

Astrofísica Estelar

Compilado por: S. J. Arthur

4 de abril de 2012

Índice general

0.1. Prefacio	II
1. Clasificación Espectral	1
1.1. Historia	1
1.2. Esquema de clasificación espectral	2
1.3. Leyes de Kirchhoff	4
1.4. Estado de ionización	4
2. Estructura estelar	7
2.1. Suposiciones básicas	7
2.2. Hacia un modelo de una estrella	7
2.2.1. Masa	8
2.2.2. Equilibrio hidrostático	9
2.2.3. Generación de energía	10
2.2.4. La Fusión de Hidrógeno en Helio	10
2.2.5. Flujo de energía	12
2.3. Estructura estelar básica	12
2.3.1. Estimaciones de cantidades físicas	13
3. Evolución Estelar	15
3.1. Introducción	15
3.2. Diagrama Hertzsprung-Russell	16
3.3. Gigantes Rojas	18
3.4. Nebulosa Planetaria	20
4. Etapas finales de la evolución estelar	23
4.1. Estrellas variables	23
4.2. Novas y supernovas	24
4.2.1. Novas y Supernovas Tipo Ia	26
4.2.2. Supernovas tipo II	26
4.3. Estrellas de neutrones	28
4.4. Pérdida de masa	31
5. Cúmulos estelares	33
5.1. Evolución estelar	33
5.2. Tipos de cúmulos estelares	34
5.3. Cúmulos como trazadores de la evolución estelar	34

0.1. Prefacio

Estos capítulos constituyen una introducción al estudio de la astrofísica estelar. Comprende una breve descripción del sistema de clasificación espectral, los conceptos básicos de la teoría de la estructura estelar, y un recorrido por los puntos claves de la evolución de las estrellas.

El sistema de unidades que se utiliza es el sistema **cgs** que todavía utilizan los astrónomos. También en astronomía se utilizan otras unidades convenientes como el *parsec* para longitud y $km\ s^{-1}$ para velocidad. La conversión entre el sistema cgs y otras unidades al sistema SI es

	cgs	SI
masa	$10^3\ g$	1 kg
longitud	$10^2\ cm$	1 m
tiempo	1 s	1 s
densidad	$10^3\ g\ cm^{-3}$	$1\ kg\ m^{-3}$
velocidad	$1\ km\ s^{-1}$	$10^3\ m\ s^{-1}$
energía	$10^7\ erg$	1 N m
energía	1 eV	$1.602 \times 10^{-19}\ N\ m$
longitud	1 pc	$3.0865 \times 10^{16}\ m$
masa protón	m_H	$1.67 \times 10^{-21}\ kg$
masa solar	$1\ M_{\odot}$	$2 \times 10^{30}\ kg$
campo magnético	1 gauss	$10^{-4}\ tesla$

DATOS UTILES

constante de Boltzmann:	$k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$
constante gravitacional:	$G = 6.672 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2}$
constante de Stefan-Boltzmann:	$\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
constante de Planck:	$\hbar = 6.626 \times 10^{-27} \text{ erg s}$
velocidad de la luz:	$c = 3.0 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$
parsec:	$1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{18} \text{ cm}$
unidad astronómica:	$1 \text{ UA} = 1.496 \times 10^{13} \text{ cm}$
radio solar:	$R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10} \text{ cm}$
radio de la Tierra:	$R_{\oplus} = 6.378 \times 10^8 \text{ cm}$
masa solar:	$M_{\odot} = 2.0 \times 10^{33} \text{ g}$
luminosidad solar:	$L_{\odot} = 3.826 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$
masa del protón:	$m_H = 1.67 \times 10^{-24} \text{ g}$
un año:	$1 \text{ año} = 3.1557 \times 10^7 \text{ s}$

Capítulo 1

Clasificación Espectral

1.1. Historia

En 1817 Joseph Fraunhofer determinó que las diferentes estrellas tienen espectros distintos. Un espectro estelar consta de una franja continua brillante, llamada *el continuo*, con un patrón de líneas oscuras, las *líneas de absorción*, que ocurren en longitudes de onda bien definidas. Este patrón de líneas oscuras se puede comparar con espectros de laboratorio y el patrón característico de cada elemento químico puede identificarse.

El continuo se debe a la temperatura de la estrella y es una muy buena aproximación al espectro de un *cuerpo negro* de la misma temperatura efectiva. La ley de desplazamiento de Wien afirma que el máximo de la intensidad del espectro de un cuerpo negro ocurre para la longitud de onda $\lambda_{\max} = 0.29/T$ cm, en donde la temperatura se mide en grados Kelvin. Las temperaturas efectivas de las estrellas van desde unas 2000 grados para las estrellas más frías hasta unos 50,000 K para las estrellas masivas calientes. Las enanas blancas y otras estrellas en las etapas finales de sus vidas pueden alcanzar temperaturas de 100,000 K.

Las líneas de absorción se deben a iones y atómos que pueden estar presentes a las diferentes temperaturas. Las líneas de absorción de la estrella se deben a átomos e iones en su atmósfera. Algunas de las líneas de absorción son *interestelares*, es decir se deben a átomos, principalmente neutros, que se encuentran en el camino entre la estrella y la Tierra. Otras líneas de absorción que se ven en un espectro son *telúricas*, es decir se deben a átomos y moléculas en el atmósfera terrestre.



Figura 1.1: El espectro del Sol entre 5100 y 5200 Angström.

El primer sistema de clasificación de espectros estelares utilizó la fuerza relativa de las líneas de absorción de hidrógeno, empezando con el tipo A para las líneas más anchas.

En 1901 la astrónoma Annie Jump Cannon añadió los tipos espetrales O y B a la secuencia y también introdujo las subdivisiones decimales, es decir, cada tipo espectral se divide en 10 subdivisiones, p. ej. A0–A9. El esquema de *clasificación espectral de Harvard* es esencialmente el que empleamos hoy en día. Empezando con las estrellas más calientes, la secuencia es O, B, A, F, G, K, M.

Conforme pasamos de las estrellas más calientes a las más frías, la forma del continuo cambia porque la posición del máximo de la intensidad se mueve a longitudes de onda mayores.

1.2. Esquema de clasificación espectral

Tipo Espectral	Características
O	Son las estrellas blanco-azules más calientes con pocas líneas espectrales. Presentan líneas de absorción fuertes de HeII.
B	Son estrellas calientes blanco-azules. Presentan líneas de absorción de HeI. Las líneas de HeI son más fuertes para el tipo B2.
A	Son estrellas blancas. Las líneas de absorción de la serie de Balmer de hidrógeno son más fuertes para el tipo A0.
F	Son estrellas blanco-amarillas. Las líneas de absorción de CaII son importantes. Se presentan líneas de absorción de algunos metales neutros, p.ej. FeI, CrI.
G	Son estrellas amarillas con un espectro tipo solar. Las líneas de CaII son importantes. Las líneas de metales neutros son fuertes.
K	Son estrellas tibias anaranjadas. Las líneas de absorción de CaII (las líneas H y K) son más fuertes para el tipo K0. El espectro es dominado por las líneas de absorción de los metales.
M	Son las estrellas más frías y rojas. Sus espectros están dominados por bandas de absorción de moléculas.

Ejemplo

La estrella Vega es tipo A0. Posee líneas fuertes de absorción de hidrógeno.

El Sol es tipo G2. Las líneas de absorción de hidrógeno son débiles pero las líneas H y K de CaII son fuertes.

Cuadro 1.1: Algunas líneas espectrales importantes.

Longitud de onda λ [Angström]	Átomo o ión
3933	CaII (línea K)
3968	CaII (línea H)
4101	HI (línea H δ)
4342	HI (línea H γ)
4861	HI (línea H β)
6563	HI (línea H α)
5167–84	MgI (líneas b)
5270	FeI y CaI
5890–96	NaI (líneas D)

1.2. ESQUEMA DE CLASIFICACIÓN ESPECTRAL

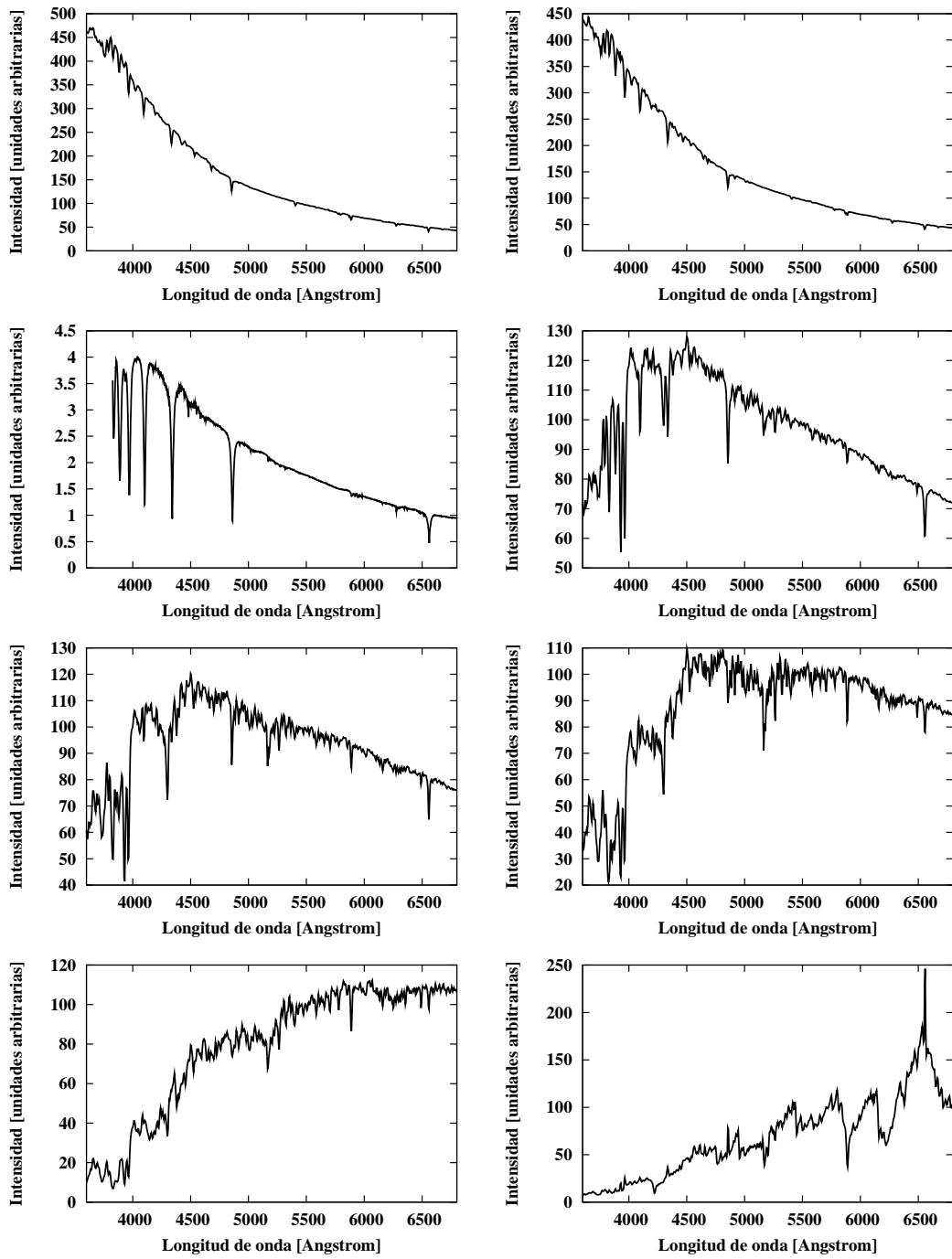


Figura 1.2: Espectros en el rango visible de estrellas de diferentes tipos espectrales. Desde arriba hacia abajo: O5, O9, A0, F6, G2, G9, K5, M4.

1.3. Leyes de Kirchhoff

1. Un gas caliente y denso, o un objeto sólido caliente, emite un espectro continuo sin líneas espectrales. Este espectro corresponde al espectro continuo de un cuerpo negro.
2. Un gas caliente y difuso emite *líneas de emisión* brillantes. Estas líneas de emisión se producen cuando un electrón hace una transición de un nivel alto a un nivel bajo dentro de un átomo o ión.
3. Un gas frío y difuso delante de una fuente de un espectro continuo produce *líneas de absorción oscuras* en el espectro continuo. Los electrones de los átomos e iones del gas frío y difuso pueden absorber fotones del espectro continuo a longitudes de onda determinadas para realizar una transición desde un nivel bajo a un nivel más alto dentro del átomo o ión.

