

Universidad de las fuerzas armadas ESPE



Mariu Correa
Danny Jimenez
David Lopez

**Problemas
Seccion 9-1**

Circuitos.

2) Evalúe cada determinante:

a)
$$\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\det = (4)(3) - (6)(2)$$

$$\det = 12 - 12$$

$$\boxed{\det = 0}$$

b)
$$\begin{vmatrix} 9 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\det = (9)(5) + (-1)(0)$$

$$\det = 45 + 0$$

$$\boxed{\det = 45}$$

c)
$$\begin{vmatrix} 12 & 15 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det = (12)(-1) + (2)(15)$$

$$\det = -12 + 30$$

$$\boxed{\det = 18}$$

d)
$$\begin{vmatrix} 100 & 50 \\ 30 & -20 \end{vmatrix}$$

$$\det = (100)(-20) - (30)(50)$$

$$\det = -2000 - 1500$$

$$\boxed{\det = -3500}$$

4) Evalúe cada uno de los determinantes.

a)
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & 10 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 & 5 & 4 \\ 2 & 10 & 0 & 2 & 10 \end{vmatrix}$$

$$\det = (1)(4)(0) + (0)(1)(2) + (-2)(5)(10) - (2)(4)(-2) - (10)(1)(1) - (0)(5)(10)$$

$$\det = -100 + 16 - 10$$

$$\boxed{\det = -94}$$

b)
$$\begin{vmatrix} 0,5 & 1 & -0,8 \\ 0,1 & 1,2 & 1,5 \\ -0,1 & -0,3 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 1 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{10} & \frac{6}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{10} & \frac{6}{5} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{3}{10} & 5 & -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{vmatrix}$$

$$\det = (\frac{1}{2})(\frac{6}{5})(5) + (1)(\frac{3}{2})(-\frac{1}{2}) + (-0,8)(\frac{1}{10})(-\frac{1}{10}) - (-0,1)(\frac{6}{5})(-0,8) - (-0,1)(\frac{3}{2})(\frac{1}{2}) - (0,8)(\frac{1}{10})(1)$$

$$\det = 3 + \frac{3}{4} + \frac{3}{125} - \frac{12}{125} + \frac{9}{40} - \frac{1}{2}$$

$$\det = \frac{1903}{1000} = 1,903 //$$

6) Determine I_3 en el ejemplo 9-4

$$2I_1 + 0,5I_2 + I_3 = 0$$

$$0,75I_1 + 0I_2 + 2I_3 = 1,5$$

$$3I_1 + 0,2I_2 + 0I_3 = -1$$

Determinante característico.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0,5 & 1 \\ 0,75 & 0 & 2 \\ 3 & 0,2 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 0,5 \\ 0,75 & 0 \\ 3 & 0,2 \end{matrix}$$

$$\det = [(2)(0)(0) + (0,5)(2)(1) + (-1)(0,75)(0,2)] - [(3)(0)(1) + (0,2)(2)(2) + (0)(0,75)(0,5)]$$

$$= (0 + 1 + 0,15) - (0 + 0,8 + 0) = 1,15 - 0,8 = 0,35$$

Determinante para I_3

$$\begin{vmatrix} 2 & 0,5 & 0 \\ 0,75 & 0 & 1,5 \\ 3 & 0,2 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 0,5 & 0 \\ 0,75 & 0 & 1,5 \\ 3 & 0,2 & -1 \end{matrix}$$

$$\det = [(2)(0)(1) + (0,5)(1,5)(3) + (0)(0,75)(0,2)] - [(2)(0)(0) + (0,2)(1,5)(1) - (1)(0,75)(0,5)]$$

$$= (0,75) - (0,6 - 0,375) = 0,75 + 0,375 = 1,125$$

$$I_3 = \frac{1,125}{0,35} = 3,214 A = 3,214 \text{ mA}$$

8) Det

* 8) Determine V_1, V_2, V_3 y V_4 resolviendo el siguiente conjunto de ecuaciones con una calculadora.

