patrón de interferencia lo que se conoce como **holograma**, que no deja de ser una red de difracción con una estructura particular, que depende de la escena registrada.

La difracción se trata en el subapartado 3.4.3.



Figura 27. Esquema del proceso de registro de un holograma



**Figura 27**

Un haz láser se divide en dos mediante un divisor de haz. Un haz, el *haz de iluminación*, ilumina el objeto y la luz difundida por éste llega a la película fotográfica. El segundo haz, el *haz de referencia* también llega en la película pero sin ser difundido por ningún tipo de objeto. Sobre la película queda registrado el patrón de interferencias entre las dos ondas, la difundida por el objeto y la de referencia.

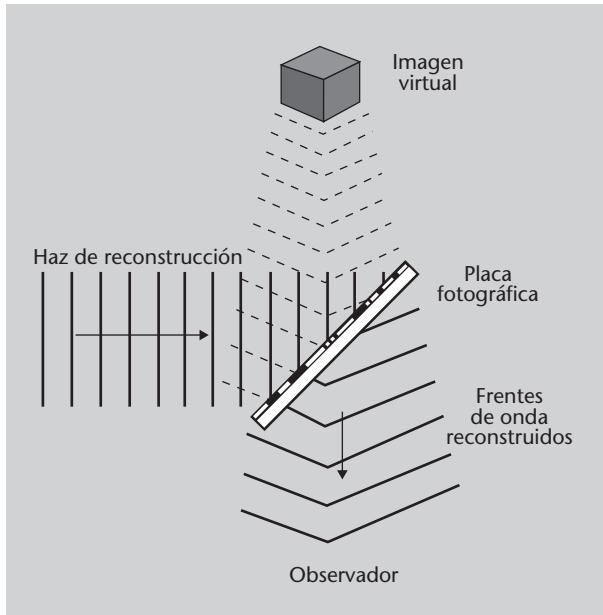
### Visualización de un holograma

Posteriormente, cuando se quiere ver el holograma, hay que hacer, en cierta manera, el proceso inverso (podéis seguir la descripción con la figura 28). El holograma se ilumina con un haz que tiene que ser idéntico al haz de referencia utilizado en el registro del holograma. Este haz se llama *haz de reconstrucción* y resulta difractado por el patrón de interferencia del holograma. La luz difractada por el holograma forma un frente de onda que es exactamente igual que el frente de onda que había difundido el objeto o escena original; en otras palabras hemos “reconstruido” el frente de onda original. Así, el observador del holograma recibe exactamente la misma información que recibiría si estuviera viendo realmente la escena u objeto; por eso las imágenes holográficas nos parecen en tres dimensiones.

Pensemos un poco qué significa esto de que “el observador del holograma recibe exactamente la misma información que recibiría si estuviera viendo realmente la escena u objeto”. Cuando nosotros observamos una escena, cada uno de nuestros ojos captura una parte de la luz difundida por la escena, y el cristalino forma una imagen de la misma sobre la retina, en la que la luz procedente de cada ángulo diferente queda focalizada en un punto concreto diferente. Dado que el holograma reconstruye todo el frente de onda difundido por la escena, el observador ve la misma imagen, independientemente de si la difusión la ha provocado la escena o el patrón de interferencias del holograma. Si el observador se desplaza podrá ver la escena desde diferentes puntos de vista, igual que en la realidad, y si estamos utilizando los dos ojos,

como es habitual, de manera que podemos tener sensación de profundidad, con la imagen holográfica también la tendremos.

Figura 28. Proceso de visualización de un holograma

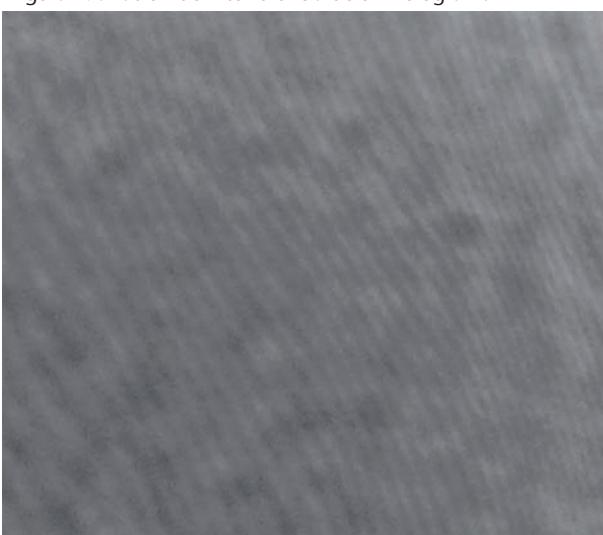


**Figura 28**

Esquema del proceso de reproducción y visualización de un holograma. El holograma se ilumina con un haz idéntico al haz de referencia utilizado en el registro del holograma. Este haz resulta difractado por el patrón de interferencia del holograma y entonces la luz difractada forma un frente de onda idéntico al frente de onda que había difundido el objeto original. Así, el observador del holograma recibe exactamente la misma información que recibiría si estuviera viendo realmente el objeto.

Debemos remarcar el hecho de que nosotros no vemos en tres dimensiones gracias a la fase de la luz, sino porque utilizamos dos ojos y observamos una misma escena desde dos puntos de vista ligeramente separados. En el caso de los hologramas, el registro de la fase permite reconstruir un frente de onda totalmente idéntico al frente de onda original, con las variaciones correctas de intensidad cuando cambiamos de punto de vista (o simplemente, entre lo que llega a un ojo y a otro). En resumidas cuentas, el ojo no detecta la fase, pero si la almacenamos, tenemos la información necesaria para que cada uno de nuestros dos ojos reciba información diferente y, por lo tanto, sensación de tridimensionalidad.

Figura 29. Patrón de interferencia de un holograma



**Figura 29**

Si iluminamos un holograma con luz no coherente solo veremos su patrón de interferencia, como aquí. El registro del holograma no son las franjas de interferencia (las líneas onduladas parecidas a las de una doble rendija), creadas por las superficies transparentes, sino el conjunto de "manchas" más o menos difuso que podéis observar en la fotografía.

También hay que tener bien presente que la placa donde está registrado el holograma solo nos dará la imagen si utilizamos luz coherente, si no, no veremos nada. De hecho, si utilizamos luz no coherente veremos una placa con un patrón de difracción relativamente complicado, como el que podéis ver en la figura 29. Se ve un área de unos  $8 \times 8$  mm de una placa fotográfica con un holograma; podéis observar que hay un patrón de difracción en forma de franjas más o menos deformadas y onduladas, pero este patrón no es el del holograma, sino el conjunto de manchas poco prominentes repartidas por toda el área, y que se llaman **patrón de moteado** (en inglés *speckle pattern*). No vemos nada reconocible en esta imagen. Solo iluminándola con un haz coherente podríamos reconstruir el frente de onda de la escena original y ver correctamente la imagen, que podría ser como la que vemos en la figura 30, que muestra un holograma fotografiado desde dos puntos de vista diferentes, para hacer evidente el cambio de perspectiva que se consigue.

Figura 30. Holograma



Fuente: Wikimedia Commons; autor: Georg-Johann Lay

**Figura 30**

Dos fotografías de un holograma, tomadas desde dos puntos de vista diferentes, que ponen de manifiesto el cambio de perspectiva.

Lo que acabamos de presentar es una explicación del funcionamiento del tipo más simple y tradicional de holograma: el **holograma de transmisión**, así llamado porque el observador ve la luz transmitida y difractada por el holograma.

Pero hay más tipos de hologramas. Los hologramas que se utilizan en las tarjetas de crédito o en los billetes de banco (podéis ver uno en la figura 31), por ejemplo, son más complejos, ya que se pueden observar sin necesidad de luz coherente, pero esto es a costa de reducir parte de la información contenida en el holograma. Si os fijáis en un holograma de tarjeta de crédito quizás os daréis cuenta de que la información tridimensional no está bien conseguida al cien por cien; en concreto, si desplazáis verticalmente el punto de vista, no veréis que cambie la perspectiva, sino que veréis la misma imagen pero con colores diferentes. Eso es a causa del proceso de registro de este tipo de hologramas y que permite verlos con luz no coherente. Precisamente por esta coloración, estos hologramas se denominan **hologramas de arco iris**.

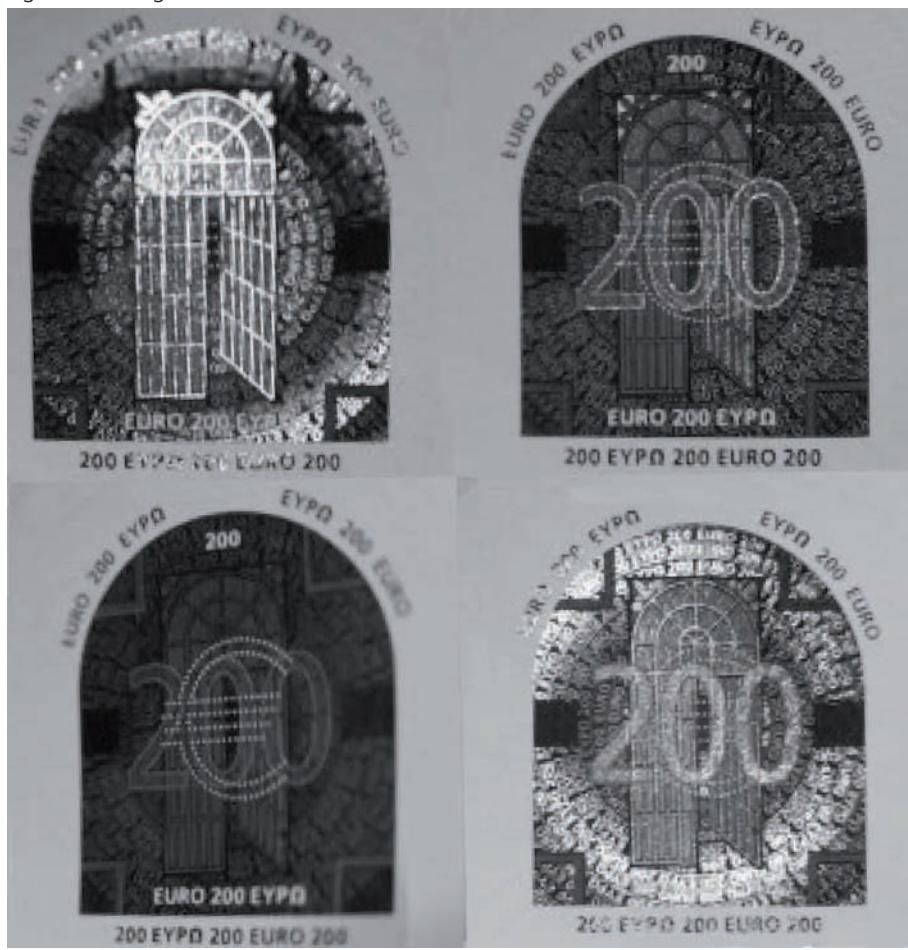
### 3.5.2. La holografía y las películas en 3D

Una cosa que vale la pena que quede clara es la relación entre la técnica de la holografía y las películas “en tres dimensiones” que se pueden ver en salas de proyección, como las que utilizan el formato IMAX 3D o muchos otros.

En primer lugar tenéis que recordar que un holograma no es una especie de fotografía en tres dimensiones. Una fotografía registra una imagen desde un único punto de vista, definido por la posición del sensor que registra la imagen (la lente de la cámara o lo que sea). La fotografía clásica en tres dimensiones utiliza dos o más cámaras y después combina las imágenes, pero para observarlas en tres dimensiones hace falta un aparato que vuelva a separar las imágenes tomadas por las diversas cámaras y una la vea un ojo y la otra, el otro ojo. Una forma de hacerlo es con las típicas gafas azules y rojas para ver imágenes o películas en 3D.

Un holograma, en cambio, no es una imagen, sino un sistema de codificación que permite reconstruir exactamente la luz difundida por un objeto. En cierta manera, podemos decir que con los sistemas típicos de visualización en 3D (más correctamente tendríamos que decir de *visualización estereoscópica*) estamos “engaño” a los ojos, dándole a cada uno una imagen diferente. En la holografía no estamos “engaño”, ya que estamos viendo exactamente el frente de onda original.

Figura 31. Holograma de arco iris en un billete de 200 euros



Fuente: Wikimedia Commons; autor: Rm

### 3.5.3. La holografía digital

Ahora que ya sabemos cómo funciona la técnica de la holografía, nos podemos preguntar si podemos crear hologramas artificialmente, es decir, sin disponer de una escena para holografiar. Recordad que un holograma no es nada más que un patrón de interferencia; así si, de alguna manera, conseguimos calcular cuál es el patrón de interferencia que me produciría una escena cualquiera, podré disponer de un holograma de aquella escena sin necesidad de disponer físicamente de la misma.

El cálculo de los patrones de interferencia para una escena cualquiera es un proceso muy complicado que requiere una gran cantidad de operaciones matemáticas. En resumen, un problema ideal para la potencia de cálculo numérico que nos ofrecen los ordenadores. Eso es precisamente lo que hace la holografía digital o, con más precisión, la holografía generada por ordenador.

**La holografía generada por ordenador** es el método para generar digitalmente patrones de interferencia holográficos de una escena no real.

Los hologramas generados por ordenador tienen la ventaja de que no es necesario que los objetos que se quieren mostrar holográficamente tengan existencia física. Pero yendo todavía más lejos, con la holografía generada por ordenador incluso nos podemos ahorrar el uso del mismo holograma físico si pasamos la información, no del patrón de interferencias, sino directamente del frente de onda difundido por la escena, a una pantalla 3D holográfica. De este modo, en la holografía generada por ordenador se puede prescindir tanto de la escena inicial y del sistema óptico de registro holográfico como del mismo holograma.

Por otra parte, el término **holografía digital** es un poco más amplio e incluye, por ejemplo, el tratamiento digital de patrones de interferencia holográficos generados ópticamente con el método que hemos explicado en este subapartado o métodos parecidos.

La holografía no solo sirve para registrar imágenes, sino que también ha encontrado aplicación en sistemas para almacenar información, cuestión que comentaremos a continuación.

### 3.5.4. Almacenamiento de datos holográfico

Además de generar imágenes, la holografía tiene multitud de aplicaciones. Una de las que más nos interesa en este módulo es el **almacenamiento de datos holográfico**, una técnica de almacenamiento que puede guardar información con una altísima densidad dentro de cristales y fotopolímeros.

#### Pantalla 3D holográfica

Una pantalla 3D holográfica es una pantalla que trabaja con luz coherente y permite, por lo tanto, generar frentes de onda reconstruidos igual que un holograma tradicional. Actualmente son dispositivos todavía en fase de investigación.

#### Fotopolímeros

Un fotopolímero es un polímero (es decir, una molécula muy larga formada por unidades que se van repitiendo) que se endurece cuando se expone a la luz. Se utilizan, por ejemplo, en la reconstrucción de piezas dentales dañadas: se pueden moldear y cuando se iluminan con luz ultravioleta se endurecen.

Actualmente, la capacidad de almacenar información en un medio determinado es un problema cada vez más importante. Dispositivos como el Blu-Ray están llegando a la máxima densidad de información de datos posible en los sistemas convencionales magnéticos u ópticos. Todos estos sistemas se basan en almacenar bits como cambios magnéticos (discos duros) u ópticos (CD, DVD, Blu-Ray) en la superficie del medio. El almacenamiento de datos holográfico, en cambio, permite guardar información en todo el volumen del medio, no solo en la superficie, e incluso almacenar múltiples datos en una misma zona del medio utilizando luz incidente en ángulos diferentes. Además, permite escribir y leer en paralelo, a diferencia de los dispositivos convencionales, que trabajan básicamente en serie.



Un HVD, disco de almacenamiento holográfico.

La idea del almacenamiento holográfico se inició ya en la década de 1960, pero no ha sido hasta los últimos diez años que algunas empresas han comenzado a hacer pruebas. Actualmente ya las hay que han fabricado discos holográficos con capacidad de almacenar hasta unos 4 TB de información. Aunque tiene el nombre propuesto de Holographic Versatile Disc (HVD), sus perspectivas de comercialización todavía no están lo bastante claras.

### 3.6. ¿Qué hemos aprendido?

En este apartado nos hemos centrado en los aspectos más claramente ondulatorios de la luz. Los fenómenos de interferencia y difracción de la luz, que se pueden observar si se tiene el cuidado suficiente, son una manifestación clara de su carácter ondulatorio. Hemos estudiado con detalle estos fenómenos para el caso de la luz y, en concreto, hemos visto cómo calcular, en un caso simple, los patrones de interferencia que se generan cuando se superpone luz procedente de dos o más fuentes coherentes. En concreto, la difracción de la luz también genera siempre patrones de interferencia, aunque no nos hemos entretenido en hacer cálculos y hemos dado directamente los resultados más generales. Finalmente, el estudio de las interferencias nos ha permitido entender una de las técnicas más actuales de la óptica: la holografía.