Esta última es la situación que corresponde a una estrella. El gas caliente y denso es la estrella que emite un espectro como un cuerpo negro. El gas frío y difuso es la *atmósfera* que rodea la estrella.

1.4. Estado de ionización

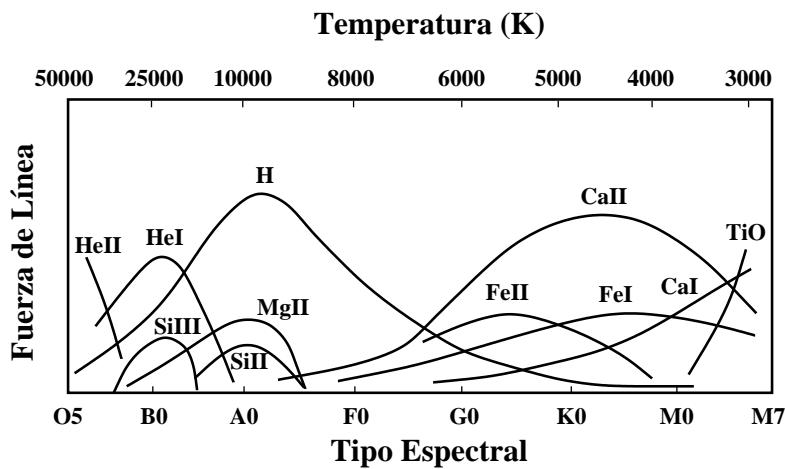


Figura 1.3: Variación en las fuerzas de las líneas espectrales como función de tipo espectral.

La secuencia de tipos espirituales se debe a los cambios de temperatura de las diferentes estrellas. La temperatura afecta la forma del continuo, pero también determina el estado de ionización de los diferentes elementos químicos y el estado de excitación de los electrones dentro de estos átomos e iones.

El estado de ionización se escribe con un número romano:

Átomos neutros:	H I, He I, Cl I, Ca I, etc
Una vez ionizado:	H II, He II, Cl II, Ca II, etc
Dos veces ionizado:	He III, Cl III, Ca III, etc

Las diferentes líneas que aparecen en los espectros de las estrellas dependen de los números relativos de átomos en diferentes estados de ionización y los números relativos de electrones en los diferentes niveles dentro de estos átomos. La figura 1.3 resume los contribuyentes principales al espectro de una estrella a diferentes temperaturas.

Las estrellas O tienen líneas de hidrógeno débiles por que sus atmósferas están muy calientes y el hidrógeno se encuentra casi totalmente ionizado. Las estrellas M tienen líneas de hidrógeno débiles por que la temperatura es demasiado baja para excitar los electrones arriba del nivel base.

Capítulo 2

Estructura estelar

2.1. Suposiciones básicas

Una estrella es un objeto que satisface:

- Es ligado por su autogravedad.
- Radia energía proporcionada por una fuente interna.

El requisito de la autogravedad trae como consecuencia que una estrella es una esfera, debido a que la gravedad es una fuerza esféricamente simétrica.

La fuente de radiación interna puede ser la energía liberada por las reacciones de fusión en el interior estelar, o bien, la energía potencial gravitacional liberada durante la contracción o colapso del objeto.

Con esta definición, los planetas obviamente no son estrellas porque reflejan la luz, no brillan por su cuenta. Tampoco los cometas son estrellas porque no están ligados por su autogravedad.

El hecho de que las estrellas liberan su energía interna implica que deben evolucionarse, es decir, experimentar cambios en su estructura y su composición química. Finalmente, una estrella muere cuando no puede cumplir con alguno de los requisitos básicos. Por ejemplo, cuando se acaba el reservorio de combustible en el núcleo de la estrella, se acaban las reacciones nucleares y la estrella empieza a enfriarse. Algunas estrellas estallan como supernovas, rompiendo la condición de autogravedad.

2.2. Hacia un modelo de una estrella

Para construir un modelo de la estructura interna de una estrella, es necesario imponer algunas suposiciones adicionales.

Aislamiento

Se ignoran los sistemas binarios cercanos, en donde las estrellas se interactúan entre sí. Una estrella se considera como un objeto aislado debido a que la distancia entre estrellas generalmente es mucho mayor que el radio estelar en cualquier fase de su vida.

Por ejemplo, el radio del Sol es $R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10}$ cm, mientras que la distancia a la estrella más cercana, Próxima Centauri, es $d = 4.0 \times 10^{18}$ cm, es decir $d \simeq 6 \times 10^7 R_{\odot}$. Entonces, a esta distancia,

la aceleración debido a la fuerza de gravedad y el flujo radiante, que obedecen leyes de cuadrados inversos, se disminuyen por un factor de $(6 \times 10^7)^{-2} \sim 10^{-15}$, comparado con sus valores en la superficie del Sol.

Composición química uniforme inicial

Se supone que una estrella nace con una masa dada y una composición química homogénea que es la de su nube molecular natal. Esta composición química depende de la época en la cual se formó la estrella: las primeras estrellas tienen menor *metallicidad* (en la astronomía, la metalicidad se refiere a todos los elementos más pesados que el hidrógeno y el helio). También depende de la ubicación de la estrella en la galaxia: generalmente las estrellas más cercanas al centro de la galaxia tienen mayor metalicidad.

Generalmente, se encuentra que la composición química de las estrellas consta de 70 % de H (hidrógeno) por masa, 25–30 % de He (helio) y cantidades menores de los elementos más pesados, los más comunes siendo C, N, O, Ne, S, Si y Fe.

Las capas superficiales de las estrellas son las menos afectadas por la evolución estelar, la cual ocurre principalmente en el núcleo de la estrella. Por lo tanto, las abundancias químicas en la superficie de la estrella son las más representativas de la composición química inicial.

Simetría esférica

La condición de autogravedad implica que las estrellas deben ser esféricas. Solamente hay desviaciones de la esfericidad debido a una rotación rápida de la estrella, o campos magnéticos muy fuertes. Ambos efectos son mucho menores a la energía de ligado gravitatorio de la estrella. Por ejemplo, en el caso del Sol, el diámetro en la posición del ecuador solar es más grande que el diámetro que pasa por los polos por 10.77 milisegundos de arco (el disco solar subtiene un ángulo de 16 minutos de arco en el cielo, así que la diferencia es $\sim 0.001\%$), de los cuales 8.01 milisegundos de arco se atribuyen a la rotación del Sol y el resto a los efectos del campo magnético.

La suposición de simetría esférica quiere decir que las variaciones en las cantidades físicas, como son la densidad, la presión, la temperatura, etc, son *radiales*, es decir, estas cantidades son uniformes en una superficie esférica de radio r y podemos despreciar variaciones en las coordenadas angulares.

2.2.1. Masa

Si la masa total de una estrella es M_* y su radio es R_* , se define la masa de material estelar interior a radio r ($0 \leq r \leq R_*$) por

$$m(r) = \int_0^r \rho(r) 4\pi r^2 dr ,$$

en donde $4\pi r^2 dr$ es el elemento de volumen de una cáscara delgada de grosor dr que se encuentra a distancia r del centro estelar y que tiene densidad $\rho(r)$. La densidad de material estelar no es una constante sino disminuye con radio desde el centro hacia afuera: las densidades en los núcleos de las estrellas son de orden $\rho_n \sim 100 \text{ g cm}^{-3}$, mientras que las densidades en la superficie son de orden $\rho_s \sim 10^{-6} \text{ g cm}^{-3}$.

El elemento de masa es $\delta m = 4\pi r^2 \rho(r) \delta r$ y entonces podemos utilizar la coordenada de masa en vez del radio, donde $0 \leq m \leq M_*$ cuando $0 \leq r \leq R_*$. Este cambio de variable resulta muy útil, porque la masa de la estrella, M_* , queda aproximadamente constante durante la evolución

mientras que el radio, R_* , puede variar por órdenes de magnitud, por ejemplo cuando la estrella entra en la fase de gigante roja.

2.2.2. Equilibrio hidrostático

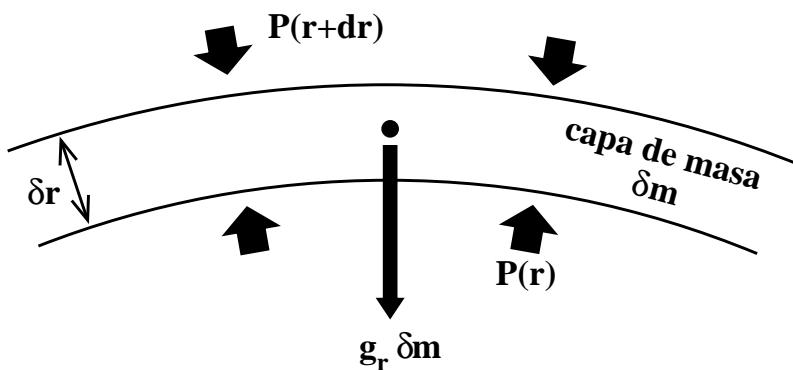


Figura 2.1: Equilibrio de fuerzas sobre una capa delgada esférica dentro de una estrella.

El gradiente radial de la presión debe balancear la fuerza debido a la gravedad a todos puntos interiores de la estrella, porque al contrario la estrella se expande o se contrae. Esta condición de equilibrio se conoce como el *equilibrio hidrostático*.

Si consideramos una cáscara esférica de masa δm a radio r del centro de la estrella, entonces la fuerza de gravedad que actúa sobre esta cáscara es

$$g_r \delta m = -\frac{Gm(r)}{r^2} \delta m ,$$

en donde $g_r = -Gm(r)/r^2$ es la aceleración debido a la gravedad de toda la masa interior a r y $G = 6.672 \times 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-2}$ es la constante de gravedad.

Las fuerzas de presión que actúan sobre la cáscara son:

En la superficie inferior: $4\pi r^2 P(r)$,

En la superficie exterior: $4\pi(r + dr)^2 P(r + dr)$.

Por lo tanto, equilibrando las fuerzas en dirección radial (hacia afuera) obtenemos

$$4\pi((r + dr)^2 P(r + dr) - r^2 P(r)) = -\frac{Gm(r)}{r^2} \delta m .$$

Ahora, utilizamos la definición del elemento de masa $\delta m = 4\pi r^2 \delta r$, para encontrar

$$4\pi((r + dr)^2 P(r + dr) - r^2 P(r)) = -4\pi G m(r) \rho(r) \delta r .$$

En el límite $\delta r \rightarrow dr \rightarrow 0$, obtenemos la *ecuación de equilibrio hidrostático*

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2} ,$$

en donde m , ρ , P son funciones de radio r y G es la constante de gravedad.

Podemos escribir la ecuación de equilibrio hidrostático en términos de la coordenada de masa:

$$\frac{dP}{dm} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} ,$$

en donde r es ahora una variable dependiente de m y el gradiente de la presión es con m .

2.2.3. Generación de energía

Se supone que la energía se genera en el centro de la estrella por las reacciones de fusión y es transportada hacia la superficie. El flujo de energía (energía por unidad tiempo) a través de una esfera de radio r es la luminosidad $L(r)$. La luminosidad total de la estrella, L_* , corresponde al valor en la superficie, $L_* = L(R_*)$. El gradiente de la luminosidad con radio es

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon ,$$

donde ϵ es la tasa de generación de energía por unidad masa y es una función conocida de ρ , T , y la composición química, que se obtiene de la física nuclear.

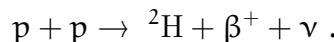
2.2.4. La Fusión de Hidrógeno en Helio

Hay dos maneras de fusionar hidrógeno en helio:

Cadena protón-protón

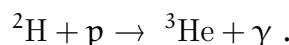
Funciona para temperaturas en el núcleo $T_n < 18 \times 10^6$ K.

El primer paso es la fusión de dos núcleos de hidrógeno (protones) para formar un núcleo de deuterio (isótopo de hidrógeno con un neutrón, escrito 2H) liberando un positrón (β^+) y un neutrino (ν).

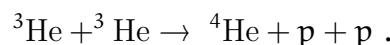


Este proceso tarda unos 10^9 años.

Luego, un núcleo de deuterio se fusiona con otro protón para formar un isótopo de helio (3He) liberando un fotón (rayo- γ). Este proceso es muy rápido y tarda solamente 1 segundo.