$$16V_1 + 10V_2 - 8V_3 - 3V_4 = 15$$

$$2V_1 + 0V_2 + 5V_3 + 2V_4 = 0$$

$$-7V_1 - 12V_2 + 0V_3 + 0V_4 = 9$$

$$-1V_1 + 20V_2 - 18V_3 + 0V_4 = 10$$

16	10	-8	-3	15
2	0	5	2	0
-7	-12	0	0	9
-1	20	-18	0	10

→ Solve →

$X_1 = V_1 = 1,64$
$X_2 = V_2 = -1,691$
$X_3 = V_3 = -2,52$
$X_4 = V_4 = 4,697$

10) Resuelva las 3 ecuaciones simultáneas del problema 7 con su calculadora.

$$2I_1 - 6I_2 + 10I_3 = 9$$

$$3I_1 + 7I_2 - 8I_3 = 3$$

$$10I_1 + 5I_2 - 12I_3 = 0$$

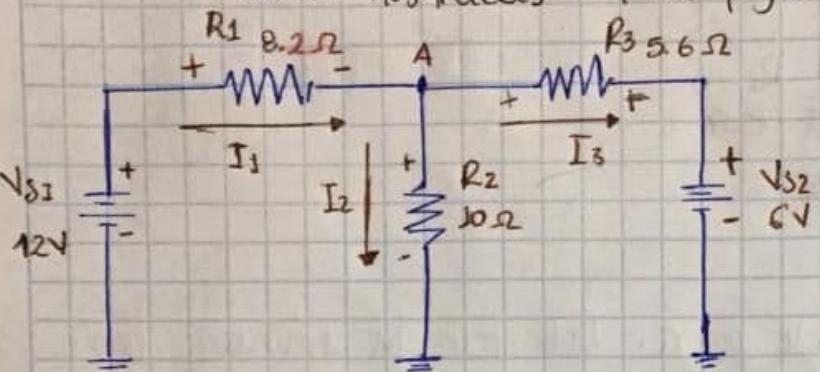
2	-6	10	9
3	7	-8	3
10	5	-12	0

→ Solve →

$X_1 = I_1 = 1,29$
$X_2 = I_2 = 2,05$
$X_3 = I_3 = 1,89$

Sección 9-2. Método de la corriente en ramas.

12. Resuelva para cada una de las ecuaciones (corrientes) de rama ilustradas en la figura 9-26.



1. Asignar los corrientes de rama. Podemos determinar la dirección de corriente y como la corriente real se opone a la corriente asignada por ende nuestra solución tendrá signo negativo
2. Se marca las polaridades de los caídas de voltaje en los resistores de acuerdo con las direcciones de corriente
3. Aplicar la ley de Kirchhoff

lazo izquierdo : $8.2I_1 + 10I_2 - I_2 = 0$

lazo derecho : $10I_2 - 5.6I_3 - 6 = 0$.

4. Nodo A

Ecación de corriente : $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Signo - indica que está fuera del Nodo.

5. Resolver las ecuaciones por el método de sustitución.

$I_1 = I_2 + I_3$ Reemplazar .