#### Lectura recomendada

Podéis obtener más información sobre el funcionamiento del almacenamiento holográfico en el artículo “How Holographic Versatile Discs work?” de la web HowStuffWorks (<http://electronics.howstuffworks.com/hvd.htm>).

## 4. Óptica cuántica: la luz como partículas

Ya hemos visto que fenómenos como la interferencia y la difracción dejaron bien establecido, ya en el siglo XVIII, que la luz es una onda, o mejor dicho, que la mejor manera de describirla era en términos de una onda.

Ahora bien, hacia finales del siglo XIX e inicios del XX se comenzaron a observar fenómenos en los que la radiación electromagnética y, en particular la luz, de manera sorprendente, parecía comportarse como una partícula y no como una onda. Se trataba de fenómenos como el efecto fotoeléctrico o el efecto Compton, en los que la cantidad de energía que la luz intercambiaba con la materia solo podía ser discreta, es decir, múltiplo de una cantidad mínima, pero no ningún valor intermedio. ¿Cómo podía ser posible? Si la luz se comportaba como una onda, hecho ya indudable, ¿cómo podía mostrar fenómenos exclusivos de las partículas?

En este apartado veremos cómo se puede describir la luz con esta nueva idea de que está formada por partículas. Esto nos permitirá aprender unos conceptos que nos servirán para poder explicar cómo se puede crear luz (es decir, entre otras cosas, cómo se consigue que una bombilla emita luz) y, en concreto, cómo funciona una fuente de luz muy importante y sorprendente: el láser. Si recordáis el apartado anterior, hablamos de la necesidad de utilizar luz coherente para observar interferencias (subapartado 3.3) y para hacer hologramas (subapartado 3.5) y comentamos someramente que una posibilidad es utilizar un láser porque nos da luz coherente. Ahora veremos por qué el láser tiene esta propiedad. Finalmente, el láser también es un elemento casi imprescindible en todos los experimentos de una nueva disciplina que quizás nos sorprenderá en un futuro próximo: la informática cuántica. Sus bases conceptuales son muy complejas y no profundizaremos en ellas, pero como informáticos sí que sería necesario que tuvierais una idea general del tema. Esto es precisamente lo que haremos para acabar el módulo.

### El efecto fotoeléctrico

Descubierto por H. Hertz en 1887, el efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones desde una superficie metálica sobre la cual incide radiación electromagnética visible o ultravioleta. El hecho de que la emisión de electrones solo se produzca por encima de una determinada frecuencia umbral de la radiación, y no en función de la intensidad, solo puede explicarse suponiendo que la luz está cuantificada.

### El efecto Compton

También denominado difusión Compton y descubierto por A. H. Compton en 1923, el efecto Compton consiste en la desviación de rayos X y  $\gamma$  por parte de un material. El hecho de que la radiación difusa tenga una frecuencia menor que la incidente (el desplazamiento Compton) solo puede explicarse correctamente suponiendo que la radiación está cuantificada.

### 4.1. La naturaleza corpuscular de la luz

Para entender el comportamiento de la luz en fenómenos como el efecto fotoeléctrico, Albert Einstein dejó de lado momentáneamente el hecho de que la luz es una onda y sugirió que la única explicación posible para este hecho es considerar que la luz está formada por pequeños "paquetes" que solo pueden contener una cantidad de energía igual a un múltiplo de un valor mínimo fundamental; es decir, que la cantidad de energía es discreta.

### El gran año de Einstein

Einstein publicó la explicación del efecto fotoeléctrico en 1905. Este año se conoce como el *annus mirabilis* (año extraordinario) de Einstein, puesto que publicó tres artículos revolucionarios en la revista *Annalen der Physik*. El primero fue precisamente el del efecto fotoeléctrico, titulado “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt” (Sobre un punto de vista heurístico referente a la generación y transformación de la luz). El segundo trataba un problema importante en termodinámica, el movimiento browniano, y llevaba por título “Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen” (Sobre el movimiento de pequeñas partículas suspendidas en un líquido estacionario, tal como requiere la teoría cinético-molecular del calor). Finalmente, el tercer artículo, “Zur Elektrodynamik bewegter Körper” (Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento) estableció los fundamentos de la teoría de la relatividad.

Los “paquetes” de luz se denominan **fotones** y, a todos los efectos, se comportan como si fueran una partícula. La energía de cada uno de estos fotones sería:

$$E = hf \quad (88)$$

donde  $E$  es la energía,  $f$  es la frecuencia de la luz (y, en general, de la radiación electromagnética considerada) y  $h$  es una constante denominada **constante de Planck**, que tiene el siguiente valor:

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad (89)$$

De hecho, Max Planck ya había considerado años antes, a partir de diversos problemas termodinámicos sobre el intercambio de energía entre materia y radiación, que la energía solo se podía intercambiar en cantidades que son un múltiplo del valor  $h$ , pero ahora los trabajos de Einstein transformaban esta idea en una propiedad básica de la naturaleza y establecían que no solo la energía intercambiada debe ser discreta, sino que la misma energía que puede transportar la radiación debe ser discreta.

## 4.2. La dualidad onda-partícula

Llegados a este punto quizás os preguntaréis “¿en qué quedamos? ¿la luz es una onda o es una partícula?” Como suele ocurrir en física, al fin y al cabo la pregunta “¿qué es?” debe dejarse de lado para utilizar más bien la pregunta “¿cómo podemos describir esto de la mejor manera?” Nosotros estamos acostumbrados, en nuestra experiencia cotidiana, al hecho de que las cosas se comporten como ondas o como partículas, con una separación clara y nítida entre los dos comportamientos. A escala atómica y subatómica, una escala a la cual ya no se pueden aplicar las leyes de la física clásica, sino que hemos de recurrir forzosamente a la física cuántica, los conceptos de onda y de partícula dejan de tener sentido y tanto las ondas como las partículas exhiben un comportamiento dual: en algunos casos se comportan como onda y en algunos casos, como partículas.

Efectivamente, no solo la luz presenta características correspondientes a las partículas, sino que también las partículas presentan características que corresponden a las ondas, como la difracción o la interferencia. De hecho, esta idea fue propuesta por Louis de Broglie en 1924: de la misma manera que de acuerdo con la hipótesis de Einstein la luz se podía considerar formada por partículas con una energía  $E = hf$ , de Broglie supuso que cualquier partícula de masa  $m$  y velocidad  $v$  se podía interpretar como una onda, denominada **onda asociada**. Su longitud de onda,  $\lambda$ , sería:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (90)$$

Esta hipótesis de de Broglie quedó confirmada muy pronto cuando se observaron haces de electrones que presentaban los típicos fenómenos ondulatorios de la difracción y la interferencia.

Así pues, como ya hemos mencionado anteriormente, tanto las ondas como las partículas exhiben un comportamiento dual: en algunos casos se comportan como ondas y en algunos casos, como partículas. Ahora bien, cabe recordar que este comportamiento dual solo es observable a escala atómica y subatómica. A las escalas macroscópicas con las que estamos familiarizados, el comportamiento corpuscular de la luz es difícil de observar, al igual que el comportamiento ondulatorio de las partículas.

### Ejemplo

Para convenceros de la dificultad de ver el comportamiento ondulatorio de una partícula a escalas macroscópicas, podéis calcular cuál es la longitud de onda asociada a una pelota de masa 200 gramos y que se mueve a 30 m/s, utilizando la ecuación 90:

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{0,2 \cdot 30} = 1,10 \cdot 10^{-34} \text{ m} \quad (91)$$

Esta longitud de onda es extraordinariamente pequeña (pensad que el diámetro típico de un átomo es de  $10^{-10}$  metros y el de un núcleo atómico es de  $10^{-15}$  metros). Así, resulta imposible observar fenómenos ondulatorios con longitudes de onda tan pequeñas y por ello, no observamos difracción ni interferencias de pelotas ni de ningún otro objeto macroscópico.

## 4.3. La cuantificación de la energía

Recapitulemos las ideas que hemos presentado hasta ahora en este apartado:

- 1) La luz está formada por partículas que transportan una cantidad de energía proporcional a su frecuencia.
- 2) La luz y, por tanto, la radiación electromagnética, puede comportarse como un haz de partículas.
- 3) Las partículas pueden presentar características típicas de las ondas, como la interferencia o la difracción.

### Louis de Broglie

Louis-Victor-Pierre-Raymond, VII duque de Broglie, propuso la hipótesis de la dualidad onda-partícula en su tesis doctoral, en el año 1924. Por esta idea y los trabajos posteriores sobre el tema, recibió el premio Nobel en 1929.

### Macroscópico y microscópico

Habitualmente, por *macroscópico*, se entiende cualquier objeto visible a simple vista o que tiene unas dimensiones superiores a un milímetro y por *microscópico*, cualquier objeto no visible a simple vista o inferior a un milímetro.

Durante las décadas de 1920 y 1930, a partir de todas estas ideas también se llegó a la conclusión de que la cantidad de energía contenida en cualquier sistema físico ligado o limitado, es decir, sometido a unas condiciones de contorno, no puede tener un valor cualquiera, sino un múltiplo de la constante de Planck. Aquí, cuando decimos que el sistema está sometido a condiciones de contorno queremos decir que tiene alguna frontera, que está sometido a un conjunto de fuerzas que evitan que pueda desplazarse a cualquier lugar del espacio.

En concreto, los electrones que giran alrededor de los núcleos atómicos no pueden tener cualquier valor de la energía y puesto que la energía depende de la distancia al núcleo, resulta que los electrones solo se pueden encontrar a unas distancias concretas del núcleo, cada una correspondiente a uno de los valores posibles de la energía. Estas distancias y valores de la energía se denominan **niveles energéticos** del átomo y se dice que el átomo tiene un **spectro energético** discreto.

#### 4.4. La descripción cuántica de la luz

Cuando se estableció que la luz se podía considerar, en algunos casos, como formada por partículas, se carecía de una teoría global que permitiera describir la luz de esta manera. Durante los años 20 y 30 del siglo XX se fue desarrollando, a partir de las ideas iniciales de Planck, Einstein y otros, una nueva manera de describir los sistemas físicos: la **mecánica cuántica**. Gracias a los grandes trabajos de Niels Bohr, Erwin Schrödinger, Werner Heisenberg, Max Born, Paul Dirac y muchos otros, esta novedad revolucionaria permitió explicar y describir de forma precisa la luz como partículas y también las partículas como ondas, tal como había sugerido de Broglie.

En concreto, la parte de la mecánica cuántica dedicada específicamente al estudio de los fenómenos electromagnéticos se denominó, posteriormente, *electrodinámica cuántica* y, en el caso de la luz, específicamente, *óptica cuántica*.

#### Descripción de los electrones

En realidad la descripción que hacemos de los electrones situados a distancias concretas del núcleo no es totalmente correcta. De hecho, es la descripción que se hizo en los primeros años de la mecánica cuántica y que nos sirve para nuestros propósitos, pero debéis tener en cuenta que se trata de una simplificación. Para profundizar sobre el tema, os recomendamos la lectura del capítulo 34 de Tipler (2005).

La **óptica cuántica** es la parte de la física que se ocupa de aplicar las leyes de la mecánica cuántica a la descripción de la luz y a la interacción entre la luz y la materia.

Cabe mencionar que actualmente la mecánica cuántica es la teoría más precisa que conocemos para describir cómo funciona y cómo está formado el mundo (con la excepción de la gravedad, si bien es una cuestión en la que no vamos a profundizar). No obstante, aplicarla a fenómenos cotidianos, macroscópicos, sería algo así como matar moscas a cañonazos. En otras palabras, dado que los fenómenos típicamente cuánticos son irrelevantes a escala macroscópica, en estos casos nos basta la descripción clásica bien diferenciada entre ondas y partículas.

La descripción cuántica de la luz y de su interacción con la materia es bastante compleja desde el punto de vista matemático (de hecho, toda la mecánica cuántica tiene una complejidad matemática considerable), de manera que no intentaremos hacer ningún tipo de descripción más profunda. Para los temas que trataremos a continuación nos bastarán las ideas básicas que hemos expresado al inicio del apartado y que repetimos a continuación:

- Para describir determinados fenómenos es necesario considerar que la luz está formada por partículas, que denominamos *fotones*.
- La luz solo puede llevar e intercambiar energía en múltiplos de una cantidad básica, proporcional a su frecuencia:  $E = hf$ .
- Un sistema físico sometido a condiciones de contorno solo puede presentar valores discretos y cuantificados de la energía que tiene.

A continuación, y siempre teniendo en cuenta las tres ideas básicas que acabamos de resumir, veremos cómo la luz interacciona con la materia. Esto nos permitirá saber cómo un sistema físico puede emitir luz, a partir de los procesos más básicos entre fotones y átomos y, en última instancia, podremos explicar el funcionamiento del láser.

## 4.5. Procesos de interacción entre la luz y la materia

Existen diversas maneras en que la luz puede interaccionar con la materia en su nivel más fundamental, todas perfectamente descritas mediante la electrodinámica cuántica. Por ahora, nosotros nos centraremos solo, a nivel cualitativo, en cómo interacciona la luz con sistemas ligados, esto es, sistemas que solo pueden tener unos valores discretos de la energía. Para hacer que la descripción sea más concreta, consideraremos la interacción de la luz con un átomo o molécula, en la cual los procesos básicos son la absorción, la emisión estimulada y la emisión espontánea, que comentaremos a continuación.

### 4.5.1. Absorción

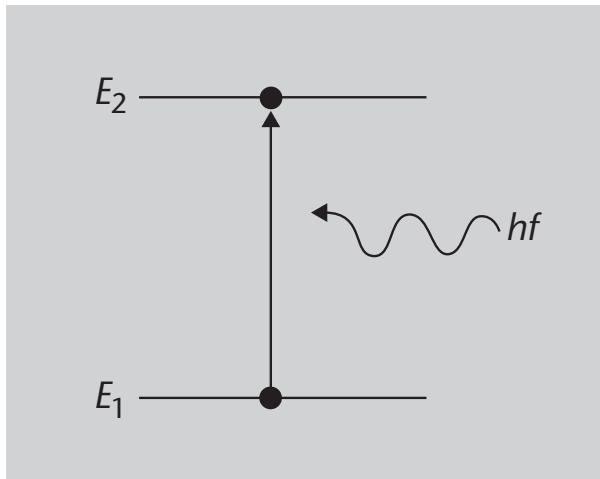
Cuando un conjunto de fotones (un rayo de luz) incide sobre un conjunto de átomos (un fragmento de material), una de las cosas que puede pasar es que algunos de estos fotones sean absorbidos, es decir, cedan completamente su energía a los átomos del material. En este intercambio de energía, el átomo gana la energía que llevaba el fotón y este simplemente desaparece.

La **absorción** es el proceso por el cual un electrón de un átomo o molécula absorbe un fotón y aumenta su energía de manera que sube a un nivel electrónico superior, esto es, realiza una **transición** hacia un nivel superior.

Podéis observar el proceso esquemáticamente en la figura 32. Si el electrón se encuentra inicialmente en un estado de energía  $E_1$  (que puede ser el estado fundamental o un estado excitado) puede absorber la energía del fotón y subir a un nivel superior de energía  $E_2$ . Sin embargo, esto solo puede pasar si la energía absorbida es igual a la diferencia de energías entre el nivel en que se encuentra inicialmente el electrón,  $E_1$ , y el nivel final en el que acaba,  $E_2$ , según la relación general  $E = hf$ :

$$E_2 - E_1 = hf \quad (92)$$

Figura 32. Esquema del proceso de absorción



**Figura 32**

Un fotón de frecuencia  $f$  y energía  $E = hf$  incide sobre un material. Si en el material hay algún par de niveles cuya diferencia de energía coincide con la energía del fotón  $E_2 - E_1 = E$ , se podrá producir la absorción y un electrón del material hará una transición y subirá del nivel  $E_1$  al nivel  $E_2$ .

Este proceso que acabamos de describir es para un átomo y un fotón. Ahora bien, normalmente no tendremos solo un átomo y un fotón, sino que tendremos un conjunto de átomos y un haz de fotones que incide sobre ellos. Entonces habrá que ver a qué velocidad se produce la absorción, es decir, cuantos fotones son absorbidos y con qué rapidez. Para hacerlo, consideremos un grupo de átomos o moléculas en un estado  $E_1$  que tienen una densidad  $n_1$  (esto es, el número de átomos por unidad de volumen) y sobre el cual llega un haz de fotones con una densidad  $\rho$  (es decir, el número de fotones por unidad de volumen).