Finalmente, dos núcleos de helio 3He se fusionan para formar un núcleo de 4He liberando dos protones. Este proceso tarda unos 10^6 años.



El proceso neto ha sido la conversión de 4 protones (núcleos de hidrógeno) en un núcleo de helio. Además, para cada núcleo de 4He formado se libera energía en forma de

- 2 fotones de rayos- γ
- 2 neutrinos
- 2 positrones que colisionan con electrones cercanas, así liberando 2 fotones de rayos- γ .
- energía cinética (es decir, calor) del núcleo de 4He final y los 2 protones que salen de la cadena protón-protón.

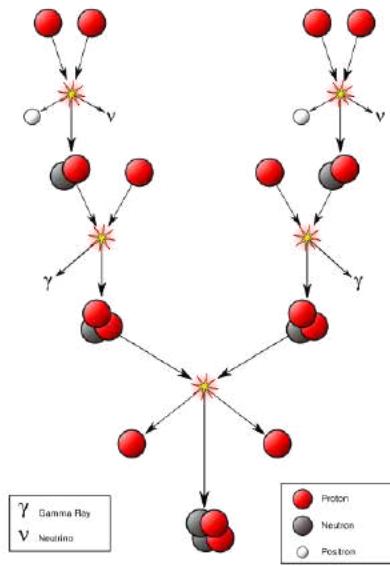


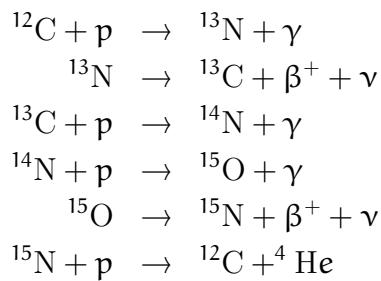
Figura 2.2: Diagrama esquemático de la cadena protón-protón.

La tasa de generación de energía de la cadena protón-protón es $\epsilon \propto T^4$.

El ciclo CNO

Funciona para temperaturas en el núcleo estelar $T_n > 18 \times 10^6$ K.

Este ciclo tiene 6 pasos, los cuales podemos resumir en la siguiente forma:



Es decir, empezando con un núcleo de ^{12}C (carbono) en el primer paso, agregamos 4 protones en los pasos 1, 3, 4 y 6 y terminamos con un núcleo de ^{12}C al final, junto con el núcleo de ${}^4\text{He}$. Pasamos por varios isótopos de carbono, nitrógeno y oxígeno.

El resultado neto es la conversión de 4 protones en un núcleo de helio ${}^4\text{He}$ con la liberación de energía en forma de fotones de rayos- γ , neutrinos y positrones. Debido a que la ^{12}C no es destruido por el proceso (entra al principio y sale al final), decimos que juega el papel de un catalizador para la reacción nuclear.

La fuerza repulsiva de las cargas positivas entre un protón y un núcleo de carbono (6 protones) o nitrógeno (7 protones) es muy grande y por esto los protones tienen que estar moviéndose muy rápido. Ésta es la razón por la cual el ciclo CNO ocurre a temperaturas mayores que la cadena protón-protón.

Los primeros pasos en el ciclo CNO ocurren en tiempos mucho más cortos que el primer paso en la cadena protón-protón, y por lo tanto el ciclo CNO puede volverse la fuente dominante de fusión

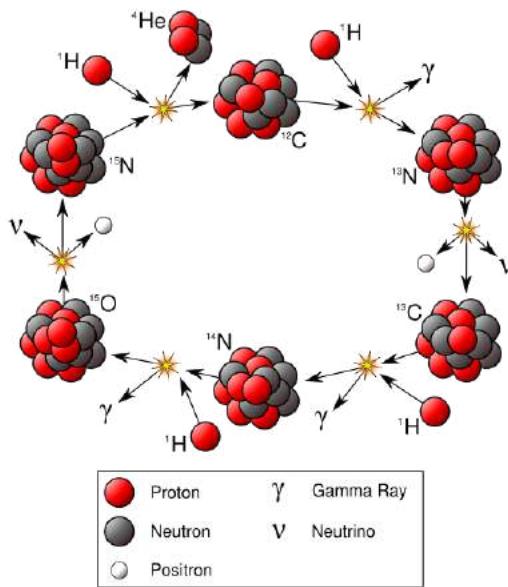


Figura 2.3: Diagrama esquemático del ciclo CNO.

de hidrógeno en estrellas cuyas temperaturas centrales son un poco más calientes que la del Sol. La tasa de generación de energía en el ciclo CNO es $\epsilon \propto T^{18}$.

2.2.5. Flujo de energía

La energía se transporta desde el centro, donde es generada, hacia la superficie. El transporte puede ser mediante conducción, convección ó radiación, o una combinación de éstas. El flujo de energía determina el gradiente radial de temperatura dentro de la estrella.

En las estrellas masivas $M > 8M_{\odot}$, el transporte de energía es principalmente por radiación, y depende de la *opacidad* del material estelar a la radiación. La opacidad se escribe κ y es una función conocida de la temperatura, la densidad y el estado de ionización del gas estelar que se obtiene de la física cuántica y atómica.

En las estrellas como el Sol, la convección es el mecanismo de transporte de energía más importante. La convección es un tipo de inestabilidad dinámica que ocurre cuando el gradiente radial de temperatura se hace demasiado grande. La convección no tiene consecuencias catastróficas para la estrella: consta de un movimiento macroscópico de masa que lleva al transporte eficiente de calor y el mezclado de material desde los radios interiores hacia radios mayores de la estrella.

La conducción solamente es un mecanismo importante de transporte de energía en las enanas blancas.

2.3. Estructura estelar básica

La estructura estelar se puede representar por cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias (para la masa, la ecuación de equilibrio hidrostático, la ecuación para la producción de energía y la ecuación para el transporte de energía).

Es conveniente escribir las ecuaciones en términos de la coordenada de masa m , en vez de la coor-

denada radial r .

Condiciones de frontera

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas, es necesario definir las condiciones de frontera.

$$\text{En } r = 0, \quad L(r) = 0 \quad \text{y} \quad m(r) = 0 .$$

$$\text{En } r = R_*, \quad L(R_*) = L_*, \quad m(R_*) = M_* \quad \text{y} \quad P(R_*) = 0 .$$

2.3.1. Estimaciones de cantidades físicas

La densidad promedio de una estrella se obtiene simplemente dividiendo su masa por su volumen

$$\bar{\rho} = \frac{M_*}{4\pi R_*^3/3} .$$

La temperatura promedio se puede estimar al considerar la energía interna total de la estrella y aplicar el teorema del Virial. La energía interna es

$$U = \int_0^{M_*} \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} dm ,$$

en donde $\gamma = 5/3$ (para un gas monatómico) es el cociente de calores específicos, $P(m)$ es la presión y $\rho(m)$ es la densidad del gas en función de la coordenada de masa. Para un gas ideal, la presión y la densidad se relacionan mediante $P = \rho k T / m_p$, en donde T es la temperatura, k es la constante de Boltzmann y $m_p = m_H$ es la densidad promedio de una partícula (que podemos considerar un átomo de hidrógeno en este caso). Por lo tanto,

$$U = \frac{3}{2} \frac{k}{m_H} \bar{T} M_* ,$$

donde \bar{T} es la temperatura promedio y M_* es la masa total de la estrella.

El teorema del Virial relaciona la energía gravitacional potencial de la estrella Ω , con la energía interna de la estrella U ,

$$2U + \Omega = 0 .$$

Para una estrella de densidad constante,

$$\Omega = - \int_0^{M_*} \frac{Gm dm}{r} = - \frac{3}{5} \frac{GM_*^2}{R_*} .$$

Por lo tanto, utilizando el teorema del Virial, obtenemos

$$\frac{3k\bar{T}M_*}{m_H} = \frac{3}{5} \frac{GM_*^2}{R_*} ,$$

es decir, la temperatura promedio es

$$\bar{T} = \frac{GM_* m_H}{5kR_*} .$$

Sustituyendo valores de las constantes físicas, y la masa y radio del Sol, obtenemos $\bar{T} = 4.6 \times 10^6$ K. Esta temperatura es una temperatura promedio, y sabemos que en la superficie del Sol la temperatura es solamente ~ 6000 K. Por lo tanto, la temperatura en el centro del Sol será mucho más alta que la temperatura promedio. A estas temperaturas, el hidrógeno y el helio están completamente ionizados y el gas es realmente un plasma de núcleos atómicos (es decir iones) y electrones.

Capítulo 3

Evolución Estelar

Autora: Yolanda Gómez

3.1. Introducción

La formación estelar no se da de manera individual sino en grupos. Cuando una nube molecular se colapsa puede llegar a formar desde unas cuantas hasta miles de estrellas, que a groso modo, podemos decir que tienen la misma composición química y se formaron casi al mismo tiempo. A este grupo de estrellas se les llama comúnmente cúmulos abiertos y son los lugares idóneos para estudiar la evolución estelar. Dentro de nuestra galaxia encontramos muchos de estos cúmulos y algunos son visibles a simple vista, como las Pléyades. El cúmulo de las Pléyades es el más cercano a nosotros, se localiza a una distancia aproximada de 440 años luz y se estima que lo componen cerca de 1000 estrellas, aunque a simple vista solo se aprecian siete estrellas brillantes, quizás por ello la gente lo conoce como las siete hermanas. La masa de las estrellas de este grupo, no obstante que se formaron casi al mismo tiempo, pueden llegar a tener valores muy variados.

Como veremos posteriormente, la masa es un factor clave que determina la evolución y tipo de muerte que le espera a una estrella. Una vez formada la estrella, esta tendrá una masa determinada que puede ir desde las más pequeñas de apenas 0.2 masas solares, hasta más de 40 veces la masa de nuestro Sol (1 masa solar, $M_{\odot} = 1.9 \times 10^{33}$ g). La cantidad de masa de una estrella está directamente relacionada con la cantidad de energía que libera por segundo, a lo que conocemos como su luminosidad. De hecho las estrellas más masivas son las más luminosas y aunque el cambio en masa de una estrella a otra no sea muy grande, el cambio en luminosidad si será apreciable. Por ejemplo, para una estrella 0.5 veces la masa del Sol, le corresponde una luminosidad de 0.3 luminosidades solares (1 luminosidad solar, $L_{\odot} = 3.8 \times 10^{33}$ erg s⁻¹), mientras que para una estrella 36 veces más masiva, de $18 M_{\odot}$, le corresponde una luminosidad de 20,000 luminosidades solares, un factor $\sim 6 \times 10^4$ veces mayor. Esto se debe a que la luminosidad de una estrella, si esta se comporta como un gas ideal, depende del cuadrado de su radio y entonces las estrellas más masivas son también las más grandes y luminosas. Para una estrella de radio R y área de la superficie $A = 4\pi R^2$, su luminosidad vendrá dada por:

$$L = 4\pi\sigma R^2 T_{\text{ef}}^4$$

donde σ es conocida como la constante de Stefan-Boltzman ($\sigma = 5.670 \times 10^{-5}$ erg s⁻¹ cm⁻² K⁻⁴) y T_{ef} se define como la temperatura efectiva de la superficie de la estrella. Por ejemplo, para nuestro Sol, si sustituimos el valor de la luminosidad solar y el radio del Sol, $R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10}$ cm, obtenemos

que la temperatura de la superficie solar es $T_{\text{ef}} = 5770 \text{ K}$. La luminosidad de una estrella es un parámetro físico que identifica de manera única en qué fase evolutiva se encuentra la estrella.

3.2. Diagrama Hertzsprung-Russell

De estudios espectroscópicos se sabe que las estrellas tienen una composición inicial en masa de aproximadamente 70 % hidrógeno, 28 % helio y una pequeña parte de elementos pesados que puede ir de 2 a 3 % en estrellas como nuestro Sol, a solo unas décimas en estrellas pobres en metales. La principal fuente de energía de las estrellas, durante la mayor parte de su vida (para la cual se comporta a primera aproximación como un gas ideal; $L \propto T_{\text{ef}}^4$), es la fusión de átomos de hidrógeno en átomos de helio dentro del núcleo estelar. A esta etapa en la vida de la estrella se le conoce como la *Secuencia Principal*. Los astrónomos E. Hertzsprung y H. N. Russell, encontraron de manera independiente (el primero en 1911 y el segundo en 1913) una relación entre la luminosidad y la temperatura efectiva de las estrellas a la cual se le dio el nombre de *diagrama Hertzsprung-Russell* (HR). A la banda diagonal donde caen la mayor parte de las estrellas en el diagrama HR se le conoce como la Secuencia Principal.