$$8.2(I_2 + I_3) + 10I_2 - I_2 = 0$$

$$8.2I_2 + 8.2I_3 + 10I_2 - I_2 = 0$$

$$9(18.2I_2 + 8.2I_3 - I_2 = 0)$$

$$-9.1(10I_2 - 5.6I_3 - 6 = 0)$$

$$91.96I_3 = 54$$

$$10I_2 + 5.6(0.059) - 6 = 0$$

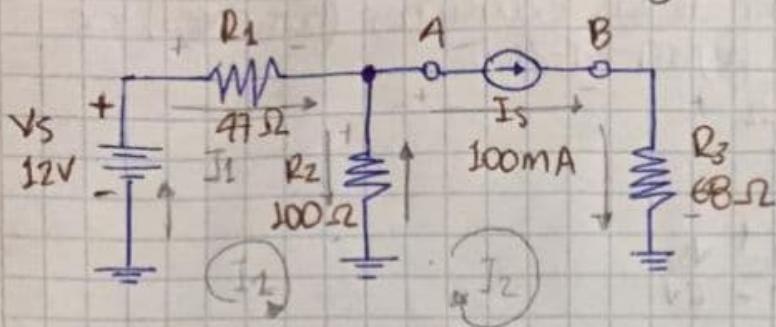
$$I_3 = 0.059A$$

$$10I_2 = 6.3304 \Rightarrow I_2 = 0.63304$$

$$8.2I_1 + 6.3304 - I_2 = 0 \Rightarrow 8.2I_1 = 5.67 \Rightarrow I_1 = 0.69141A$$

$$I_3 = 59mA \quad I_2 = 633.04mA \quad I_1 = 691.41mA$$

14. Determine la corriente a través de cada resistor mostrado en la figura 9-27.



1. Asignar los componentes de rama. Delimitar la dirección de corriente.
2. Se marcan las polaridades de los cambios de voltaje en los resistores de acuerdo con las direcciones de corriente.
3. Aplicar la ley de Kirchhoff.

$$100I_2 - J_2 + 47I_1 = 0$$

$$-100I_2 + 0.1 + 68I_3 = 0$$

$$J_S = J_1 + J_2 + J_3$$

$$-100I_1 - 100J_S + 10 - J_2 + 47J_1 = 0$$

$$I_1 + I_2 + J_3 = 0.1$$

$$100J_1 + 100J_3 - 10 + 0.1 + 68J_3 = 0$$

$$J_2 = -J_1 - J_3 + 0.1$$

$$10[-53]_1 - 100J_3 - 2 = 0$$

$$5.3[100J_1 + 168J_3 - 9.9] = 0$$

$$100\text{mA} = 0.1A$$

$$530J_1 - 1000J_3 - 20 = 0$$

$$530J_1 + 890.4J_3 - 52.47 = 0$$

$$-109.6J_3 = 72.47$$

$$J_3 = -0.6612 \text{ A}$$

$$J_1 = 1.2097 \text{ A}$$

//

16. Método de corriente en lazos.

Escriba el determinante característico para las ecuaciones:

$$0.045J_A + 0.130J_B + 0.066J_C = 0$$

$$0.273J_A + 0.0420J_B + 0.109J_C = J_2$$

$$0.978J_4 + 0.196J_B + 0.029J_C = 3$$

Aplicar el método de expansión para hallar el determinante.

0.045	0.130	0.066	0.045	0.130
0.117	0.0420	0.109	0.117	0.0420
0.018	0.196	0.029	0.078	0.196

$$\begin{aligned}
 &= [(0.045)(0.420)(0.029) + (0.130)(0.109)(0.078) + (0.066) \\
 &\quad (0.177)(0.196)] - [(0.130)(0.177)(0.029) + (0.045)(0.109) \\
 &\quad (0.196) + (0.066)(0.0420)(0.078)] \\
 &= 2.098146 \times 10^{-3}
 \end{aligned}$$

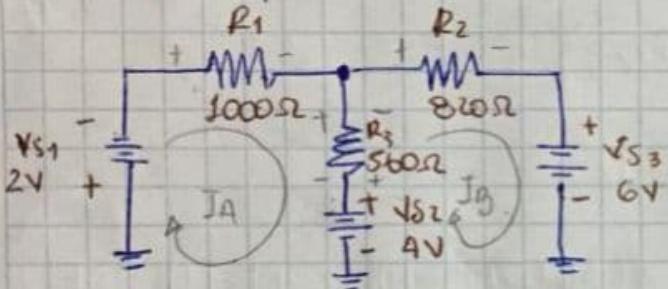
Luego resolvemos para I_A , I_B e I_C :

