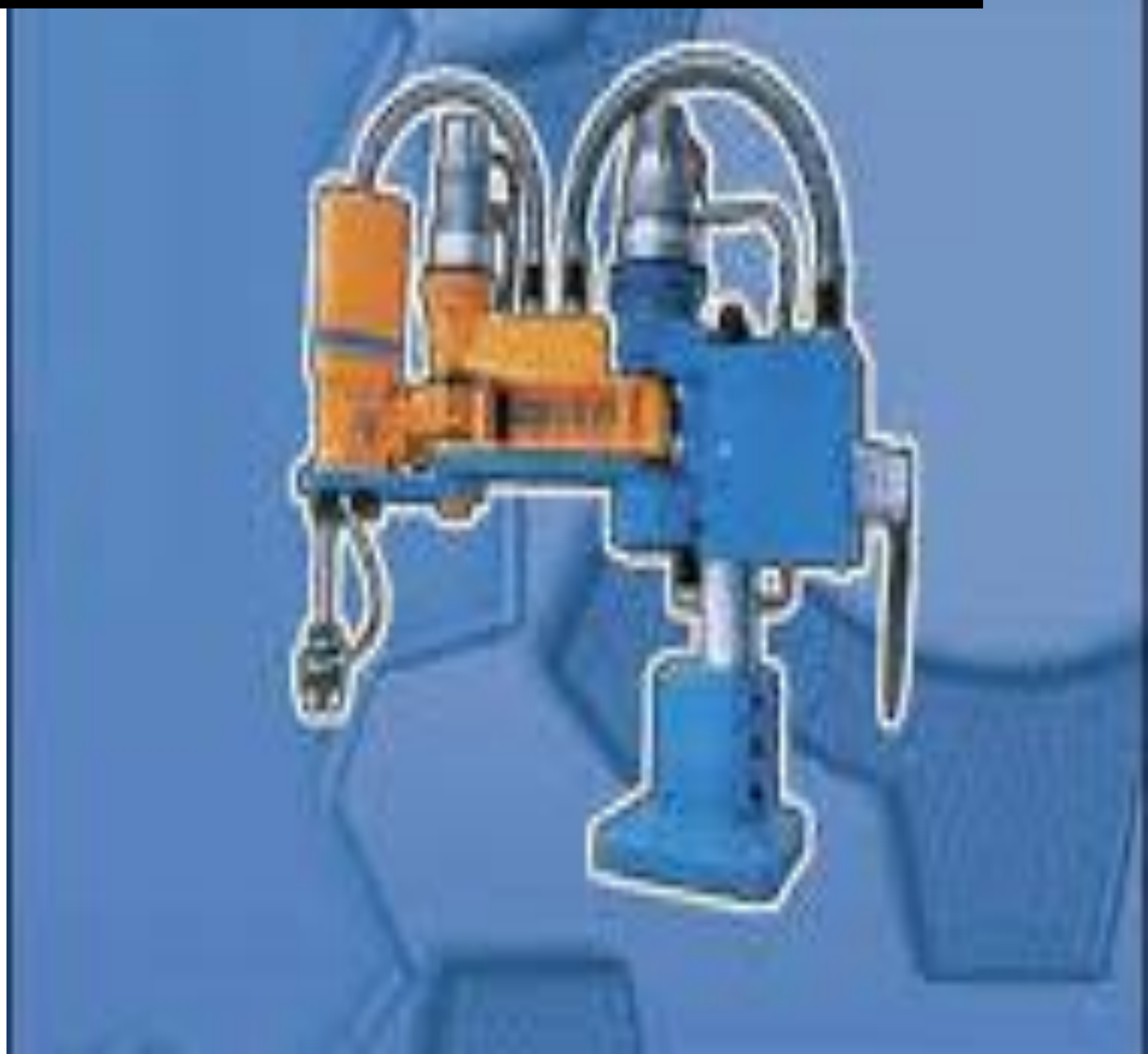
2019

Tarea 2. Fundamentos de la Robótica



Marisol Prado

Cinemática de Robots

7-1-2019

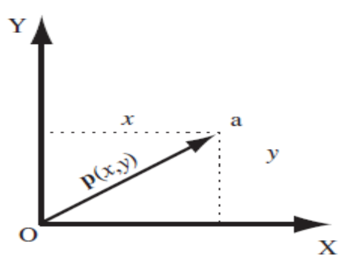
Alumna: Prado Rodríguez Vanessa Marisol
Profesor: Moran Garabito Carlos

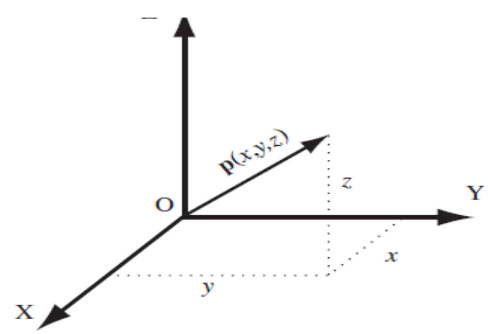
Para que un robot pueda hacer las tareas de manipulación es necesario que conozca las posiciones y la orientación de los elementos a manipular con respecto a la base del robot.
La representación de la posición y orientación va a ser tratada inicialmente de manera independiente para después juntar ambas haciendo uso de las herramientas matemáticas.