Si comparamos la luminosidad (L_{\star}) y temperatura efectiva (T_{ef}) de los objetos más brillantes del cúmulo de las Pléyades, notamos que éstos quedan alineados en una banda diagonal que corresponde justamente a la Secuencia Principal dentro del diagrama HR (ver Figura 3.1).

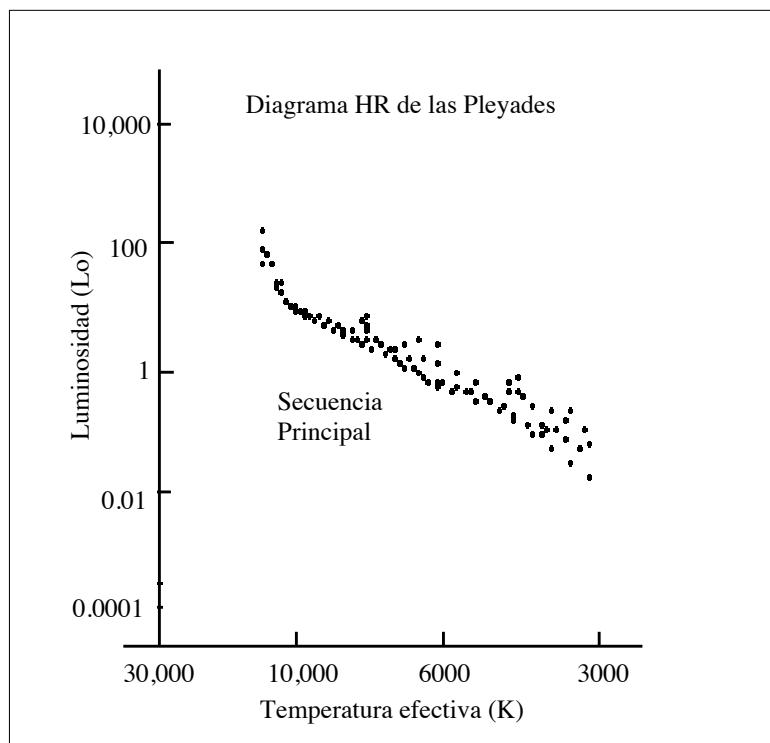


Figura 3.1: Diagrama Hertzsprung-Russell para el cúmulo abierto de las Pléyades. El eje vertical indica la luminosidad en unidades solares, y el eje horizontal la Temperatura efectiva en grados Kelvin. Note que la temperatura crece hacia la izquierda.

El principal parámetro que determina la posición de una estrella en la Secuencia Principal, consi-

Cuadro 3.1: Parámetros físicos de estrellas en la Secuencia Principal.

Tipo espectral	Temperatura Efectiva $T_{\text{ef}} [\text{K}]$	Masa $M [M_{\odot}]$	Luminosidad $L [L_{\odot}]$	Tiempo de
				Evolución $t_E [\text{años}]$
O5	45000	60	8×10^5	5.5×10^5
B5	15000	6	800	5.5×10^7
A0	10000	3	50	4.4×10^8
F0	7000	1.5	6.5	1.7×10^9
G0	6000	1.1	1.5	5.3×10^9
K0	5000	0.8	0.4	1.5×10^{10}
M5	3000	0.2	0.01	1.5×10^{11}

derando una composición química homogénea, es justamente su masa. Las estrellas más masivas deben de quemar más hidrógeno para poder tener una luminosidad mayor y consecuentemente tendrán una temperatura efectiva mayor, mientras que las estrellas de menor masa quemarán el hidrógeno en su núcleo de manera modesta produciendo una menor luminosidad y la temperatura efectiva será menor. Esto explica por qué las estrellas no quedan distribuidas de manera azarosa dentro del diagrama HR, sino que siguen una correlación bien definida. En la Figura 3.1 las estrellas del cúmulo de las Pléyades que caen a la izquierda serán más masivas que las que caen a la derecha.

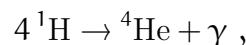
Conforme la masa de las estrellas aumenta, a lo largo de la Secuencia Principal, la presión y la temperatura en el núcleo de estas estrellas también aumentará. Es de esperarse que exista una temperatura mínima para la cual las reacciones nucleares sean tan pobres que ya no puedan mantener la fusión nuclear del hidrógeno. Esta temperatura mínima se alcanza para estrellas con masas del orden de $0.08 M_{\odot}$ ($T_{\text{ef}} = 2700 \text{ K}$, $L_{\star} = 5 \times 10^{-5} L_{\odot}$). De igual manera la Secuencia Principal tendrá un límite superior que se alcanza cuando una estrella llega a tener una masa mayor a $90 M_{\odot}$ ($T_{\text{ef}} = 53,000 \text{ K}$, $L_{\star} = 1 \times 10^6 L_{\odot}$), ya que la estrella experimentará oscilaciones térmicas en su interior que provocarán variaciones dramáticas en la producción de energía nuclear, impidiendo la formación de estrellas estables. La Secuencia Principal no solo está limitada por la masa de las estrellas, sino también por la edad de las mismas. Debido a que todas las estrellas del cúmulo se formaron casi al mismo tiempo, a esta Secuencia Principal también se le llama *Secuencia Principal de Edad Cero*, ZAMS (por sus siglas en inglés; Zero Age Main Sequence), a partir de la cual las estrellas evolucionarán hacia la derecha del diagrama HR.

Es posible saber teóricamente el tiempo que pasa una estrella en la Secuencia Principal, para lo cual se calcula el tiempo después del cual la estrella ha consumido el 10 % de su hidrógeno y le llamamos tiempo de evolución t_E . En la Tabla 1 se muestran los distintos tiempos de evolución para estrellas con masas distintas. Se observa que el t_E para estrellas masivas es menor que para estrellas con masas pequeñas. Esto se debe a que las estrellas masivas tienen que quemar más hidrógeno por unidad de tiempo para mantener sus luminosidades, agotando su combustible rápidamente. Por el contrario, para una estrella de masa pequeña, su luminosidad también es menor y la tasa de quemado de hidrógeno también será menor, pudiendo durar más tiempo en la Secuencia Principal. El tiempo de evolución estará dado por la siguiente relación: $t_E (\text{años}) = 7.3 \times 10^9 M [M_{\odot}] / L [L_{\odot}]$. Si observáramos el diagrama HR para estrellas de otros cúmulos nos daríamos cuenta que no solo hay estrellas a lo largo de la Secuencia Principal, sino que algunas de estas caen en la parte superior

derecha, a las que llamamos gigantes y otras caen en la parte inferior izquierda del diagrama, a las cuales llamamos enanas. Estos nombres se dieron debido a que siguiendo la teoría de la radiación uno espera que si dos estrellas tienen la misma temperatura, pero una es mas brillante que la otra, la más brillante debe tener una superficie más grande, de ahí el nombre de gigantes. El encontrar estrellas fuera de la Secuencia Principal, donde previamente dijimos que la principal fuente de energía era la fusión de átomos de hidrógeno en átomos de helio, nos sugiere que deben de existir otros mecanismos físicos de generación de energía.

3.3. Gigantes Rojas

La principal fuente de energía de las estrellas de la Secuencia Principal es la fusión de átomos de hidrógeno en helio, a lo cual comunmente se le llama *quema de hidrógeno*. Esta quema de hidrógeno ocurre cuando la temperatura ($\sim 10^7$ K) y la densidad ($\sim 10^2$ g cm $^{-3}$) en el centro de la estrella, permiten mediante el proceso protón-protón (p-p) la formación de núcleos de helio. Esta reacción está dada por:



donde γ es la energía liberada en el proceso p-p. Una de las consecuencias del proceso anterior es la formación de núcleos de He los cuales se acumulan en el centro de la estrella, sin tener reacciones termonucleares, y constituyéndose el llamado *núcleo inerte de helio*. La quema de hidrógeno continúa en una cáscara alrededor del núcleo inerte.

Con el tiempo, la densidad y la temperatura del núcleo de helio aumentan debido a la contracción del núcleo de la estrella. Paralelamente, la tasa de energía producida en la cáscara del quemado de hidrógeno también se hace mayor. Este aumento de potencia hace que la envolvente de hidrógeno se expanda para mantener el equilibrio hidrostático, haciendo que la estrella entre en la fase de gigante roja.

Cuando la masa del núcleo estelar alcanza a ser del orden del 10 % de la masa total de la estrella, el núcleo debería de colapsarse debido al límite de Schoenberg-Chandrasekhar. Sin embargo, para cuando ésto ocurre, la materia del núcleo está en estado degenerado y la presión de degeneración de los electrones impide el colapso.

El estado degenerado es aquel donde, debido al principio de exclusión de Pauli, la materia no puede comprimirse indefinidamente apareciendo una presión de degeneración que no se puede explicar clásicamente. La presión degenerada de los electrones es justamente la que determina la estructura de las estrellas enanas blancas ($\rho \sim 10^6$ g cm $^{-3}$), mientras que la presión de degeneración de los neutrones la de las estrellas de neutrones ($\rho \sim 10^{14}$ g cm $^{-3}$).

En general el material degenerado tiene dos propiedades importantes: es un buen conductor y es muy difícil de comprimir. La primera hace que el núcleo, compuesto principalmente de helio, se comporte como metal manteniéndose isotérmico, es decir, que cualquier diferencia de temperatura en el núcleo será atenuada rápidamente. La segunda nos dice que el material degenerado opondrá gran resistencia a la compresión.

La estructura de la estrella en esta etapa de gigante roja consiste de un núcleo degenerado, pequeño y muy denso, compuesto de helio inerte, envuelto por una cáscara de helio parcialmente degenerado (mezcla de He recientemente adquirido de la quema de H y de material degenerado). Más hacia afuera se tiene una cáscara delgada donde ocurre la quema de hidrógeno y finalmente una envolvente extensa y tenue de hidrógeno, donde la energía es transportada hacia las capas externas ya sea por convección o por radiación. La quema de hidrógeno continúa produciendo núcleos de helio, los cuales se incorporan al núcleo degenerado, incrementando su masa. Como el núcleo degenerado ya

3.3. GIGANTES ROJAS

19

no puede contraerse más, la masa adicional producirá un aumento en su volumen y temperatura, haciendo que la parte externa de la estrella se expanda en forma lenta, aumentando su luminosidad, hasta alcanzar un gran tamaño y el material, al menos en la envolvente, se encontrará muy diluido. Es posible identificar las fases evolutivas para una estrella como nuestro Sol en un diagrama HR teórico (Figura 3.2).

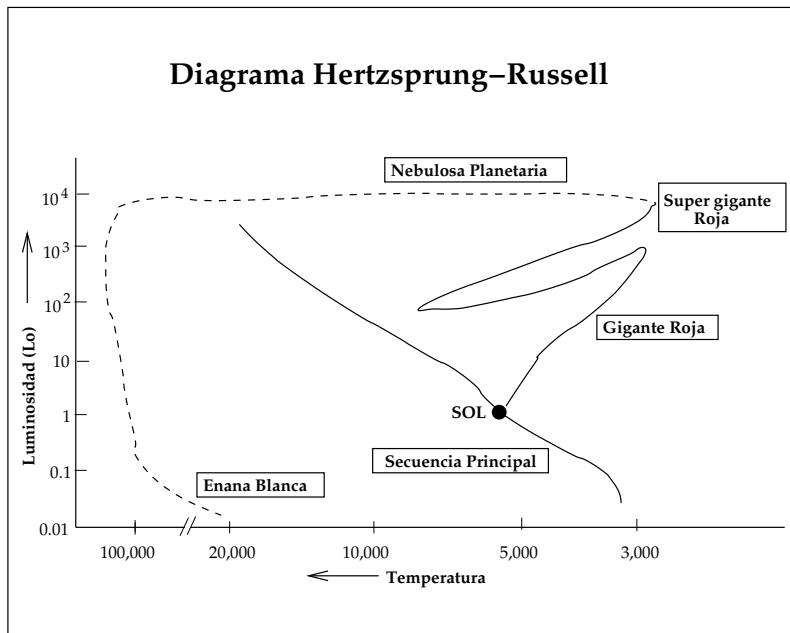


Figura 3.2: Esquema del diagrama Hertzsprung-Russell para una estrella tipo solar.