Con ayuda de una calculadora hallamos los datos, para no demorarnos aplicando el método de Gauss Jordan

$$I_A = 89.84 \text{ A} \quad I_B = -16.06 \quad I_C = -29.61 \text{ A}$$

$$I_L = (I_B - I_C) = 13.55 \text{ A}$$

18. Determine las corrientes de rama de la figura 9-28



Se asigna las corrientes de lazo (I_A e I_B)

Regla de malla para escribir las ec. de lazo

$$1000 I_A + 560 (I_A - I_B) = -4V - 2V$$

$$1560 I_A - 560 I_B = -6V$$

$$320 I_B + 560 (I_B - I_A) = -(6V - 4V)$$

$$1380 I_B - 560 I_A = -2V$$

para:

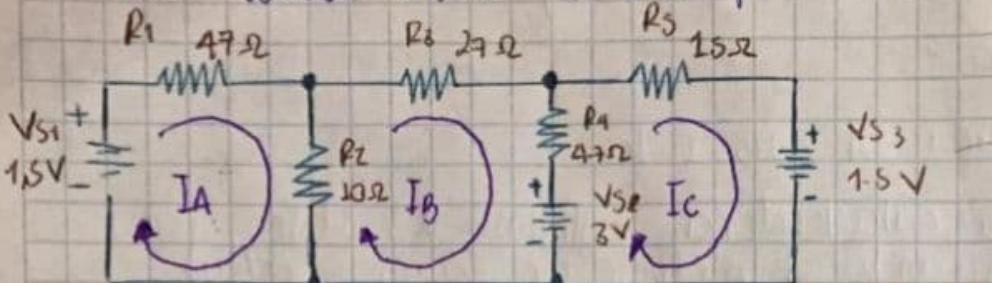
$$\begin{aligned}
 I_A &= \frac{| \begin{array}{cc} -6 & -560 \\ -2 & 1380 \end{array} |}{| \begin{array}{cc} 1560 & -560 \\ -560 & 1380 \end{array} |} = \frac{(-6)(1380) - (-2)(-560)}{(1560)(1380) - (-560)(-560)} = \\
 &= \frac{-9400}{1839200} = -0,0511 \text{ A} \Rightarrow -51.1 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Para: } I_B &= \frac{| \begin{array}{cc} 1560 & -6 \\ -560 & -2 \end{array} |}{1839200} = \frac{-6400}{1839200} = -0,003523 \text{ A} \Rightarrow -3,523 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

$$I_1 = I_A = -51.1 \text{ mA} \quad I_2 = I_B = -3,523 \text{ mA}$$

$$I_3 = I_A - I_B = -47.577 \text{ mA}$$

20. Escriba las ec. de lazo para el circuito de la figura 9-29.



$$(47+10)I_A - 10I_B = 1.5$$

$$57I_A - 10I_B = 1.5$$

$$-10I_A + (50+27+47)I_B - 47I_C = -3$$

$$-10I_A + 87I_B - 47I_C = -3$$

$$-47I_B + (47+15)I_C = 3 - 1.5$$

$$-47I_B + 65I_C = 1.5$$

Usar determinantes para hallar I_A ; I_B ; I_C :

$$\begin{vmatrix} 57 & -10 & 0 & 57 & -10 \\ -10 & 87 & -47 & -10 & 87 \\ 0 & -47 & 65 & 0 & -47 \end{vmatrix} = ((87)(57)(65)) + ((-10)(-47)(0)) + ((0)(-10)(-47)) - ((-10)(-10)(65)) + ((57)(-47)(-47)) + ((0)(87)(0)) = 189922$$

