

Start 1p

- 1.** Fie mulțimea $U = \{(x, y, z, t) : 2x - 3y + z - t = 0\} \subset \mathbb{R}^4$.
(0,75p+0,75p) a) Demonstrați că U este subspațiu vectorial. Justificați apoi că $\dim U = 3$.
(1,5p) b) Determinați vectorii din subspațiul U ce aparțin și subspațiului $D = \text{span}\{(2, -3, 1, -1)\}$.
(1,5p) c) Fie A o matrice pătratică de ordinul n cu determinantul nul. Analizați dacă afirmația ”sistemul liniar $AX = b$ are o infinitate de soluții” este adevărată sau falsă.

2. Fie familia de matrice

$$A(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & n \end{bmatrix}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

- (0,75p+0,75p) a) Demonstrați că $\text{Null}(A(n)) = \{(0, 0, 0)\}$ pentru orice $n \neq 0$. Determinați apoi o bază a subspațiului $\text{col}(A(0))$.
(1,5p) b) Rezolvați folosind forma scară redusă sistemul liniar $A(0)X = b$, unde $b^t = (1, 2, 3)$.
(1,5p) c) Determinați baza B a lui \mathbb{R}^3 știind că $T_{BB_c} = A(1)$.