La velocidad a que se produce el proceso de absorción (y por tanto, la desaparición de fotones), es decir, la velocidad de transición, es la variación del número de átomos en el estado  $E_1$  en función del tiempo, o aún mejor, la variación de la densidad  $n_1$  en función del tiempo. No demostraremos aquí el resultado, pero esta velocidad viene dada por la relación

$$\frac{dn_1}{dt} = -B_{12}\rho n_1 \quad (93)$$

donde  $B_{12}$  se denomina **coeficiente  $B_{12}$  de Einstein** y es particular para cada transición y  $\rho$  se expresa de una forma compleja en función de la frecuencia,  $f$ , y de la temperatura,  $T$ .

**Derivada respecto al tiempo**

Recordad que una variación en función del tiempo se puede expresar matemáticamente como una derivada respecto al tiempo. Es decir, la variación o ritmo de cambio de una magnitud que depende del tiempo,  $x(t)$ , en función del tiempo es la derivada de  $x(t)$  respecto a  $t$ :  $dx(t)/dt$ .

$\rho$  es la letra griega rho minúscula y se lee "ro".

Fijaos que el ritmo de transición que nos muestra la ecuación 93 es directamente proporcional al número de átomos en el estado inicial y también a la densidad de fotones de la radiación incidente. La solución de esta ecuación diferencial es una función exponencial decreciente; es decir, la cantidad  $n_1$  de átomos en el estado más bajo va disminuyendo exponencialmente a medida que se producen absorciones.

Ya hemos visto uno de los procesos básicos de interacción entre la luz y la materia. Veamos el segundo.

#### 4.5.2. Emisión estimulada

La emisión estimulada es el proceso por el cual un electrón de un átomo o molécula en un estado excitado es perturbado por un fotón incidente y cae a un estado de menor energía, con la consiguiente emisión de un segundo fotón, idéntico al fotón incidente, con la misma frecuencia y fase. A diferencia de lo que ocurre en la absorción, en este proceso el fotón incidente no desaparece, sino que resulta "amplificado" puesto que después del proceso no queda un fotón, sino dos. Este proceso es totalmente cuántico y es la base de funcionamiento del láser, por ejemplo, tal como veremos en el subapartado 4.7.

#### Estado excitado y estado fundamental

Recordad que un estado excitado es un nivel electrónico que tiene una energía superior a la del estado fundamental, el estado en que se encuentra el átomo si nada lo perturba.

Ahora bien, la emisión estimulada no siempre es posible. Los electrones de los átomos o moléculas solo se pueden encontrar en niveles de energía determinados y la emisión estimulada solo se podrá producir cuando los fotones incidentes tengan una energía que coincida con la diferencia de energía entre dos niveles del átomo o molécula.

Podéis ver el proceso esquematizado en la figura 33, que describiremos a continuación. Para describir el proceso supongamos que un electrón se encuentra inicialmente en un estado excitado de energía  $E_2$  y que también existe un estado de menor energía  $E_1$ . Si este átomo es perturbado por un fotón la frecuencia del cual es

$$f = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} \quad (94)$$

se podrá emitir un fotón idéntico al primero.

Figura 33. Esquema del proceso de emisión estimulada

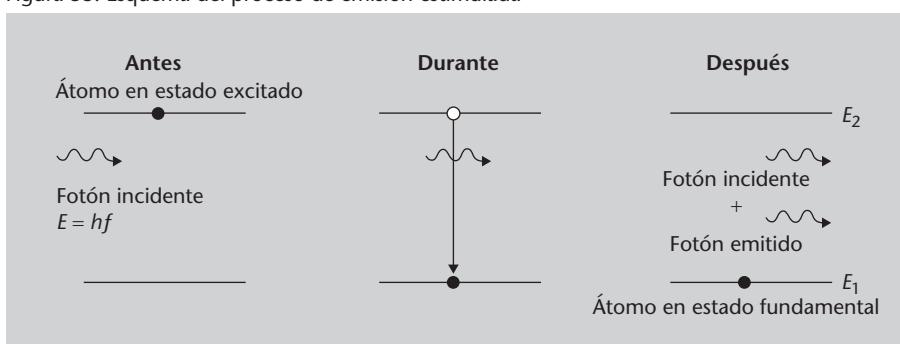


Figura 33

Un fotón de frecuencia  $f$  y energía  $E = hf$  incide sobre un material. Si en el material hay algún par de niveles cuya diferencia de energía coincide con la energía del fotón  $E_2 - E_1 = E$  y hay electrones situados en el nivel superior  $E_2$ , se podrá producir emisión estimulada y un electrón del material bajará del nivel  $E_2$  al nivel  $E_1$  y se emitirá un fotón idéntico, en todos sus parámetros, al fotón incidente.

Tal como hemos hecho antes con el caso de la absorción (subapartado 4.5.1), en un grupo de átomos o moléculas en estado excitado que tienen una densidad  $n_2$  y sobre el cual llega un haz de fotones con una densidad  $\rho$ , la velocidad con que se produce el proceso de emisión estimulada (y, por tanto, la emisión de nuevos fotones) viene dada por la relación

$$\frac{dn_2}{dt} = -B_{21}\rho n_2 \quad (95)$$

donde  $B_{21}$  se denomina **coeficiente  $B_{21}$  de Einstein**. En los casos más simples resulta que  $B_{12} = B_{21}$ .

Recordad que hemos visto  $B_{12}$  en el subapartado 4.5.1.



Fijaos en que el ritmo de transición es directamente proporcional al número de átomos en el estado excitado,  $n_2$ , y también a la densidad de fotones de la radiación incidente. La solución de esta ecuación diferencial, igual que en el caso de la absorción, es una función exponencial decreciente, es decir, la cantidad  $n_2$  de átomos en el estado excitado va disminuyendo exponencialmente a medida que se producen emisiones estimuladas y el número de fotones emitidos crece de la misma manera. Ahora bien, en esta situación también se produce el proceso de absorción, ya que los átomos que ya hayan caído al nivel más bajo pueden ser excitados nuevamente por los fotones, de manera que en realidad hay que solucionar esta ecuación pero ampliada con el término correspondiente a la absorción, que ya hemos visto anteriormente.

Cabe destacar que el punto clave de la emisión estimulada es que los fotones emitidos son idénticos a los incidentes, lo cual da lugar a que la luz emitida sea coherente, característica básica para comprender los procesos de interferencia en óptica, como hemos visto en el apartado de óptica ondulatoria (subapartados 3.3, 3.4 y 3.5).

Ya hemos visto dos de los procesos básicos de interacción entre la luz y la materia. Solo nos falta uno; pasemos a estudiarlo.

#### 4.5.3. Emisión espontánea

La emisión estimulada y la absorción tienen lugar en unas condiciones muy concretas, cuando tenemos fotones que llegan a los átomos con una frecuencia adecuada: en este caso, como ya hemos mencionado, se pueden producir estos dos fenómenos. No obstante, hay otro proceso que se produce siempre, independientemente de si sobre los átomos inciden fotones o no. Se trata de la emisión espontánea.

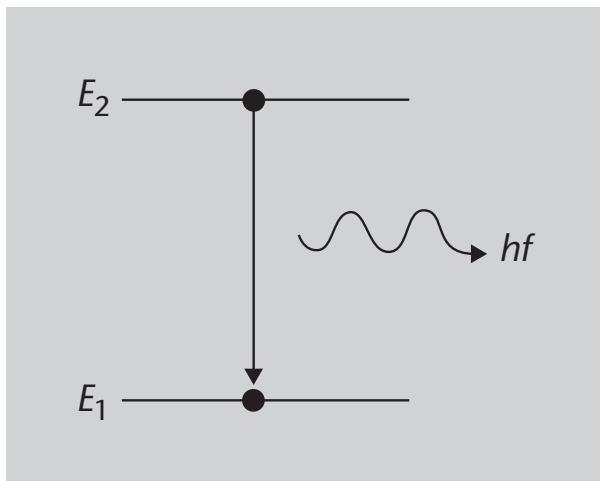
La **emisión espontánea** es el proceso por el cual un electrón de un átomo o molécula en un estado excitado cae espontáneamente al estado fundamental o a un estado de menor energía, con la consiguiente emisión de un fotón.

Podéis ver el proceso esquematizado en la figura 34, que describiremos a continuación. Cuando un electrón se encuentra inicialmente en un estado excitado de energía  $E_2$ , puede caer espontáneamente a un nivel inferior de energía  $E_1$  y el fotón emitido tendrá una energía igual a la diferencia de energías entre el nivel inicial y el nivel final del electrón. Por consiguiente, la frecuencia  $f$  de este fotón, según la relación general  $E = hf$ , será:

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h} \quad (96)$$

Este proceso es realmente espontáneo, no es necesario que se produzca ningún tipo de estímulo para que tenga lugar.

Figura 34. Esquema del proceso de emisión espontánea



**Figura 34**

Cuando un electrón se encuentra inicialmente en un estado excitado de energía  $E_2$ , puede caer espontáneamente a un nivel inferior de energía  $E_1$  y el fotón emitido tendrá una energía igual a la diferencia de energías entre el nivel inicial y el nivel final del electrón:  $E = E_2 - E_1$ .

Si  $n_2$  es la densidad de átomos que hay en el estado  $E_2$ , el ritmo con que van cayendo electrones espontáneamente a un nivel más bajo  $E_1$  viene dado por:

$$\frac{dn_2}{dt} = -A_{21}n_2 \quad (97)$$

donde  $A_{21}$  es el **coeficiente A de Einstein**.

Con este subapartado dedicado a la emisión espontánea damos por terminada esta introducción a los tres procesos básicos de interacción entre luz y materia. Con estos conocimientos seremos capaces de entender un proceso tan básico y habitual como es el de emitir luz, que podemos observar cada día en el Sol, en las bombillas o en los láseres.

#### 4.6. Fuentes de luz

Hasta ahora hemos estado hablando mucho sobre la luz: qué es lo que puede hacer y cómo la podemos describir. Sin embargo, aún no hemos dicho nada

sobre cómo puede producirse luz. Ahora que ya hemos hablado un poco de mecánica cuántica, de la descripción de la luz en términos de fotones y de cómo interacciona con la materia, podemos intentar entender cómo se puede producir luz desde un punto de vista fundamental.

### Generación de ondas electromagnéticas

Dado que la luz no es más que una onda electromagnética de unas ciertas longitudes de onda, quizás nos podemos plantear la misma pregunta que nos hemos hecho para la luz, pero para todas las ondas electromagnéticas. Ahora bien, a pesar de que cualquier onda electromagnética solo se diferencia de cualquier otra por su frecuencia, la forma de generarlas puede ser muy diferente, ya que los procesos y las energías implicadas varían enormemente, desde las ondas de radio, que son de muy baja energía, a los rayos  $\gamma$ , con unas energías enormes. En cada caso se tiene una problemática concreta que hay que tratar por separado y, por tanto, no nos entredremos en los diferentes casos, de los cuales daremos ahora un visión general. En cambio, sí que nos detendremos un poco más en la parte del espectro electromagnético que tratamos en este módulo, la luz, y veremos los diferentes métodos de generación de luz en los siguientes subapartados.

De forma muy general, las ondas electromagnéticas de baja frecuencia, como las de radio, se pueden producir haciendo oscilar corrientes eléctricas en conductores largos, que no son otra cosa que lo que denominamos *antenas*; la frecuencia de la onda electromagnética emitida es, entonces, igual a la frecuencia con que se hace oscilar la corriente eléctrica. Para las microondas se suelen utilizar dispositivos que aprovechan la interacción de electrones con campos magnéticos, con aparatos denominados *magnetrones* y *klystrones*, y con algunos tipos de transistores especiales. Al otro lado del espectro, para generar ondas electromagnéticas muy energéticas como los rayos  $\gamma$ , es necesario producir transiciones entre los niveles energéticos de los núcleos atómicos.

#### 4.6.1. Cómo hacer luz

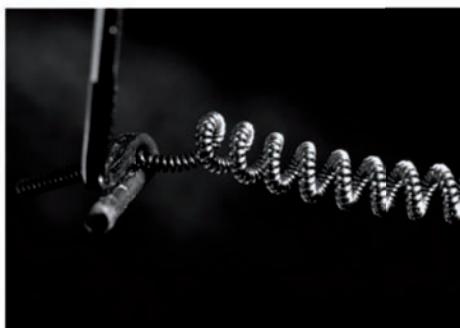
Para producir luz, el mecanismo que hay que utilizar es, en el fondo, muy simple. En pocas palabras, la fórmula para producir luz es: excitar electrones y dejar que se desexciten.

La diferencia principal entre los diversos tipos de fuentes de luz se encuentra en el mecanismo que utilizan para excitar los electrones. Veamos brevemente las fuentes de luz artificial más habituales.

#### 4.6.2. Lámparas de incandescencia

Quizás el tipo más habitual de fuente de luz hoy en día es la lámpara de incandescencia, la bombilla de toda la vida, que tenéis en la figura 35. Todos nosotros hemos visto muchas bombillas y como habréis podido comprobar, están formadas por una carcasa de vidrio (lo que estrictamente se denomina *bombilla*) dentro de la cual hay un filamento de un material conductor, normalmente tungsteno, situado sobre unos soportes y conectado a la parte inferior de la bombilla. El interior de la bombilla suele estar lleno de un gas inerte, como argón o neón.

Figura 35. Bombilla y filamento

**Figura 35**

Una bombilla de incandescencia típica. A la derecha, imagen ampliada de un fragmento del filamento de tungsteno.

En las bombillas el mecanismo de excitación consiste en hacer pasar una corriente eléctrica por el filamento conductor. La corriente eléctrica no es más que un conjunto de electrones en movimiento. Estos electrones que se van moviendo por el hilo colisionan con los átomos del material de que está hecho el hilo y en estas colisiones ceden energía a los átomos. Los electrones de estos átomos se excitan y posteriormente, por emisión espontánea, vuelven a caer a un nivel más bajo con la consiguiente emisión de fotones (recordad la emisión espontánea que hemos explicado en el subapartado 4.5.3).

Quizás os habréis dado cuenta, en el párrafo anterior, que el mecanismo de excitación consiste en hacer colisionar electrones con los átomos del filamento. Pero en cambio, en el subapartado 4.5 sobre los procesos de interacción luz-materia no hemos hablado de colisiones. ¿No hemos dicho que todo se reducía a la absorción, la emisión estimulada o la emisión espontánea? Aquí nos ha aparecido la emisión espontánea en la desexcitación de los átomos pero ¿y la excitación? ¿por qué no se produce con un proceso de absorción?

Bien, la respuesta es que en realidad sí que se produce por un fenómeno de absorción. Tenemos electrones de la corriente que circulan por dentro del material del filamento y decimos que estos electrones colisionan con los átomos. El punto clave es qué quiere decir que “colisionan”. En realidad, con una descripción más fundamental, esta colisión se produce de la siguiente manera:

- 1) el electrón de la corriente pierde algo de energía y emite un fotón;
- 2) este fotón llega a uno de los átomos del filamento;
- 3) este fotón es absorbido por este átomo, que resulta excitado y sube de nivel.

Por tanto, en última instancia sí que tenemos un proceso de absorción: a pesar de que por comodidad hablemos de colisión entre un electrón y un átomo, en realidad se produce la absorción de un fotón.

Esta descripción que hemos hecho del mecanismo de emisión de luz de una lámpara de incandescencia es a escala atómica. Desde un punto de vista macroscópico, esto se traduce en el calentamiento del hilo metálico, que puede alcanzar los 2.000 °C e incluso los 3.000 °C y vemos que “se pone al rojo vivo”. Esto provoca la lenta evaporación del filamento y pequeñas impurezas hacen que esta evaporación sea más rápida en algunos puntos: es precisamente la rotura definitiva del filamento por uno de estos puntos lo que sucede cuando la bombilla se funde.

Como en un material sólido hay una enorme cantidad de niveles energéticos (de hecho, tan grande que ya no se habla de *niveles*, sino de *bandas*), las bombillas emiten lo que se denomina un **espectro continuo**, es decir, emiten radiación electromagnética en todas las longitudes de onda. Ahora bien, la mayor parte de la radiación que emiten no es en forma de luz visible, sino de rayos infrarrojos, que percibimos en forma de calor. La eficiencia luminosa de una bombilla de 60 W no supera el 3 %, esto es, que de toda la energía que le suministramos, solo un 3 % se convierte en luz.

## Lámparas halógenas

Si se quiere mejorar el rendimiento de las lámparas de incandescencia, entonces es necesario aumentar la temperatura; no obstante, cuando se comienzan a superar los 2.000 °C, aparecen problemas con las bombillas tradicionales: el filamento se evapora muy rápidamente, aumenta la resistencia del hilo, el vidrio de la bombilla se oscurece, etc. Para evitar todo esto, se introduce dentro de la bombilla un gas halógeno. La presencia de este gas, gracias a una serie de reacciones químicas denominadas *ciclo del halógeno*, compensa parcialmente la evaporación del filamento, lo cual permite alcanzar temperaturas más altas. Estas bombillas se denominan halógenas, de las cuales encontraréis un ejemplo en la figura 36.