En la etapa de gigante roja, la quema de hidrógeno aumenta, haciendo que la estrella se expanda y se enfrie. El núcleo continúa aumentando su densidad y temperatura y en él la tasa de colisiones entre los núcleos de helio crece. Sin embargo, para formar núcleos de elementos más pesados no es suficiente que dos núcleos de helio colisionen, pues producirían Berilio inestable (inmediatamente se rompería regresando a los núcleos originales de helio), sino que es necesario que tres núcleos de helio colisionen casi simultáneamente, en un tiempo menor a 2.6×10^{-16} s. Este proceso es conocido como *triple-alfa*. La probabilidad de que tres núcleos de helio colisionen casi al mismo tiempo es muy pequeña, a no ser que la tasa de colisiones sea muy alta. El proceso triple-alfa se da cuando la densidad del material degenerado es $\rho > 10^5 \text{ g cm}^{-3}$, y la temperatura en el centro alcance valores del orden de 100 millones de grados.

El inicio de la quema de helio ocurre de manera explosiva. El material degenerado no se expande al aumentar su temperatura y por lo tanto la producción de energía nuclear crece sin control. Finalmente, la temperatura crece lo suficiente para que el gas deje de ser degenerado y se expande, occasionando una disminución en la producción de energía nuclear. A este proceso se le conoce como *llamarada de helio*.

En la quema de helio se estarán produciendo núcleos de carbono y éstos a su vez pueden interactuar con núcleos de helio formando oxígeno. Para estrellas de masa intermedia (entre 1 a $8M_\odot$) esta será su última fuente de energía, manteniendo un núcleo estelar que se irá colapsando gravitacionalmente hasta formar lo que conocemos como estrella enana blanca.

Para estrellas con masas mayores al colapsarse el núcleo la densidad y temperatura serán muy grandes ($\rho \sim 10^6 \text{ g cm}^{-3}$; $T \sim 600$ millones de grados), los núcleos de carbono y oxígeno empezarán

a interactuar entre sí, liberando gran cantidad de energía y consecuentemente la estrella se expande. A este momento se le conoce como *la llamarada de carbono*. Este proceso de formación de núcleos de átomos cada vez más pesados continuará, deteniéndose cuando el núcleo esté compuesto de fierro, por ser éste el elemento más pesado que puede ser formado exotérmicamente por fusión nuclear.

3.4. Nebulosa Planetaria

Como hemos visto, un factor importante que altera la evolución de las estrellas es su masa original; si es menor a $1 M_{\odot}$ no tendrá *llamarada de helio*, de la misma manera si la masa es menor a $8M_{\odot}$ no tendrá una llamarada de carbono. Estas estrellas de masa intermedia ($1 < M_{\star} < 8M_{\odot}$), después de tener la llamarada de helio (en la fase de gigante roja), disminuyen rápidamente su luminosidad y aumentan su temperatura, ocupando la región de la llamada *rama horizontal* en el diagrama HR. Luego de esta fase la estrella comenzará a fusionar helio en carbono en una cáscara (además de la cáscara de quemado de hidrógeno en la parte externa), incrementando su luminosidad y disminuyendo su temperatura superficial a lo largo de la llamada *rama asintótica*, dirigiéndose ahora al estado de supergigante roja. Es al final de esta *rama asintótica*, también conocida como AGB por sus siglas en inglés (Asymptotic Giant Branch), que la supergigante roja pasa al estado de nebulosa planetaria.

Una nebulosa planetaria (NP) consiste en general de una masa gaseosa brillante que fue eyectada por la estrella gigante o supergigante roja y una estrella central brillante que terminará como enana blanca. Frecuentemente (pero no siempre), a estas envolventes gaseosas se les observa algún grado de simetría esférica, como el caso de la nebulosa NGC 6720, conocida como la nebulosa del Anillo (ver Figura 3.3).

La primera NP fue identificada observacionalmente por Charles Messier en 1764 y recibió el número 27 en su catálogo de objetos nebulosos (M27). El nombre de NP fue dado por William Herschel (1791), quién utilizando telescopios pequeños encontró que aparecían como pequeños círculos brillantes de color verdoso, similar al observado en los planetas Urano y Neptuno. Actualmente sabemos que las NPs no tienen nada que ver con los planetas y que el color verde se debe a la emisión de luz proveniente de los átomos de oxígeno dos veces ionizado (OIII). Las NPs se encuentran generalmente asociadas con una estrella central vieja y muy caliente ($T_{\star} = 3 \times 10^4$ K a 3×10^5 K). Las densidades observadas en las NP varían entre 10^2 cm^{-3} y 10^5 cm^{-3} . La estrella central de la NP produce grandes cantidades de radiación energética (fotones ultravioleta) los cuales mantienen a la envolvente gaseosa caliente y ionizada. Hasta cierto punto las NPs son muy similares a las regiones ionizadas (regiones HII), en el sentido de que tenemos una estrella que ioniza el gas que la rodea, solo que en el caso de una región HII se trata de una estrella joven de reciente formación y en la NP se trata de una estrella de baja masa que se encuentra en su última etapa de su evolución.

A partir de estudios de la distribución en velocidad de las NPs, Curtis (1918) encontró que las NPs tenían una distribución similar a la que tienen las estrellas tipo tardío, distinguiéndolas de los objetos jóvenes. Shklovsky (1956) fué el primero en sugerir que las NPs eran los progenitores de las estrellas enanas blancas y descendientes de las estrellas gigantes rojas. Abell & Goldreich (1966) apoyaron esta sugerencia usando como argumento la similitud entre las velocidades de expansión de las NPs y la velocidad de escape de las gigantes rojas. Usando el número total de NP en nuestra galaxia de 6×10^4 (estimado por Shklovsky) y un tiempo de vida de 2×10^4 años, Abell y Goldreich mostraron que las NPs deben estar siendo formadas a una tasa de 3 NPs por año. Debido a que esta tasa es del mismo orden que la de la formación de estrellas de baja masa,

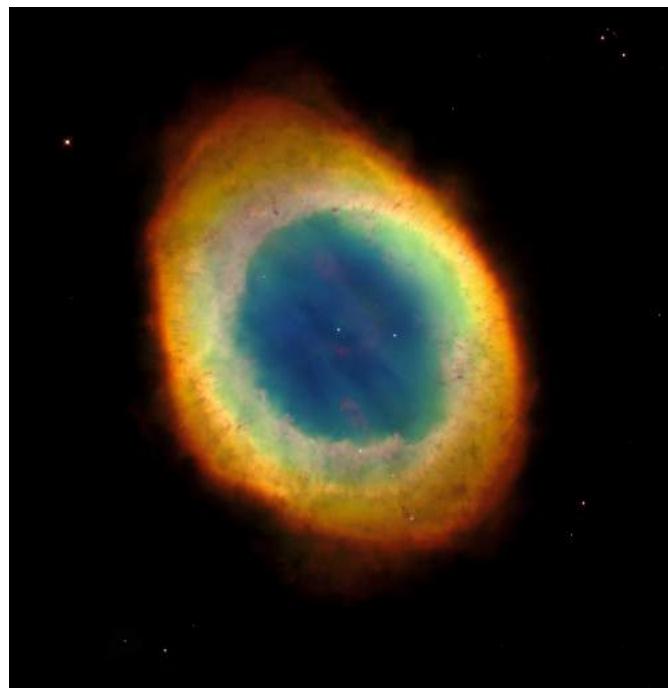


Figura 3.3: Imagen de la nebulosa planetaria conocida como *del Anillo* (M57; NGC6720) tomada por el telescopio espacial *Hubble*. Crédito: created for NASA by Space Telescope Science Institute and for ESA by the Hubble European Space Agency Information Centre under Contract NAS5-26555. <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/1999/01/image/a/>

sugieren que prácticamente todas las estrellas de baja masa (como nuestro Sol) pasarán por la etapa de NP.

En base a su apariencia difusa, las NPs fueron primeramente catalogadas junto con galaxias y cúmulos como parte del *New General Catalog of Clusters and Nebulae (NGC)* en 1887. Muchas NPs mantienen su nombre NGC. En nuestra galaxia se conocen alrededor de 1500 NPs y también se han detectado hacia otras galaxias. El número de NPs detectadas hasta ahora no representa el número total de NPs en nuestra galaxia debido principalmente a que existen muchas NP que permanecen ocultas por la extinción interestelar del plano galáctico, haciendo que las NPs que se encuentran relativamente lejanas del Sol no puedan ser vistas. En este sentido la identificación de NPs en ondas infrarrojas o de radio es muy importante para poder cuantificar el número total de NPs en la Galaxia. Se piensa que el número total de NPs en nuestra galaxia debe ser decenas de veces mayor que el número de NPs observadas.

La primera línea de emisión identificada en el espectro de una NP fué la línea Balmer del hidrógeno ($H\beta$), hacia NGC 6543. En este espectro aparecían otras líneas más intensas identificadas años más tarde como las líneas del nitrógeno NII una vez ionizado (NII), oxígeno una y dos veces ionizado (OII, OIII) y helio ionizado (HeII). Una manera de distinguir entre el espectro de una estrella (que normalmente muestra un espectro de continuo con líneas de absorción) y el de una NP es justamente con la identificación de estas líneas de emisión.

La composición química de la envolvente de una NP, refleja los procesos nucleares que han tenido lugar en la estrella progenitora. Una manera de distinguir entre una región HII y una NP, es que la primera está constituida por material que no ha sido procesado en estrellas, en cambio en las NPs se llegan a encontrar cocientes de nitrógeno a oxígeno mucho mayores que en las regiones HII. Esto

debido a que en la formación de la NP, al llevarse a cabo el ciclo del carbono, el carbono y oxígeno se convierten en nitrógeno. Es así como al final de la vida de las estrellas se llegan a procesar, en el interior de éstas, los elementos que nos componen como el nitrógeno, oxígeno, el carbono, etc. de ahí que se diga comunmente que somos polvo de estrellas.

Capítulo 4

Etapas finales de la evolución estelar

4.1. Estrellas variables

Las estrellas se evolucionan muy lentamente desde el punto de vista humano. Aún las estrellas que se evolucionan más rápido viven varios millones de años y por lo tanto los cambios entre una fase evolutiva y la siguiente no se pueden discernir fácilmente. Sin embargo, la mayoría de las estrellas, en algún momento de sus vidas, experimentan variabilidad, es decir, cambios importantes en la cantidad de luz que emiten, en escalas de tiempo de entre días a meses que podemos medir y analizar, ver Figura 4.1. Tal variabilidad puede ser *intrínseca*, en donde la variabilidad se debe a cambios físicos en la estrella o sistema estelar, o *extrínseca*, en donde la variabilidad se debe a fenómenos tales como el eclipse de una estrella por una compañera en un sistema binario, o bien, efectos de rotación de la estrella como la aparición y desaparición de manchas estelares (manchas oscuras en la superficie de la estrella, como las manchas solares).

Las estrellas variables intrínsecas pueden ser pulsantes o eruptivas. Las estrellas pulsantes tienen una expansión y contracción periódica de sus capas superficiales y las pulsaciones pueden ser radiales o no radiales. Una estrella con pulsaciones radiales se queda esférica en forma, mientras que una estrella que experimenta pulsaciones no radiales puede deformarse periódicamente. Las pulsaciones se deben a variaciones en la tasa a la cual la radiación puede escaparse de la estrella y llevan a un desequilibrio entre las fuerzas de gravedad, que actua para contraer la estrella, y la presión que actua para expandirla. Una estrella pulsante por lo tanto no está en equilibrio sino es un oscilador armónico, siempre sobre pasando el punto de equilibrio y tratando de recuperarlo.