$$I_A = 0.04119 \text{ A}$$

$$I_A = 41.19 \text{ mA}$$

$$I_B = 0.08481 \text{ A}$$

$$I_B = 84.81 \text{ mA}$$

$$I_C = 0.08440 \text{ A}$$

$$I_C = 84.4 \text{ mA}$$

$$J_1 = I_A = 41.19 \text{ mA}$$

$$J_3 = I_B$$

$$J_2 = I_A - I_B = 41.19 - 84.81$$

$$J_5 = I_B$$

$$J_2 = -43.62$$

$$J_3 = 84.81 \text{ mA}$$

$$J_5 = I_C$$

$$J_4 = I_B - I_C$$

$$J_5 = 84.4 \text{ mA}$$

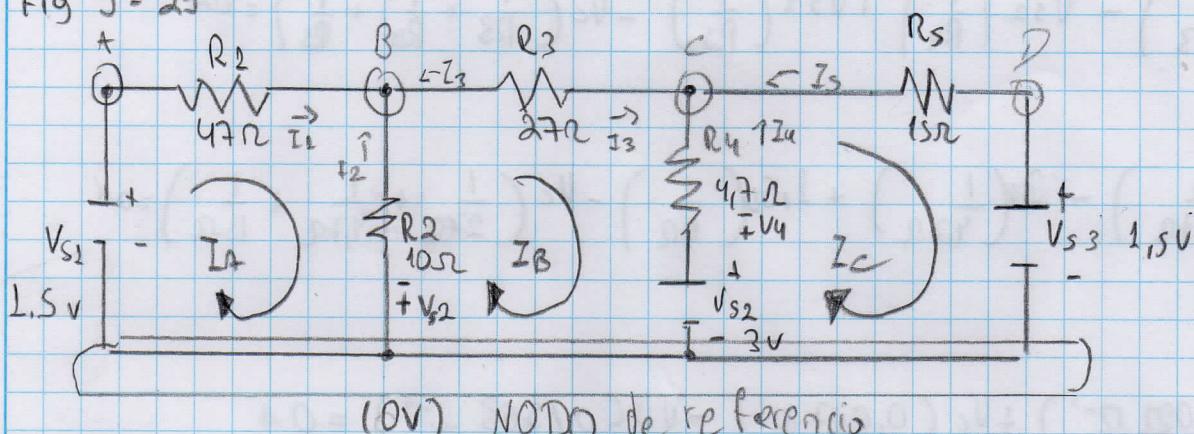
$$J_4 = 84.81 - 84.4$$

$$J_4 = 0.41 \text{ mA}$$

2B

22! Determinar la corriente en trío de cada resistor en la fig 9-29

Fig 9-29



(0V) NODO de referencia

• Nodo B

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0A$$

$$\frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{0V - V_B}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

$$\frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{0V - V_B}{R_2} + \frac{V_C - V_B}{R_3} = 0A$$

• Nodo C

$$I_3 + I_4 + I_S = 0A$$

$$\frac{V_3}{R_3} + \frac{V_A - V_C}{R_4} + \frac{V_S}{R_S}$$

$$\frac{V_B - V_C}{R_3} + \frac{0V - V_{S2} - V_C}{R_4} + \frac{V_D - V_C}{R_S} = 0A$$

$$I_{CB} \cdot \frac{V_{S2} - V_B}{R_2} + \frac{0V - V_B}{R_2} + \frac{V_C - V_B}{R_3} = 0A$$

$$V_{S2} = 1.5V$$

$$V_{S2} = 3V$$

$$R_1 = 4.7\Omega$$

$$R_2 = 10\Omega$$

$$R_3 = 27\Omega$$

$$R_4 = 4.7\Omega$$

$$R_S = 15\Omega$$

$$V_{S3} = 2.5V$$

• Ec B

$$-V_B \left(\frac{V_{S1} + 1}{R_1} \right) + -V_B \left(\frac{1}{R_2} \right) + -V_B \left(\frac{V_C + 1}{R_3} \right) = 0$$

$$\left(\frac{V_{S1}}{R_1} \right) + V_C \left(\frac{1}{R_3} \right) - V_B \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0$$

$$\left(1.5V \left(\frac{1}{4.7\Omega} \right) + V_C \left(\frac{1}{27\Omega} \right) - V_B \left(\frac{1}{4.7\Omega} + \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{27\Omega} \right) \right) = 0$$