### Elementos halógenos

Los elementos halógenos son los de la penúltima columna de la tabla periódica: flúor, cloro, bromo, yodo y astato. En las lámparas halógenas se suele utilizar yodo o bromo.

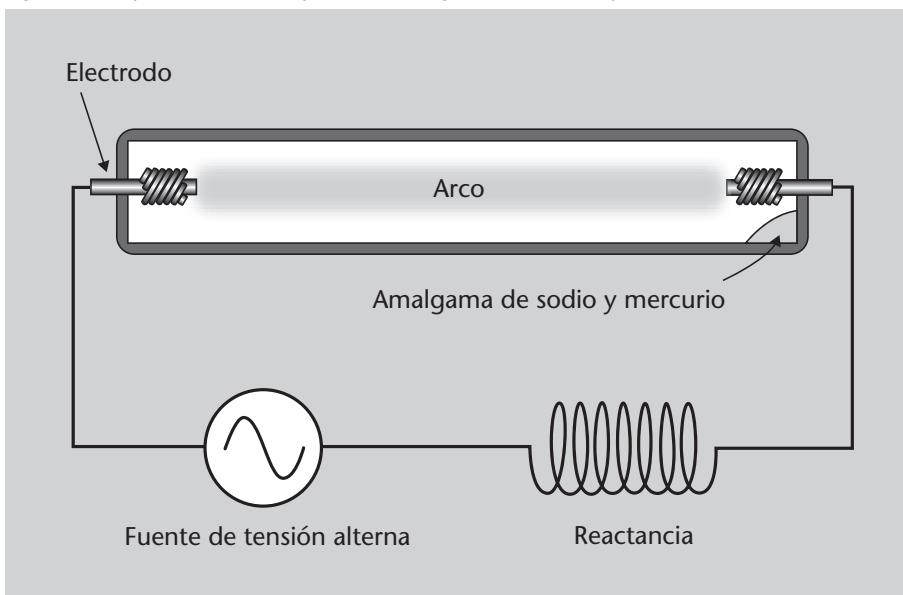
Figura 36. Bombilla halógena



#### 4.6.3. Lámparas de descarga

Otra posibilidad es que, en lugar de hacer pasar la corriente por un filamento conductor, se haga pasar directamente a través de un gas. Las lámparas de descarga están formadas básicamente por una bombilla llena de gas con dos electrodos en sus extremos, tal como se esquematiza en la figura 37. Cuando se enciende una de estas lámparas, inicialmente se produce una descarga eléctrica entre los electrodos, que ioniza el gas (es decir, arranca electrones de los átomos del gas) y permite que siga pasando una corriente eléctrica a través del mismo.

Figura 37. Esquema de una lámpara de descarga de sodio a alta presión



**Figura 37**

Destacamos la bombilla llena de un gas y los dos electrodos, entre los cuales se producirá la descarga que iniciará la corriente a través del gas.

Dado que en este caso el medio que se excita es un gas, los posibles niveles son muchos menos que en el caso de un sólido y, por tanto, las lámparas de descarga no emiten un espectro continuo, sino lo que se denomina **espectro discreto**, es decir, solo emiten unas pocas longitudes de onda, solo en unos pocos colores. Las longitudes de onda emitidas dependerán del gas que se utilice. Los más habituales son el neón, el xenón, el sodio y el mercurio, si bien se utilizan muchos otros para propósitos concretos.

Un tipo muy habitual y familiar de lámpara de descarga son las luces de sodio, que se utilizan ampliamente en la iluminación urbana, como la de la figura 38. La mayoría de farolas que iluminan las calles durante la noche son luces de sodio. Es uno de los tipos más eficientes, pero tiene el inconveniente de dar una luz bastante monocromática, con un color amarillo muy característico, y por ello solo se usan para la iluminación urbana general, ya que no permite distinguir los colores con claridad.

Figura 38. Luz de sodio

**Figura 38**

Típica farola para la iluminación urbana. Se trata de una lámpara de descarga de sodio.

## Los tubos fluorescentes

Otro tipo de lámpara de descarga muy familiar es el tubo fluorescente (encontraréis unos ejemplos en la figura 39). Se trata de una mejora de las lámparas de descarga que intenta complementar el espectro discreto mediante el fenómeno de la fluorescencia, como comentaremos a continuación.

Figura 39. Diferentes tipos de fluorescentes



### Fluorescencia y fosforescencia

La **fluorescencia** es la emisión de luz visible por parte de un material después de haber absorbido radiación de una longitud de onda generalmente más pequeña. Es especialmente significativo el caso en que la radiación absorbida es ultravioleta y el material reemite la energía en forma de luz visible. La **fosforescencia** es un tipo especial de fluorescencia en que el material no reemite inmediatamente toda la energía absorbida, sino que la reemite después de un tiempo que puede llegar a ser muy prolongado.

En numerosas ocasiones, en las lámparas de descarga se emite una parte considerable de energía como rayos ultravioletas. Si se recubre la bombilla con una pintura fluorescente, todos estos rayos ultravioletas serán absorbidos y después reemitidos en forma de luz visible. De esta manera se consigue aprovechar como luz la energía emitida por la lámpara en el ultravioleta. Además, jugando hábilmente con el tipo de pintura fluorescente, se pueden controlar hasta un cierto punto las frecuencias emitidas por la lámpara y conseguir un espectro bastante continuo. En general, los tubos fluorescentes tienen un buen rendimiento (superior al 20 %, comparadlo con el 3 % de las bombillas

de incandescencia) y dan una luz bien equilibrada con respecto a las frecuencias, hecho que permite distinguir bien los colores con su luz. Por ello y por su bajo consumo, se utilizan ampliamente en entornos de trabajo.

#### 4.6.4. Diodos electroluminiscentes

Los diodos electroluminiscentes, o LED, son una de las fuentes de luz más nuevas, introducida en 1962. Los LED tienen muchas ventajas sobre las bombillas de incandescencia, como un consumo de energía mucho menor, un mayor tiempo de vida, más resistencia y fiabilidad y la posibilidad de reducir mucho su tamaño, si bien su fabricación y manipulación son más delicadas (en la figura 40 tenéis unos ejemplos).

La sigla LED proviene de la denominación inglesa *light-emitting diode*.

Figura 40. Diferentes tipos de LED



Un diodo es, en general, la unión de dos tipos de material semiconductor: un semiconductor de tipo *p* y un semiconductor de tipo *n*. No entraremos en detalles del funcionamiento, pero sí comentaremos que en la zona de unión entre los dos semiconductores hay un salto de energía entre los niveles de energía (de hecho, bandas de energía) de los dos materiales. Cuando hacemos circular corriente a través de esta unión en el sentido adecuado, los electrones que van pasando pierden energía y, en el proceso, emiten fotones. Si os habéis fijado, de una manera diferente, estamos haciendo el mismo proceso de siempre: llevar electrones a niveles de energía altos y después dejar o, en este caso forzar, que caigan hacia niveles más bajos.

En función de los materiales semiconductores utilizados, la emisión del LED se encuentra en diferentes franjas concretas de longitud de onda. Por ejemplo, los LED de arseniuro de galio y los de arseniuro de galio y aluminio emiten en el infrarrojo (y se pueden usar, por ejemplo, en mandos a distancia), mientras que los de fosfuro de galio, entre muchos otros, pueden emitir en muchas longitudes de onda visibles.

Hasta hace poco, la baja intensidad de los LED hacía que no se utilizaran nunca para iluminar objetos o espacios (lo que se conoce como *iluminación indirecta*), sino solo como elementos señalizadores e indicadores. Sin embar-

#### LED para semáforos

Puede ser que en vuestra ciudad se hayan comenzado a sustituir las luces de los semáforos por conjuntos de LED, que dan una luz mucho más intensa.

go, en los últimos años se ha avanzado mucho en la fabricación de LED y actualmente podemos encontrarlos con emisión desde el infrarrojo hasta el ultravioleta y con intensidades muy elevadas. En concreto, el desarrollo de LED de luz blanca de alta potencia ha permitido que puedan utilizarse como fuentes de iluminación indirecta y sustituyan a las lámparas de incandescencia tradicionales.

Para terminar, otra fuente de luz moderna y especialmente importante es el láser, que como tiene unas características bastante peculiares, vale la pena dedicarle un subapartado nuevo.

## 4.7. El láser

El **láser** es un dispositivo que utiliza el proceso de emisión estimulada, que hemos visto en el subapartado 4.5, para emitir un rayo de luz coherente y, normalmente, de alta monocromaticidad y direccionalidad. Estas propiedades lo diferencian de otras fuentes de luz habituales, que emiten siempre luz con una coherencia muy baja, ya sean naturales, como el Sol o una llama, o artificiales, como las bombillas de incandescencia (subapartado 4.6.2), las lámparas de gas (subapartado 4.6.3) o los diodos electroluminiscentes (subapartado 4.6.4), que hemos comentado en el subapartado 4.6 sobre fuentes de luz.

### El nombre láser

La denominación *láser* proviene del acrónimo inglés de *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, ‘amplificación de luz por emisión estimulada de radiación’. Cabe mencionar que, por extensión, se denomina *luz láser* a la luz emitida por un láser.

### Rayo coherente y monocromático

Recordad que *coherente* significa que todas las ondas emitidas mantienen una diferencia de fase constante y *monocromático*, que emite en una sola frecuencia o, más realísticamente, en un intervalo muy estrecho de frecuencias.

Desde su creación, en 1960, el láser ha evolucionado extraordinariamente y sus aplicaciones se han multiplicado, desde los lectores de CD y lectores de código de barras hasta grandes aplicaciones industriales, sofisticados experimentos de investigación en física y un uso cada vez más habitual en medicina. De hecho, fue la aparición del láser la que dio un nuevo impulso a la óptica cuando parecía que era una disciplina que ya tenía poco que decir, hasta el punto que se acuñó el término *fotónica* para indicar, en buena parte, este nuevo camino iniciado por la óptica.

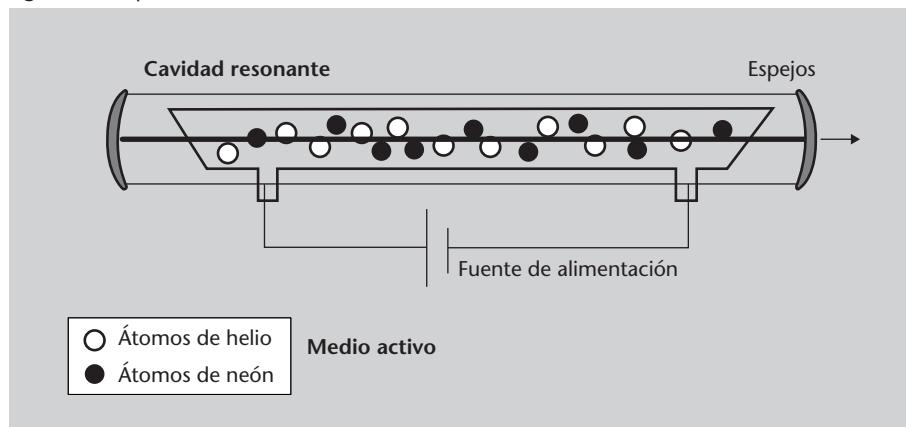
Veamos pues, de forma cualitativa, cómo funciona un láser y cuáles son sus características básicas y las aplicaciones más habituales.

### 4.7.1. Principio de funcionamiento del láser

Un láser se basa en dos fenómenos físicos que se producen gracias a dos elementos que lo forman: uno es el proceso de emisión estimulada que tiene lugar en el denominado *medio activo*, que es el medio que provoca la emisión

láser, y el otro, el proceso de amplificación e interferencia que tiene lugar en la *cavidad resonante*. En la figura 41 podéis ver un esquema simplificado de un láser típico (en concreto, un láser de helio-neón, pero sus componentes principales son genéricos para cualquier tipo de láser), con el medio activo y la cavidad resonante, limitada por dos espejos; mientras que en la figura 42 podéis ver uno de verdad (en este caso utilizado para realizar experimentos de investigación en óptica).

Figura 41. Esquema de un láser



Como ya hemos visto, cuando un fotón interacciona con un átomo se pueden producir dos fenómenos: la absorción o la emisión estimulada (subapartados 4.5.1 y 4.5.2). En el primer caso, el fotón es absorbido por el átomo y este aumenta su energía (un electrón sube a un nivel energético superior). En el segundo caso, el átomo disminuye su energía (un electrón baja a un nivel energético inferior) y emite un fotón de energía, longitud de onda, dirección y fase idénticas a las del fotón incidente, de manera que antes de la interacción teníamos un fotón y después tenemos dos idénticos (podéis volver a mirar las figuras 32 y 33 para recordar mejor estos procesos).

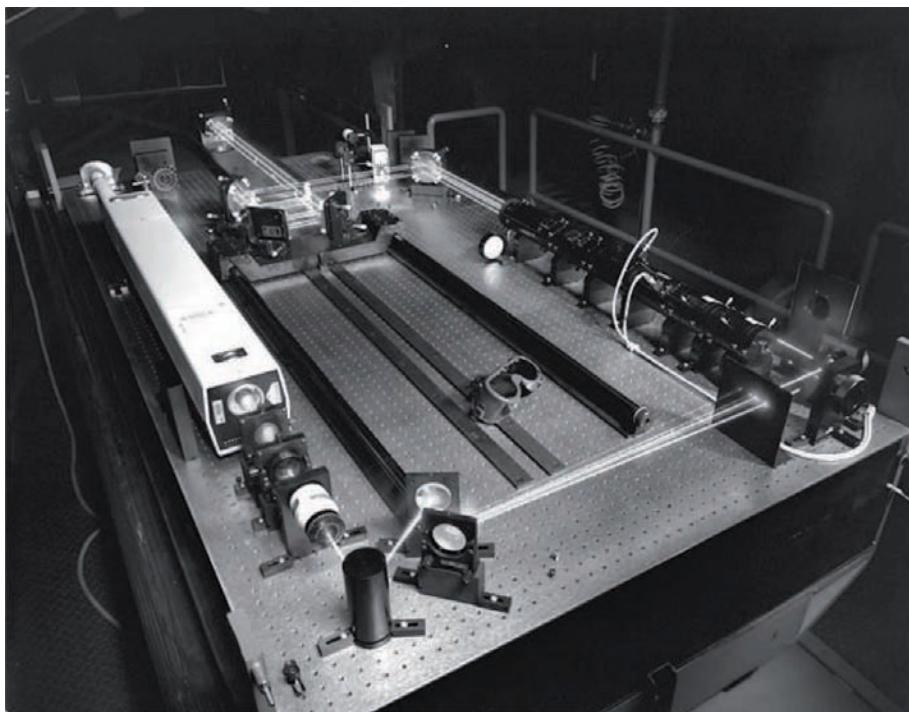
En el medio que generará la emisión de luz láser, denominado **medio activo**, se consigue, jugando hábilmente con los niveles electrónicos de los átomos, que el proceso de emisión estimulada supere al proceso de absorción. Esta situación se denomina **inversión de población**, y en ella habrá siempre más átomos en estados excitados que en estados de menor energía. Así, si inicialmente partimos de un solo fotón, después de pasar a través del medio activo, gracias a la preeminencia de la emisión estimulada sobre la absorción, habremos obtenido muchos.

Vemos, pues, que de esta manera estamos **amplificando** la cantidad de luz inicialmente disponible. Además, toda la luz que amplifiquemos, como se obtiene gracias a la emisión estimulada, es exactamente igual a la inicial, es decir, es coherente. Para conseguir la inversión de población es necesario suministrar energía al medio activo, proceso que se denomina **bombeo** y se consigue, por ejemplo, con una descarga eléctrica o luminosa (un *flash*, otro láser, etc.).

**Figura 41**

Esquema de un láser de helio-neón. Sus componentes principales son genéricos para cualquier láser. Podemos observar el medio activo (en este caso formado por una mezcla gaseosa de helio y de neón) que es donde se produce la emisión láser. Envolviendo al medio activo encontramos la cavidad resonante, que confina la luz y selecciona las longitudes de onda posibles y está limitada por dos espejos, uno de ellos perfectamente reflector y el otro parcialmente reflector. Por este último espejo sale la parte de luz láser que podemos utilizar. Todo el aparato está conectado a una fuente de alimentación que proporciona la energía necesaria para el bombeo que debe conseguir la inversión de población dentro del medio activo.