Las estrellas pulsantes ocupan regiones muy particulares del diagrama HR. Son estrellas que han salido de la secuencia principal y o son estrellas gigantes rojas (las variables de periodo largo), o están atravesando la llamada franja de inestabilidad rumbo a volverse gigantes (las cefeidas, las variables RR Lyrae y W Virginis). La franja de inestabilidad ocupa un rango estrecho de temperatura que corresponde a los tipos espectrales F y G principalmente, y sugiere que el origen de la inestabilidad en estas estrellas es un cambio en la opacidad de las zonas parcialmente ionizadas de la estrella debido a la ionización (o recombinación) de helio, que a su vez lleva a variaciones en la presión de radiación. Esta presión sostiene la estrella contra la contracción gravitacional, así que un aumento (reducción) en la presión resulta en una expansión (contracción) en la estrella. El rango estrecho de temperatura de la franja de inestabilidad corresponde a las temperaturas estelares que pueden sostener zonas parcialmente ionizadas capaces de mantener las oscilaciones estelares. Estas zonas no pueden estar muy cercanas a la superficie estelar (porque no habría mucha masa para impulsar las oscilaciones) ni tan profundas (porque la convección en el interior de la estrella llevaría la energía en lugar de aumentar la presión). Resulta que las estrellas deben tener

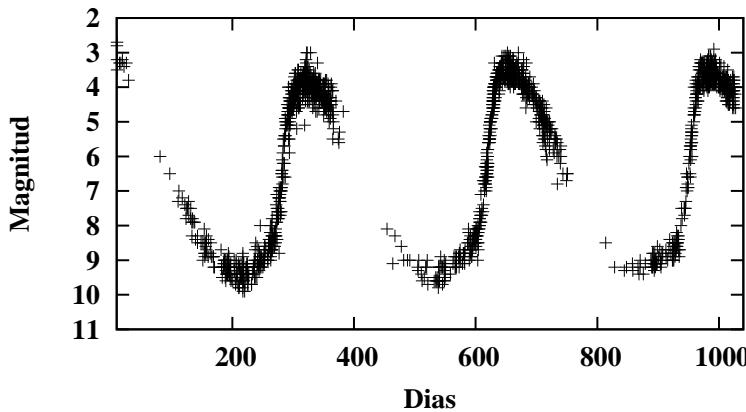


Figura 4.1: Curva de luz de la estrella variable de periodo largo Mira (omicron ceti). Datos cortesía del AAVSO y su red internacional de observadores: www.aavso.org.

temperaturas efectivas de entre 5500 K y 7500 K para sostener las oscilaciones y por lo tanto, todas las estrellas con masas superiores a $\sim 3 M_{\odot}$ atraviesan la franja de inestabilidad durante sus vidas. Cabe mencionar que hoy en día se piensa que todas las estrellas tienen pulsaciones radiales y/o no radiales, incluso nuestro Sol, pero en muchos casos la amplitud de la variabilidad es muy pequeña para distinguirse y, además, no se entienden los mecanismos que dan origen a estas pulsaciones fuera de la franja de inestabilidad.

La astrónoma Henrietta Swan Leavitt (1868-1921) descubrió que las estrellas cefeidas variables obedecen una relación entre el periodo de sus pulsaciones y su luminosidad. Las cefeidas más luminosas tienen los períodos más largos. Este descubrimiento se ha vuelto una herramienta muy importante para medir las distancias a galaxias cercanas. Otras estrellas pulsantes que pertenecen a la franja de inestabilidad obedecen relaciones periodo-luminosidad semejantes y también se pueden utilizar como *velas estandares* (objetos con luminosidades intrínsecas conocidas que se pueden utilizar para calibrar distancias), pero las cefeidas han resultado las más útiles puesto que son estrellas supergigantes amarillas y por lo tanto visibles a distancias muy lejanas.

Finalmente, las estrellas variables *eruptivas*, también conocidas como variables cataclísmicas, son estrellas que tienen erupciones violentas esporádicas debido a procesos termonucleares en sus superficies o en sus interiores a causa de acreción de una estrella compañera en un sistema binario. Esta clase de estrellas variables incluye las novas.

4.2. Novas y supernovas

El cambio más dramático que puede darse en el cielo nocturno es la aparición de una *nova* o estrella nueva, en donde antes no había ninguna visible, o quizás solamente un objeto muy débil. La nova más famosa es la de 1572, documentada por el astrónomo danés Tycho Brahe en su libro *De Stella Nova*. Brahe trabajaba antes de la era de los telescopios y realizaba observaciones de esta nova cada noche desde su aparición en noviembre 1572 y a lo largo de su desvanecimiento hasta que finalmente no se pudo percibir unos 450 días después. En su máximo brillo, unos 3 días después de que apareció en la constelación de Casiopea, tuvo una magnitud aparente de $m = -4$, es decir, casi tan brillante que el planeta Venus.

Fue hasta 1934 que se identificaron dos clases de novas: uno de objetos relativamente comunes

(casi 50 al año en la Vía Láctea), de magnitud absoluta máxima de $M = -7$ (una luminosidad de 20,000 veces la del Sol). El otro grupo consta de objetos menos comunes (uno cada 50 años en la Vía Láctea) que se encuentran a todas distancias en el Universo observable y con magnitud absoluta máxima de $M = -15$ (una luminosidad de $10^8 L_\odot$), igual a la producción de luz de una galaxia entera. Este segundo grupo fue llamado *super-novas* en 1933-4 por los astrónomos Baade, Zwicky y Lundmark. La nava de Tycho Brahe ya es clasificada como una supernova tipo Ia.

Los espectros de las novas y supernovas se caracterizan por perfiles *P-cisne* anchos, los cuales indican que es una cáscara de gas en expansión rápida. Para las novas, las velocidades alcanzan unos 1500 km s^{-1} , mientras que las velocidades de expansión de las supernovas son un orden de magnitud mayor, es decir, unos $10,000 \text{ km s}^{-1}$ o incluso más.

Los espectros de las supernovas se clasifican en dos tipos principales, dependiendo en la presencia o ausencia de líneas de hidrógeno en el espectro óptico, ver Figura 4.2. Las supernovas tipo I no tienen líneas de hidrógeno, mientras las supernovas tipo II si tienen perfiles P-cisne anchos de líneas de Balmer de hidrógeno. Se puede separar las supernovas tipo I en subtipos Ia, Ib y Ic. Las supernovas tipo Ia no tienen ni hidrógeno ni helio en sus espectros, pero si poseen líneas fuertes de silicio. Las supernovas tipo Ib tienen líneas de helio, pero no de hidrógeno, mientras que las supernovas tipo Ic no tienen ni hidrógeno ni helio en sus espectros y las líneas de silicio son muy débiles comparadas con las de las tipo Ia.

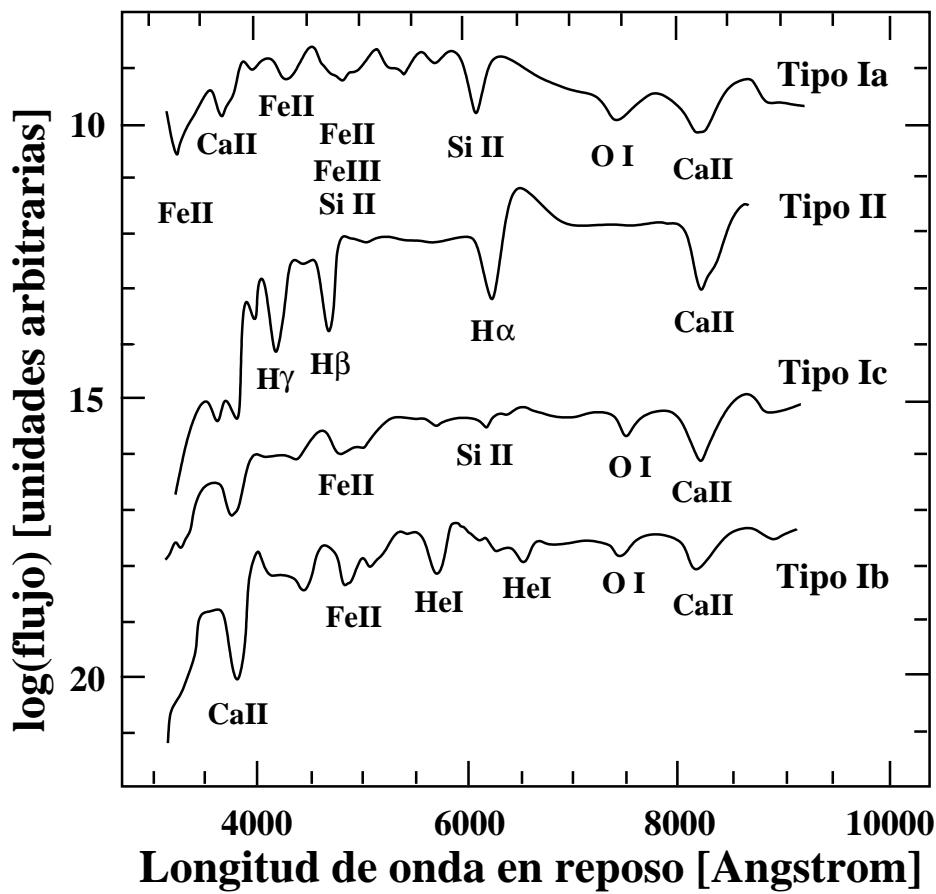


Figura 4.2: Espectros típicos de los diferentes tipos de supernova a una semana de su luz máxima. Las líneas indicadas denotan los iones responsables por estas características espectrales.

4.2.1. Novas y Supernovas Tipo Ia

Las pistas acerca de la naturaleza de las novas y las supernovas tipo Ia se hallan en el entorno en donde se encuentran. Estos fenómenos se encuentran en todas partes de la Galaxia y en todo tipo de galaxia, incluso las galaxias elípticas en donde hay solamente estrellas viejas evolucionadas. Las novas ocurren en los sistemas estelares binarios cercanos de una enana blanca y una estrella de secuencia principal que se orbitan una alrededor de otra con un periodo de menor que 12 horas. El material rico en hidrógeno de la estrella de secuencia principal es acretado en la superficie de la enana blanca. Si suficiente hidrógeno es acretado, la temperatura y la densidad en la base de la zona de acreción se vuelven lo suficientemente altas para provocar una explosión termonuclear en la superficie de la enana blanca. El hidrógeno no quemado es eyectado de la superficie en un cascarón de material que expande con una velocidad de hasta 1500 km s^{-1} . La explosión y eyección están acompañados por un gran aumento en el brillo del sistema binario, que se puede observar a través de distancias interestelares, lo cual da origen al nombre *nova* (o estrella nueva). Se libera 10^{37} J (10^{44} erg) de energía en este evento, pero se queda intacto el sistema binario y sus dos componentes. La transferencia de masa desde la estrella de secuencia principal hacia la enana blanca se reanuda hasta que ocurre otro estallido de nova. Los intervalos típicos entre estallidos son de varios miles de años, aunque algunas novas recurren con una frecuencia de 20 años.

Las supernovas tipo Ia son parecidas a las novas porque se piensa que ocurren en sistemas binarios en donde material es acretado por una enana blanca. Sin embargo, en este caso la explosión termonuclear ocurre en el centro de la enana blanca, debido a que ha acretado suficiente material para rebasar el límite de Chandrasekhar. La explosión rápidamente destruye totalmente a la enana blanca. Hay algunas teorías que atribuyen las supernovas tipo Ia a la fusión de dos enanas blancas porque así se garantiza la ausencia de hidrógeno del espectro.

4.2.2. Supernovas tipo II

Las supernovas tipo II solamente se encuentran en los discos de las galaxias espirales, cercanas a los sitios de formación estelar. Esto sugiere que un proceso distinto es responsable de las supernovas tipo II a diferencia de las supernovas tipo Ia. Se piensa que son las estrellas masivas que dan origen a las supernovas tipo II debido a que éstas no se mueven muy lejos de sus nubes moleculares maternas durante sus cortas vidas.

Las estrellas de masa superior a las $8 M_{\odot}$ no detienen su evolución después de la fase de quemado de helio. El núcleo de carbono y oxígeno es más masivo que el límite de Chandrasekhar ($1.44 M_{\odot}$) y sigue colapsando porque la presión de los electrones degenerados no puede detenerlo. Se prende la fusión del carbono, luego oxígeno, neon, hasta silicio, con cada etapa más corta que la anterior. Las primeras etapas de fusión (de hidrógeno y helio) duran varios millones de años mientras que la última etapa, la del quemado de silicio, dura solamente 2 semanas. En la Tabla 4.1 se dan los tiempos y productos principales de cada etapa de la evolución de una estrella de masa inicial de $15 M_{\odot}$. Esta evolución se ha calculado en base de la teoría descrita en este capítulo. Todavía quedan muchas incógnitas, sobre todo en las etapas finales de la evolución estelar, pero se considera que esencialmente es correcta.