• EC C

$$V_B \left(\frac{1}{R_3} \right) - V_{S2} \left(\frac{1}{R_1} \right) + V_{S3} \left(\frac{1}{R_2} \right) - V_C \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0A$$

$$V_B \left(\frac{1}{27\Omega} \right) - 3V \left(\frac{1}{4,7\Omega} \right) + 1,5V \left(\frac{1}{6\Omega} \right) - V_C \left(\frac{1}{27\Omega} + \frac{1}{4,7\Omega} + \frac{1}{15\Omega} \right) = 0A$$

• EC B

$$1,5V(0,021\Omega^{-1}) + V_C(0,037\Omega^{-1}) - V_B(0,1583\Omega^{-1}) = 0A$$

$$V_C(0,037\Omega^{-1}) - V_B(0,1583\Omega^{-1}) = -0,0315A$$

• EC C

$$\begin{aligned} -V_C(0,31\Omega^{-1}) + V_B(0,037\Omega^{-1}) &= 0,6382A - 0,1A \\ &= 0,5382A \end{aligned}$$

* Aplicamos SE \rightarrow Resolvendo com cálculo

$$V_C = -1,76V$$

$$V_B = -0,21V$$

$$V_L = V_A - V_B$$

$$V_L = 1,5V + 0,21V$$

$$V_L = 1,71V$$

$$V_2 = -V_B$$

$$V_2 = 0,21V$$

$$V_3 = V_C - V_B$$

$$V_3 = -1,76V + 0,21V$$

$$V_3 = -1,55V$$

$$V_4 = -V_{S2} - V_C$$

$$V_4 = -3V + 1,76V$$

$$V_4 = -1,24V$$

$$V_5 = -V_C$$

$$V_5 = 1,76V$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3}$$

$$I_5 = \frac{V_5}{R_5}$$

$$I_1 = \frac{1,71V}{4,7\Omega}$$

$$I_3 = \frac{-1,55V}{27\Omega}$$

$$I_5 = \frac{1,76V}{15\Omega}$$

$$I_1 = 0,036A$$

$$I_3 = -0,5740A$$

$$I_5 = 0,1173A$$

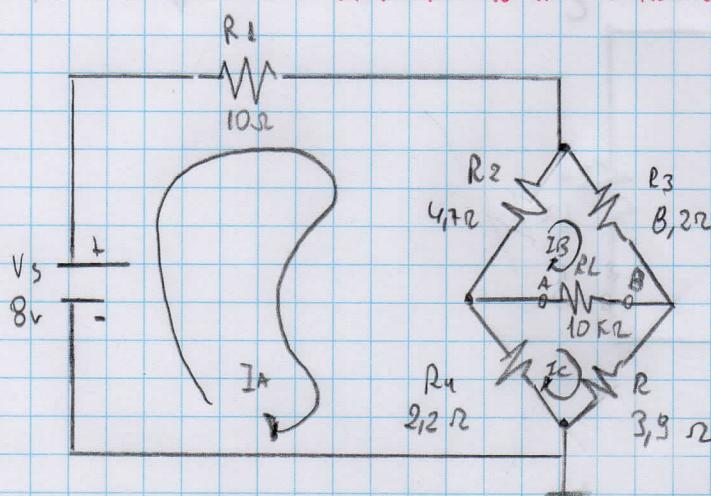
$$I_2 = \frac{0,21V}{10\Omega}$$

$$I_4 = \frac{-1,24V}{4,7\Omega}$$

$$I_2 = 0,022A$$

$$I_4 = -0,2638A$$

24. (uan) Se conecta un resistor de $10\text{ k}\Omega$ desde la terminal A hasta la terminal B. ¿Cuál es la corriente a través de él?



