

# 南京理工大学博士、硕士研究生考试

## 高等工程数学 I 试题

时间: 120 分钟

姓 名 \_\_\_\_\_ 学 号 \_\_\_\_\_ 学院 (系) \_\_\_\_\_

请写出详细的证明和求解过程

(卷面满分 70 分, 平台学习满分 20 分, 平时过程满分 10 分)

一、(10 分) 设  $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ , 计算  $\|A\|_F$ 、 $\max_{\|x\|_\infty=5} \|Ax\|_\infty$  及  $\text{cond}_2(A)$ 。

二、(5 分)

(1) 简述模拟退火算法的规律, 并给出降温的常用方法。

(2) 写出求解无约束优化问题  $\min_{x \in R^n} f(x)$  的牛顿法迭代公式, 给出算法收敛阶数。

三、(10 分) 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ , 试判断使用 Gauss-Seidel 迭代法和 Jacobi 迭

代法求解以  $A$  为系数的方程组的收敛性。

四、(10 分) 证明矩阵  $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  有 3 个互异特征值。

五、(10 分) 求下列矩阵的不变因子、初等因子及 Jordan 标准形:

$$A = \begin{pmatrix} 17 & 0 & -25 \\ 0 & 3 & 0 \\ 9 & 0 & -13 \end{pmatrix}$$

六、(10 分) 已知  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -4 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,

(1) 求  $A$  的满秩分解;

(2) 求  $A^+$ ;

(3) 判断  $Ax = b$  是否有解, 有解时极小范数解, 无解时求极小范数最小二乘解。

七、(10 分) 用单纯形法求解问题

$$\begin{cases} \min & -50x_1 - 30x_2 \\ \text{s.t.} & 4x_1 + 3x_2 \leq 120 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 50 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

八、(5 分) 用外点罚函数法求解  $\begin{cases} \min & \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{6}x_2^2 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 \geq 1 \end{cases}$  的最优解。