Figura 42. Un láser de investigación



fuente: Wikimedia Commons

En este punto es donde entra en juego la **cavidad resonante** o **interferómetro**. Esta consiste, en los tipos más simples de láseres, simplemente en dos espejos colocados en los extremos del medio activo; uno de estos espejos es perfectamente reflector y el otro deja pasar una cierta cantidad de luz, que es precisamente la que sale del láser, la que podemos ver y utilizar. La importancia de los espejos recae en el hecho de que, si no estuvieran, el haz de luz solo pasaría una vez por el interior del medio activo; en cambio, colocando los espejos se confina el haz de luz de modo que está obligado a realizar repetidamente un camino de ida y vuelta entre los espejos; a cada paso por el medio activo el haz se amplifica cada vez más gracias a la emisión estimulada. Jugando hábilmente con la distancia entre los espejos y su reflectividad, se consigue el equilibrio entre la amplificación del haz y la pérdida de energía a través del espejo (la luz útil aprovechable que emite).

El proceso completo de emisión láser puede resumirse con el esquema siguiente:

- 1) El bombeo excita átomos y crea inversión de población: hay más átomos en estados excitados que en estados de menor energía.
- 2) Los átomos retornan a un estado inferior de energía por emisión espontánea y en el proceso emiten fotones de cualquier fase y en cualquier dirección. La mayoría de estos fotones se pierde sin tener ningún otro efecto.
- 3) Alguno de los fotones emitidos saldrá casualmente en la dirección del eje de la cavidad resonante y quedará confinado por los espejos, viajando adelante y atrás por la cavidad.

**Figura 42**

Un láser en funcionamiento en un laboratorio de investigación. Podéis ver el láser en la parte izquierda de la fotografía. El haz que emite, de color azulado, posteriormente se divide y se utiliza para realizar un experimento de óptica. La mesa donde está situado todo el equipo es una **mesa óptica**, que suele estar aislada del entorno por un colchón de aire comprimido. Esto evita que cualquier vibración del edificio se transmita a la mesa y perjudique al experimento. Por otro lado, en esta fotografía se ha esparcido un poco de polvo por la habitación para hacer bien visible el haz láser; en condiciones normales es muy difícil verlo (y en el vacío es totalmente imposible, ja pesar de lo que podáis ver en las películas de ciencia-ficción!).

- 4) En este viaje provoca la emisión estimulada de nuevos fotones al interaccionar con los átomos del medio activo (que recordad sigue en situación de inversión de población gracias al bombeo, que no se detiene nunca mientras el láser está en funcionamiento).
- 5) Las características de la emisión estimulada nos garantizan que los nuevos fotones serán idénticos al original en frecuencia, en fase y en dirección.
- 6) Los nuevos fotones se añaden al proceso iniciado por el primer fotón en el paso 3 en una especie de “reacción en cadena”.
- 7) La cantidad de fotones crece exponencialmente hasta que el ritmo de creación queda compensado con las pérdidas de luz a través de uno de los espejos (la luz láser que sale del aparato y que podemos aprovechar) y se alcanza un equilibrio.
- 8) La emisión espontánea (aleatoria y en todas direcciones) sigue teniendo lugar, pero es despreciable comparada con la estimulada.

#### 4.7.2. Características de la luz láser

Por la propia naturaleza del proceso de emisión de la luz (la emisión estimulada), esta es de una gran coherencia, es decir, todas las ondas electromagnéticas emitidas están en fase. Esta es la característica más definitoria de la luz láser y la que le confiere tanta importancia en numerosas aplicaciones.

Por otro lado, el haz dentro de la cavidad y el haz que sale, si no se conducen por guías de ondas (como una fibra óptica, que ya hemos visto en el subapartado 2.5), suelen ser haces que tienen una divergencia normalmente muy pequeña, esto es, **son muy colimados**. La divergencia de un haz láser suele ser pequeña, como podéis observar con el haz de un puntero láser, que “se abre” muy poco.

Sin embargo, esto depende del tipo de láser. Por ejemplo, un haz de un láser de helio-neón diverge hasta un diámetro de tan solo 1,6 km a una distancia de 350.000 km (que es aproximadamente la distancia de la Tierra a la Luna): esto significa que su ángulo de divergencia es de aproximadamente  $0,01^\circ$ , es decir, “se abre” en un ángulo de  $0,01^\circ$ . En cambio, el haz de un láser de semiconductor puede divergir muy rápidamente en un ángulo considerable, de hasta  $50^\circ$ . Cabe destacar que no es posible crear un haz perfectamente colimado (con una divergencia de  $0^\circ$ ) a causa de la difracción con los márgenes del orificio por donde sale la luz (sí, aunque no lo parezca, cuando la luz “pasa” por el orificio se difracta).

En general, los láseres emiten luz muy monocromática, si bien algunos tipos de láseres producen luz en un amplio abanico de longitudes de onda. La monocromaticidad, por tanto, a pesar de ser habitual en muchos láseres, no es una característica definitoria.

La emisión estimulada se estudia en el subapartado 4.5.2.

#### Colimación

La colimación indica el grado de divergencia de un haz, es decir, si “se abre” mucho o poco.

### 4.7.3. Tipos de láseres

Actualmente existe una gran diversidad de láseres que se clasifican básicamente según el tipo de medio activo utilizado. Los diferentes medios activos permiten obtener diferentes longitudes de onda de la luz emitida, diferentes anchos de banda, diferentes potencias o diferentes grados de monocromatidad, entre otras características.

#### Modo pulsado y modo continuo

Los láseres pueden funcionar en dos modos diferentes. En un caso emiten luz de manera continua, sin interrupciones; es lo que se denomina **modo continuo**. En otro caso pueden emitir luz solo a intervalos, como pulsos muy breves; es lo que se denomina **modo pulsado**. Con el modo pulsado se pueden conseguir potencias muy altas, ya que la energía del láser queda concentrada en un tiempo muy pequeño. Recordad que la potencia es la energía dividida por el tiempo: así, con una misma energía, si el tiempo durante el cual se emite es muy breve, la potencia será muy grande.

Los tipos más importantes de láseres son los siguientes:

- **Láseres de gas:** el medio activo es un gas. Son muy habituales, como el láser de helio-neón o el de argón, presentes en espectáculos y discotecas. También cabe mencionar los láseres de CO<sub>2</sub> y de CO, que pueden alcanzar potencias del orden del megavatio y se utilizan a menudo en soldadura y metalurgia.
- **Láseres químicos:** el medio activo se bombea con la energía obtenida a partir de reacciones químicas.
- **Láseres de estado sólido:** el medio activo es un material sólido, a menudo un cristal dopado con impurezas. El primer láser construido, el de rubí, era de este tipo. Actualmente son habituales el láser de granate de iterbio y aluminio dopado con neodimio, escrito más brevemente como Nd:YAG, y muchos otros del mismo tipo. También es muy empleado en medicina el láser de granate de iterbio y aluminio dopado con holmio y en telecomunicaciones a menudo se usa el láser de fibra dopado con erbio.
- **Láseres de semiconductor:** utilizan las transiciones electrónicas en un diodo semiconductor, de la misma manera que lo hacen los diodos electroluminiscentes. Actualmente son, con diferencia, los más abundantes y los podéis encontrar en los lectores de CD y DVD, lectores de códigos de barras, punteros láser, etc.
- **Láseres de excimeros:** son láseres de gas que utilizan moléculas en estados excitados, denominadas *excimeros*.
- **Láseres de colorantes:** utilizan un colorante orgánico como medio activo y son muy sintonizables, es decir, se puede escoger que el láser emita entre una gran diversidad de longitudes de onda. Algunos colorantes utilizados son la Rodamina 6G, la fluoresceína, el tetraceno y el verde de malaquita.

#### Producción de láseres

En el año 2004 se vendieron, en todo el mundo unos 131.000 láseres, excluyendo los láseres de semiconductor. Ese mismo año, se vendieron 733 millones de láseres de semiconductor. No obstante, cabe mencionar que los láseres de semiconductor son los más baratos: los 733 millones vendidos representaron unos 3.000 millones de dólares, equivalente a solo unos 4 dólares por láser, mientras que los 131.000 láseres de otros tipos representaron unos 2.000 millones de dólares, ¡equivalente a unos 15.000 dólares por láser!

- **Láseres de electrones libres:** son un tipo muy particular de láser, que no utiliza medio activo, pero que se considera láser por tener las propiedades definitorias de la luz láser.

Llegados a este punto, ya hemos visto los conceptos más importantes sobre el láser: cómo se consigue la emisión láser, cuáles son las características básicas de la luz láser y cuáles son los tipos principales de láseres. Para finalizar este subapartado dedicado al láser, es ilustrativo hacer un breve comentario histórico de la evolución del láser y en qué situación se encuentra actualmente.

#### 4.7.4. Evolución del láser y avances recientes

La idea de combinar el proceso de emisión estimulada con una cavidad que lo amplificara comenzó a tomarse en consideración después de la Segunda Guerra Mundial. En 1953, Charles H. Townes y los estudiantes James P. Gordon y Herbert J. Zeiger produjeron el primer **máser**, un aparato equivalente al láser pero que produce microondas en lugar de luz visible. No obstante, este máser no podía emitir radiación de forma continua. Al mismo tiempo, Nikolai Guennádievich Básov y Alexander Mijáilovich Prójorov solucionaron los problemas de la emisión continua y consiguieron crear un estado de inversión de población permanente.

##### Nobel de física de 1964

Townes, Básov y Prójorov ganaron el premio Nobel de física en 1964 por sus trabajos sobre la emisión estimulada y los primeros trabajos sobre el máser.

##### Los romanos y el láser

Si leemos la *Historia natural* del erudito romano Plinio el Viejo (que vivió entre los años 23 y 79) nos topamos con un fragmento curioso: *Laser [...] inter eximia naturae dona numeratum plurimis compositionibus inseritur*, que más o menos significa “El láser [...] es uno de los regalos más maravillosos de la naturaleza y sirve para las aplicaciones más diversas”. ¿Es que quizás los romanos conocían el láser? No, desde luego que no. Resulta que *laser* era el nombre de una planta medicinal, hoy ya extinguida, muy utilizada en aquella época. También recibía el nombre de *laserpicum* y de *silphium* y posiblemente pertenecía al género *Ferula*. Ahora bien, el comentario de Plinio ¡se puede aplicar perfectamente a nuestro láser!

A finales de los años 1950 se comenzó a intentar construir el equivalente del máser para la luz visible: el “máser óptico”, como se llamaba entonces. El mismo Townes y Arthur Leonard Schawlow, al mismo tiempo que el equipo soviético de Básov, estudiaron diversas combinaciones de niveles electrónicos de los átomos y diversos diseños de cavidades resonantes. Finalmente, el primer láser funcional fue diseñado y construido por Theodore H. Maiman en 1960 en los laboratorios de investigación Hughes, en Malibú, California. Maiman diseñó un cristal de rubí con un bombeo por *flash* para producir una emisión láser roja de 694 nm. Sin embargo, este láser solo podía funcionar en régimen pulsado. Posteriormente, la idea de láseres que utilizaban un semiconductor como medio activo fue propuesta por Básov y Javan y el primer diodo láser, que emitía en el infrarrojo cercano, fue construido por Robert N. Hall en 1962. Poco después aparecieron los primeros láseres de semiconductores de emisión en el visible. Inicialmente todos estos láseres de semiconductores funcionaban en régimen pulsado; no fue hasta el año 1970 que aparecieron los primeros en emisión continua.

La primera aplicación cotidiana de los láseres fueron los lectores de códigos de barras, que aparecieron en 1974. Posteriormente, los lectores de discos compactos, introducidos en 1982, fueron los primeros dispositivos con láser en convertirse en un aparato doméstico a gran escala; fue el momento en que los láseres comenzaron a entrar en nuestros hogares.

En 1992 se consiguió por primera vez la emisión láser sin necesidad de mantener el medio activo en condiciones de inversión de población. Los objetivos actuales de la tecnología e investigación del láser pasan por obtener nuevas frecuencias de emisión (especialmente a frecuencias grandes, como el azul, el violeta, o incluso el ultravioleta y los rayos X), conseguir pulsos ultracortos, obtener potencias más elevadas, tanto en régimen pulsado como continuo, y mejorar la eficiencia (es decir, el cociente entre la energía obtenida por el aparato y la suministrada al mismo).

A continuación, y para acabar este módulo, pasaremos a un tema que aparentemente no tiene nada que ver con la óptica: la informática cuántica. Sin embargo, lo cierto es que todas las implementaciones de la informática cuántica (es decir, sus realizaciones físicas o, si preferís, los “ordenadores cuánticos”) se han hecho mediante técnicas de óptica cuántica y en las cuales el láser tiene un papel harto importante. Por otro lado, la mayoría de los investigadores en informática cuántica provienen del campo de la óptica cuántica. Como estudiantes de informática, es importante que tengáis una idea aproximada de las ideas en las que se basa la informática cuántica y que seáis capaces de seguir, de forma cualitativa, los avances futuros que se produzcan.

#### 4.8. Informática cuántica

En este subapartado entramos en uno de los temas más de auge en la física actual: la informática cuántica. Se trata de un campo muy novedoso, que utiliza conceptos sofisticados de física cuántica y que, si consigue superar los problemas actuales, dejará muy atrás a los ordenadores electrónicos que todos conocemos. Afortunadamente, podremos explicar sus principios básicos de forma cualitativa sin entretenernos demasiado en los tecnicismos de la mecánica cuántica. Eso sí, como pasa siempre que se habla de física cuántica, será necesario que estéis preparados para asumir algunos conceptos muy poco intuitivos.

La **informática cuántica** es la informática teórica que utiliza las propiedades cuánticas de la materia para representar datos y realizar operaciones sobre conjuntos de estos datos.

Ciertamente, la informática cuántica se encuentra en fase embrionaria y todavía está muy lejos de poder ofrecer resultados aplicables en la práctica; solo el tiempo dirá si se trata de una auténtica revolución o si los problemas a los

#### El LCLS

En abril de 2009 comenzó a funcionar el primer láser de rayos X que se ha construido. Se trata del Linac Coherent Light Source (LCLS), un láser de electrones libres situado en las instalaciones del acelerador lineal de Stanford.

#### Informática molecular y de DNA

Otro campo muy reciente es la **informática de DNA**, que utiliza moléculas de DNA y enzimas en lugar de transistores basados en silicio. Los ordenadores de DNA superan en velocidad a los ordenadores electrónicos clásicos, especialmente por su capacidad de trabajo en paralelo, pero no aportan un cambio conceptual con respecto a la teoría de la computabilidad, cosa que aparentemente sí hacen los ordenadores cuánticos.

que se enfrenta la convertirán en un callejón sin salida. No obstante, las enormes posibilidades que abriría en caso de éxito hacen que actualmente muchos equipos de investigación estén estudiando este tema en todo el mundo. Ya se han hecho numerosos experimentos en los que se han realizado operaciones computacionales con muy pocos bits (de hecho, “bits cuánticos”, como veremos a continuación), pero todavía queda mucho camino por recorrer para que podamos hablar de un verdadero ordenador cuántico.

Quizás os preguntaréis: ¿cuáles son las promesas y supuestas maravillas que ofrece la informática cuántica? Pues básicamente una capacidad de cálculo impensable hoy en día y, en muchos casos, también imposible de alcanzar para un ordenador electrónico, por muy potente que sea. No es solo un salto cuantitativo, sino también cualitativo: para muchos problemas, los algoritmos usados en informática cuántica son conceptualmente diferentes de los utilizados en informática clásica y permiten pasar de problemas resolubles en un tiempo enorme a problemas resolubles en un tiempo razonable. Es decir, para algunos problemas, los algoritmos en un caso y en otro pertenecen a lo que se conoce como *clases de complejidad* diferentes.

### Clases de complejidad

Las clases de complejidad son los diversos tipos en que se clasifican los problemas computacionales. A grandes rasgos, los problemas se clasifican en función de cómo crece el número de pasos del algoritmo que resuelve el problema cuando aumenta la envergadura del mismo.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que es posible que un ordenador cuántico no pueda solucionar problemas que no sean solucionables, en teoría, también con un ordenador clásico; en otras palabras, un ordenador cuántico no puede convertir un problema irresoluble en un problema soluble. En términos más técnicos se dice que los ordenadores cuánticos no pueden violar la tesis de Church-Turing, si bien es una afirmación con la que no todo el mundo está de acuerdo. Esta tesis afirma que “si existe un algoritmo para un problema, entonces existe una máquina de Turing, una función definible por recursión o una función  $\lambda$  para ese algoritmo”. En términos más simples, afirma que cualquier cosa computable es computable para una máquina de Turing; si una máquina de Turing no lo puede computar, nada podrá hacerlo.