- Lazo A: $-8v + 10(I_A) + 4,7(I_A - I_B) + 2,2(I_A - I_C) = 0$
- Lazo B: $4,7(I_B - I_A) + 8,2I_B + 10000(I_B - I_C) = 0$
- Lazo C: $2,2(I_C - I_A) + 3,3(I_C) + 10000(I_C - I_B) = 0$

$$L.A: 16,9 I_A - 4,7 I_B - 2,2 I_C = 8v$$

$$L.B: -4,7 I_A + 1012,9 I_B - 10000 I_C = 0v$$

$$L.C: -2,2 I_A - 10000 I_B + 10006,1 I_C = 0v$$

- Resolviendo S.E por calculadora con los elementos en orden

$$I_A = 0,55A$$

$$I_B = 0,20A$$

$$I_C = 0,20A$$

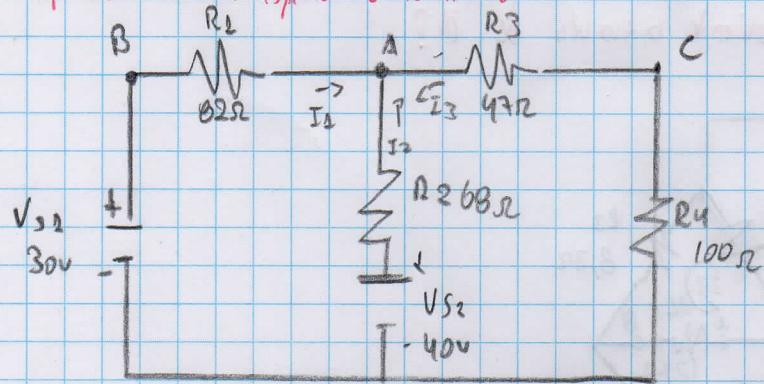
$$R_L = 10\text{ k}\Omega$$

$$I_{RL} = (I_B - I_C)$$

$$I_{RL} = 0,20A - 0,20A$$

$$\boxed{I_{RL} = 0A}$$

26. Use el método del voltaje en nodos para determinar el voltaje presente en el punto A con respecto a la tierra.



• Nodo A

$$I_2 + I_2 + I_3 = 0A$$

$$\frac{V_B - V_A}{R_2} + \frac{\partial V - V_A + I_2}{R_2} + \frac{\partial V - V_A}{R_3} = 0A$$

$$\frac{30V}{62\Omega} - \frac{V_A}{62\Omega} + \frac{40V}{68\Omega} - \frac{V_A}{68\Omega} - \frac{V_A}{47\Omega} = 0$$