Al final de cada etapa, el núcleo pierde su soporte de presión y la gravedad gana, haciendo colapsar el núcleo a densidades y temperaturas cada vez más altas, hasta que se puede prender la fusión de elementos cada vez más pesados. De cierta manera, se puede pensar en la evolución de las partes internas de una estrella masiva como una sola contracción prolongada, con unas pautas, a veces por millones de años, mientras la fusión nuclear proporcione la presión necesaria para mantener el

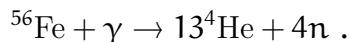
Etapa	Tiempo	Combustible	Ceniza	$T \times 10^6$ K	Densidad g cm^{-3}
Hidrógeno	11 M años	H	He	35.0	5.8
Helio	2 M años	He	C, O	180	130-
Carbono	2000 años	C	Ne, Mg	810	2.8×10^5
Neon	0.7 años	Ne	O, Mg	1600	1.2×10^7
Oxígeno	2.6 años	O, Mg	Si, S,	1900	8.8×10^6
		O, Mg	Ar, Ca		
Silicio	18 días	Si, S, Ar, Ca	Fe, Ni, Cr, Ti	3300	4.8×10^7
Hierro (colapso)	~ 1 seg	Fe, Ni, Cr, Ti	Estrella de neutrones	7100	7.3×10^9

Cuadro 4.1: Evolución de una estrella de $15 M_\odot$.

equilibrio hidrostático. Durante toda esta evolución, la estrella está perdiendo energía por radiación y por los neutrinos que escapan fácilmente.

Durante el colapso de las partes internas de las estrellas masivas, las capas exteriores, conocidas como el *envolvente*, están desconectadas dinámicamente del núcleo. Desde el exterior, la estrella se ve como una estrella hipergigante roja, tal como las estrellas Betelgeuse o Antares, cuyos radios se han inflado hasta el tamaño de la órbita de Jupiter en nuestro Sistema Solar (unos 800 veces el radio de nuestro Sol, o bien, 5 unidades astronómicas).

Eventualmente, se forma un núcleo de hierro de masa $\sim 1.5 M_\odot$. No se puede liberar más energía por fusión nuclear debido a que la energía de ligado nuclear de hierro es el máximo. Además, el núcleo sigue perdiendo energía por el escape de los neutrinos, y otros procesos como son la captura de electrones por protones y nucleones, y la fotodesintegración de hierro debido a las altísimas temperaturas que existen en el núcleo. La fotodesintegración deshace millones de años de evolución estelar, convirtiendo los núcleos de hierro en helio y neutrones:



Muy pronto, el núcleo de hierro se está cayendo a una velocidad del 30 % de la velocidad de la luz. Inicia su colapso final desde el tamaño de la Tierra, terminando como una protoestrella de neutrones de 3 km de radio. El colapso se detiene abruptamente cuando la densidad alcanza unos $4 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$, es decir, el doble de la densidad de un núcleo atómico, y es la componente repulsiva de la fuerza nuclear de corto alcance que lo detiene. La parte interna del núcleo rebota y manda una onda de choque hacia afuera a las capas del núcleo externo que todavía se están cayendo. Anteriormente, se pensaba que era este choque lo que estallaba la estrella, resultando en la explosión de supernova. Hoy en día, mediante cálculos teóricos, se sabe que las pérdidas radiativas y las pérdidas de energía por los neutrinos hacen que el choque se estanque y el material de las partes exteriores caiga sobre el núcleo interno a una tasa de algunas décimas de masa solar por segundo. Si la acreción de material continua a este ritmo por casi un segundo, la protoestrella de neutrones se colapsaría en hoyo negro y no habría una explosión de supernova.

La verdadera causa de la explosión de la estrella ha sido el reto teórico de los últimos años. El consenso es que los neutrinos producidos en cantidades copiosas en el núcleo depositan su energía en el entorno inmediato de la protoestrella de neutrones, mediante reacciones como $e^- + p \rightarrow \nu_e + n$

y $p + \bar{\nu}_e \rightarrow e^+ + n$, donde e^- , e^+ son electrones y positrones, p y n son protones y neutrones y ν_e , $\bar{\nu}_e$ son el neutrino de electrón y su inverso respectivamente. Esta energía depositada infla una burbuja grande de radiación y pares de positrones y electrones y la frontera externa de esta burbuja se convierte en la onda de choque que provoca la explosión de supernova y eyecta la envolvente de la estrella, ver Figura 4.3. La convección juega un papel clave para llevar la energía a las capas exteriores del núcleo, mezclar los productos pesados de la fusión termonuclear con elementos más ligeros y romper la simetría de la explosión.

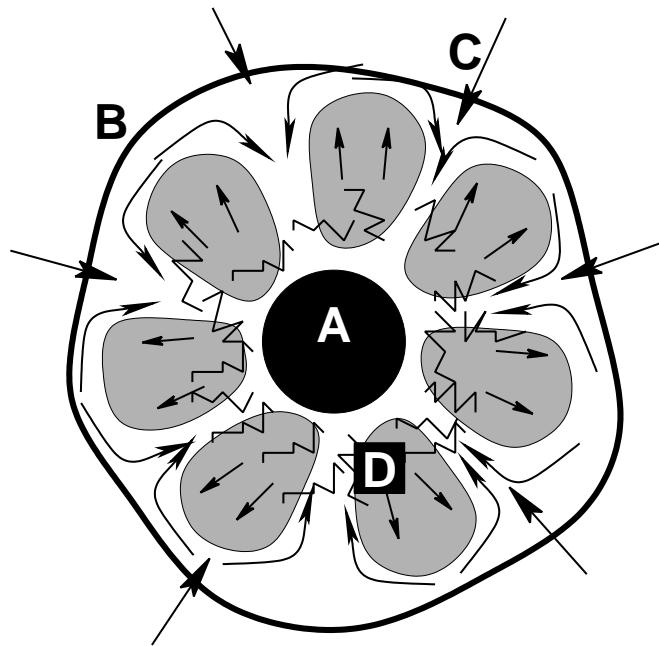


Figura 4.3: Explosión de una supernova tipo II impulsado por neutrinos a 0.1 seg después de la formación de la onda de choque. A: protoestrella de neutrones, radio ~ 10 km. B: onda de choque, radio ~ 200 km. C: material cayéndose sobre el núcleo. D: deposito de energía por neutrinos.

Durante este proceso, el núcleo pierde 10 % de su energía de reposo en neutrinos (unos 3×10^{46} J (3×10^{53} ergs) y la estrella de neutrones que queda después de la explosión tiene una masa de $\sim 1.4 M_\odot$ y un radio de ~ 10 km. La energía cinética de la explosión, llevada en la eyección de las capas exteriores, es solamente 10^{44} J (10^{51} erg).

Las estrellas más masivas desarrollan núcleos de hierro más grandes y en las etapas finales estos núcleos acretan material de sus entornos a una tasa demasiado rápida para evitar el colapso en hoyo negro. Es posible que el rango de masas estelares que pueden dar origen a una estrella de neutrones es muy limitado. En la Figura 4.4 se dan los estados finales y tiempos de evolución de las estrellas en función de sus masas iniciales.

4.3. Estrellas de neutrones

Las estrellas de neutrones son uno de los posibles puntos finales de la evolución estelar (ver Figura 4.4). Son objetos muy compactos, con masas de $1.2\text{--}2 M_\odot$ y un radio de ~ 10 km. Las densidades superficiales son comparables a las densidades nucleares y la gravedad en la superficie es $\sim 2 \times 10^{14} \text{ cm s}^{-2}$, haciendo que las más altas montañas de cristales perfectos no rebasan 1 mm de

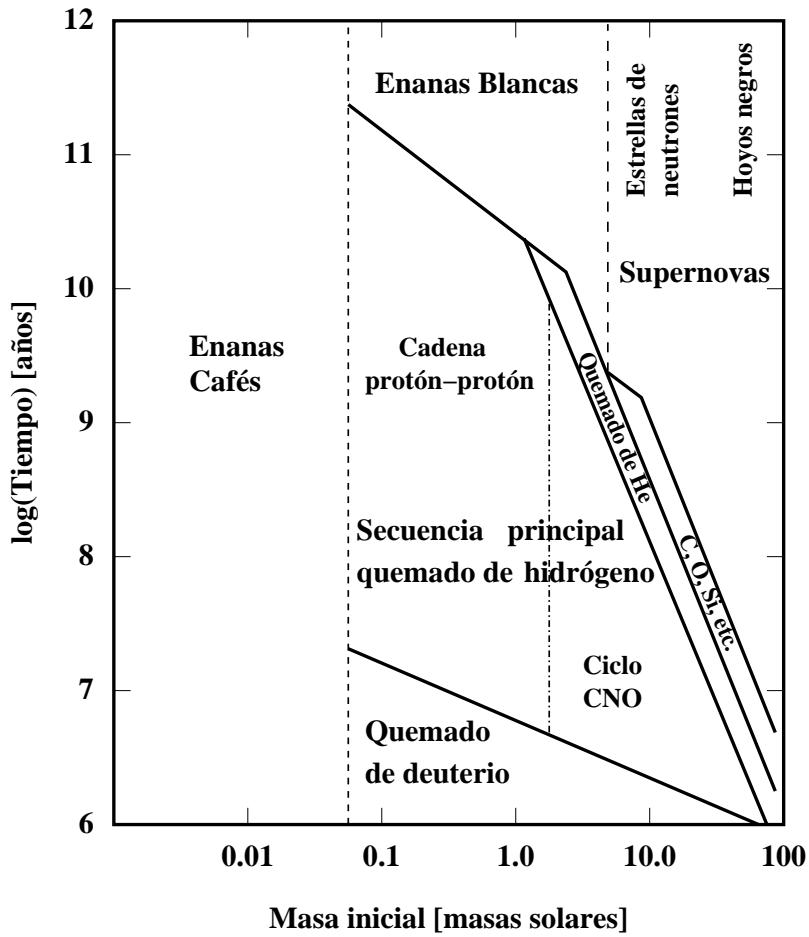


Figura 4.4: Estado final y tiempo de evolución estelar en función de la masa inicial.

altura - son las superficies más lisas del Universo. Están soportados en contra del colapso gravitacional por la presión de degeneración de los neutrones (parecida a la presión de degeneración de los electrones que sostiene una enana blanca en contra del colapso gravitacional). Una característica de las estrellas degeneradas es que son más pequeñas a masas mayores, el radio es inversamente proporcional a la masa $R \sim M^{-1/3}$.

Las estrellas de neutrones no están compuestas puramente de neutrones. Tienen un atmósfera de altura < 1 m compuesto de electrones y núcleos atómicos que se han evaporado de la superficie estelar, una corteza de como 1 km de grosor, y un núcleo. En la superficie de la corteza de la estrella, existen núcleos atómicos de ^{56}Fe y elementos más ligeros, pero más profundo en la corteza las densidades superan unos 10^6 g cm^{-3} , lo cual significa que los electrones libres son absorbidos por los núcleos, en donde se combinan con los protones, creando núcleos con pesos atómicos muy grandes, por ejemplo $Z = 40$ con $A = 120$ (^{120}Rb). Más profundo aún, a densidades $\sim 4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$, es energéticamente favorable que los neutrones salgan de los núcleos atómicos y se mueven libremente, esto se conoce como la capa de *goteo de neutrones*. Conforme se adentra en la estrella de neutrones, el material se vuelve un fluido de neutrones con un 5 a 10 % de protones y electrones. En el núcleo interno de la estrella, las densidades superan la densidad nuclear ($> 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$) y es posible que ahí existan partículas exóticas, como la materia *quark* o *strange*.

Las estrellas de neutrones poseen campos magnéticos muy fuertes, $> 10^{12} \text{ G}$, y giran muy rápido, a una frecuencia hasta 600 Hz. Esto es el resultado de conservación de momento angular y flujo magnético durante el colapso del núcleo estelar antes de la explosión como supernova tipo II. Estos campos magnéticos son los más grandes conocidos en el Universo. Un campo magnético tan alto tiene varios efectos sobre la materia que no se encuentra bajo condiciones normales. Por ejemplo, los átomos en la atmósfera y capas superficiales de la estrella de neutrones se vuelven cilíndricos porque los orbitales de los electrones están más fuertemente ligados a través del campo magnético que a lo largo de él. También, un campo magnético tan fuerte aumenta la energía de ligado de los electrones a los átomos en las capas superficiales de la estrella tal que se necesita 10 veces más energía para ionizarlas (por ejemplo, en vez de necesitar 13. eV para ionizar hidrógeno, se necesita 160 eV cuando el campo magnético es de 10^{12} G).

