第六讲

2.19

1) $p\to q,\ (\neg q\vee r)\wedge\neg r,\ \neg(\neg p\wedge s)\Rightarrow\neg s$

(1) s //附加前提
(2) p //附加前提
(3) $p\to q$ //前提
(4) q //(2)(3)假言推理
(5) $(\neg q\vee r)\wedge\neg r$ //前提
(6) $\neg q\vee r$ //(5)化简规则
(7) r //(4)(6)析取三段论
(8) $\neg r$ //(5)化简规则
(9) $\neg p$ //(2)(7)(8)反证法
(10) $\neg p\wedge s$ //(1)(9)合取规则
(11) $\neg(\neg p\wedge s)$ //前提
(12) $\neg s$ //(1)(10)(11)反证法

3) $p\to q,\ r\to s,\ \neg q\vee t,\ \neg s\vee w,\ \neg(t\wedge w),\ p\to r\Rightarrow\neg p$

(1) p //附加前提.
(2) $p\to q$ //前提
(3) q //(1)(2)假言推理.
(4) $\neg q\vee t$ //前提
(5) t //(3)(4)析取三段论.
(6) $p\to r$ //前提.
(7) r //(1)(6)假言推理.
(8) $r\to s$ //前提.
(9) s //(7)(8)假言推理.
(10) $\neg s\vee w$ //前提.
(11) w //(9)(10)析取三段论
(12) $t\wedge w$ //(5)(11)合取规则
(13) $\neg(t\wedge w)$ //前提.
(14) $\neg p$ //(1)(12)(13)反证法.

5) $s \to \neg q,\ s \vee p,\ \neg p \leftrightarrow q \Rightarrow p$

(1) $\neg p$ //附加前提
(2) $s \vee p$ //前提
(3) s // (1)(2) 析取三段论
(4) $s \to \neg q$ //前提
(5) $\neg q$ // (3)(4) 假言推理.
(6) $\neg p \leftrightarrow q$ //前提.
(7) q // (1)(6) 等值置换.
(8) p // (1) (5)(7) 反证法.

8) $p \to (q \to r),\ r \to \neg r,\ s \to p,\ t \to q \Rightarrow s \to \neg t$

(1) s //附加前提
(2) $s \to p$ //前提
(3) p // (1)(2) 假言推理.
(4) $p \to (q \to r)$ //前提
(5) $q \to r$ // (3)(4) 假言推理.
(6) t //附加前提
(7) $t \to q$ //前提
(8) q // (6)(7) 假言推理.
(9) r // (5)(8) 假言推理.
(10) $r \to \neg r$ //前提
(11) $\neg r$ // (9)(10) 假言推理.
(12) $\neg t$ // (6)(9)(11) 反证法
(13) $s \to \neg t$ // (1)(12) 附加前提法.

第七讲

2.22

(1) $\neg p \to \neg q$

(2) $\neg q \to \neg r$

(3) $s \to r$

(4) $\neg p \wedge s$

$$(\neg p \to \neg q) \wedge (\neg q \to \neg r) \wedge (s \to r) \wedge (\neg p \wedge s)$$

$\equiv (p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (\neg s \vee r) \wedge \neg p \wedge s$

$\equiv M_4 \wedge M_5 \wedge M_6 \wedge M_7 \wedge M_2 \wedge M_3 \wedge M_{10} \wedge M_{11} \wedge M_1 \wedge M_5 \wedge M_9 \wedge M_8 \wedge M_{12} \wedge M_{13} \wedge M_{14} \wedge M_{15} \wedge M_0$

$\equiv 0$

对上述语句的合取的主析取范式为0，即该合取得到矛盾式（不可满足）
故上述语句不一致.

2.24

(1) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

(2) $r \to s$

(3) $\neg q \vee \neg s$

(4) $\neg s \to \neg p$

合取(1)(2)(3)(4)：$((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)) \wedge (r \to s) \wedge (\neg q \vee \neg s) \wedge (\neg s \to \neg p)$

(1)：$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg q)$ // 矛盾律, 同一律

$\equiv (p \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (q \wedge (\neg p \vee \neg q))$ // 分配律

$\equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ // 分配律

合取式 $\equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg r \vee s) \wedge (\neg q \vee \neg s) \wedge (s \vee \neg p)$ // 蕴涵等值式

$\equiv M_0 \wedge M_1 \wedge M_2 \wedge M_3 \wedge M_{12} \wedge M_{13} \wedge M_{14} \wedge M_{15} \wedge M_6 \wedge M_{10} \wedge M_5 \wedge M_7 \wedge M_8$

$\equiv m_4 \vee m_9 \vee m_{11}$　　可有三种参赛人员方案：

	p	q	r	s
①	0	1	0	0
②	1	0	0	1
③	1	0	1	1

又因为：有且仅有两人参加，故只有方案②符合，参赛者为 p、s.

2.27. (1) 设命题变量：p：李娟是数学专业的学生. q：李娟是计算机专业学生.
r：李娟喜欢数学. s：李娟很聪明.

推理：$p \vee q,\ \neg r \to \neg p,\ r \to s,\ \neg q \Rightarrow s$

验证：
① $\neg q$ //前提
② $p \vee q$ //前提
③ p //①②析取三段论.
④ $\neg r \to \neg p$ //前提
⑤ r //③④假言易位.
⑥ $r \to s$ //前提
⑦ s //⑤⑥假言推理.

故，推理有效.

(2) 设命题变量：p：今天是星期二. q：我今天有一次计算方法测验.
r：我今天有物理测验. s：物理老师今天生病.

推理：$p \to (q \vee r),\ s \to \neg r,\ p \wedge s \Rightarrow q$

验证：
① $p \wedge s$ //前提
② p //①化简规则
③ $p \to (q \vee r)$ //前提.
④ $q \vee r$ //②③假言推理.
⑤ s //①化简规则
⑥ $s \to \neg r$ //前提
⑦ $\neg r$ //⑤⑥假言推理.
⑧ q //④⑦析取三段论.

故推理有效.

(3) 设命题变量：p：张三曾到过受害者房间. q：张三十一点前没有离开.
r：张三犯了谋杀罪. s：看门人看见张三.

推理：$(p\wedge q)\to r,\ p,\ \neg q\to s,\ \neg s \Rightarrow r$

证明：
① $\neg s$ // 前提
② $\neg q\to s$ // 前提
③ q // ①②拒取式.
④ p // 前提
⑤ $p\wedge q$ // ③④合取规则
⑥ $(p\wedge q)\to r$ // 前提
⑦ r // ⑤⑥假言推理.

故推理有效.