

南京理工大学博士、硕士研究生考试

高等工程数学 I 试题

时间：120 分钟

姓 名_____ 学 号_____ 学院（系）_____

注：所有解答必须写在答题纸上，标上题号

一. (15 分). 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 若给 A 以扰动 $\delta \in R^{3 \times 3}$, 并设 X, \bar{X} 分别为

方程组 $AX = b$ 与 $(A + \delta)X = b$ 的唯一解, 这里 $b \in R^3, b \neq 0$, 若 $\frac{\|X - \bar{X}\|_2}{\|X\|_2} \leq 10^{-4}$,

试估计 $\frac{\|\delta\|_2}{\|A\|_2}$ 应不超过何值?

二. (8 分) 试描述模拟退火算法中内循环终止准则。

三. (10 分) 考虑极小化问题:
$$\begin{cases} \min & x \\ \text{s.t.} & x^2 \geq 0 \\ & x + 1 \geq 0 \end{cases}$$
, 写出该问题的对数障碍罚函数,

并用解析法找出局部极小点。

四. (20 分) 1、用列主元 Gauss 消去法解方程组
$$\begin{pmatrix} -6 & 4 & 12 \\ 10 & -7 & 0 \\ -5 & 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix};$$

2、写出解方程组
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
 的 Gauss-Seidel 迭代格式, 并讨论其敛散性。

五. (12 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, 1、求 A 的 Jordan 标准形 J ;

2、问 A 能否进行 Doolittle 分解, 为什么? (不要求出 L 和 U)

六. (15 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, 1. 求 A 的满秩分解 $A = FG$; 2. 求 A^+ 。

七. (10 分) 试求如下极小化问题的 K-K-T 点
$$\begin{cases} \min & (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 \\ \text{s.t.} & -x_1 - x_2 + 4 \geq 0 \\ & -x_1 - 3x_2 + 9 \geq 0 \end{cases}.$$

八. (10 分) 用单纯形表法求解
$$\begin{cases} \min & -4x_1 - 6x_2 - 18x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 + 3x_3 \leq 3 \\ & x_2 + 2x_3 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}.$$