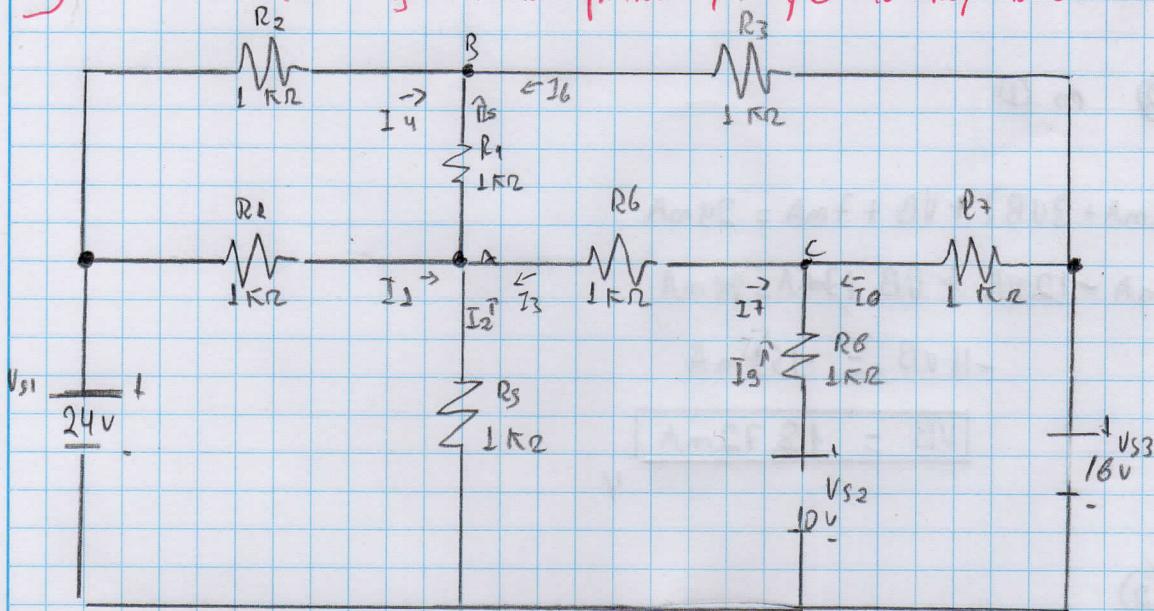
$$-V_A 0,0461 = -0,9540 A$$

$$-V_A = \frac{-0,9540 A}{0,0461 \Omega}$$

$$-V_A = -19,80 V$$

$$\boxed{V_A = 19,80 V}$$

30) Determine el voltaje en los puntos A, B y C con respecto a lo figura 9-33



• Nodo A

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \text{ A}$$

$$\frac{V_L - V_A}{R_1} + \frac{0V - V_A}{R_5} + \frac{V_6 - V_A}{R_6} + \frac{V_B - V_A}{R_4} = 0$$

$$\frac{24V}{1k\Omega} - \frac{VA}{1k\Omega} - \frac{VA}{1k\Omega} + \frac{VC}{1k\Omega} - \frac{VA}{1k\Omega} + \frac{VB}{1k\Omega} - \frac{VA}{1k\Omega} = 0$$

$$\textcircled{1} \quad -4VA + VB + VC = 24mA$$

• Nodo B

$$I_4 + I_5 + I_6 = 0 \text{ A}$$

$$\frac{V_2 - V_B}{R_2} + \frac{V_A - V_B}{R_4} + \frac{V_2 - V_R}{R_3} = 0 \text{ A}$$

$$\frac{24V}{1k\Omega} - \frac{VB}{1k\Omega} + \frac{VA}{1k\Omega} - \frac{VB}{1k\Omega} + \frac{16V}{1k\Omega} - \frac{VB}{1k\Omega} = 0 \text{ A}$$

$$\textcircled{2} \quad -3VB + VA = 42mA$$

• Nodo C

$$\rightarrow \text{Pero } V_6 = V_C$$

$$I_7 + I_8 + I_9 = 0 \text{ A}$$

$$\frac{V_6 - V_C}{R_6} + \frac{0V + V_{S2} - V_C}{R_8} + \frac{V_7 - V_C}{R_7} = 0 \text{ A}$$

$$-\frac{2V_C}{1k\Omega} + \frac{10V}{1k\Omega} - \frac{V_C}{1k\Omega} + \frac{16V}{1k\Omega} - \frac{V_C}{1k\Omega} = 0 \text{ A} \quad \textcircled{3} \quad -4V_C = -26mA$$

$$V_C = 7mA$$

$$② V_A = 42 + 3VB$$

(VB) von ② in ①

$$-4(42 \text{ mA} + 3VB) + VB + 7 \text{ mA} = 24 \text{ mA}$$

$$-168 \text{ mA} - 12VB + VB + 7 \text{ mA} = 24 \text{ mA}$$

$$-11VB = -151 \text{ mA}$$

$$\boxed{VB = 13,72 \text{ mA}}$$

4

(VA) von ②

$$VA = 42 + 3(13,72 \text{ mA})$$

$$VA = 42 + 41,16$$

$$\boxed{VA = -63,16}$$

11