### Máquinas de Turing

Una máquina de Turing es un dispositivo teórico, ideado por Alan Turing en 1936, que manipula símbolos contenidos en una cinta, por la cual se puede desplazar adelante y atrás. Una máquina de Turing está formada por un cabezal que puede leer los símbolos de la cinta y escribir otros nuevos, para un conjunto de estados de la máquina y para una tabla de instrucciones que, dado el estado inicial del cabezal y el símbolo que lee de la cinta, determina el símbolo que escribirá el cabezal, el estado interno en que se quedará la máquina y el desplazamiento que hará el cabezal sobre la cinta. No se trata de un dispositivo informático práctico, sino de un experimento teórico que representa una máquina de computar, un ordenador. El concepto es útil y muy potente porque permite representar en un sistema muy simple cualquier algoritmo imaginable para un ordenador.

Si realmente los ordenadores cuánticos no pueden violar la tesis de Church-Turing, serán menos revolucionarios de lo que algunos expertos suponen. Pero a pesar de ello, la diferencia con los ordenadores electrónicos clásicos seguirá siendo considerable con respecto a la rapidez de cálculo a medida que un problema se hace más complejo. Otro punto a tener en cuenta es que el aumento en la rapidez de la resolución del problema depende del tipo de problema: hay problemas para los cuales los algoritmos cuánticos no aportan ninguna

mejora respecto a los clásicos, mientras que para otros la mejora es enorme. A continuación tenéis un texto de ampliación en el que comentamos algunos de estos casos.

### Factorización de un número entero

El ejemplo habitual para demostrar la potencia de los ordenadores cuánticos es la **factorización** de un número entero. Para entender el problema es necesario recordar el denominado *teorema fundamental de la aritmética*, que afirma que cualquier número entero se puede expresar como producto de números primos. La factorización es precisamente el problema contrario: dado un número entero cualquiera, encontrar sus factores, es decir, los números primos que, multiplicados, dan el número original. Muchos sistemas criptográficos actuales se basan en este hecho, como por ejemplo la criptografía de clave pública.

Se cree que la factorización no es un problema computacionalmente factible para un ordenador electrónico clásico si el número entero a factorizar es relativamente grande (por ejemplo, un entero que sea el producto de dos números primos de 300 dígitos), ya que no existe ningún algoritmo eficiente (esto es, que permita resolver el problema en un tiempo razonable). Como muestra, pensad que en 2005 un equipo alemán consiguió factorizar un número de 193 dígitos utilizando ni más ni menos que 80 CPU Opteron AMD de 2,2 GHz funcionando durante 5 meses enteros. Un ordenador cuántico, en cambio, podría encontrar los factores en un tiempo razonable mediante un algoritmo mucho más eficiente, el algoritmo de Shor, que es exponencialmente más rápido que el mejor algoritmo utilizable por un ordenador clásico. De esta manera, un ordenador cuántico podría romper la mayoría de sistemas criptográficos que se utilizan hoy en día, que se basan precisamente en la dificultad de la factorización.

Además de la factorización, se han podido elaborar algoritmos cuánticos mucho más rápidos que los equivalentes clásicos para diversos problemas, como la simulación de procesos de física cuántica en química y física del estado sólido o para hallar soluciones de determinados tipos de polinomios y ecuaciones. No obstante, cabe recordar que no existe ninguna demostración matemática de que para algunos de estos problemas no pueda existir también un algoritmo clásico tan rápido como el cuántico, si bien lo cierto es que no se conoce y los investigadores consideran poco probable que pueda existir.

Para algunos problemas, los algoritmos cuánticos no ofrecen ningún aumento significativo de velocidad, como el caso de obtener la enésima iteración de una función  $f(x)$  (es decir, obtener  $f(f(f(\dots f(x) \dots)))$ ). En otros casos, ofrecen un aumento de velocidad polinómico (es decir, en un factor  $x^n$ ). Un problema típico es el de buscar un registro en una base de datos. Para este problema existe un algoritmo cuántico, el algoritmo de Grover, que consigue reducir cuadráticamente (es decir, en un factor  $x^2$ , donde  $x$  es el tamaño de la base de datos) el número de consultas a la base de datos respecto a las de cualquier algoritmo clásico. Asimismo, para otros problemas el aumento de velocidad es exponencial, como en el caso de la factorización, que ya hemos comentado.

#### 4.8.1. Principios básicos

Para entender el principio de funcionamiento de un ordenador cuántico, volvamos primero a la base de uno electrónico. En estos ordenadores la memoria está formada, desde el punto de vista de la información, por un conjunto de bits y cada bit puede estar en uno de dos estados posibles, un 1 o un 0.

En un ordenador cuántico la memoria está formada por **bits cuánticos**, o **qubits**. Cada qubit puede estar en un estado 1, un estado 0 o, y aquí reside la diferencia clave, en cualquier superposición cuántica de los dos estados 1 y 0.

Seguramente ahora os preguntareis qué quiere decir “superposición cuántica” y por ello será necesario hacer un pequeño paréntesis.

En mecánica cuántica un sistema físico cualquiera no se describe mediante la serie de variables habituales en física clásica, como son su posición en función del tiempo, su velocidad, las fuerzas que actúan sobre él, la energía, etc. En lugar de esto, un sistema físico se describe mediante una magnitud que se denomina **función de onda**,  $\psi$ , y su evolución en función del tiempo está determinada por una ecuación conocida como **ecuación de Schrödinger**. Lo que es relevante aquí para nosotros es que si un sistema físico tiene diversos estados posibles, que denominaremos, siguiendo la simbología utilizada en cuántica,  $|x\rangle$ ,  $|y\rangle$ , etc. el sistema no se puede hallar solo en estos estados, sino también en cualquier combinación de estados del tipo:

$\psi$  es la letra griega psi minúscula. En ocasiones también se utiliza la psi mayúscula,  $\Psi$ .

$$|\psi\rangle = \alpha|x\rangle + \beta|y\rangle + \dots \quad (98)$$

$\alpha$  es la letra griega alfa minúscula.  
 $\beta$  es la letra griega beta minúscula.

donde los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$ , etc. son números complejos que determinan la probabilidad de observar cada uno de estos estados. Según la mecánica cuántica, cuando medimos el estado en que se encuentra el sistema físico, podremos hallar el estado  $|x\rangle$  con una probabilidad  $|\alpha|^2$ , el estado  $|y\rangle$  con una probabilidad  $|\beta|^2$ , etc. En otras palabras, el sistema se encuentra en todos los estados posibles **a la vez** y cuando medimos, representa que se “materializa” (técnicamente se denomina *colapsar*) uno de estos estados, y que sea uno o el otro depende de la probabilidad de “materializarse” que tiene cada estado en particular (que viene dada por los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$ , etc.). No entraremos ahora a discutir qué significa esta “superposición” tan poco intuitiva, que ha dado siempre muchos quebraderos de cabeza a los físicos y a los filósofos de la ciencia; será suficiente tener clara la idea.

Así, en general, el estado físico de un qubit con dos estados, 1 y 0, será la superposición:

#### Interpretaciones de la mecánica cuántica

Cabe mencionar que la explicación que hemos dado sobre la función de onda y sobre los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$ , etc. es la interpretación habitual, la denominada *interpretación de Copenhague*, pero hay muchos físicos que no están totalmente de acuerdo. De hecho, los resultados tan poco intuitivos de la mecánica cuántica han hecho que históricamente el problema de interpretarlos sea considerable. No obstante, esto no debe hacernos olvidar que, por lo que sabemos hasta el momento, es la forma más correcta que tenemos para describir sistemas físicos.

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (99)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son números complejos que determinan la probabilidad que se dé cada estado, como acabamos de mencionar. De esta manera, un único qubit, como este, puede contener teóricamente una cantidad infinita de información, pero cuando lo medimos nos dará el resultado clásico: su valor es 0 o 1. Ahora bien, el punto clave es que mientras no lo midamos, la cantidad de información que contiene, que puede ser mucho más grande que simplemente 0 y 1, siempre será la misma. Así, con un solo qubit podemos estar manipulando y haciendo operaciones sobre una cantidad mucho mayor de información.

En concreto, supongamos que tenemos dos qubits. Si fueran bits clásicos, podrían estar en **uno** (¡y solo uno!) de estos estados: (0,0), (1,0), (0,1) o (1,1). En cambio, con qubits, el sistema estará en **cualquier superposición de los cu-**

$\gamma$  es la letra griega gamma minúscula.  
 $\delta$  es la letra griega delta minúscula.

**tro estados posibles:**  $|\psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|10\rangle + \gamma|01\rangle + \delta|11\rangle$ . Mientras no tomemos ninguna medida sobre el sistema, los cuatro estados estarán almacenados (en el caso clásico, solo podemos almacenar uno a la vez, recordad) y podremos trabajar con todos ellos, hacer operaciones y obtener resultados. Para 3 qubits, el sistema puede estar en una superposición de los 8 estados posibles. En general, un ordenador cuántico con  $n$  qubits puede estar en una superposición de hasta  $2^n$  estados simultáneamente.

Es esto lo que permite que, en muchos problemas, un ordenador cuántico pueda aumentar exponencialmente la velocidad de resolución. Ahora bien, hay que tener en cuenta que si queremos aprovechar la capacidad de cálculo, debemos ser capaces de leer la información de forma eficiente. Si ganamos una capacidad de cálculo exponencialmente más rápida pero después, para recuperar la información, necesitamos exponencialmente más tiempo que en un ordenador clásico (porque tenemos exponencialmente más información) al final no habremos ganado nada. Es en este punto donde entra el trabajo de diseñar algoritmos cuánticos eficientes, que aprovechen al máximo las posibilidades cuánticas y que permitan introducir y recuperar la información de forma óptima.

### Ejemplo: el oráculo de Deutsch

El oráculo de Deutsch es un algoritmo cuántico que nos dice si una función definida en el intervalo  $[0,1]$  es “constante” o “equilibrada”: constante significa que  $f(0) = f(1)$  y equilibrada, que  $f(0) \neq f(1)$ .

Con un algoritmo clásico siempre se necesita un mínimo de dos evaluaciones de la función para obtener la respuesta: una evaluación en el 0 para encontrar  $f(0)$  y otra en el 1 para obtener  $f(1)$ ; no importa si se calcula  $f(1) - f(0)$ , porque también se necesitan dos evaluaciones, una en cada valor. Cuánticamente se pueden crear estados (qubits) que sean la superposición de  $f(0)$  y  $f(1)$ . Como el qubit está en una superposición de los dos, solo será necesario hacer una evaluación, una medición, del qubit adecuado y ver el resultado. El algoritmo especifica cuáles son las operaciones que hay que hacer a los qubits originales para obtener un qubit cuya medición (¡una única medición!) nos dé la respuesta. Esto, como podéis suponer, no es tarea fácil y uno de los atractivos del diseño de algoritmos informáticos cuánticos es saber cómo manipular qubits para llegar a los resultados que deseamos sin hacer más mediciones o evaluaciones de las realmente necesarias.

Quizás todo esto os pueda parecer un juego de malabares porque en la superposición de  $f(0)$  y  $f(1)$  también tenemos algo como  $\alpha|f(0)\rangle + \beta|f(1)\rangle$  y aparecen las dos cosas que también teníamos que evaluar en el caso clásico. Pero no dejéis que la forma de escribir las cosas os impida ver el concepto que se esconde detrás. Escribimos la superposición como  $\alpha|f(0)\rangle + \beta|f(1)\rangle$  porque no sabemos hacerlo de otra manera, pero recordad que un estado cuántico así no es ni un estado ni el otro, sino una superposición de ambos: el sistema se encuentra en los dos estados a la vez y por tanto, en el fondo es solo un estado. La cosa es conceptualmente muy diferente (¡y a menudo, realmente mareante!).

### Los oráculos

En informática suele denominarse *oráculos* a los algoritmos diseñados para responder a problemas simplemente con un *sí* o un *no*. Las preguntas pueden ser muy complejas y el procedimiento puede ser tan largo como sea necesario e implicar una gran cantidad de datos, pero al final el algoritmo nos dirá solo *sí* o *no*.

Hasta aquí la discusión de la informática cuántica ha quedado a un nivel muy teórico y conceptual. Hemos hablado de algoritmos y de cómo pueden aprovechar la propiedad cuántica de la superposición. Pero esto quedaría en nada si al final no podemos construir un ordenador (que llamaremos *ordenador cuántico*) que aproveche todo esto. ¿Podemos construir un verdadero ordenador cuántico?

#### 4.8.2. Ordenadores cuánticos

Os podéis preguntar cómo puede ser físicamente un ordenador cuántico. En principio, un ordenador cuántico está formado por conexiones y puertas lógicas igual que los ordenadores clásicos. Las conexiones llevan la información y las puertas la manipulan, pero con dos diferencias importantes respecto al caso clásico:

- 1) las puertas lógicas no son siempre las mismas que las puertas lógicas clásicas;
- 2) las conexiones no son cables por donde circula una corriente eléctrica, sino que, según el tipo de circuito cuántico, pueden ser un haz de partículas (como átomos o electrones) o un haz láser, por ejemplo.

Quizás os habréis fijado en que hemos dicho “según el tipo de circuito cuántico”. Solo hay un tipo de ordenadores clásicos: el basado en elementos semiconductores conectados con cables por los que circulan corrientes eléctricas. Los ordenadores cuánticos, precisamente porque todavía se encuentran en fase inicial, no tienen una arquitectura definitiva: hay muchas propuestas de implementación, que utilizan elementos diferentes. El principal problema es qué utilizar como soporte físico para los qubits y cómo hacer interaccionar estos qubits con los elementos que constituyen las puertas lógicas.

Uno de los sistemas más utilizados últimamente, y que parece más prometedor, es el ordenador cuántico de iones atrapados. Se trata de un sistema en el que se confinan iones en una zona del espacio (una trampa iónica) utilizando campos electromagnéticos. Los qubits se almacenan como estados electrónicos de estos iones y la información que contienen se puede manipular y transportar mediante el movimiento colectivo de los iones confinados en la trampa. El acoplamiento entre los estados de los iones para formar estados superpuestos se consigue mediante láseres. Esta arquitectura ha demostrado que puede realizar todas las operaciones de un ordenador cuántico, que tiene una buena fiabilidad y que tiene capacidad para ampliarse.

Un ión es un átomo que ha ganado o ha perdido uno o más electrones y por tanto, tiene una carga eléctrica neta.

#### Últimos avances

En agosto de 2009, un equipo de investigación del National Institute for Standards and Technology de los Estados Unidos presentó lo que se puede considerar el primer ordenador cuántico, basado en trampas iónicas. Se trata de un chip que puede realizar un conjunto completo de operaciones lógicas cuánticas sin perder demasiada información en el proceso. Tiene una fiabilidad del 94 %, que es superior respecto a lo que se había conseguido anteriormente, pero sigue estando lejos de los valores superiores al 99,99 % de los ordenadores convencionales.

Otros dispositivos habituales en las pruebas con ordenadores cuánticos son las redes ópticas, creadas mediante haces láser. También hay propuestas que se basan en la resonancia magnética nuclear y en la superconductividad.

## La decoherencia

Uno de los principales problemas de todos estos sistemas que intentan implementar la idea de un ordenador cuántico es cómo evitar que el sistema interaccione con su entorno, ya que cualquier interacción no controlada con el exterior provoca lo que se denomina **decoherencia**.

La decoherencia es el proceso por el cual un sistema cuántico deja de presentar el comportamiento típicamente cuántico a causa de perturbaciones externas. Un resultado de esto es la desaparición de cualquier superposición de estados que pudiera tener el sistema.

Como ya hemos visto, la superposición de estados es clave para la informática cuántica, de manera que si un sistema físico concreto no puede mantener esta superposición durante el tiempo suficiente, la posibilidad de computación cuántica desaparece.

### 4.9. ¿Qué hemos aprendido?

En este apartado hemos hecho una breve introducción a algunos temas de los que se ocupa la óptica cuántica. Ha sido un apartado más divulgativo que los otros, ya que la complejidad del tema nos impide tratarlo más a fondo. No obstante, hemos presentado unas cuantas ideas que vale la pena que queden claras.

Hemos visto que en muchas situaciones la luz no se comporta de hecho como una onda, sino, sorprendentemente, como una partícula y que la energía que puede llevar e intercambiar con la materia no puede tener cualquier valor, sino solo un múltiplo de una cantidad mínima. Es decir, la energía está cuantificada. Un resultado importante de la mecánica cuántica es que esta cuantificación de la energía no solo se produce en la luz, sino en cualquier sistema físico.

Teniendo claros estos conceptos, hemos pasado a estudiar brevemente los tres procesos básicos de interacción entre la luz y un sistema ligado: la absorción, la emisión estimulada y la emisión espontánea. Esto nos ha permitido hacer un repaso a algunos de los diversos tipos de fuentes de luz artificial que conocemos, todos ellos basados en la receta de “excitar electrones y dejar que se desexciten”. En concreto, nos hemos detenido especialmente con el láser, ya que es una fuente de luz de características especiales y que da luz muy coherente mediante el hábil uso que hace del mecanismo de emisión estimulada.