El campo magnético tiene un fuerte efecto sobre el espectro emitido por las estrellas de neutrones. A pesar de que su temperatura superficial indica que debe haber emisión térmica de rayos X, resulta que el espectro está dominado por la radiación sincrotrónica, emitida por los electrones girando alrededor de las líneas del campo magnético que emanan de la estrella de neutrones. Cuando el eje de rotación de la estrella y el eje del campo magnético no están alineados, nosotros percibimos esta emisión como pulsos de radiación. Esta emisión pulsada fue detectada por primera vez a radiofrecuencias en 1963 por la estudiante de doctorado Jocelyn Bell. Hoy en día se conocen más de 1000 radiopulsares y los períodos varían desde 0.033 segundos hasta como 2 seg. Las pulsaciones son muy regulares con una tasa de cambio de un segundo en 10 millones de años y el período de un pulsar aumenta con tiempo. Todo esto apoya la teoría de que los pulsares son estrellas de neutrones que están girando.

Las temperaturas iniciales de las estrellas de neutrones son del orden de 10^9 K pero después de algunos miles de años la temperatura ha caído a 10^6 K . Este enfriamiento se debe inicialmente a emisión de neutrinos producidos por los procesos *URCA* y luego a la emisión térmica de fotones debido al proceso libre-libre cuando la temperatura de la estrella es más baja. Además de enfriarse con tiempo, la frecuencia de rotación de la estrella de neutrones disminuye con tiempo. Esto se debe a las torcas ejercidas por el campo magnético de la misma estrella.

4.4. Pérdida de masa

Todas las estrellas pierden masa de sus superficies a lo largo de su evolución. Esta pérdida de material se conoce como un viento estelar. En el caso de nuestro Sol, la tasa de pérdida de masa es muy baja, solamente unos $10^{-14} M_{\odot}$ año $^{-1}$ y con velocidades de unos 500 km s^{-1} . Las estrellas de alta masa tienen vientos estelares más poderosos, de orden $10^{-6} M_{\odot}$ año $^{-1}$ y con velocidades de unos 2000 km s^{-1} , así que durante su vida en la secuencia principal pierden varias masas solares de material. Sin embargo, la etapa de pérdida de masa más importante es durante la fase de supergigante roja, en donde la tasa de pérdida de masa puede alcanzar $10^{-3} M_{\odot}$ año $^{-1}$ en un viento lento de $\sim 50 \text{ km s}^{-1}$ durante algunos miles de años. Las estrellas más masivas ($> 60 M_{\odot}$) pueden tener episodios eruptivos de pérdida de masa en una etapa evolutiva conocida como *LBV* (variable azul luminosa) en la cual varias masas solares son expulsadas en pocos años. Este es el caso de Eta Carina, una estrella que sufrió una erupción en 1843 en donde eyectó una cantidad de material estelar que ahora vemos como la nebulosa del Humúnculo.

Las estrellas con masas superiores a $\sim 30 M_{\odot}$ no se vuelven supernovas inmediatamente después de la fase de supergigante, sino expulsan su envolvente de hidrógeno (muy parecido a la formación de una nebulosa planetaria en el caso de las estrellas de baja masa) y entran una última etapa llamada *estrella Wolf-Rayet*. En esta etapa, la superficie de la estrella está enriquecida con los productos de los procesos de fusión nuclear (C, N, O) y quedan solamente unas $8 M_{\odot}$ de la masa en una estrella contraída, muy caliente. Muy pronto ($< 10^5$ años), estas estrellas estallan como supernovas tipo Ib o Ic, puesto que ya perdieron sus envolventes de hidrógeno y posiblemente también la capa de helio.

Capítulo 5

Cúmulos estelares

5.1. Evolución estelar

¿Cómo podemos observar el proceso evolutivo de una estrella si las escalas de tiempo de su evolución son tan largas? Por ejemplo, para nuestro Sol:

- 10^{10} años en la Secuencia Principal
- 10^9 años en la rama de las gigantes rojas
- 10^8 años en la rama horizontal
- 10^7 años en la rama asintótica de las gigantes
- 5×10^5 años en la etapa de pulsaciones térmicas
- $< 10^5$ años para eyectar su envolvente
- para terminar como una enana blanca de masa $\sim 0.54 M_{\odot}$.

Sin embargo, un astrónomo típico vive solamente unas décadas y no podrá seguir toda esta evolución.

La respuesta es que hay que observar *cúmulos de estrellas* y construir los diagramas HR para muchos cúmulos diferentes que tienen edades distintas. Las ventajas de estudiar cúmulos de estrellas son:

- Se supone que todas las estrellas del cúmulo están a la misma distancia de nosotros. Por lo tanto, no hay que preocuparse por encontrar magnitudes absolutas porque se puede trabajar con las magnitudes aparentes.
- Se supone que todas las estrellas del cúmulo se formaron a más o menos el mismo momento de una sola nube molecular.
- Se supone que todas las estrellas tienen la misma edad y la misma composición química al nacer.

5.2. Tipos de cúmulos estelares

Hay dos tipos de cúmulos estelares: los *cúmulos abiertos* y los *cúmulos globulares*.

Cúmulos abiertos



Figura 5.1: El cúmulo abierto los Pleyades.

Los *cúmulos abiertos*, p.ej. los Pleyades, son cúmulos jóvenes de algunos miles de estrellas. Se encuentran únicamente en el plano de la Galaxia y extienden unos parsecs en diámetro. Los cúmulos abiertos contienen algunas estrellas azules en la Secuencia Principal y pocas estrellas gigantes. Sabemos que son jóvenes por que las fuerzas de marea de la misma Galaxia destruyen estos cúmulos en escalas de tiempo relativamente cortas ($t < 10^8$ años).

Cúmulos globulares

Los *cúmulos globulares* son cúmulos viejos de entre 10^5 a 10^6 estrellas. Son cúmulos autoligados gravitacionalmente que orbitan alrededor del centro de la Galaxia. Su autogravedad implica que las fuerzas de marea de la Galaxia no los destruyen. Los diámetros de estos cúmulos son de 10 a 30 parsec. No contienen ninguna estrella azul en la Secuencia Principal, pero sí tienen muchas gigantes e incluso algunas enanas blancas.

5.3. Cúmulos como trazadores de la evolución estelar

Conforme un cúmulo de estrellas envejece

- Las estrellas de baja masa tardan un tiempo para llegar a la Secuencia Principal.
- Las estrellas de alta masa en la Secuencia Principal agotan el hidrógeno en sus núcleos y se convierten en estrellas supergigantes rojas.
- Conforme las estrellas de masas sucesivamente menores agotan su combustible de hidrógeno, ellas también salen de la Secuencia Principal y se convierten en gigantes.

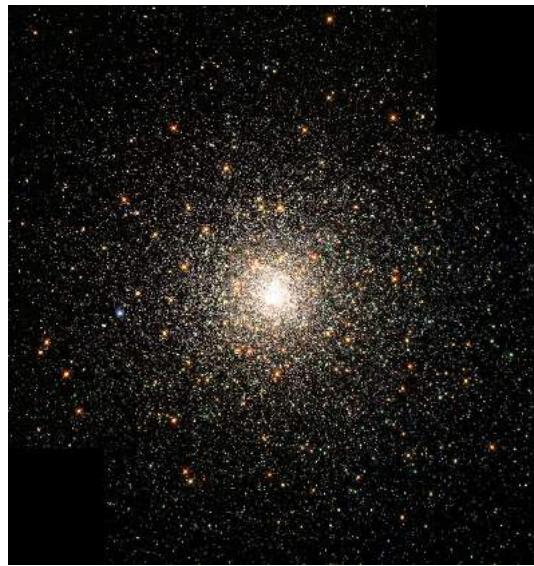


Figura 5.2: El cúmulo globular M80.

Entonces, al analizar la Secuencia Principal de un cúmulo, podemos determinar su edad, es decir, la posición en donde la Secuencia Principal se acaba, porque las estrellas más calientes se han convertido en gigantes, es un indicador de la edad.

Los cúmulos más viejos tienen Secuencias Principales más cortas, es decir se acaban a masas estelares menores. Por lo tanto, los cúmulos viejos son más rojos que los cúmulos jóvenes, porque las estrellas de baja masa tienen colores rojos.

Los diagramas HR de los cúmulos nos dan una imagen instantánea de la evolución estelar. Observaciones de muchos cúmulos con edades entre $\sim 10^6$ años y 10^{11} años nos han confirmado que nuestra teoría general de la evolución estelar es correcta.

Se puede realizar simulaciones numéricas de poblaciones coeales de estrellas y obtener los diagramas HR de los cúmulos sintéticos. Por ejemplo,
ver <http://rainman.astro.illinois.edu/ddr/stellar/index.html>

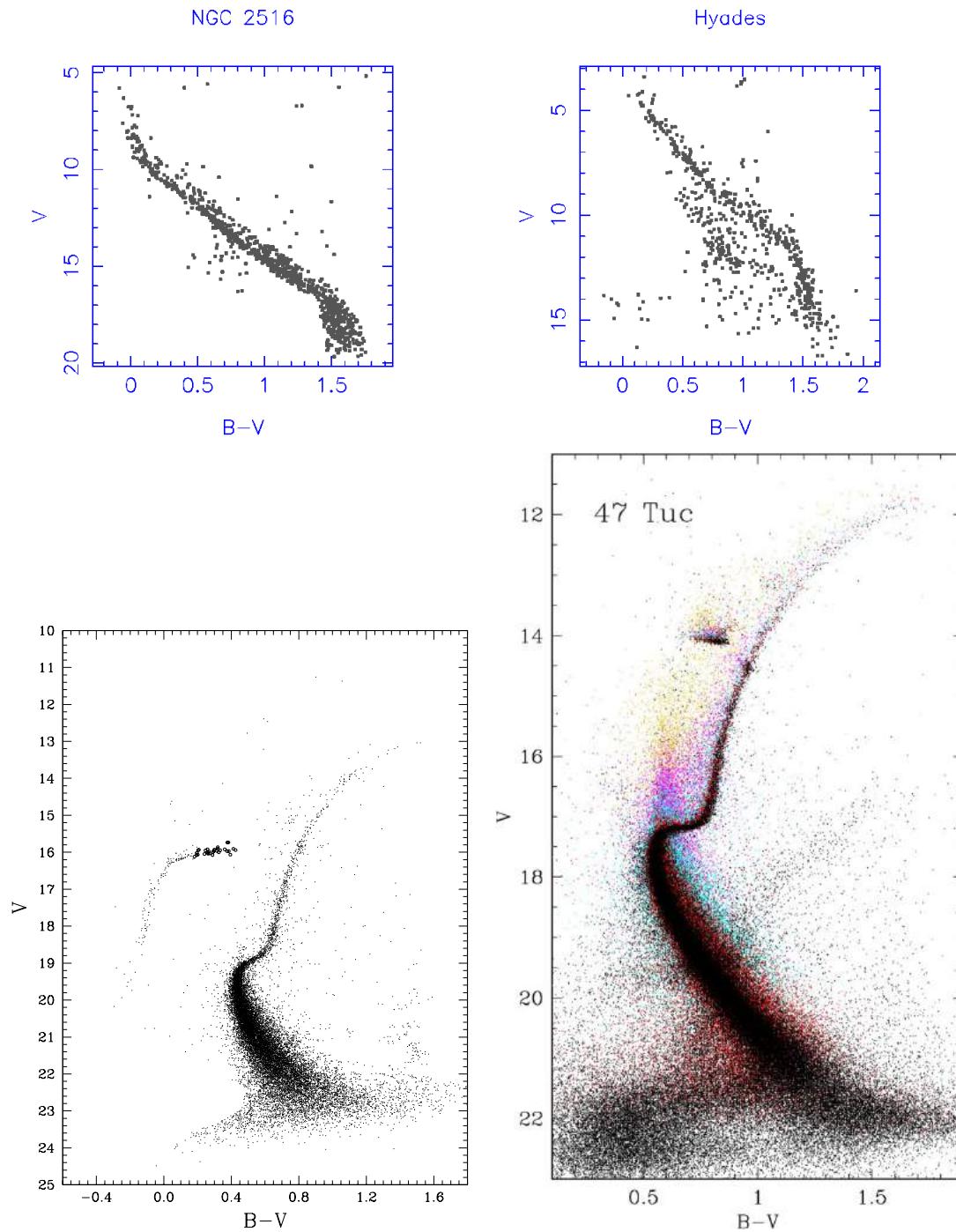


Figura 5.3: *Arriba:* Los cúmulos abiertos NGC 2516 y los Hyades. *Abajo:* Los cúmulos globulares M2 y 47 Tuc.