Normalmente los sistemas de referencia se detienen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido. Estas se denominan sistemas cartesianos.

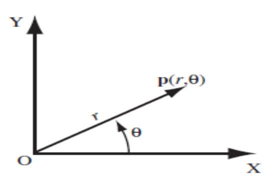
Para un plano es posible también caracterizar la localización de un ponto o vector P respecto a un sistema de ejes cartesianos de referencia OXY utilizando las denominadas coordenada polar.

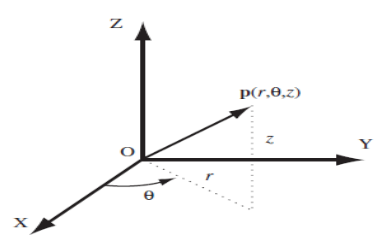
En el caso de que se trabaje con tres dimensiones un vector P podría expresarse con respecto a un sistema OXYZ mediante las coordenadas cilíndricas.





También es posible utilizar coordenadas esféricas para realizar la localización de un vector en el espacio de tres dimensiones.





Alumna: Prado Rodríguez Vanessa Marisol
Profesor: Moran Garabito Carlos

Las matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso del algebra matricial.

Las matrices de rotación pueden expresar la aplicación continua de varias rotaciones. Si al sistema OUVW se le aplica una referencia de ángulo α sobre OX seguido de una rotación de ángulo Φ sobre OY y una rotación de ángulo θ sobre OZ la rotación global puede expresarse como:

$$\mathbf{T} = \mathbf{Rotz}\,(\theta)\,\mathbf{Roty}\,(\phi)\,\mathbf{Rotx}\,(\alpha) = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\phi & 0 & S\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\phi & 0 & C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ 0 & S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta C\phi & -S\theta C\alpha + C\theta S\phi S\alpha & S\theta S\alpha + C\theta S\phi C\alpha \\ S\theta C\phi & C\theta C\alpha + S\theta S\phi S\alpha & -C\theta S\alpha + S\theta S\phi C\alpha \\ -S\phi & C\phi S\alpha & C\phi C\alpha \end{bmatrix}$$

donde $C\theta$ expresa cos θ y $S\theta$ expresa sen θ.

Angulo de Euler

Para la representación de orientación en un espacio tridimensional mediante la matriz de rotación es necesario definir nueve elementos. Aunque la utilización de la matriz de rotación presenta múltiples ventajas.

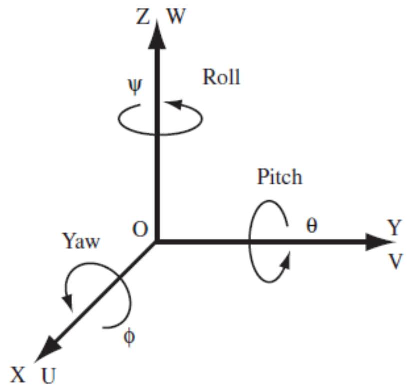
Todo sistema OUVW solidario del cuerpo cuya orientación se quiere descubrir puede definirse respecto al sistema OXYZ mediante tres ejes.

Angulo Euler XYZ

Estos giros sobre los ejes finos se denominan guiñado, cabeceo y alabeo (yaw, pitch, roll) se trata de la representación utilizada generalmente en aeronáutica. Es también la más habitual de entre las que se aplican a los giros sobre los ejes del sistema fijo, si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW al igual que en el caso anterior se puede colocar sistemas OUVW en cualquier orientación siguiendo estos pasos:

1- Girar el sistema OUVW un ángulo (Φ con respecto al eje OX) es el denominado Yaw o giñada.
2- Girar el sistema OUVW un ángulo (θ con respecto al eje OY) es el denominado pitch o cabeceo.
3- Girar el sistema OUVW un ángulo (ψ con respecto al eje OZ) es el Denominado Roll o alabeo.

Siempre que se conectan varios giros seguidos es necesario considerar que no se trata de una transformación conmutativa debiéndose seguir una secuencia determinada de aplicaciones en las mismas.



Par de rotación.

La representación de la orientación de un sistema OUVW con respecto al sistema de referencia OXYZ también puede realizarse mediante la definición de un vector K (Kx, Ky, Kz) y un ángulo de sistemas OXYZ girando un ángulo θ sobre el eje R.

Al igual que los ángulos de Euler no se trata de un método que permita realizar una visualización sencilla en la orientación solo en casos muy consientes en los que el vector R coincide con algunos de los ejes coordenadas del sistema OXYZ la utilidad de este sistema se verá en epigrados posteriores.