Finalmente, y aprovechando que es un tema en el que la óptica cuántica es fundamental, hemos hecho una introducción a los conceptos básicos de la informática cuántica. Hay que tener presente que es un campo muy nuevo y

muy prometedor, pero que todavía no ha dado resultados concluyentes. En cualquier caso, es tan innovador y sugerente que vale la pena mencionarlo. Hemos visto que el uso de algoritmos que aprovechan las características cuánticas de la materia y la radiación puede conllevar un aumento espectacular de la capacidad de cálculo. En concreto, el uso de la superposición de estados, característica típicamente cuántica, permite en algunos casos un aumento exponencial de velocidad en los algoritmos. Sea como sea, debéis tener bien claro que actualmente seguimos estando muy lejos de disponer de un ordenador cuántico de verdad.

## 5. Problemas resueltos

### 5.1. Enunciados

1. El índice de refracción de un vidrio es 1,66 para una longitud de onda de 400 nm y 1,61 para una longitud de onda de 700 nm. Determinad los ángulos de refracción para estas longitudes de onda en el caso de un rayo de luz que incide sobre el vidrio con un ángulo de  $45^\circ$  procedente del aire.
2. Un rayo de luz procedente del aire entra en un material transparente con un ángulo de incidencia de  $48^\circ$  y se observa que se refracta formando un ángulo de  $32^\circ$ .
  - a) ¿Cuál es el índice de refracción del material?
  - b) ¿Cuál es la velocidad de la luz en el material?
3. Un rayo de luz incide con un ángulo  $\theta_1$  sobre una lámina plana de vidrio de espesor  $d$ . El rayo se refracta en la primera superficie, atraviesa el vidrio, se vuelve a refractar en la segunda superficie y sale de la lámina de vidrio. Demostrad que, después de atravesar la lámina, el rayo de luz tiene la misma dirección que tenía antes de atravesarla (es decir, sale con el mismo ángulo  $\theta_1$  que tenía antes de entrar), pero desplazado, como podéis ver en la figura 43.

Figura 43

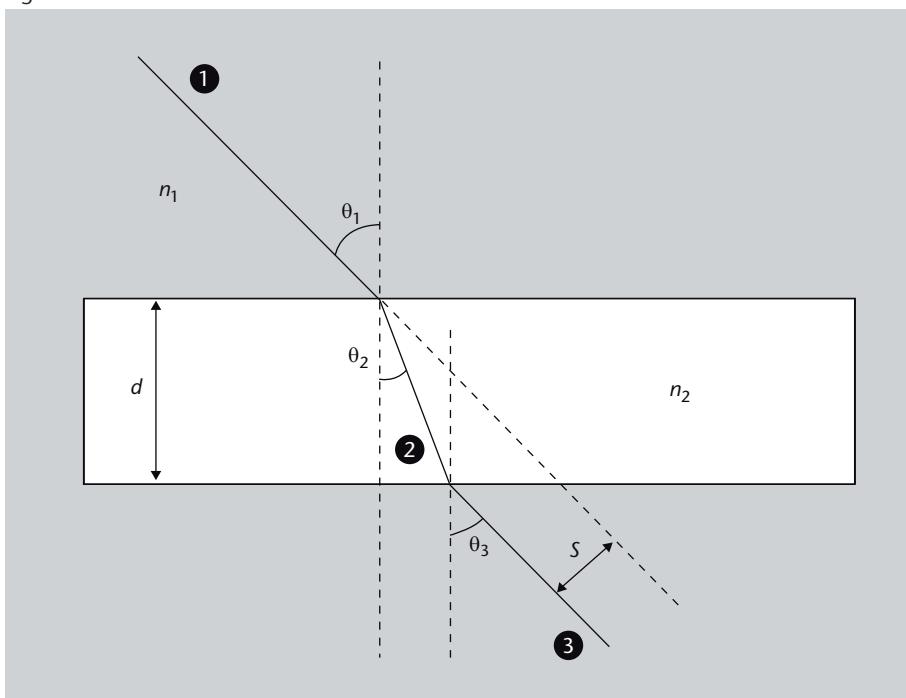


Figura 43

Una lámina de vidrio de espesor  $d$  refracta un rayo de luz procedente del aire dos veces: al entrar y al salir. El rayo de luz incide formando un ángulo  $\theta_1$ .

**4.** ¿Cuál es el ángulo del cono de aceptación en el aire de una fibra que tiene un núcleo con índice de refracción 1,492 y un revestimiento con índice de refracción 1,489? Consultad la figura 11 para tener a mano un esquema con los diversos ángulos implicados.

**5.** Calculad la diferencia de tiempo que hay entre el tiempo que tarda en recorrer una fibra óptica de 15 km un rayo que penetra en ella normalmente (a  $90^\circ$ ) y un rayo que penetra con el ángulo máximo del cono de aceptación. Utilizad la figura 11 y suponed que  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1,492$  y  $n_3 = 1,489$  (son los mismos datos del problema anterior). Conocer esta diferencia de tiempo es importante para saber en qué grado se deformará un pulso de luz que atravesese la fibra, ya que, en general, los rayos entrarán en la fibra, y se propagarán, penetrando en cualquiera de los ángulos permitidos.

**6.** ¿Qué diferencia mínima de recorrido es necesaria para introducir una diferencia de fase de  $\pi$  radianes en una luz de 600 nm de longitud de onda? Esta misma diferencia de recorrido, ¿qué diferencia de fase producirá en luz de 800 nm?

**7.** Hacemos incidir luz coherente de 550 nm sobre un plano con dos rendijas. El primer máximo de interferencia se encuentra a 82 cm del máximo central cuando la pantalla donde lo observamos está situada a 12 m de las rendijas. ¿Cuál es la separación entre las dos rendijas?

**8.** Un haz de luz coherente de longitud de onda  $\lambda$  incide sobre un plano con dos rendijas y genera un patrón de interferencia con una separación entre máximos de 5,6 mm. Si la distancia entre la pantalla y las rendijas es de 10 m y las rendijas están separadas 1,2 mm, ¿cuál es la longitud de onda de la luz?

**9.** Calculad la energía de los fotones correspondientes a:

- a) una onda radioeléctrica de AM de 900 kHz;
- b) una onda radioeléctrica de FM de 100 MHz;
- c) una microonda de 30 GHz;
- d) luz de 450 nm;
- e) luz de 600 nm;
- f) rayos X de  $10^{18}$  Hz.

## 5.2. Soluciones

**1.** Este problema es una aplicación directa de la ley de Snell, que se expresa con la ecuación 12:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \quad (100)$$

Hay que solucionar el problema para dos longitudes de onda diferentes y en ambos casos sabemos:

- el índice de refracción del primer medio, el aire:  $n_1 = 1$ ,
- el ángulo de incidencia:  $\theta_1 = 45^\circ$ ,
- el índice de refracción del segundo medio, el vidrio:  $n_2 = 1,66$  (para  $\lambda = 400$  nm) y  $n_2 = 1,61$  (para  $\lambda = 700$  nm).

Así:

1) Para  $\lambda = 400$  nm, la ley de Snell resulta:

$$1 \cdot \sin 45^\circ = 1,66 \cdot \sin \theta_2 \quad (101)$$

Aislamos  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \arcsen \frac{1 \cdot \sin 45^\circ}{1,66} \quad (102)$$

que nos da:

$$\theta_2 = 25,2^\circ \quad (103)$$

2) Para  $\lambda = 700$  nm, la ley de Snell resulta:

$$1 \cdot \sin 45^\circ = 1,61 \cdot \sin \theta_2 \quad (104)$$

Aislamos  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \arcsen \frac{1 \cdot \sin 45^\circ}{1,61} \quad (105)$$

que nos da:

$$\theta_2 = 26,1^\circ \quad (106)$$

2.

a) Este problema también es una aplicación directa de la ley de Snell, la ecuación 12:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (107)$$

En este caso sabemos:

- el índice de refracción del primer medio, el aire:  $n_1 = 1$ ,
- el ángulo de incidencia:  $\theta_1 = 48^\circ$ ,
- el ángulo de refracción:  $\theta_2 = 32^\circ$ .

Por tanto,

$$1 \cdot \operatorname{sen} 48^\circ = n_2 \operatorname{sen} 32^\circ \quad (108)$$

I así:

$$n_2 = \frac{1 \cdot \operatorname{sen} 48^\circ}{\operatorname{sen} 32^\circ} = 1,40 \quad (109)$$

b) Ahora recordad, tal como hemos dicho en el subapartado 2.2.2, que el índice de refracción de un medio es igual al cociente entre la velocidad de propagación de la luz en el vacío,  $v_0$ , y la velocidad de propagación de la luz en aquel medio,  $v$  (ecuación 10):

$$n = \frac{v_0}{v} \quad (110)$$

En nuestro caso acabamos de determinar que  $n$  es 1,40, por lo tanto:

$$v = \frac{v_0}{n} = \frac{v_0}{1,40} \quad (111)$$

Como el valor de  $v_0$  es  $3 \cdot 10^8$  m/s, tenemos que la velocidad de la luz en el medio considerado es:

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,40} = 2,14 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (112)$$

es decir, 214.000 kilómetros por segundo.

3. En este problema nos piden que demostremos que el ángulo  $\theta_3$  de la figura es, en realidad, igual a  $\theta_1$ . Planteemos las ecuaciones de la refracción (ley de Snell, ecuación 12) para la primera y la segunda refracciones, a la entrada y a la salida del trozo de vidrio:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \quad (113)$$

$$n_2 \operatorname{sen} \theta_2 = n_3 \operatorname{sen} \theta_3 \quad (114)$$

Fijaos que tenemos un trozo de vidrio dentro de un medio cualquiera, es decir, el trozo de vidrio está rodeado por este medio, por eso el medio de entrada en la primera refracción es el mismo que el medio de salida en la segunda refracción y utilizamos el mismo índice de refracción  $n_1$ . Fijaos también que, dado que la lámina de vidrio es plana y, por lo tanto, sus lados son paralelos, el ángulo de refracción en la primera refracción es igual al ángulo de incidencia en la segunda refracción,  $\theta_2$ .

Ahora aislemos  $\sin \theta_3$  en la ecuación de la segunda refracción (ecuación 114):

$$\sin \theta_3 = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2 \quad (115)$$

Pero  $\sin \theta_2$  lo podemos hallar a partir de la ecuación de la primera refracción (ecuación 113):

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \quad (116)$$

Sustituimos esto en la ecuación 115 y obtenemos:

$$\sin \theta_3 = \frac{n_2}{n_1} \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \quad (117)$$

de lo cual nos queda:

$$\sin \theta_3 = \sin \theta_1 \quad (118)$$

Esto solo se puede cumplir si  $\theta_3 = \theta_1$  o bien  $\theta_3 = \theta_1 + \pi$ . Ahora bien, el segundo caso es imposible, porque no puede salir ningún rayo refractado con ángulos superiores a  $\pi/2$ . Por lo tanto, solo nos queda la posibilidad que:

$$\theta_3 = \theta_1 \quad (119)$$

¡que es lo que queríamos demostrar!

Si queréis, como ejercicio complementario, os dejamos la tarea de determinar el desplazamiento que sufre el rayo,  $s$ , en función del ángulo de incidencia  $\theta_1$  y el espesor  $d$ .

**4.** Sabemos que la mitad del ángulo del cono de aceptación corresponde al ángulo crítico en la separación entre el núcleo y el revestimiento. Un rayo que llegue a la fibra con el ángulo del cono de aceptación estará justo al límite de ser reflejado totalmente, es decir, llegará al revestimiento con el ángulo crítico  $\theta_c$ .

Si observáis la figura 11 podéis ver que si somos capaces de determinar el ángulo crítico (ecuación 18), podremos saber inmediatamente el ángulo  $\theta_2$ ,

ya que a partir del triángulo rectángulo formado por los lados  $a$ ,  $b$  y  $c$  tenemos que  $\theta_2 = \pi/2 - \theta_c$ . Y una vez que sepamos  $\theta_2$  podremos hallar  $\theta_1$  aplicando la ley de Snell (ecuación 12).

Recordad que la suma de los tres ángulos de un triángulo es  $180^\circ$  o  $\pi$  rad.

Los datos que sabemos son:

- Los índices de refracción
  - del aire:  $n_1 = 1$ ,
  - del núcleo:  $n_2 = 1,492$ ,
  - del revestimiento:  $n_3 = 1,489$ .

Empezemos, pues, calculando el ángulo crítico en la frontera núcleo-revestimiento.

Según la ecuación 18,

$$\theta_c = \arcsen \frac{n_3}{n_2} = \arcsen \frac{1,489}{1,492} = 1,5073 \text{ rad } (86,36^\circ) \quad (120)$$

Tal como ya hemos dicho antes, a partir de  $\theta_c$  podemos hallar  $\theta_2$ , ya que

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_c \quad (121)$$

por tanto,

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - 1,5073 = 0,0634 \text{ rad } (3,64^\circ) \quad (122)$$

Ahora, aplicando la ley de Snell (ecuación 12):

$$n_1 \sen \theta_1 = n_2 \sen \theta_2 \quad (123)$$

tenemos que:

$$\theta_1 = \arcsen \left( \frac{n_2}{n_1} \sen \theta_2 \right) = \arcsen \left( \frac{1,492}{1} \sen 0,0634 \right) = 0,0947 \text{ rad } (5,43^\circ) \quad (124)$$

Por lo tanto, la mitad del cono de aceptación es  $5,43^\circ$  y todo el cono de aceptación alcanza un ángulo de  $10,86^\circ$ .

**5.** A partir de la figura 11 podéis ver que mientras que un rayo que penetre horizontalmente en la fibra recorrerá una distancia  $a$ , un rayo que penetre con el ángulo máximo del cono de aceptación recorrerá una distancia  $c$ .

Fijaos que la relación entre las distancias  $a$  y  $c$  es el coseno del ángulo  $\theta_2$ :

$$\cos \theta_2 = \frac{a}{c} \quad (125)$$

Este valor ya lo hemos calculado en el problema anterior, y era

$$\theta_2 = 0,0634 \text{ rad } (3,64^\circ) \quad (126)$$

Por tanto,

$$\frac{a}{c} = \cos \theta_2 = 0,9979 \quad (127)$$

Esta es la relación entre cualquier distancia recorrida horizontalmente,  $x_a$ , y la recorrida formando el ángulo máximo permitido en la fibra,  $x_c$ . Así:

$$x_c = \frac{x_a}{0,9979} = 1,0020x_a \quad (128)$$

Es decir, la distancia recorrida formando el ángulo máximo permitido es 1,002 veces superior a la distancia recorrida horizontalmente. Ahora bien, nos dicen que la fibra tiene una longitud de 15 km. Por lo tanto, el rayo que entra con el ángulo máximo del cono de aceptación habrá recorrido:

$$1,0020 \cdot 15,000 = 15,030 \text{ m} \quad (129)$$

Resumiendo:

- El rayo que viaja horizontalmente recorre 15.000 metros:  $x_a = 15.000 \text{ m}$ .
- El rayo que viaja formando el ángulo máximo permitido en la fibra recorre 15.030 metros:  $x_c = 15.030 \text{ m}$ .

De hecho, nos preguntan cuál es la diferencia de tiempos empleados por cada uno de los rayos. Bien, de la cinemática básica recordad que el espacio recorrido es igual a la velocidad por el tiempo:

$$x = v \cdot t \quad (130)$$

y, en consecuencia,

$$t = \frac{x}{v} \quad (131)$$

El espacio que han recorrido los dos rayos ya lo sabemos (lo acabamos de calcular) y la velocidad es la velocidad de la luz en este medio, que nos dicen que tiene un índice de refracción de 1,492. Recordad que el índice de refracción es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío,  $v_0$ , y la velocidad de la luz en un medio,  $v$ . Por lo tanto, como (ecuación 10):

$$n = \frac{v_0}{v} \quad (132)$$

en este medio la velocidad de la luz es

$$v = \frac{v_0}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,492} = 2,01 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (133)$$

Ya sabemos la velocidad, por lo tanto podemos calcular el tiempo a partir de la ecuación 131. Para el rayo horizontal:

Recordad que  $1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ . Consultad el anexo de unidades.

$$t_a = \frac{x_a}{v} = \frac{15.000}{2,01 \cdot 10^8} = 7,463 \cdot 10^{-5} \text{ s} \quad (134)$$

Es decir, 74,63 microsegundos. Para el rayo inclinado:

$$t_c = \frac{x_c}{v} = \frac{15.030}{2,01 \cdot 10^8} = 7,478 \cdot 10^{-5} \text{ s} \quad (135)$$

que son 74,78 microsegundos. Así, la diferencia de tiempos,  $\Delta t$ , es:

$$\Delta t = t_c - t_a = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ s} \quad (136)$$

### Incrementos

Recordad que  $\Delta$  es la letra griega delta mayúscula y se suele usar para indicar incrementos. Cuando escribimos  $\Delta t$  queremos decir incremento de tiempo o diferencia de tiempos.

