

南京理工大学博士、硕士研究生考试

高等工程数学 I 试题

时间：120 分钟

姓 名 _____ 学 号 _____ 学院（系） _____

注：所有解答必须写在答题纸上，标上题号

一. (15 分). 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$, 若给 A 以扰动 $\delta A \in R^{3 \times 3}$, 使 $\frac{\|\delta A\|_2}{\|A\|_2} \leq 0.001$,

并设 X, \bar{X} 分别为方程组 $Ax = b$ 与 $(A + \delta A)x = b$ 的唯一解, 试估计 $\frac{\|X - \bar{X}\|_2}{\|X\|_2}$ 的范围, 这里 $b \in R^3, b \neq 0$ 。

二. (20 分) 1、写出求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ 的按模最大特征值及其对应特征向量的规范化幂法公式, 并取初值 $u_0 = (1, 1)^T$ 计算 2 步 (结果用分数表示, 不能用计算器化成小数表示);

2、设 $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, 求 B 的 Jordan 标准形 J 。

三. (12 分) 写出解方程组 $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ 的 Jacobi 迭代格式, 并讨论其敛散性。

四. (16 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 1、求 A 的满秩分解 $A = FG$; 2、求 A^+ 。

五. (12 分) 用单纯形法求解线性规划问题:
$$\begin{cases} \min & -3x_1 - 5x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 \leq 4 \\ & x_2 \leq 6 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ & x_j \geq 0, j = 1, 2 \end{cases}$$
。

六. (10 分) 用牛顿法求解 $\min f(x) = x_1^2 + 25x_2^2$, 取初始点为 $x^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ 。

七. (10 分) 用外点罚函数法求解问题
$$\begin{cases} \min & (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \\ \text{s.t.} & x_2 - 1 \geq 0 \end{cases}$$
。

八. (5 分) 试给出模拟退火算法的计算步骤 (设初始解为 x_0 , 初始温度为 t_0 , 要有内循环和外循环的执行过程)。