Cuartenios

Los cuartenios definidos por Hamilton pueden ser utilizados como herramienta matemática de gran versatilidad computacional para trabajar con giros y orientaciones.

En la bibliografía clásica sobre robótica suelen ser olvidados o n no tratados con el suficiente detalle a pesar de ser empleados por algunos robots comerciales (ABB) para comprender la verdadera utilidad de los cuartenios es necesario utilizar sus propiedades y ver la aplicación práctica de las mismas, esto se realiza en un epigrado posterior exponiéndose aquí únicamente su definición.

Un cuartenia Q esta formado por cuatro componentes (Q0.Q1,Q2,Q3) que representan las coordenadas del cuartenio en una base (e, i, j, k) es frecuente que denominemos esta escala del cuartenia a la componente a la que vectorial respecto al componente. De modo que un cuartenio se puede representar como:

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [s, \mathbf{v}]$$

Donde S representa la parte escala y V la parte vectorial.

Para la utilización de los cuarteniaos como metodología de representación de orientación se asocia el giro de un ángulo θ sobre el vector K el cuartenio definido por:

$$Q = \mathbf{Rot}(\mathbf{k}, \theta) = \left(\cos\frac{\theta}{2}, \mathbf{k}\ \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)$$

De esta orientación aparentemente arbitraria y gracias a las propiedades de las coordenadas se obtiene una importante herramienta analítica para el tratamiento de giros y cambios de orientación.

Matrices de transformación Homogénea

Los epígrafes anteriores se han estudiado de distintos modos de representación la posición a la orientación de una salida en el espacio, pero ninguna de estas por si solos permiten una representación conjunto, facilitando su uso mediante el algebra matricial.

Al tratar conjuntamente la representación de un solido se se introducen las coordenadas homogéneas en elemento en un espacio n-dimencional se encuentra representado en coordenadas homogéneas en n + 1 dimensiones de tal forma que un vector P (X, Y, Z) vendrá representado por (WX, WY, WZ) donde W tiene un valor arbitrario y representa un valor escala.

De forma general un vector P = ai + bj + ck donde i, j, k son los vectores unitarios de los ejes OX, OY, OZ del sistema de referencia OXYZ se representa con coordenadas homogéneas mediante vector columna:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw \\ bw \\ cw \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ 1 \end{bmatrix}$$

Prado Rodríguez Marisol

Tarea 2.

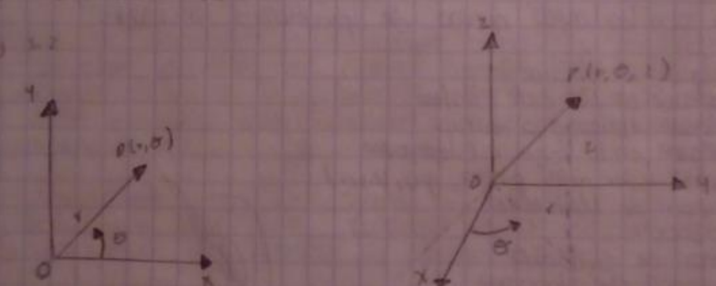
09-01-19

Resumen Capitulo 3.

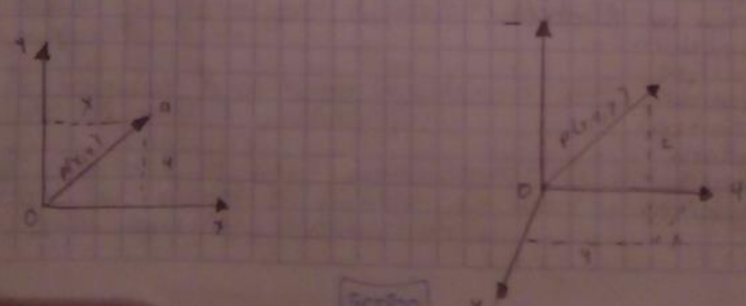
Para que un robot pueda hacer las tareas de manipulación es necesario que conozca la posición y orientación de los elementos a manipular con respecto a la base del robot.
La representación de la posición y la orientación va a ser tratada inicialmente de manera independiente para después combinarlas ambas haciendo uso de herramientas matemáticas.

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido. Estos se denominan sistemas cartesianos.
Para un plano, es posible también caracterizar la localización de un punto o vector p respecto a un sistema de ejes cartesianos de referencia OXY utilizando las denominadas coordenadas polares.
En el caso de que se trabaje con 3 dimensiones, un vector p podrá expresarse con respecto a un sistema de referencia OXYZ mediante las coordenadas cilíndricas.

Fig 3.2



También es posible utilizar coordenadas esféricas para realizar la localización de un vector en un espacio de tres dimensiones.



Alumna: Prado Rodríguez Vanessa Marisol
Profesor: Moran Garabito Carlos