El problema lo hemos resuelto de forma particular. Si queréis, podéis intentar demostrar que, en general, para una fibra en aire, la diferencia de tiempos estará determinada por:

$$\Delta t = \frac{x_a v_0}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_1}} \quad (137)$$

donde, recordad,  $x_a$  es la longitud de la fibra,  $v_0$  es la velocidad de la luz en el vacío,  $n_2$  es el índice de refracción del núcleo de la fibra y  $\theta_1$  es el ángulo de incidencia del rayo de luz. Os lo dejamos como ejercicio opcional.

**6.** Para solucionar este problema hay que recordar cuál es la relación entre la diferencia de fase y la diferencia de camino recorrido por dos ondas. Esta relación la encontramos en la ecuación 74:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (138)$$

donde  $\delta$  es la diferencia de fase,  $\lambda$  es la longitud de onda y  $\Delta r$  es la diferencia de camino. En el caso que nos ocupa, sabemos:

- la diferencia de fase:  $\delta = \pi$ ,
- la longitud de onda:  $\lambda = 600 \text{ nm}$ .

Recordad que  $1 \text{ nm} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ . Consultad el anexo de unidades.

Así, de la ecuación 74 (o 138), aislamos  $\Delta r$  que es lo que nos piden:

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2\pi} \delta \quad (139)$$

Por lo tanto,

$$\Delta r = \frac{600 \cdot 10^{-9}}{2\pi} \pi = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 300 \text{ nm} \quad (140)$$

Que es media longitud de onda, como podíamos esperar.

Ahora nos piden que, con esta diferencia de camino, encontremos la diferencia de fase que se produce en una onda de longitud de onda diferente, concretamente de 800 nm. Nuevamente aplicamos la ecuación 74:

$$\delta = \frac{2\pi}{800 \cdot 10^{-9}} 300 \cdot 10^{-9} = \frac{3}{4}\pi \text{ rad} \quad (141)$$

que son  $135^\circ$ .

7. Cuando estudiamos la interferencia producida por dos rendijas (el experimento de Young) en el subapartado 3.4.1 llegamos al resultado que los máximos y los mínimos están situados a las distancias (ecuaciones 85 y 86):

$$y = m \frac{\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (142)$$

para los máximos y

$$y = (m - 1/2) \frac{\lambda L}{d} \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (143)$$

para los mínimos.

En el caso que nos ocupa nos dicen que utilizamos luz de longitud de onda 550 nm, que la distancia hasta la pantalla es de 12 metros y que el primer máximo después del central está a 82 cm. Es decir, sabemos:

- la longitud de onda:  $\lambda = 550 \text{ nm}$ ,
- la distancia entre las rendijas y la pantalla:  $L = 12 \text{ m}$ ,
- la posición del primer máximo, que corresponde a  $m = 1$  ( $m = 0$  sería el máximo central):  $y_1 = 0,82 \text{ m}$ .

De este modo podemos aplicar directamente la ecuación 85 con  $m = 1$  y aislar la distancia entre rendijas  $d$ :

$$y_1 = \frac{\lambda L}{d}, \quad (144)$$

de lo cual tenemos:

$$d = \frac{\lambda L}{y_1}. \quad (145)$$

Si sustituimos los valores correspondientes, llegamos a

$$d = \frac{550 \cdot 10^{-9} \cdot 12}{0,82} = 8,05 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 8,05 \mu\text{m} \quad (146)$$

**8.** Este problema vuelve a ser una aplicación casi directa de las ecuaciones 85 y 86 que nos dan la posición de los máximos y mínimos de interferencia en el experimento de la doble rendija. En este caso nos dicen que la distancia entre máximos es de 5,6 mm. Según la ecuación 85, la posición de los máximos es:

$$y = m \frac{\lambda L}{d} \quad m = 0,1,2,3,\dots \quad (147)$$

Esto significa que la separación entre un máximo y el siguiente (que simbolizaremos como  $\Delta y$ ) será:

$$\Delta y = y_m - y_{m-1} = m \frac{\lambda L}{d} - (m-1) \frac{\lambda L}{d} \quad (148)$$

que es simplemente:

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d} \quad (149)$$

En el caso planteado, tenemos:

- la separación entre máximos:  $\Delta y = 0,0056 \text{ m}$ ,
- la distancia entre rendijas y pantalla:  $L = 10 \text{ m}$ ,
- la separación entre rendijas:  $d = 0,0012 \text{ m}$ .

Puesto que nos piden la longitud de onda, aislémosla de la ecuación 149:

$$\lambda = \Delta y \frac{d}{L} \quad (150)$$

y aquí ya podemos sustituir todos los valores:

$$\lambda = 0,0056 \frac{0,0012}{10} = 6,72 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad (151)$$

Que son 672 nm, una longitud de onda que corresponde al extremo rojo del espectro visible.

**9.** Este problema es una aplicación directa de la relación de Einstein (ecuación 88) que nos dice la energía que tiene un fotón de una determinada frecuencia  $f$ .

La ecuación, recordad, es:

$$E = hf \quad (152)$$

donde  $h$  es la constante de Planck (ecuación 89), que vale  $6,626 \cdot 10^{-34}$  J·s. Solo tenemos que aplicar esto a los 6 casos que nos preguntan. Fijaos, sin embargo, que en el caso de la luz nos dan la longitud de onda y no la frecuencia. En este caso tendremos que utilizar, antes, la relación entre frecuencia y longitud de onda, que es (ecuación 8):

$$\lambda f = v \quad (153)$$

Supondremos que los fotones viajan por el vacío y, por tanto, tomaremos  $v = v_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s, la velocidad de la luz en el vacío.

Así,

a) Una onda radioeléctrica de AM de 900 kHz:

$$E = hf = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 900 \cdot 10^3 = 5,96 \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

#### Recordad

1 GHz =  $1 \cdot 10^9$  Hz  
 1 MHz =  $1 \cdot 10^6$  Hz  
 1 KHz =  $1 \cdot 10^3$  Hz  
 1 nm =  $1 \cdot 10^{-9}$  m  
 Consultad el anexo de unidades.

b) Una onda radioeléctrica de FM de 100 MHz:

$$E = hf = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 100 \cdot 10^6 = 6,26 \cdot 10^{-26} \text{ J}$$

c) Una microonda de 30 GHz:

$$E = hf = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 30 \cdot 10^9 = 1,99 \cdot 10^{-23} \text{ J}$$

d) Luz de 450 nm. Antes debemos hallar  $f$  mediante la ecuación 153:

$$f = \frac{v_0}{\lambda}$$

Y ya podemos sustituir en la ecuación 88 (152):

$$E = hf = h \frac{v_0}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{450 \cdot 10^{-9}} = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

e) y f) Estos apartados ¡os los dejamos a vosotros!

## Resumen

En la introducción de este módulo dijimos que a lo largo de estas páginas intentaríamos responder a algunas preguntas sobre la luz. ¿Cuáles hemos respondido realmente y cuáles hemos dejado fuera del alcance del módulo?

En primer lugar hemos podido responder a la pregunta de cómo se comporta la luz en las situaciones más simples y, en concreto, qué le pasa cuando se encuentra con un material opaco (rebota, se refleja, total o parcialmente) y qué le pasa cuando se encuentra con un material transparente diferente del material por el que estaba viajando (se refracta, es decir, se desvía). Con todo ello hemos establecido las leyes básicas de la óptica geométrica. No nos hemos preocupado de determinar casos más particulares, como las combinaciones de lentes y espejos que permiten formar imágenes y que serían el tema de un curso más detallado de óptica geométrica. En cualquier caso, es necesario que os quede claro que con estas pinceladas y con un poco de paciencia, se puede llegar a determinar cómo se comporta cualquier sistema óptico que forme imágenes.

Después hemos visto qué nos aporta describir la luz de manera más “real”, es decir, considerándola una onda electromagnética. Lo cierto es que con esta descripción, basada en la electrodinámica clásica establecida por Maxwell, podemos explicarlo casi todo. Al nivel que nos hemos quedado nosotros, hemos podido describir cualitativamente (y en algún caso, también cuantitativamente) los fenómenos de la interferencia y la difracción, y llegar así a describir la holografía. Realmente, en esta parte solo hemos utilizado el hecho de que la luz es una onda, pero no que es, específicamente, una onda electromagnética. Considerarlo nos abriría una puerta a la descripción de un gran abanico de fenómenos, que podríamos explicar con precisión, pero también nos llevaría a una mayor complejidad.

Es cierto que con la descripción de la luz como onda electromagnética podemos explicarlo casi todo; el problema es este *casi*. Y esto es lo que hemos intentado explicar en la última parte del módulo. Los pocos fenómenos que no puede explicar la descripción ondulatoria de la luz solo se pueden interpretar suponiendo que la luz está formada por pequeños paquetes, que llamamos *fotones*. Es importante que quede clara la idea de que esta descripción no sustituye a la descripción de la luz como onda, sino que ambas coexisten. Es decir, en algunos fenómenos la luz se comporta como onda, mientras que en otros se comporta como un haz de partículas. Es el fenómeno, puramente cuántico, de la dualidad onda-partícula, que hemos visto que no solo pasa con la luz, sino también con cualquier tipo de partícula. Esta descripción de la luz es más

compleja matemáticamente y, por lo tanto, sólo la hemos comentado de forma muy cualitativa, pero suficiente como para entender una de las creaciones que ha modificado más el panorama de la óptica en los últimos años: el láser.

Finalmente, y aprovechando que es un tema en que la óptica cuántica es fundamental, hemos hecho una introducción a los conceptos básicos de la informática cuántica. Hay que tener presente que es un campo muy nuevo y muy prometedor, pero que todavía no ha dado resultados concluyentes. Hemos visto que el uso de algoritmos que aprovechan las características cuánticas de la materia y la radiación puede llevar a un aumento espectacular de la capacidad de cálculo. Solo el futuro dirá si todo esto se traducirá en verdaderos ordenadores cuánticos o si llegaremos a un callejón sin salida; pero, en cualquier caso, tanto si es una cosa como la otra, todo lo que hayamos aprendido a lo largo del camino ¡habrá valido la pena!

En definitiva, en este módulo hemos hecho un repaso general a los grandes temas que trata la disciplina de la óptica, desde los más clásicos a los más modernos, deteniéndonos en los aspectos que hemos considerado más interesantes para vosotros como futuros informáticos.

## Ejercicios de autoevaluación

1. El ángulo de reflexión de la luz...
  - a) ... es siempre menor que el ángulo de incidencia.
  - b) ... es siempre mayor que el ángulo de incidencia.
  - c) ... a veces es menor y a veces mayor que el ángulo de incidencia.
  - d) ... siempre es igual al ángulo de incidencia.
2. Un helicóptero está volando sobre un lago helado a una altura de 324 m. El piloto ve su imagen reflejada en el hielo a una distancia...
  - a) ... de 648 m.
  - b) ... de 324 m.
  - c) ... que depende del ángulo en que mire el piloto.
  - d) ... que no podemos calcular porque no sabemos el índice de refracción del hielo.
3. En la superficie de separación entre dos medios transparentes, un rayo de luz se halla a  $45^\circ$  con la normal en el medio que tiene un índice de refracción de 1,14. En el otro lado, el rayo forma un ángulo de  $31,79^\circ$ . Por lo tanto, el índice de refracción de este segundo medio es:
  - a) 1,53.
  - b) 1,02.
  - c) imposible de calcular, porque faltan datos.
  - d) 1,14.
4. Un hombre invisible, ¿podría ver?
  - a) Sí.
  - b) No.
  - c) Es imposible saber.
  - d) Solo si se pusiera gafas.
5. Si reducimos la anchura de una rendija que produce un patrón de difracción, ¿cómo cambiará el patrón?
  - a) La separación entre máximos aumentará.
  - b) Los máximos se harán más estrechos y nítidos.
  - c) La separación entre mínimos disminuirá.
  - d) La separación entre máximos disminuirá y estos se harán más estrechos y nítidos.
6. La naturaleza corpuscular de la radiación electromagnética se pone de manifiesto con...
  - a) ... el experimento de la doble rendija de Young.
  - b) ... la difracción de la luz por una abertura pequeña.
  - c) ... el efecto fotoeléctrico.
  - d) Todos los anteriores.
7. Pueden sufrir difracción...
  - a) ... todas las partículas cargadas, como los electrones, pero no las partículas neutras, como el neutrón.
  - b) ... las ondas electromagnéticas y todas las partículas.
  - c) ... las ondas electromagnéticas, pero no las partículas.
  - d) ... los fotones, pero no las ondas electromagnéticas.
8. En una situación particular, un protón y un electrón tienen la misma energía cinética. Entonces la longitud de la onda asociada al protón según la relación de De Broglie es...
  - a) ... mayor que la del electrón.
  - b) ... menor que la del electrón.
  - c) ... igual que la del electrón.
  - d) ... imposible de determinar.
9. Una característica definitoria de la luz láser es que...
  - a) ... es muy direccional.
  - b) ... es muy coherente.
  - c) ... tiene una gran potencia.
  - d) Todas las anteriores.

## Solucionario

1. d; 2. d; 3. a; 4. b; 5. a; 6. c; 7. b; 8. b; 9. b

## Glosario

**camino óptico** *m* Distancia que recorrería la luz en el vacío en un tiempo igual al que tarda en recorrer una distancia especificada en un medio material. Matemáticamente equivale a la integral del índice de refracción de un medio sobre la línea entre dos puntos de este medio.

**clase de complejidad** *f* Conjunto de problemas que se pueden resolver con algoritmos cuyo uso de recursos aumenta en función del tamaño del problema en una misma proporción.

**coherencia** *f* Característica de la luz por la cual la diferencia de fase entre dos o más ondas se mantiene constante en cada punto del espacio a lo largo del tiempo.

**difracción** *f* Propagación no rectilínea de una onda cuando su frente de ondas se ve limitado por condiciones de contorno.

**dispersión** *f* Variación del índice de refracción de un medio en función de la frecuencia de la luz que lo atraviesa.

**fibra óptica** *f* Fibra de material transparente que se utiliza para guiar luz de forma confinada mediante la reflexión interna total de la luz en sus paredes.

**fotón** *m* Partícula mediadora de la interacción electromagnética. Tiene masa en reposo nula, carga eléctrica nula y espín igual a 1. Es sensible a las interacciones electromagnética y gravitatoria.

**holografía** *f* Técnica que permite el registro de la información sobre la amplitud y la fase de una onda en un soporte que solo permite registrar intensidades.

**holograma** *m* Elemento físico que recoge el patrón de interferencia correspondiente a una escena, generado mediante técnicas de holografía.

**índice de refracción** *m* Cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en un medio determinado.

**informática cuántica** *f* Uso de los fenómenos y las propiedades de la mecánica cuántica para representar y realizar operaciones sobre conjuntos de datos.

**láser** *m* Dispositivo que genera luz coherente mediante la emisión estimulada de radiación dentro de una cavidad resonante.

**máquina de Turing** *f* Dispositivo teórico que realiza operaciones con símbolos contenidos en una cinta.

**óptica** *f* Parte de la física que estudia las propiedades de la luz y los modos de generarla, transmitirla, manipularla y detectarla.

**qubit** *m* Unidad de información cuántica. Es el análogo al bit clásico y se describe mediante un vector de estado cuántico.

## Bibliografía

- Bova, B.** (2004). *Historia de la luz*. Barcelona: Espasa Calpe.
- Hagar, A.** (2007). "Quantum Computing". En: *Stanford Encyclopaedia of Philosophy*. <<http://plato.stanford.edu/entries/qt-quantcomp>>
- Hecht, E.; Zajac, A.** (1986). *Óptica*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Johnston, S. F.** (2006). *Holographic Visions: A History of New Science*. Oxford: Oxford University Press.
- José Pont, J.; Moreno Lubiáñez, M.** (1994). *Física y ciencia-ficción* (capítulo 7). Barcelona: Edicions UPC ("Polítext", 33).
- Orriols, G.** (2002). "Làsers i fotònica". En: *Física de la quotidianitat*. Sabadell: Caixa de Sabadell.
- Svelto, O.** (1998). *Principles of Lasers*. Nueva York: Springer-Verlag.
- Tipler, P. A.; Mosca, G.** (2005). *Física para la ciencia y la tecnología* (5a edición, volumen 2). Barcelona: Editorial Reverté.
- Townes, C. H.** (1999). *How the Laser Happened: Adventures of a Scientist*. Oxford: Oxford University Press.
- Tur, J.; Martínez, M. R.** (1987). *Tecnología y práctica del láser*. Barcelona: Marcombo-Boixareu.